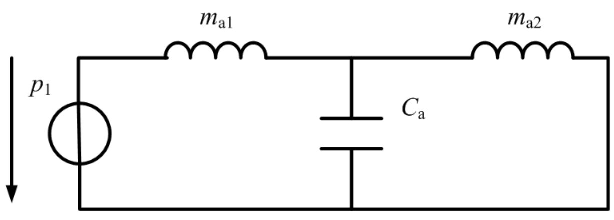
Chapitre 2.3 - Systèmes acoustiques

Hervé Lissek

Electroacoustique (BA5)

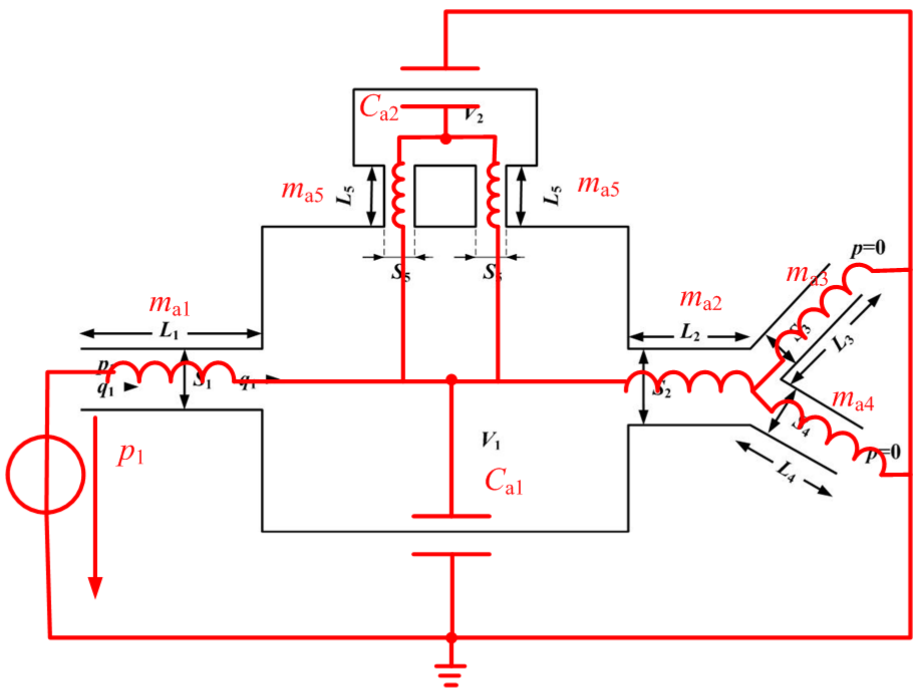
Exercice 1. Silencieux



— $m_{a1} = \rho \dfrac{L_1}{\pi r_d^2}$, $m_{a2} = \rho \dfrac{L_2}{\pi r_d^2}$

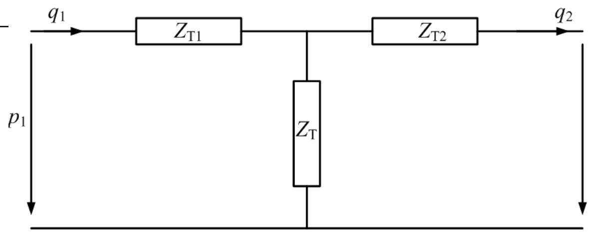
— $C_a = \dfrac{V}{\rho c^2}$

Exercice 2. Circuit acoustique

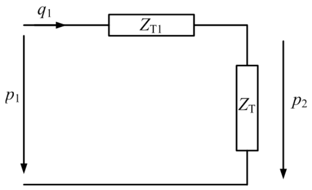


Exercice 3. Boomwhacker

1. avec $Z_{T1} = Z_{T2} = jZ_{ac}tan\dfrac{kL}{2}$ et $Z_T = \dfrac{Z_{ac}}{jsinkL}$, où $Z_{ac} = \dfrac{\rho c}{S}$
2. Paroi rigide → débit volumique nul en $x = L$ → impédance acoustique terminale infinie.



3. Si $q_2 = 0$, la branche du circuit en T avec l'impédance Z_{T2} est en circuit ouvert, d'où le schéma suivant :

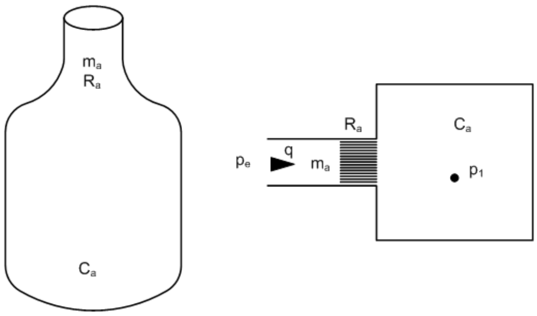


4. $Z_a = Z_{T1} + Z_T = jZ_{ac}\left(tan\frac{kL}{2} - \frac{1}{sinkL}\right) = jZ_{ac}\frac{2sin^2\frac{kL}{2} - 1}{sinkL}$.
   $Z_a = 0$ pour $kL = (2n+1)\frac{\pi}{4}$ soit $f_n = (2n+1)\frac{c}{4L}$.
   Les fréquences de résonance sont donc $\frac{c}{4L}, \frac{3c}{4L}, \frac{5c}{4L}$, etc.
5. Aux basses frequences $sinkL \approx kL$, $Z_a = j\frac{\rho_0 c}{S}\left(\frac{kL}{2} - \frac{1}{kL}\right)$, avec $k = \frac{\omega}{c}$, il vient
   $Z_a = j\omega\frac{m_a}{2} + \frac{1}{j\omega C_a}$, où $m_a = \frac{\rho_0 L}{S}$ et $C_a = \frac{V}{\rho_0 c^2}$.
   Avec cette expression, l'impédance est nulle pour $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{m_a C_a}} = \sqrt{2}\frac{c}{L}$,
   soit $f_0 = \frac{c}{\sqrt{2}\pi L} \approx \frac{c}{4.44L}$
   L'expression BF du boomwhacker ne permet de déterminer que la première fréquence de résonance, avec une erreur de 10%
6. Si l'extrémité du tube est ouverte ($p(x_2) = 0$), alors l'impédance d'entrée s'écrit : $Z_a(x_1) = jZ_{ac}tan(kL)$.
   L'impédance s'annulle pour $k_n L = n\pi$, soit $f_1 = \frac{c}{2L}$.
7. $L = \frac{c}{2f_1}$, avec les fréquences f_1 données dans le tableau. La deuxième ligne donne la longueur théorique de Boomwhacker, et la troisième ligne donne la valeur mesurée sur un jeu de Boomwhackers de rayon $a = 2$ cm. La différence vient de la masse de rayonnement m_{ar} qui doit s'ajouter aux deux extrémités du tube (et impose donc une longueur plus petite).

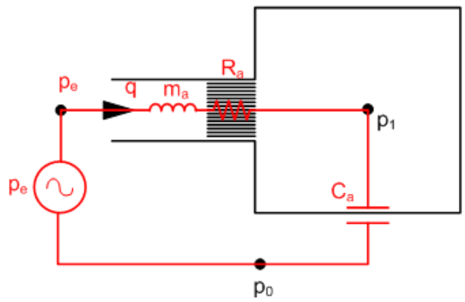
Note	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI	DO
Fréquence (Hz)	256	288	320	341.3	384	426.7	480	512
Longueur théorique de tube (cm)	67.0	59.5	53.6	50.2	44.7	40.2	35.7	33.5
Longueur réelle de tube (cm)	62.8	55.7	49.2	46.2	41.1	36.4	32.0	30.2

Exercice 4. Bouteille vide

1. La bouteille présente une volume V correspondant à une compliance acoustique
   $C_a = \dfrac{V}{\rho_0 c^2} = 5.510^{-9}$ m^4.s^2.kg^{-1},
   ainsi qu'un goulot (tube) correspondant à une masse acoustique
   $m_a = \dfrac{\rho_0 l}{S} \approx 276.6$ kg.m-4 où $S = \pi \left(\dfrac{\emptyset}{2}\right)^2$ et une résistance acoustique
   $R_a = \dfrac{8\eta l}{\pi \left(\frac{\emptyset}{2}\right)^4} \approx 407.6$ Pa.s.m^{-3}.
   Le schéma symbolique est le suivant :



2. La méthode consiste à identifier toutes les pressions acoustiques (ici p_e, p_1, et la pression de référence p_0), et de les relier par les éléments qui les sépare. On trouve le cicruit suivant :



3. $\dfrac{q}{p_e} = \dfrac{j\omega}{(j\omega)^2 m_a + j\omega R_a + \dfrac{1}{C_a}}$.
4. Il s'agit d'un résonateur (en acoustique, on le qualifie de Helmholtz). La fonction de transfert peut être réecrite de la manière suivante :
   $$\frac{q}{p_e} = \frac{1}{Q_0 R_a} \frac{\dfrac{j\omega}{\omega_0}}{\left(\dfrac{j\omega}{\omega_0}\right)^2 + \dfrac{1}{Q_0}\dfrac{j\omega}{\omega_0} + 1}$$
   où $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{m_a C_a}} = 811$ rad. s^{-1} et $Q_0 = \omega_0 \dfrac{m_a}{R_a} = 550$.
   On peut définir aussi la fréquence de résonance $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 129$ Hz.
5. $V' = V/4 \rightarrow C'_a = C_a/4$ soit $f'_0 = 2f_0 = 258$ Hz et $Q'_0 = 2Q_0 = 1100$.

Exercice 5. Résonateurs de Helmholtz

$f_s = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{m_a C_a}} = \dfrac{c}{2\pi}\sqrt{\dfrac{S}{VL}}$ L'ordre est donc $f_b < f_d < f_a < f_c$