

<i>Prénom</i>	<i>Nom</i>
---------------	------------

Contrôle continu indicatif du 10 décembre 2024 (35 points)

Lapin (4 points)

Complétez le tableau. *Attention, chaque réponse erronée fait perdre un demi-point!*

vrai ou faux ?	... la redondance (ou sur-détermination)	... la valeur des paramètres compensés	... les cofacteurs des paramètres compensés	... le quotient global
La valeur exacte des observations influence ...				
Le modèle stochastique des observations influence ...				

Loup (16 points)

Au cours d'un stage, Diane doit calibrer des pompes à membranes. D'une part elle détermine des débits via des mesures de volumes et de temps ($DEB = VOL/TEM$). D'autre part elle mesure la vitesse de la pompe en rotations par minute (OME). Elle souhaite confirmer une relation linéaire entre OME et DEB .

Pour 5 régimes différents, elle effectue les mesures de VOL, TEM et OME.

```
# a) volumes en millilitres [ml]
VOL = np.array([493, 405, 302, 195, 608])
# b) temps en secondes [s]
TEM = np.array([193.4, 127.7, 87.0, 54.8, 151.0])
# c) vitesses angulaires en rotations par minute [rpm]
OME = np.array([198, 243, 266, 278, 298])
```

Pour chaque type de mesure, l'écart-type est constant.

```
sigVOL = 8 # en millilitres  
sigTEM = 1 # en secondes  
sigOME = 5 # en rotations par minute
```

D'abord, Diane fait une régression linéaire $\text{OME} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \cdot \text{DEB}$. Zut ! les observations sont des deux côtés du signe "égal", or dans un modèle paramétrique rigoureux : $\ell_i - v_i = f_i(\mathbf{x})$, les observations sont à gauche et les paramètres à droite. Inspirée par le gaz parfait, Diane inclut des paramètres auxiliaires et élabore un modèle fonctionnel rigoureux.

- a) Quel est le nombre d'observations ?
 - b) Quelle est la surdétermination (ou redondance) ?
 - c) Combien de paramètres faut-il définir ?
 - d) Choisissez vos paramètres.

e) Formez le modèle fonctionnel : équations des observations (en cas de répétition détaillez le 1^{er} et dernière bloc).

f) Votre modèle fonctionnel est-il linéaire ? *Justifiez brièvement la réponse.*

- g) Esquissez la matrice **A**. Dans les cellules grises (titres), notez l'observation, resp. le paramètre. Dans la zone blanche, notez uniquement les éléments non-nuls (x).

A 10x10 grid of squares. The first column consists of alternating light gray and dark gray squares. All other columns and rows are composed of light gray squares.

- h) Formez le modèle stochastique avec une séquence de code Python.

- i) Quelle est la taille de la matrice à inverser ?
 - j) Quels résultats permettront de calculer ce coefficient de corrélation ?
Écrivez le code Python nécessaire.

Lynx (15 points)

Ayant appris la compensation paramétrique, vous voulez l'appliquer au problème de croissance bactérienne vue précédemment. Si L_t représente la population au jour t , elle peut être écrite sous la forme $L_{t+1} = L_t \cdot k$, ou bien $L_t = L_0 \cdot k^t$ avec L_0 comme population initiale.

```
# Mesures de population, en Moi, t = indice de jours de mesure
t = np.array([1, 2, 3, 4, 5])
obs = np.array([99, 180, 317, 581, 1035])
n = len(obs)

# Définir le modèle stochastique
sigmapri = 2 # en Mio
Q1 = np.eye(n)
```

Dans un premier temps, on considère $L_0 = 60$, connu et fixe.

- a) Combien d'équations ? Combien de paramètres ? Surdétermination ?

$n =$ $u =$ $r =$

- b) Pour chaque paramètre, choisissez une valeur approchée.

- c) Calculez les première trois valeurs de résidus approchés et la matrice des dérivées partielles.
valeurs numériques, un seul calcul, pas d'itération svp

On fait tourner le code. Après quelques itérations, voici les résultats.

$Qxcomp = 9.3916e-08$

$vcomp = [-6.9590 -7.1219 -13.4541 -2.5765 4.4135]$

- d) Calculez l'écart-type *a posteriori* et le quotient global.

- e) Calculez l'écart-type des paramètres compensés.

- f) Vous souhaitez laisser flotter L_0 . Spécifiez des changements dans les éléments suivants :

Q1	oui / non	Taille :
Qxcomp	oui / non	Taille :
xbulle	oui / non	Valeur :
r	oui / non	Valeur :

Espace pour vos notes :

<i>No. Sciper</i>	<i>Prénom et Nom</i>
-------------------	----------------------

Préparez sur la table svp :

- 1 pages A4 (recto-verso) + 1 page A4 (recto) « triche »
- Calculatrice
- Crayon et/ou stylo

Espace pour vos notes :