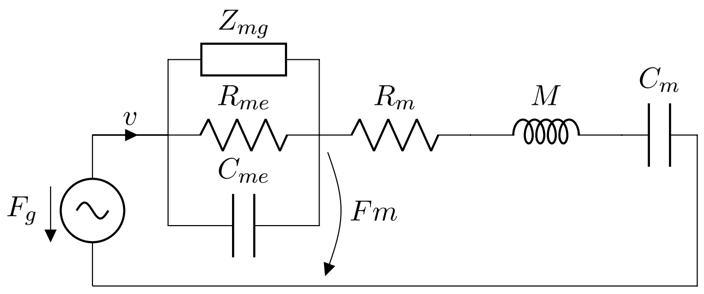
Chapitre 4 - Systèmes électroacoustiques

Hervé Lissek

Electroacoustique (BA5)

Exercice 1. Fonction de transfert v/u_g d'un pot vibrant

Schéma équivalent du pot vibrant (chapitre 4.1, diapositive 12) :



$$F_g = u_g \frac{Bl}{Z_g + R_e + j\omega Le}$$

$$Z_{mg} = \frac{(Bl)^2}{Z_g}$$

$$R_{me} = \frac{(Bl)^2}{R_e}$$

$$C_{me} = \frac{L_e}{(Bl)^2}$$

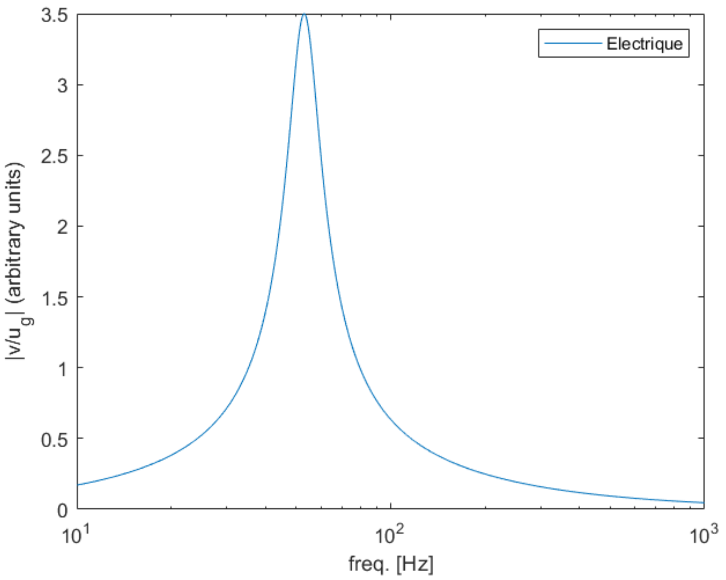
En négligeant Z_g et L_e :

$$\frac{v}{F} = \frac{v}{u_g \cdot Bl/R_e} = \frac{1}{j\omega M + R_m + R_{me} + \frac{1}{j\omega C_m}}$$

$$\frac{v}{u_g} = \frac{Bl}{R_m + R_{me}} \frac{j\omega \frac{R_m + R_{me}}{M}}{(j\omega)^2 + j\omega \frac{R_m + R_{me}}{M} + \frac{1}{MC_m}}$$

$$= \frac{Bl}{R_m + R_{me}} \frac{j\omega \frac{\omega_0}{Q}}{(j\omega)^2 + j\omega \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

qui est un filtre passe bande avec fréquence de résonance $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{MC_m}} = 53.05$ Hz et facteur de qualité $Q = \frac{1}{R_m + R_{em}} \sqrt{\frac{M}{C_m}}$.



A vide :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{18\ [\mathrm{g}] \cdot 0.5\ [\mathrm{mm/N}]}} = 53.05\ \mathrm{Hz}$$

Avec une masse additionnelle de 186 g :

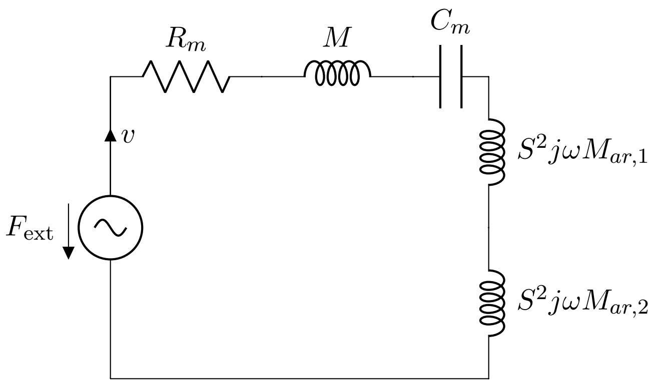
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{204\ [\mathrm{g}] \cdot 0.5\ [\mathrm{mm/N}]}} = 15.76\ \mathrm{Hz}$$

Ces valeurs sont cohérentes avec celles du fabricant. Le graphe a une allure de passe-haut car représente l'accélération $a = j\omega v$. En multipliant la fonction de transfert ci-dessus par $j\omega$, elle devient passe-haut.

$$\frac{a}{u_g} = \frac{Bl}{M} \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + j\omega\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Exercice 2. Calcul de l'admittance mécanique v/F_{ext} d'une membrane suspendue

Schéma équivalent de la membrane suspendue (chapitre 4.1, diapositive 21) en approximant les impédances de rayonnement Z_{ar} par des masses M_{ar} :

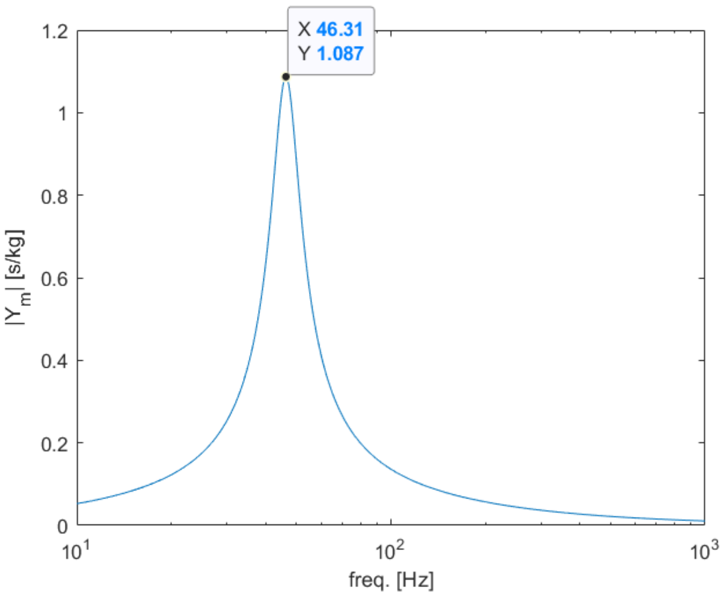


Calcul de l'admittance mécanique Y_m :

$$M_{\text{tot}} = M + S^2 M_{ar,1} + S^2 M_{ar,2} = M + 2 \cdot \frac{8\rho S^{3/2}}{3\pi^{3/2}}$$

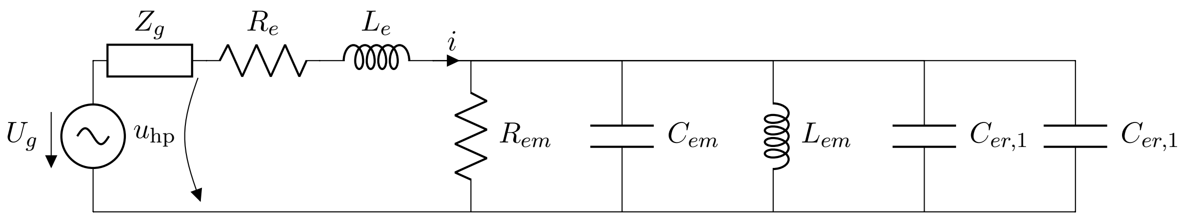
$$\begin{aligned} Y_m = \frac{v}{F_{\text{ext}}} &= \frac{1}{j\omega M_{\text{tot}} + R_m + \frac{1}{j\omega C_m}} \\ &= \frac{1}{R_m} \frac{j\omega\frac{R_m}{M_{\text{tot}}}}{(j\omega)^2 + j\omega\frac{R_m}{M_{\text{tot}}} + \frac{1}{M_{\text{tot}}C_m}} \\ &= \frac{1}{R_m} \frac{j\omega\frac{\omega_0}{Q}}{(j\omega)^2 + j\omega\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \end{aligned}$$

Cette fonction de transfert Y_m est un filtre passe bande de fréquence de résonance $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{M_{\text{tot}}C_m}} = 46.31$ Hz et de facteur de qualité $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{M_{\text{tot}}}{C_m}} = 4.669$.



Exercice 3. Calcul de l'impédance électrique d'entrée u_{hp}/i du haut-parleur électrodynamique

Schéma équivalent du haut-parleur (chapitre 4.1, diapositive 32) en approximant les impédances de rayonnement Z_{ar} par des masses M_{ar} :

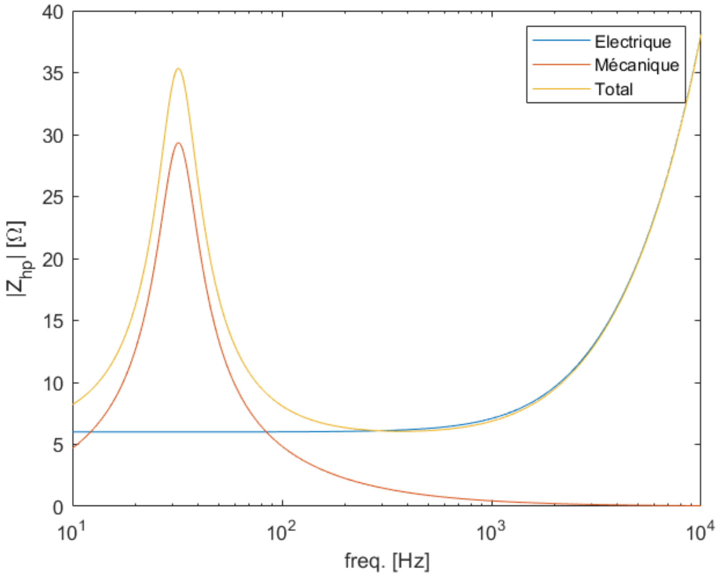


$$C_{er} = \frac{(Bl)^2}{S^2 M_{ar}} \qquad L_{em} = (Bl)^2 C_m \qquad R_{em} = \frac{(Bl)^2}{R_m} \qquad C_{em} = \frac{M}{(Bl)^2}$$

Calcul de l'impédance électrique H_{hp} (avec $Z_g = 0\ \Omega$) :

$$\begin{aligned}
C_{\text{tot}} &= C_{em} + \frac{(Bl)^2}{S^2 M_{ar,1}} + \frac{(Bl)^2}{S^2 M_{ar,2}} = C_{em} + 2 \cdot \frac{8\rho S^{3/2}}{3(Bl)^2 \pi^{3/2}} \\
Z_{\text{hp}} = \frac{u_{\text{hp}}}{v} &= R_e + j\omega L_e + \frac{1}{j\omega C_{\text{tot}} + \frac{1}{R_{em}} + \frac{1}{j\omega L_{em}}} \\
&= R_e + j\omega L_e + R_{em} \frac{\frac{j\omega}{R_{em} C_{\text{tot}}}}{(j\omega)^2 + \frac{j\omega}{R_{em} C\text{tot}} + \frac{1}{LC_{\text{tot}}}} \\
&= R_e + j\omega L_e + R_{em} \frac{j\omega \frac{\omega_0}{Q}}{(j\omega)^2 + j\omega \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}
\end{aligned}$$

C'est une combinaison d'un passe haut du premier ordre ($R_e + j\omega L_e$) et d'un passe bande du deuxième ordre avec $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{L_{em} C_{tot}}} = 32.08$ Hz et $Q = R_{em}\sqrt{\frac{C_{\text{tot}}}{L_{em}}} = 2.131$.



Exercice 4. Rayonnement d'une membrane de haut-parleur

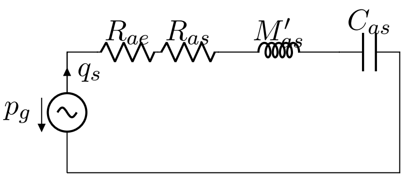
Quelle est l'expression de la résistance de rayonnement d'un haut-parleur circulaire de rayon a :

1. $R_{ar} = Z_c \frac{(ka)^2}{2}$
2. $R_{ar} = Z_c \frac{(ka)^2}{4}$
3. $R_{ar} = 2Z_c (ka)^2$

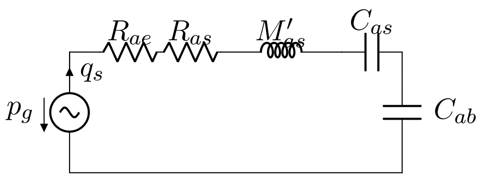
Exercice 5. Réponse en pression d'un haut-parleur

1. un filtre passe haut de pente 12 dB/ octave
2. un filtre passe haut de pente 24 dB/ octave

Exercice 6.



Haut-parleur sur écran



Haut-parleur en enceinte close

On peut définir le rapport de compliances $\alpha = \dfrac{C_{as}}{C_{ab}} = \dfrac{V_{as}}{V_{ab}}$.
Ainsi $C_{ac} = \dfrac{C_{as}C_{ab}}{C_{as} + C_{ab}} = \dfrac{C_{as}}{1+\alpha}$, et donc (sachant que la masse acoustique M'_{as} et la résistance acoustique totale $R_{ae} + R_{as}$ ne sont pas modifiées par l'enceinte) :

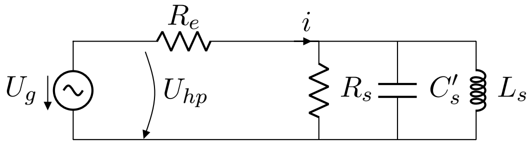
— $f_c = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{M'_{as}C_{ac}}} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{M'_{as}}}\sqrt{\dfrac{1+\alpha}{C_{as}}} = f_s\sqrt{1+\alpha} = 64.5Hz$

— $Q_{tc} = \dfrac{1}{\omega_c C_{ac}(R_{ae}+R_{as})} = \dfrac{1}{\omega_s\sqrt{1+\alpha}}\dfrac{1+\alpha}{C_{as}}\dfrac{1}{R_{ae}+R_{as}} = \dfrac{1}{\omega_s C_{as}(R_{ae}+R_{as})}\sqrt{1+\alpha} = Q_{ts}\sqrt{1+\alpha} = 0.65$

Exercice 7. Paramètres mécaniques d'un haut-parleur

1. C_{ms} :
   Il y a plusieurs possibilités de trouver C_{ms} :
   - A partir de f_s et M_{ms} :
     $C_{ms} = \dfrac{1}{4\pi^2 f_s^2 M_{ms}} = 1.5\,10^{-3} m.N^{-1}$
   - A partir de V_{as} et S_d, en supposant les valeurs de $\rho_0 = 1.18 kg.m^{-3}$ et $c_0 = 343 m.s^{-1}$:
     $C_{ms} = \dfrac{C_{as}}{S_d^2} = \dfrac{V_{as}}{\rho c^2 S_d^2} = 1.6\,10^{-3} m.N^{-1}$
   - A partir de Q_{es}, R_e, f_s, $B\ell$:
     $Q_{es} = \dfrac{R_e}{\omega_s L_s}$, où $L_s = C_{ms}\,(B\ell)^2$, soit $C_{ms} = \dfrac{R_e}{\omega_s (B\ell)^2 Q_{es}} = 1.4\,10^{-3} m.N^{-1}$
2. R_{ms} :
   R_{ms} peut se déduire simplement de Q_{ms} :
   $Q_{ms} = \dfrac{1}{\omega_s R_{ms} C_{ms}} \rightarrow R_{ms} = \dfrac{1}{\omega_s Q_{ms} C_{ms}} = 1.2 N.s.m^{-1}$

Exercice 8. Impédance électrique d'un haut-parleur



1. $Z_{hp}(f) = \dfrac{u_{hp}}{i}$, or $u_{hp} = R_e i + Blv$.
   Dans le cas d'un haut-parleur sur écran infini (voyant 2x la même masse de rayonnement M_{ar}, incluse dans la masse mobile $M'_{ms} = M_{ms} + 2S_d^2 M_{ar}$), la vitesse peut être déduite simplement de la loi de Newton, en notant $B\ell i$ la force de Laplace due au moteur électrodynamique :
   $B\ell i = \left(j\omega M'_{ms} + R_{ms} + \dfrac{1}{j\omega C_{ms}}\right) v.$
   Ainsi

$$\begin{aligned} Z_{hp} &= R_e + \frac{(B\ell)^2}{j\omega M'_{ms} + R_{ms} + \dfrac{1}{j\omega C_{ms}}} \\ &= R_e + \frac{(j\omega) C_{ms}\,(B\ell)^2}{(j\omega)^2 C_{ms}\, M'_{ms} + (j\omega) C_{ms}\, R_{ms} + 1} \end{aligned}$$

   En introduisant $\omega_s^2 = \dfrac{1}{M'_{ms} C_{ms}}$, et $Q_{ms} = \dfrac{1}{\omega_s R_{ms} C_{ms}}$, il vient :

$$R_{ms} C_{ms} = \frac{1}{\omega_s Q_{ms}} \text{ et } Z_{hp} = R_e + \frac{(B\ell)^2}{R_{ms} Q_{ms}} \frac{\left(\dfrac{j\omega}{\omega_s}\right)}{\left(\dfrac{j\omega}{\omega_s}\right)^2 + \dfrac{1}{Q_{ms}}\left(\dfrac{j\omega}{\omega_s}\right) + 1}$$

2. L'impédance électrique équivalente au résonateur mécanique est le dernier terme de Z_{hp} :

$$Z_{em} = \frac{(B\ell)^2}{R_{ms} Q_{ms}} \frac{\left(\dfrac{j\omega}{\omega_s}\right)}{\left(\dfrac{j\omega}{\omega_s}\right)^2 + \dfrac{1}{Q_{ms}}\left(\dfrac{j\omega}{\omega_s}\right) + 1}$$

   Selon le schéma électrique équivalent, elle correspond à la mise en parallèle de R_s, L_s et C'_s, d'où :

$$\frac{1}{Z_{em}} = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{j\omega L_s} + j\omega C_s' = \frac{R_{ms}}{(B\ell)^2} + \frac{1}{j\omega C_{ms}(B\ell)^2} + \frac{j\omega M_{ms}'}{(B\ell)^2},$$

d'où par identification $R_s = \dfrac{(B\ell)^2}{R_{ms}}$, $L_s = (B\ell)^2 C_{ms}$ et $C_s' = \dfrac{M_{ms}'}{(B\ell)^2}$

3. Le calcul est un peu long, mais on va le simplifier en choisissant la valeur $R_0 = \sqrt{1 + \dfrac{(B\ell)^2}{R_e R_{ms}}} R_e = \sqrt{1 + \dfrac{R_s}{R_e}} R_e$.

$$\begin{aligned} Zhp(f) &= R_e \left[1 + \frac{R_s}{Q_{msR_e}} \frac{\left(\frac{jf}{f_s}\right)}{\left(\frac{jf}{f_s}\right)^2 + \frac{1}{Q_{ms}}\left(\frac{jf}{f_s}\right) + 1} \right] \\ &= R_e \left[\frac{Q_{ms}R_e\left(1 - \left(\frac{f}{f_s}\right)^2\right) + j(R_e + R_s)\left(\frac{f}{f_s}\right)}{Q_{ms}R_e\left[\left(1 - \left(\frac{f}{f_s}\right)^2\right) + j\frac{1}{Q_{ms}}\left(\frac{f}{f_s}\right)\right]} \right] \end{aligned}$$

Alors le module de Z_{hp} s'écrit : $|Zhp(f)|^2 = R_e^2 \left[\dfrac{\left(1 - \left(\frac{f}{f_s}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{R_e + R_s}{Q_{ms}R_e}\right)^2 \left(\frac{f}{f_s}\right)^2}{\left[\left(1 - \left(\frac{f}{f_s}\right)^2\right)^2 + \frac{1}{Q_{ms}^2}\left(\frac{f}{f_s}\right)^2\right]} \right]$

On trouve les valeurs de f telles que $|Z_{hp}(f_{1,2})|2 = R_0^2 = R_e^2\left(1 + \dfrac{R_s}{R_e}\right)$ en trouvant les racines de l'équation du 2^{nd} ordre :

$$\left(\frac{f_{1,2}}{f_s}\right)^4 - \left(2 + \frac{1}{Q_{ms}^2}(1 + \frac{R_s}{R_e})\right)\left(\frac{f_{1,2}}{f_s}\right)^2 + 1 = 0$$

Il vient donc :

$$\left(\frac{f_{1,2}}{f_s}\right)^2 = \frac{1}{2}\left[\left(2 + \frac{1}{Q_{ms}^2}(1 + \frac{R_s}{R_e})\right) \pm \sqrt{\left(2 + \frac{1}{Q_{ms}^2}(1 + \frac{R_s}{R_e})\right)^2 - 4}\right]$$

d'où :

$$f_1^2 f_2^2 = \frac{1}{4} f_s^4 \left[\left(2 + \frac{1}{Q_{ms}^2}(1 + \frac{R_s}{R_e})\right)^2 - \left(\left(2 + \frac{1}{Q_{ms}^2}(1 + \frac{R_s}{R_e})\right)^2 - 4\right)\right]$$

et finalement, après simplifications : $f_1 f_2 = f_s^2$, d'où $f_s = \sqrt{23, 1.55, 9} = 35, 9Hz$

Exercice 9. Absorbeur électroacoustique

1. $\alpha = 1 - |r|^2$ avec $r = \dfrac{Z_a - Z_c}{Z_a + Zc}$ où $Z_a = \dfrac{p}{v}$ est l'impédance spécifique acoustique de la membrane du haut-parleur, et $Z_c = \rho c$ est l'impédance caractéristique du milieu.
D'après Newton : $S_d p = \left(j\omega M_{ms} + R_{ms} + \dfrac{1}{j\omega C_{ms}}\right) v - B\ell i$
où v est la vitesse vibratoire de la membrane et $S_d p$ est la force de pression sur la membrane.
La loi des mailles à l'entrée électrique donne : $U = (j\omega L_e + R_e)i + B\ell v$
ce qui revient à écrire $i = -\dfrac{B\ell}{j\omega L_e + R_e + R_L} v$ lorsque l'on connecte une résistance R_L aux bornes du haut-parleur ($U = -R_L i$).
Ainsi, si on néglige L_e par rapport à $R_e + R_L$, l'impédance acoustique devient :

$$Z_a = j\omega M_{ms} + (R_{ms} + \frac{(B\ell)^2}{R_e + R_L}) + \frac{1}{j\omega C_{ms}}$$

— Circuit ouvert : $i = 0$ soit $Z_a = \frac{p}{v} = \frac{1}{S_d}\left(j\omega M_{ms} + R_{ms} + \frac{1}{j\omega C_{ms}}\right)$,
et $\alpha = \dfrac{4R_{ms}S_dZ_c}{(R_{ms} + Z_cS_d)^2 + (\omega M_{ms} - \dfrac{2}{\omega C_{ms}})^2}$
A la résonance, $\alpha_{max} = \dfrac{4R_{ms}S_dZ_c}{(R_{ms} + Z_cS_d)^2} \approx 0.6$

— en court-circuit, en négligeant l'inductance L_e par rapport à R_e, la valeur d'absorption max devient :
$$\alpha_{max} == \frac{4(R_{ms} + \dfrac{(B\ell)^2}{R_e})S_dZ_c}{((R_{ms} + \dfrac{(B\ell)^2}{R_e}) + Z_cS_d)^2} \approx 1$$

2. R_{opt} est la valeur de résistance électrique permettant d'obtenir $Z_a = \rho c$ à la résonance, soit
$R_{ms} + \dfrac{(B\ell)^2}{R_e + R_{opt}} = \rho c S_d$
Ainsi $R_{opt} = \dfrac{(B\ell)^2}{\rho c S_d - Rms} - R_e \approx 1.35\Omega$