# TP 2: Prédiction linéaire

5 mars 2025, 14h15 - 17h

**Problème 1:**

1. Télécharger le signal AR2.m depuis Moodle et l'ouvrir avec la commande `load`. Les échantillons correspondent à un signal autorégressif d'ordre 2:

$$x[n] = -a1 * x[n-1] - a2 * x[n-2] + \epsilon \quad (1)$$

Les paramètres a1 et a2 peuvent être estimés à partir de la méthode des moindres carrés ou selon les équations de Yule-Walker.

2. a) Développez les équations permettant d'estimer les paramètres a1 et a2 par la méthode des moindres-carrés.
   b) Résolvez les équations au sens des moindres-carrés (reportez les commandes et les variables utilisées). Que valent a1 et a2 ?

3. a) Développez les équations de Yule-Walker permettant de trouver les paramètres a1 et a2.
   b) Calculez l'autocorrelation du signal (`xcorr(x,'biased');`) et utilisez ses coefficients pour estimer les paramètres a1 et a2 (reportez les commandes et les variables utilisées). Que valent a1 et a2 ?

**Problème 2:**

L'analyse par codage prédictif linéaire des signaux de voix se fonde sur les connaissances de production de la parole et fait l'hypothèse d'un modèle linéaire. L'analyse par prédiction linéaire suppose que les échantillons du signal de parole sont corrélés, et que le signal peut être prédit à partir des $N$ échantillons précédents ($N$ étant l'ordre du filtre): l'autocorrelation et le spectre de l'erreur sont utilisés pour tester la blancheur de l'erreur de prédiction.

1. Téléchargez `d.wav` sur Moodle, qui correspond au son du phonème /d/. En utilisant la commande `audioread`, chargez le fichier audio. Quelles sont la fréquence d'échantillonnage, le nombre d'échantillons et la durée du signal ?

2. Considérez le signal fenêtré avec une fenêtre Hamming, $x_{\mathrm{W}}$. Utilisez la fonction `lpc` de MATLAB pour estimer les coefficients du filtre optimal de prédiction d'ordre $N = 50$ relatif au signal $x_{\mathrm{W}}$. Utilisez la fonction `filter` pour obtenir la prédiction du signal $\hat{x}[n] = \sum -a_i x[n-i]$. Tracez le signal original $x_{\mathrm{W}}$ et le signal estimé $\hat{x}$.

3. Calculez l'erreur de prédiction. Tracez sa fonction d'autocorrelation et commentez sur sa blancheur. Tracez sa transformée de Fourier et commentez ce que vous observez. L'énergie de l'erreur correspond à la somme des carrés des erreurs de prédiction. Calculez l'énergie de l'erreur de prédiction.

4. Tracez la densité spectrale de $x_{\mathrm{W}}$ et superposez-y la réponse fréquentielle du filtre estimé. Qu'observez-vous?

5. Répétez l'analyse précédent pour différents ordres du filtre $N = 2, 100, 500$. Quel ordre prédit le signal le plus proche de $x_{\mathrm{W}}$ ?

6. Créez une impulsion (un vecteur de longueur égale à $x_{\mathrm{W}}$, composé de zéros ainsi que d'un échantillon d'amplitude égale à la variance de l'erreur obtenue pour le filtre d'ordre 500, placé à l'indice 500 du vecteur). Filtrez cette impulsion avec le filtre autoregressif d'ordre N=500. Tracer le signal obtenu et écoutez le son généré. Commentez sur l'intérêt d'un tel filtre pour l'encodage de phonèmes.