

<i>Prénom</i>	<i>Nom</i>
---------------	------------

Contrôle continu indicatif du 10 décembre 2024

(35 points)

Lapin (4 points)

Complétez le tableau. *Attention, chaque réponse erronée fait perdre un demi-point!*

<b>vrai ou faux ?</b>	... la redondance (ou sur- détermination)	... la valeur des paramètres compensés	... les cofacteurs des paramètres compensés	... le quotient global
La valeur exacte des observations influence ...				
Le modèle stochastique des observations influence ...				

## Loup (16 points)

Au cours d'un stage, Diane doit calibrer des pompes à membranes. D'une part elle détermine des débits via des mesures de volumes et de temps ( $DEB = VOL/TEM$ ). D'autre part elle mesure la vitesse de la pompe en rotations par minute (OME). Elle souhaite confirmer une relation linéaire entre OME et DEB.

Pour 5 régimes différents, elle effectue les mesures de VOL, TEM et OME.

```
# a) volumes en millilitres [ml]
VOL = np.array([493, 405, 302, 195, 608])
# b) temps en secondes [s]
TEM = np.array([193.4, 127.7, 87.0, 54.8, 151.0])
# c) vitesses angulaires en rotations par minute [rpm]
OME = np.array([198, 243, 266, 278, 298])
```

Pour chaque type de mesure, l'écart-type est constant.

```
sigVOL = 8 # en millilitres
sigTEM = 1 # en secondes
sigOME = 5 # en rotations par minute
```

D'abord, Diane fait une régression linéaire  $OME = a + b \cdot DEB$ . Zut ! les observations sont des deux côtés du signe "égale", or dans un modèle paramétrique rigoureux :  $\ell_i - v_i = f_i(\mathbf{x})$ , les observations sont à gauche et les paramètres à droite. Inspirée par le gaz parfait, Diane inclut des paramètres auxiliaires et élabore un modèle fonctionnel rigoureux.

- Quel est le nombre d'observations ?
  - Quelle est la surdétermination (ou redondance) ?
  - Combien de paramètres faut-il définir ?
  - Choisissez vos paramètres.
- 
- Formez le modèle fonctionnel : équations des observations (en cas de répétition détaillez le 1<sup>er</sup> et dernière bloc).
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- Votre modèle fonctionnel est-il linéaire ? *Justifiez brièvement la réponse.*



## Lynx (15 points)

Ayant appris la compensation paramétrique, vous voulez l'appliquer au problème de croissance bactérienne vue précédemment. Si  $L_t$  représente la population au jour  $t$ , elle peut être écrite sous la forme  $L_{t+1} = L_t \cdot k$ , ou bien  $L_t = L_0 \cdot k^t$  avec  $L_0$  comme population initiale.

```
# Mesures de population, en Mio, t = indice de jours de mesure
t = np.array([1, 2, 3, 4, 5])
obs = np.array([99, 180, 317, 581, 1035])
n = len(obs)

# Définir le modèle stochastique
sigmapri = 2 # en Mio
Q1 = np.eye(n)
```

Dans un premier temps, on considère  $L_0 = 60$ , **connu et fixe**.

- Combien d'équations ? Combien de paramètres ? Surdétermination ?  
 $n =$                                        $u =$                                        $r =$
- Pour chaque paramètre, choisissez une valeur approchée.
- Calculez les première trois valeurs de résidus approchés et la matrice des dérivées partielles.  
*valeurs numériques, un seul calcul, pas d'itération svp*

On fait tourner le code. Après quelques itérations, voici les résultats.

$Q_{xcomp} = 9.3916e-08$

$v_{comp} = [-6.9590 \quad -7.1219 \quad -13.4541 \quad -2.5765 \quad 4.4135]$

- Calculez l'écart-type *a posteriori* et le quotient global.

- Calculez l'écart-type des paramètres compensés.

- Vous souhaitez laisser flotter  $L_0$ . Spécifiez des changements dans les éléments suivants :

Q1	oui / non	Taille :
$Q_{xcomp}$	oui / non	Taille :
$x_{bulle}$	oui / non	Valeur :
$r$	oui / non	Valeur :

*Espace pour vos notes :*

<i>No. Sciper</i>	<i>Prénom et Nom</i>
-------------------	----------------------

*Préparez sur la table svp :*

- *1 pages A4 (recto verso) + 1 page A4 (recto) « triche »*
- *Calculatrice*
- *Crayon et/ou stylo*

*Espace pour vos notes :*