



Introduction aux antennes

Introduction aux
microondes et antennes

■ Ecole
polytechnique
fédérale
de Lausanne

Anja K Skrivervik, STI-IEL-MAG
Anja.skrivervik@epfl.ch

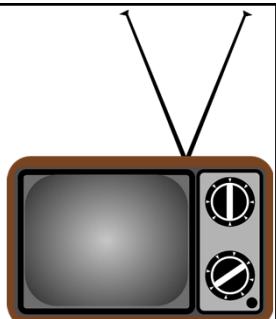
C'est quoi une antenne?



<https://pixabay.com/fr/photos/dendroctone-du-musc-coleoptere4343564/>



Image par Gino Crescoli de Pixabay



<https://pixabay.com/fr/vectors/t%C3%A9l%C3%A9vision-r%C3%A9tro-vintage-tv-308962/>



<https://pixabay.com/fr/vectors/diffusion-tour-radio-wave-297434/>



<https://pixabay.com/fr/illustrations/extraterrestre-robot-android-1905155/>

ANTENNE *. n.f. (*Antaine*, XI^e; lat. *antenna*).

> 1o *Mar.* Vergue longue et mince des voiles latines.

> 2o (1712). Appendice sensoriel à l'avant de la tête de certains arthropodes dits *Antennifères*.

Fig. *Avoir des antennes*, une sensibilité très aiguë, de l'intuition.

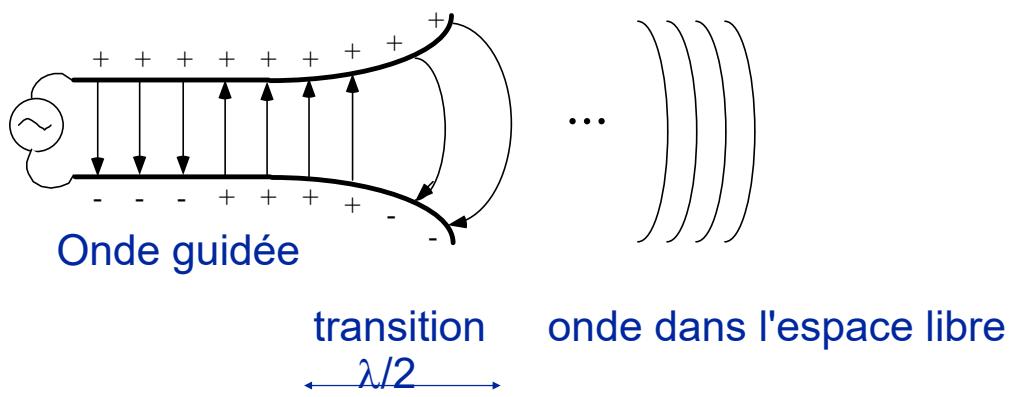
> 3o *Par anal.* Conducteur (ou ensemble de conducteurs) aérien destiné à rayonner ou à capter les ondes électromagnétiques. V. Aérien. *Antenne de télévision*.

> 4o Par ext. *Antenne chirurgicale*, unité avancée du service de santé militaire. Tout poste avancé en liaison avec un centre.

Antenne (standard IEEE)

- Dispositif destiné à recevoir et à émettre des ondes électromagnétiques
- Filtre spatial, sélectionnant des directions privilégiées
- Transducteur (convertisseur) entre un signal guidé (tension, courant) et un signal rayonné (onde électromagnétique)

Si la conversion se fait sans changement de fréquence,
l'antenne est réciproque!
(sert à l'émission et à la réception)



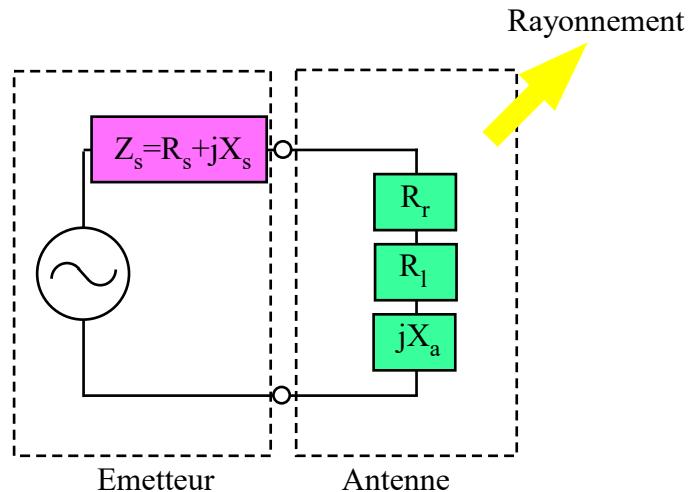
5 A. Skrjervik, MAG

- Fréquentielle: Fréquence centrale et bande passante (filtre)
- Spatiale: diagramme de rayonnement, directivité (filtre spatial)
- Vectorielle: orientation des champs E et H (polarisation)
- Puissance: efficacité, gain

6 A. Skrjervik, MAG

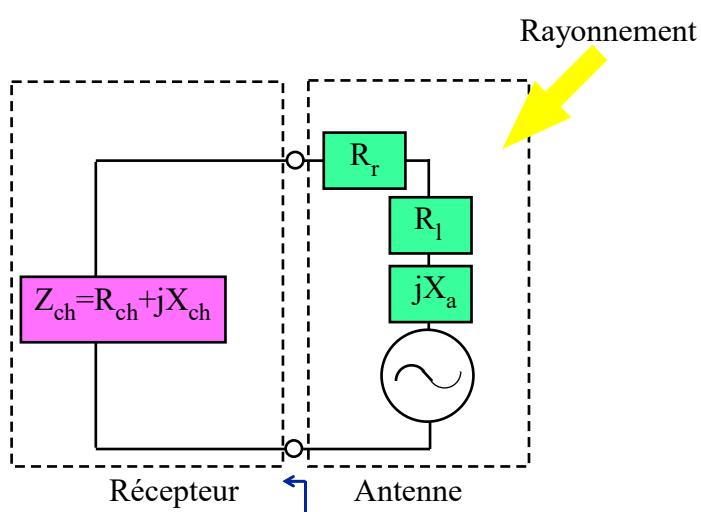
Caractéristiques fréquentielles

- L'antenne est vu comme un circuit à un accès: monoporte



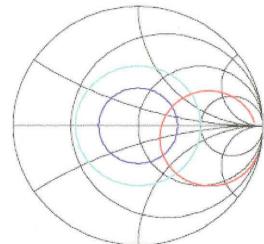
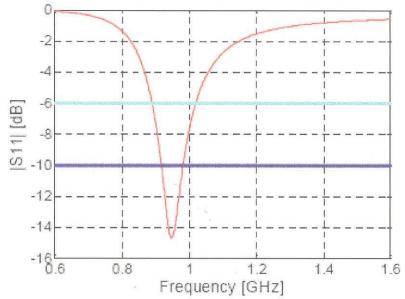
7 A. Skrjervik, MAG

Caractéristiques fréquentielles

 $\rho, \Gamma, s11$

8 A. Skrjervik, MAG

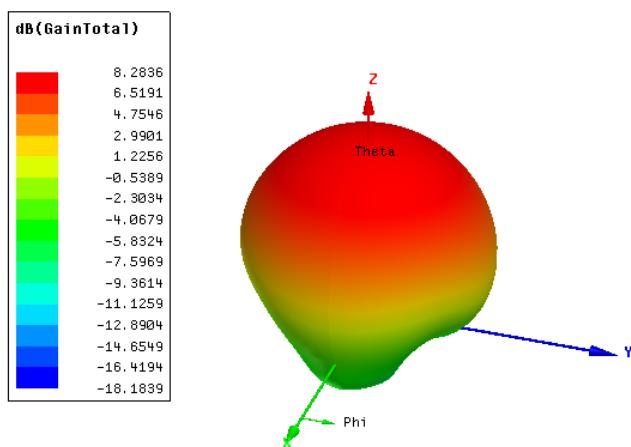
Bandé passante : exemple



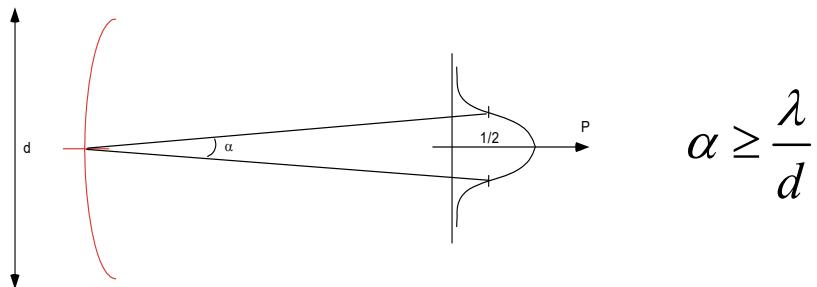
2 critères sont généralement utilisés pour les antennes:

- $|S_{11}| < -10 \text{ dB}$ or VSWR < 1.92 (approximé par 2)
- $|S_{11}| < -6 \text{ dB}$ or VSWR < 3

Spatiales: Diagramme de rayonnement



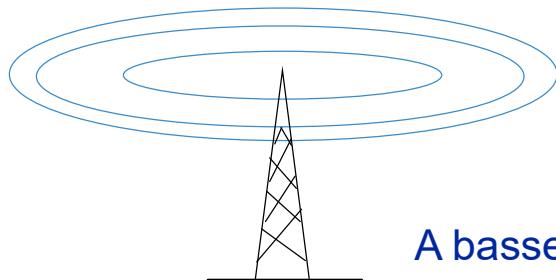
Directivité d'une antenne



$$\alpha \geq \frac{\lambda}{d}$$

11 A. Skrjervik, MAG

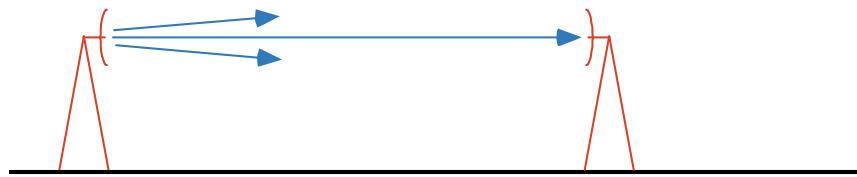
Directivité d'une antenne



A basse fréquence les
antennes sont omnidirectionnelles

12 A. Skrjervik, MAG

Directivité d'une antenne



A haute fréquence, les antennes sont directionnelles

13 A. Skrjervik, MAG

Antenne parabolique d'Arecibo

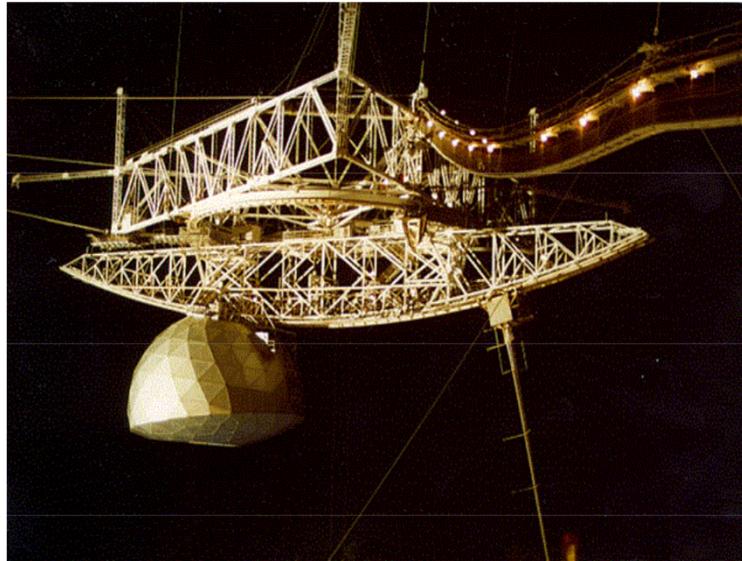


NAIC Arecibo Observatory, a facility of the National Science Foundation

diamètre: 305 m !

14 A. Skrjervik, MAG

excitation



NAIC Arecibo Observatory, a facility of the National Science Foundation

15 A. Skrjervik, MAG

EPFL Angle d'ouverture de l'antenne d'Arecibo

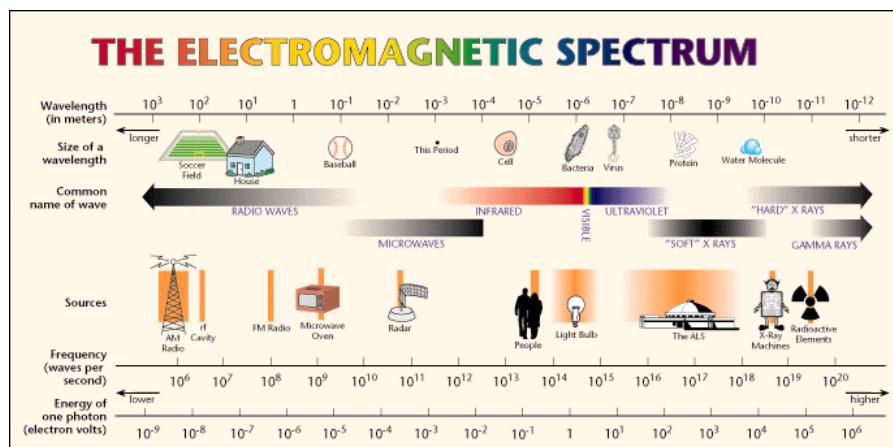
- 50 MHz, $\lambda=6\text{m}$ and $\alpha=1.12^\circ$
- 10GH, $\lambda=3\text{cm}$ and $\alpha=0.0056^\circ$

16 A. Skrjervik, MAG

Les caractéristique d'une antenne dépendent de

- La forme de l'antenne
- Sa dimension
- Ses matières
- La fréquence

17 A. Skirervik, MAG

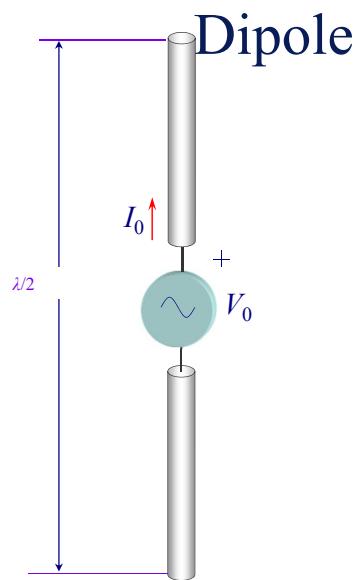


<https://astro.unl.edu/naap/hydrogen/light.html>

18 A. Skirervik, MAG

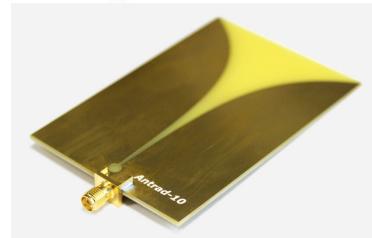
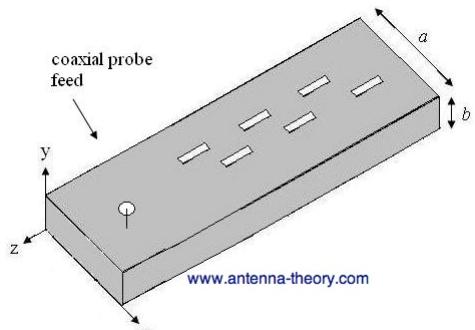
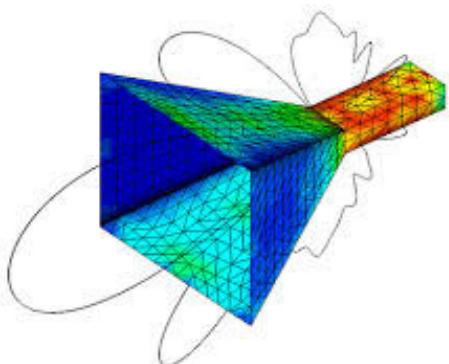
- Dipole
- Boucles
- Antennes à ouverture
- Antennes à réflecteurs
- Antennes Patch

19 A. Skrjervik, MAG



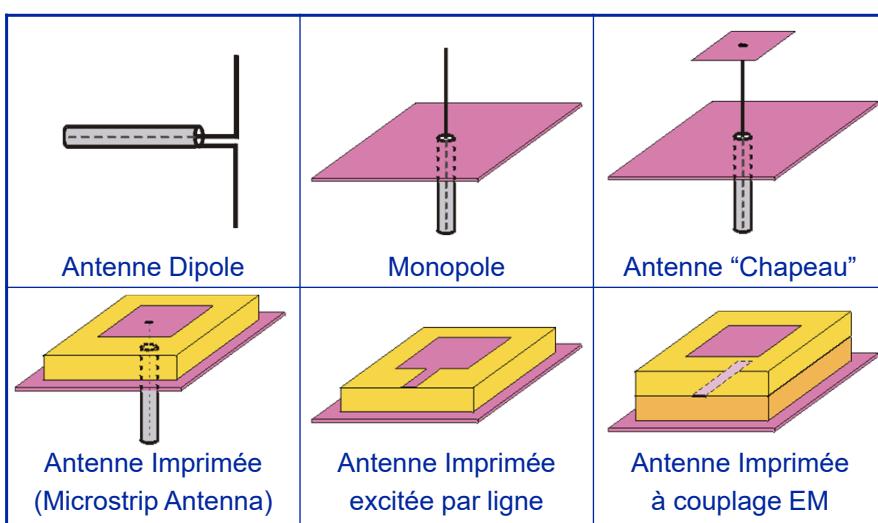
20 A. Skrjervik, MAG

Antennes à ouverture



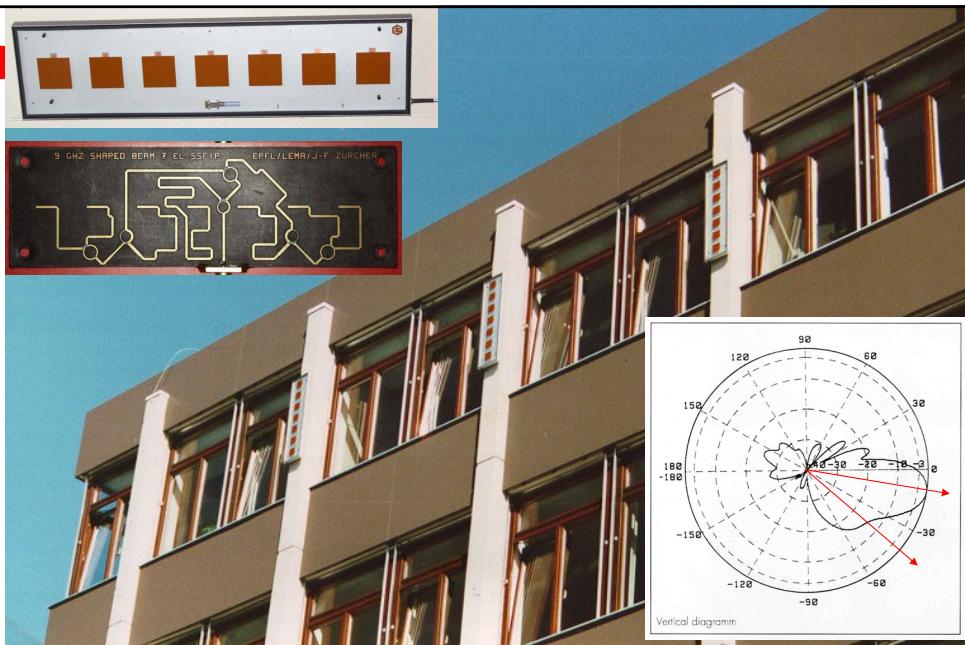
21 A. Skirervik, MAG

Antennes patch



22 A. Skirervik, MAG

EPFL



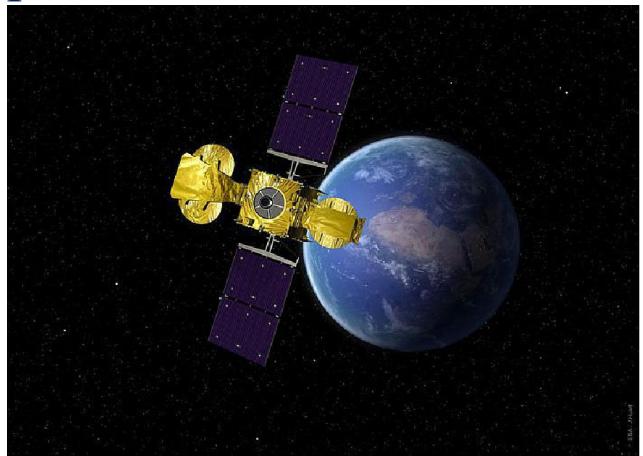
23 A. Skrjervik, MAG

EPFL

Antennes pour satellites



<https://pixabay.com/de/photos/mondspaziergang-astronaut-60616/>



ESA, December 1, 2010, URL:
http://www.esa.int/Our_Activities/Telecommunications_Integrated_Applications-Hylas/Overview

24 A. Skrjervik, MAG

Equation d'onde pour les potentiels

Définition des potentiels vecteur et scalaire

$$\mu \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad ; \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{A}(\mathbf{r}) - \nabla V$$

Ils sont liés par la jauge de Lorenz (attention, d'autres jauge sont possibles)

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) + j\omega \mu \epsilon V = 0$$

Donc

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{A}(\mathbf{r}) + \frac{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}))}{j\omega \epsilon \mu}$$

Equation d'onde pour les potentiels

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega \epsilon \mathbf{E}$$

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} + j\omega \epsilon \mathbf{E}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} + j\omega \epsilon \mu \mathbf{E}$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} + j\omega \epsilon \mu \left(-j\omega \mathbf{A} + \frac{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})}{j\omega \epsilon \mu} \right)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \omega^2 \epsilon \mu \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$$

$$(\nabla^2 + k^2) \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}$$

De manière similaire, on obtient $(\nabla^2 + k^2) V = -\frac{\rho}{\epsilon}$

Equation d'onde pour les potentiels

Le potentiel vecteur est lié au courant, le potentiel scalaire aux charges

La vitesse de propagation est

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

Dans le vide

$$c = c_0 = 299800 \text{ km/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

La longueur d'onde vaut

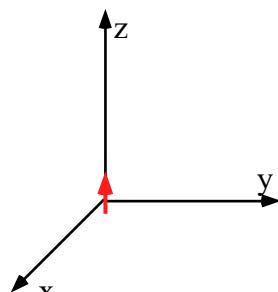
$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{c}{f}$$

Solution des équations de Helmholtz pour des sources élémentaires

Considérons une source élémentaire orientée selon z

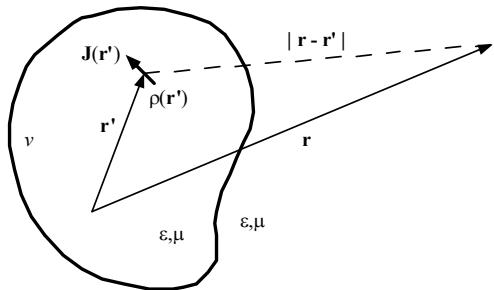
Le potentiel vecteur est obtenu en résolvant $(\nabla^2 + k^2)A = -\mu\delta(r)e_z$

On obtient $A(r) = e_z \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r}$



De même, pour une charge élémentaire située à l'origine on obtient $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{e^{-jkr}}{r}$

EPFL Solutions pour des sources quelconques



considérons un volume V contenant une distribution de courant $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ et une distribution de charge $\rho(\mathbf{r})$. On calcule le potentiel dû à ces sources. On effectue donc une intégration des équations de Helmholtz en coordonnées sphériques

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V dV \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\epsilon} \int_V dV' \rho(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$

29 A. Skirervik, MAG

EPFL

Constats

- Les potentiels sont donnés par une superposition d'ondes sphériques
- Leur constante de propagation et leur longueur d'onde sont données par

$$k = \omega\sqrt{\epsilon\mu} ; \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

- Les résultats sont valables quelle que soit la distance \mathbf{r}
- Les champs sont obtenus en utilisant

$$\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad ; \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mathbf{A}(\mathbf{r}) - \nabla V$$

30 A. Skirervik, MAG

Cas particulier: les antennes

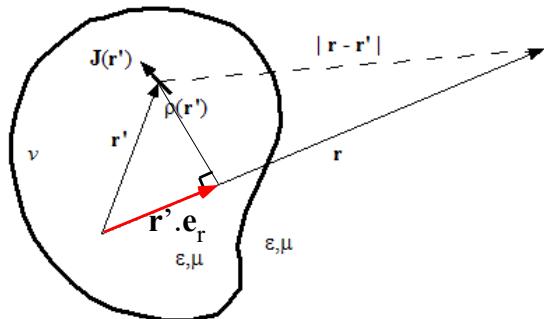
dans le cas du rayonnement des antennes, on s'intéresse au cas où l'observateur est loin de l'antenne, donc les cas où \mathbf{r} est beaucoup plus grand que les dimensions de l'antenne, on peut remplacer $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ par un développement limité. Pour l'amplitude, il suffit de prendre $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \approx r$

pour la phase, il faut être plus précis :

$$|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \approx r - \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{r}'$$

$$= r - x' \sin \theta \cos \varphi - y' \sin \theta \sin \varphi - z' \cos \theta$$

31 A. Skirervik, MAG



Cas particulier: les antennes

on obtient finalement :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \frac{\mu}{4\pi} \int_V dV' \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V dV' \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkr} e^{jke_r \cdot \mathbf{r}'}}{r} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{f}(\theta, \varphi) \\ \mathbf{f}(\theta, \varphi) &= \int_V dV' \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{jke_r \cdot \mathbf{r}'} \end{aligned}$$

où la fonction \mathbf{f} est appelée intégrale vectorielle, et joue un rôle important dans la théorie des antennes.

32 A. Skirervik, MAG

Champs rayonnés

on obtient, en considérant les approximation en phase et en amplitude pour $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$:

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \frac{j\omega}{Z_c} \mathbf{A} \times \mathbf{e}_r \\ \mathbf{E} &= j\omega \left[\mathbf{A} - \mathbf{e}_r (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{A}) \right] \\ \mathbf{E} &= j\omega \mathbf{e}_r \times (\mathbf{e}_r \times \mathbf{A})\end{aligned}$$

de plus, on montre facilement que

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \frac{1}{Z_c} \mathbf{e}_r \times \mathbf{E} \\ \mathbf{E} &= Z_c \mathbf{e}_r \times \mathbf{H}\end{aligned}$$

33 A. Skrivervik, MAG

Champs rayonnés

En coordonnées sphériques, on obtient

$$E_\theta = -j\omega A_\theta ; E_\phi = -j\omega A_\phi ; E_r = 0$$

$$H_\theta = \frac{E_\phi}{Z_c} ; H_\phi = \frac{E_\theta}{Z_c} ; H_r = 0$$

ce qui donne en termes de l'intégrale vectorielle \mathbf{f}

$$E_\theta(r, \theta, \phi) = -\frac{jZ_c}{2\lambda} \frac{e^{jkr}}{r} \mathbf{e}_\theta \cdot \mathbf{f}(\theta, \phi)$$

$$E_\phi(r, \theta, \phi) = -\frac{jZ_c}{2\lambda} \frac{e^{jkr}}{r} \mathbf{e}_\phi \cdot \mathbf{f}(\theta, \phi)$$

le vecteur de Poynting est donné par

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \frac{1}{Z_c} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{e}_r$$

34 A. Skrivervik, MAG

Densité de puissance rayonnée

Du vecteur de Poynting, purement radial, on obtient la densité de puissance rayonnée vers l'extérieur:

$$p(r, \theta, \varphi) = \mathbf{S} \cdot \mathbf{e}_r = \frac{1}{Z_c} |\mathbf{E}|^2 = \frac{1}{Z_c} (|E_\theta|^2 + |E_\varphi|^2)$$

Que l'on peut exprimer en termes de l'intégrale vectorielle

$$p(r, \theta, \varphi) = \frac{Z_c}{4\lambda^2} \frac{1}{r^2} (|f_\theta|^2 + |f_\varphi|^2) \quad [W/m^2]$$

On définit l'intensité de rayonnement, indépendante de r

$$U(\theta, \varphi) = r^2 p(r, \theta, \varphi) = \frac{Z_c}{4\lambda^2} (|f_\theta|^2 + |f_\varphi|^2) \quad [W/stéradian]$$

Cette intensité correspond à la puissance par unité d'angle solide

Résumé

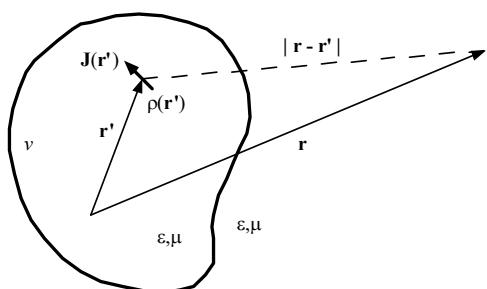
Champ lointain

$$E_\theta(r, \theta, \varphi) = -\frac{jZ_c}{2\lambda} \frac{e^{jkr}}{r} \mathbf{e}_\theta \cdot \mathbf{f}(\theta, \varphi); \quad E_\varphi(r, \theta, \varphi) = -\frac{jZ_c}{2\lambda} \frac{e^{jkr}}{r} \mathbf{e}_\varphi \cdot \mathbf{f}(\theta, \varphi)$$

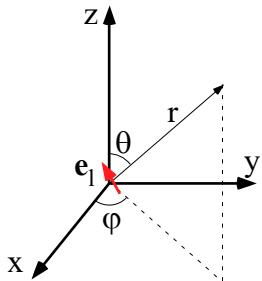
$$H_\theta = -E_\varphi/Zc; \quad H_\varphi = E_\theta/Zc; \quad E_r = H_r = 0$$

Avec

$$\mathbf{f}(\theta, \varphi) = \int_v dv' \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{jke_r r'}$$



exemple: le dipôle de Herz



dipôle de Herz ou doublet:
antenne élémentaire. Petit
filament de longueur Δl
parcouru par un courant I

$$I(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t)$$

A la limite $\Delta l = dl$

En pratique, l est beaucoup plus petit que la longueur d onde et I ne varie pas sur la longueur du filament

exemple: dipôle de Herz

Considérons un dipôle de Herz orienté selon une direction quelconque e_l , et placé à l'origine. La densité de courant correspondante est

$$\mathbf{J} = \frac{e_l I}{\Delta s}$$

et l'élément de volume $dv' = \Delta s dl'$

L'intégrale vectorielle devient

$$\mathbf{f}(\theta, \varphi) = e_l \int_0^{\Delta l} dl' I = I \Delta l e_l$$

Et le potentiel vecteur

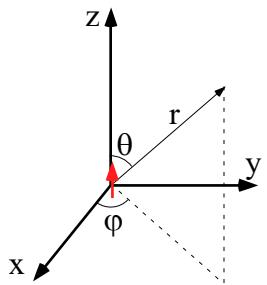
$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu I \Delta l}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} e_l$$

Les champs électriques et magnétiques deviennent

$$\mathbf{E}(r, \theta, \varphi) = \frac{jZ_c}{2\lambda} I \Delta l \frac{e^{-jkr}}{r} \mathbf{e}_r \times (\mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_l)$$

$$\mathbf{H}(r, \theta, \varphi) = \frac{j}{2\lambda} I \Delta l \frac{e^{-jkr}}{r} (\mathbf{e}_l \times \mathbf{e}_r)$$

EPFLExemple: le dipôle de Herz orienté selon \mathbf{e}_z



$$E_\theta(r, \theta, \varphi) = \frac{jZ_c}{2\lambda} I \Delta l \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

$$E_\varphi(r, \theta, \varphi) = 0$$

$$H_\theta(r, \theta, \varphi) = 0$$

$$H_\varphi(r, \theta, \varphi) = \frac{j}{2\lambda} I \Delta l \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

$$U(\theta, \varphi) = \frac{Z_c}{4\lambda^2} (I \Delta l)^2 \sin^2 \theta$$

$$p(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{r^2} \frac{Z_c}{4\lambda^2} (I \Delta l)^2 \sin^2 \theta$$

39 A. Skrjervik, MAG

EPFL

Diagamme de
rayonnement

40 A. Skrjervik, MAG

Diagramme de champ

Représentation graphique de $f_\theta(E_\theta \text{ et } H_\phi)$ et de $f_\phi(E_\phi \text{ et } H_\theta)$

il y a un diagramme pour la phase, un pour l'amplitude

Représentation normalisée de l'amplitude

$$D_{E\theta}(\theta, \varphi) = |E_\theta(\theta, \varphi)| / |E_{\theta\max}, \varphi_{\max}| = |f_\theta(\theta, \varphi)| / |f_{\theta\max}, \varphi_{\max}|$$

$$D_{E\phi}(\theta, \varphi) = |E_\phi(\theta, \varphi)| / |E_{\phi\max}, \varphi_{\max}| = |f_\phi(\theta, \varphi)| / |f_{\phi\max}, \varphi_{\max}|$$

En dB : $D_{E\phi,\theta}$ (dB) = $20 \log_{10} |D_{E\phi,\theta}|$

Attention: $\theta_{\max}, \varphi_{\max}$ peuvent être différents !

41 A. Skrjervik, MAG

Choix de normalisation

- Chaque composante par rapport à son maximum
- Les deux composantes par rapport au maximum maximorum

$$\max(|E\theta|_{\max}, |E\phi|_{\max})$$

- Les deux composantes par rapport à la valeur max. du module

$$(\sqrt{E \cdot E^*})_{\max} = \max [\sqrt{E_\theta \cdot E_\theta^* + E_\phi \cdot E_\phi^*}]$$

42 A. Skrjervik, MAG

Diagramme de puissance

Représentation graphique de $p(r, \theta, \varphi)$ ou de $U(\theta, \varphi) = r^2 p$

Il s'agit en champ lointain d'un scalaire réel

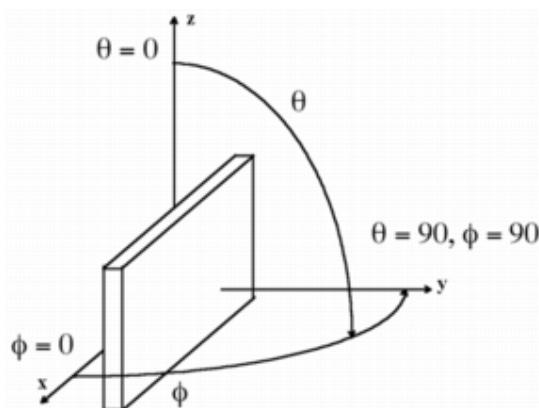
$$D_P(\theta, \varphi) = p(r, \theta, \varphi) / p(r, \theta_{\max}, \varphi_{\max}) = U(\theta, \varphi) / U(\theta_{\max}, \varphi_{\max})$$

$$D_P(\text{dB}) = 10 \log_{10} |D_P|$$

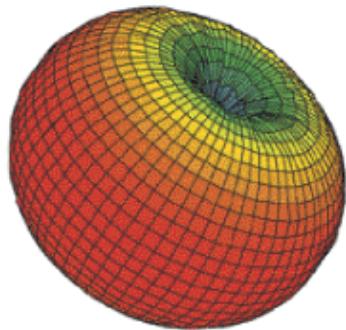
Note : p est proportionnel à $(|E_\theta|^2 + |E_\varphi|^2)$. Donc si f_θ ou $f_\varphi = 0$

$$D_p(\text{dB}) = D_{\theta, \varphi}(\text{dB})$$

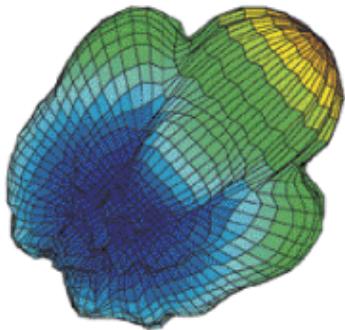
Système de coordonnées



3-D Polaire



(a)



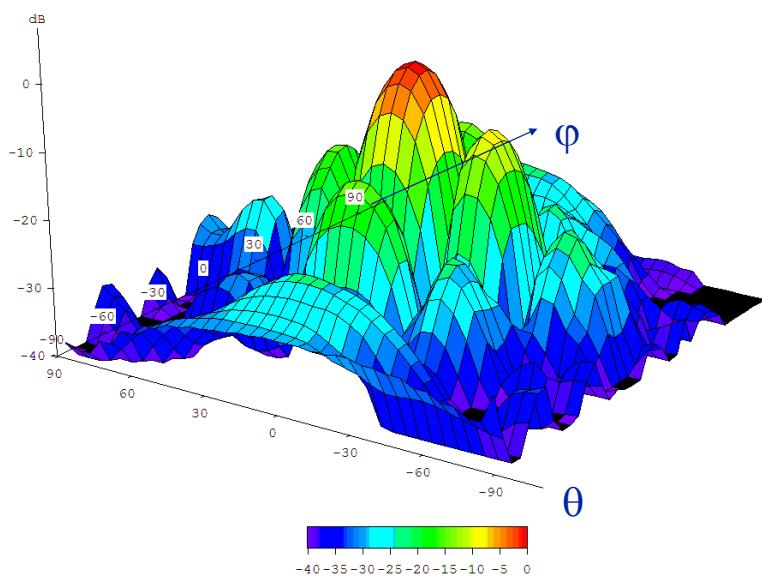
(b)

dipôle

cornet

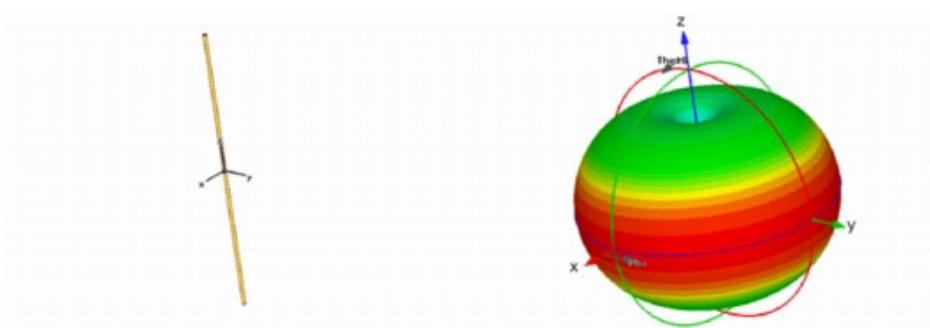
45 A. Skrjervik, MAG

3-D carthésien



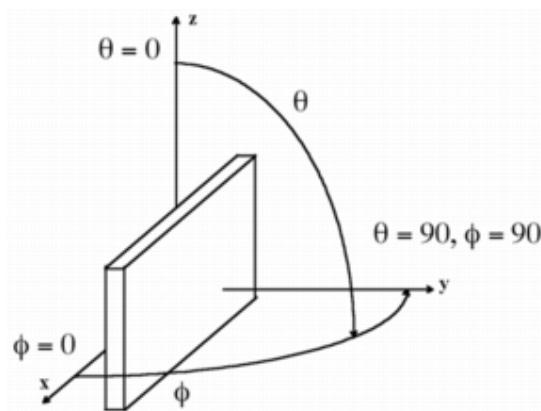
46 A. Skrjervik, MAG

Dipole : diagramme 3D polaire



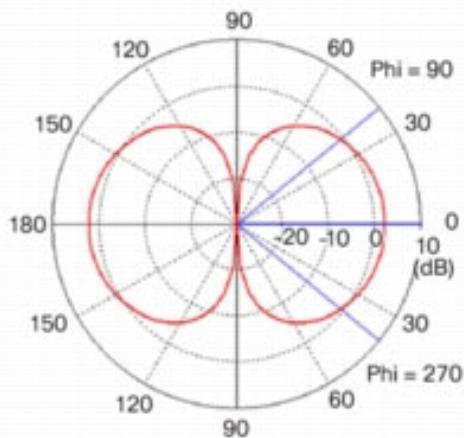
47 A. Skrjervik, MAG

Système de coordonnées



48 A. Skrjervik, MAG

Coupes selon φ (méridiens)

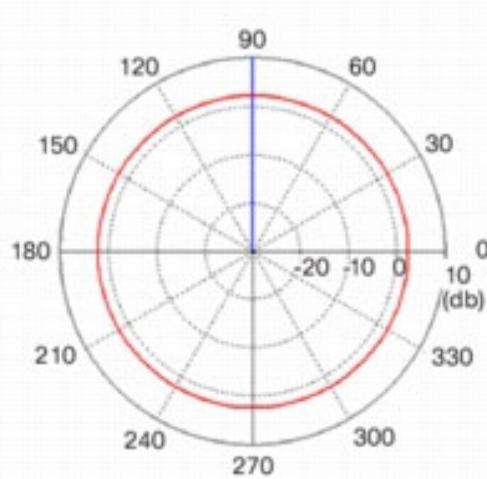


plan xz
 $\varphi=0^\circ$
 $\theta : [-180^\circ; 180^\circ]$

plan yz
 $\varphi=90^\circ$
 $\theta : [-180^\circ; 180^\circ]$

49 A. Skrjervik, MAG

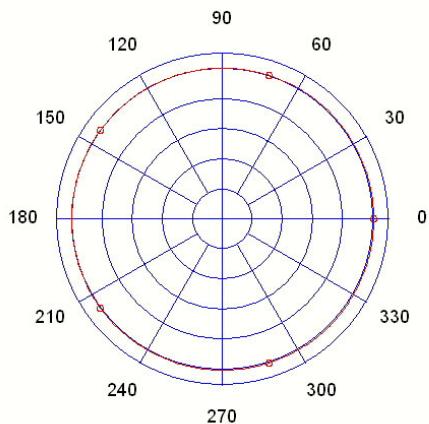
coupes selon θ (équateur)



plan xy
 $\theta=90^\circ$
 $\varphi : [-180^\circ; 180^\circ]$

50 A. Skrjervik, MAG

Exemple : Antenne isotrope (n'existe pas !!)



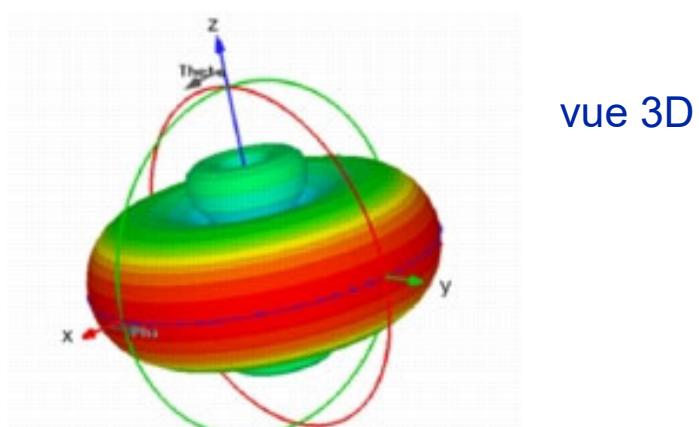
plan xz
 $\varphi=0^\circ$
 $\theta : [-180^\circ; 180^\circ]$

plan yz
 $\varphi=90^\circ$
 $\theta : [-180^\circ; 180^\circ]$

plan xy
 $\theta=90^\circ$
 $\varphi : [-180^\circ; 180^\circ]$

51 A. Skrjervik, MAG

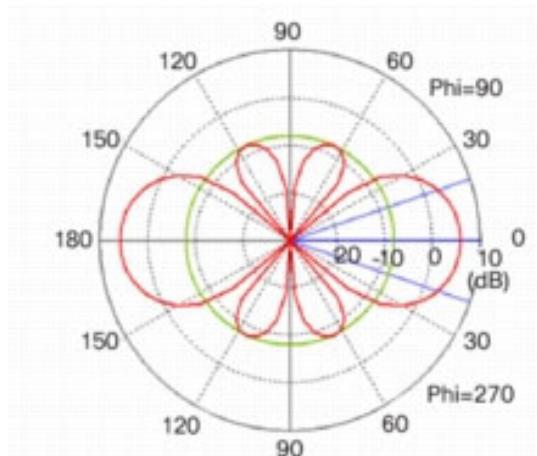
Exemple : antenne omnidirectionnelle



vue 3D

52 A. Skrjervik, MAG

Exemple : antenne omnidirectionnelle



méridiens

plan xz

$$\varphi=0^\circ$$

$$\theta : [-180^\circ; 180^\circ]$$

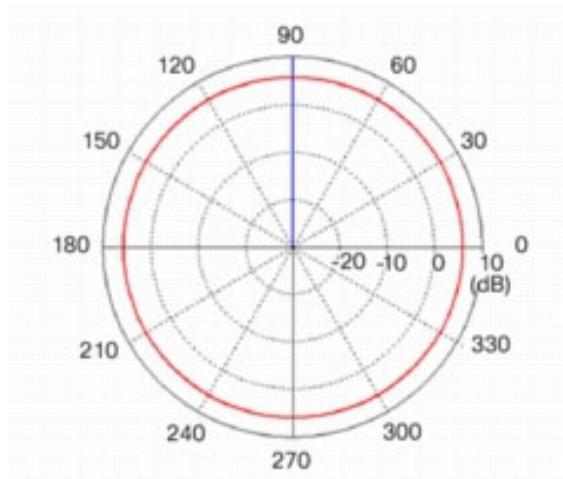
plan yz

$$\varphi=90^\circ$$

$$\theta : [-180^\circ; 180^\circ]$$

53 A. Skrjervik, MAG

Exemple : antenne omnidirectionnelle



équateur

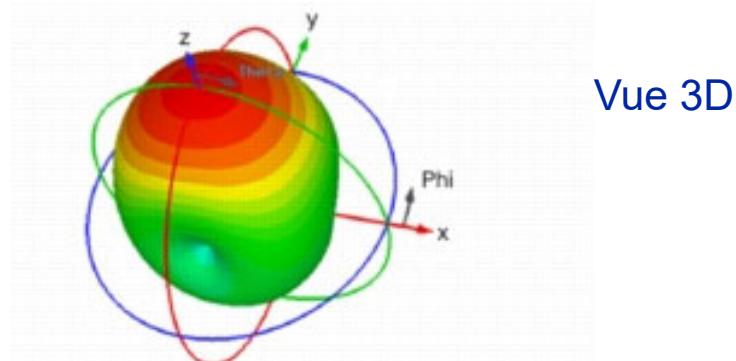
plan xy

$$\theta=90^\circ$$

$$\varphi : [-180^\circ; 180^\circ]$$

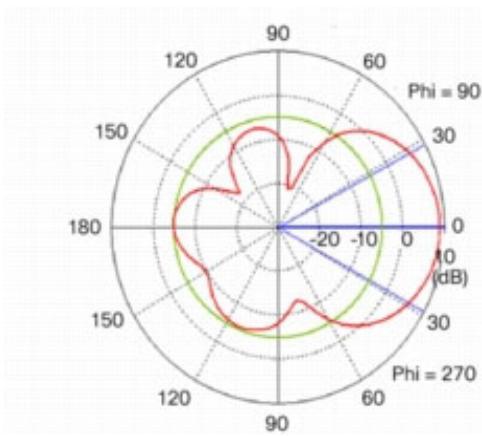
54 A. Skrjervik, MAG

Exemple : antenne directive (patch microruban)



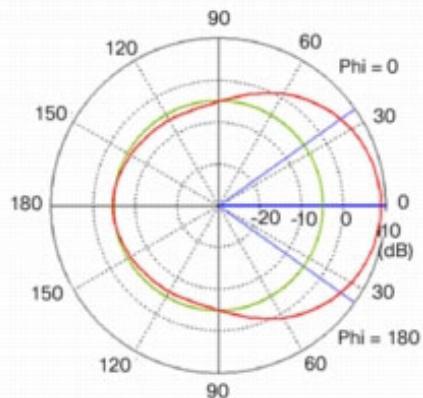
55 A. Skrjervik, MAG

Exemple : antenne directive (patch microruban)



56 A. Skrjervik, MAG

Exemple : antenne directive (patch microruban)



Exemple de méridien
 $\varphi=0^\circ$

57 A. Skrjervik, MAG

Exemple d'antenne directive : réseau 4x4 éléments



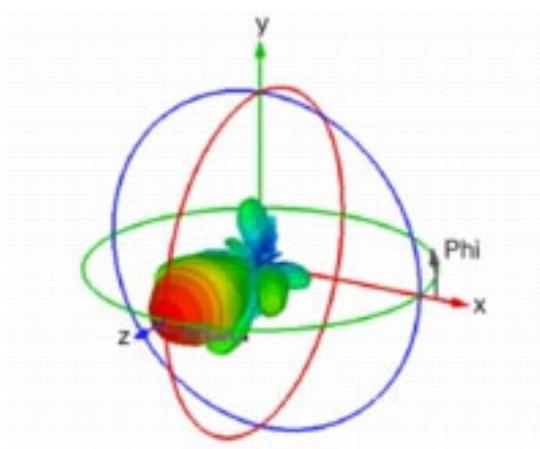
58 A. Skrjervik, MAG

Exemple d'antenne directive : réseau 4x4 éléments



59 A. Skrjervik, MAG

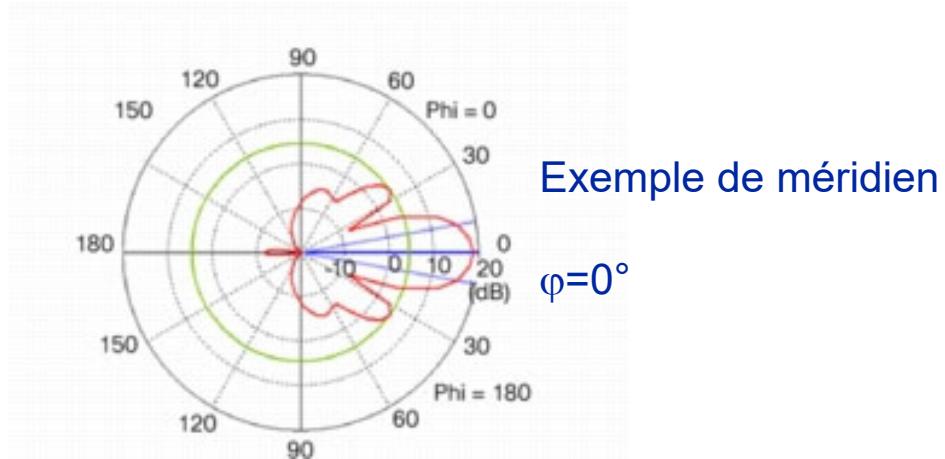
Exemple d'antenne directive : réseau 4x4 éléments



vue 3D

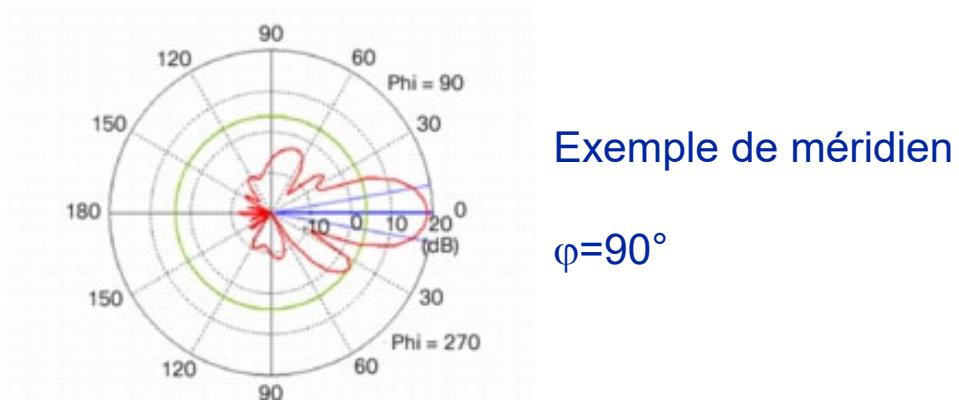
60 A. Skrjervik, MAG

Exemple d'antenne directive : réseau 4x4 éléments



61 A. Skrjervik, MAG

Exemple d'antenne directive : réseau 4x4 éléments



62 A. Skrjervik, MAG

Définitions

θ_{BW} : largeur du faisceau (Beamwidth)

θ_{HPBW} : Largeur du faisceau à puissance moitié
(Half Power Beam width)

SLL: niveau des lobes latéraux (Side Lobe Level)

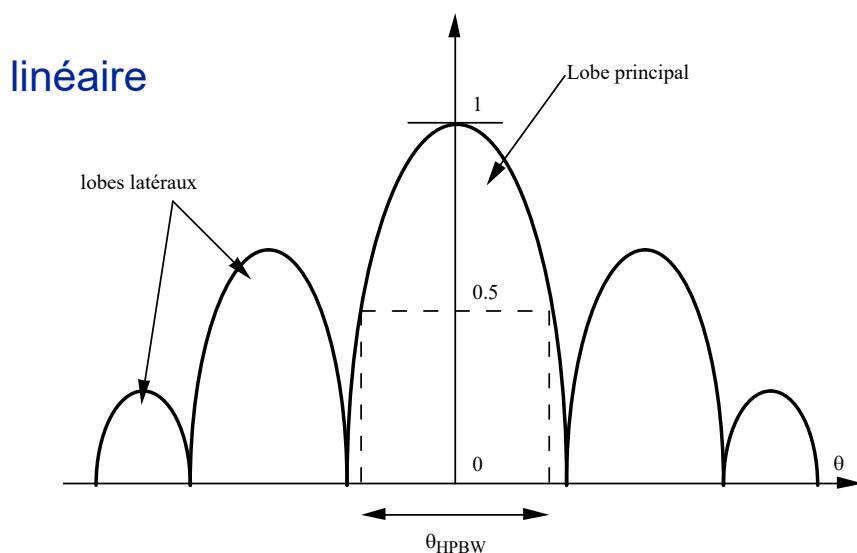
$SLL = 10 \log [P_{max} (\text{lobe principal}) / P_{max} (\text{lobes latéraux})]$

En général, $P_{max} (\text{lobe principal}) = 1$.

Donc: $SLL = - 10 \log [P_{max} (\text{lobes latéraux})]$

63 A. Skrjervik, MAG

Diagramme de rayonnement



64 A. Skrjervik, MAG

Diagramme de rayonnement

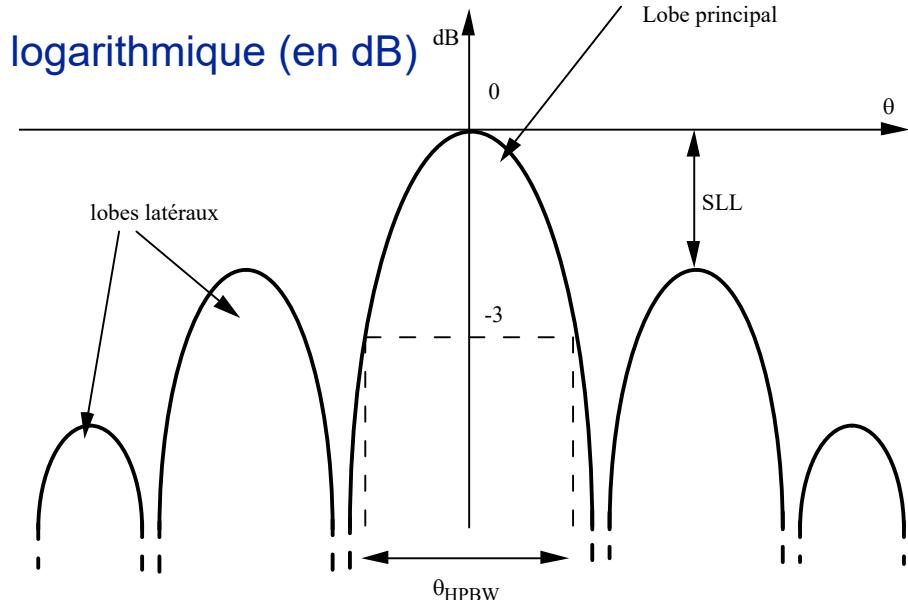
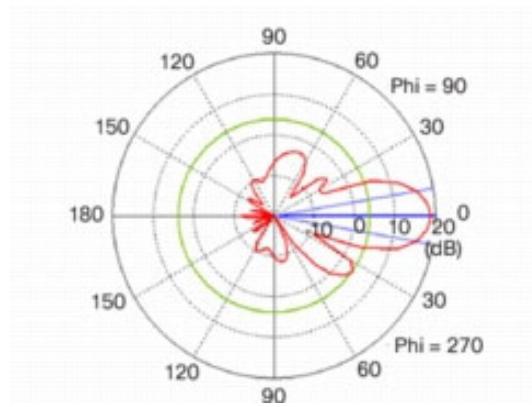
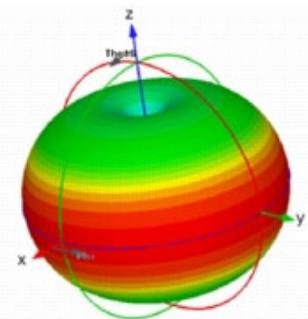


Diagramme de rayonnement (polaire)



Puissance rayonnée et directivité



Puissance rayonnée: intégration de $p(r,\theta,\varphi)$ sur une surface sphérique de rayon r : $ds = r^2 \sin \theta$

$$P_{\text{rad}} = \int_s ds p(r,\theta,\varphi) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta r^2 p(r,\theta,\varphi) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta U(r,\theta,\varphi)$$

$$\langle p \rangle = p_{\text{iso}} = \frac{P_{\text{rad}}}{4\pi r^2}$$

67 A. Skrjervik, MAG

Directivité

$$D(\theta,\varphi) = p(r,\theta,\varphi) / p_{\text{iso}} = 4\pi r^2 p(r,\theta,\varphi) / P_{\text{rad}} = \frac{4\pi r^2 p(r,\theta,\varphi)}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta r^2 \sin \theta p(r,\theta,\varphi)}$$

$$D(\theta,\varphi)_{dB} = 10 \log_{10} D(\theta,\varphi)$$

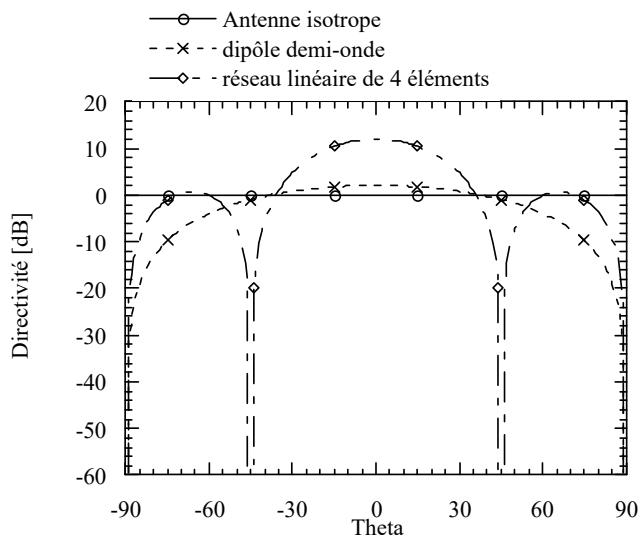
$$D_{\max} = \max[D(\theta,\varphi)] = D(\theta_{\max}, \varphi_{\max}) \geq 1$$

$$D_{\max dB} = 10 \log_{10} D_{\max} \geq 0 dB$$

$$\langle D(\theta,\varphi) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin \theta D(\theta,\varphi) = 1$$

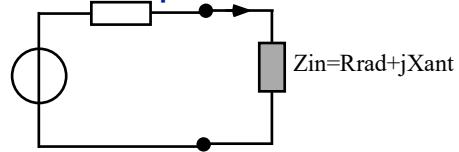
68 A. Skrjervik, MAG

Directivité



Resistance de rayonnement

Si on considère une antenne à l'émission, on peut définir le circuit équivalent suivant



Puissance fournie à l'antenne:

$$P_f = I^2 \operatorname{Re}[Z_{in}]$$

Donc $R_{rad} = \operatorname{Re}[Z_{in}] = P_{rad} / I^2$

- une antenne est un élément passif, linéaire, dissipatif
- Impédance Z_{in}
- Puissance fournie à l'antenne: $P_f = I^2 \operatorname{Re}(Z_{in})$.
- En l'absence de pertes, $P_f = P_{rad}$
- On définit donc la résistance de rayonnement comme $R_{rad} = \operatorname{Re}(Z_{in}) = P_{rad} / I^2$
- Xant beaucoup plus difficile à obtenir (en général par simulation numérique)

Rappel

$$E_\theta(r, \theta, \varphi) = \frac{jZ_c}{2\lambda} I \Delta l \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

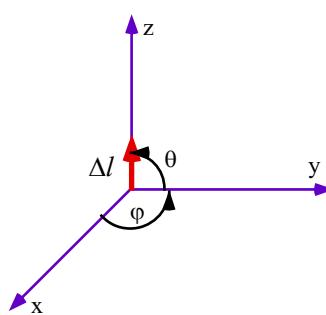
$$E_\varphi(r, \theta, \varphi) = 0$$

$$H_\theta(r, \theta, \varphi) = 0$$

$$H_\varphi(r, \theta, \varphi) = \frac{j}{2\lambda} I \Delta l \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

$$U(\theta, \varphi) = \frac{Z_c}{4\lambda^2} (I \Delta l)^2 \sin^2 \theta$$

$$P(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{r^2} \frac{Z_c}{4\lambda^2} (I \Delta l)^2 \sin^2 \theta$$



Exemple : dipole de Hertz

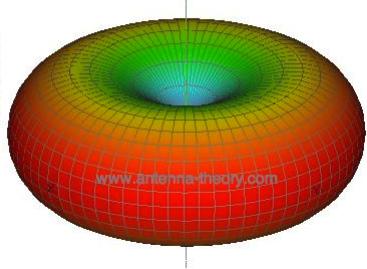
Diagramme de puissance indépendant de φ

$$D_p(\theta) = \sin^2 \theta$$

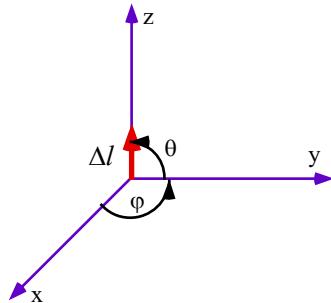
$$D_p(\theta)_{dB} = 10 \log_{10} \sin^2 \theta = 20 \log_{10} \sin \theta$$

Gain_Tot[dB]

0.0
-2.0
-4.0
-6.0
-8.0
-10.0
-12.0
-14.0
-16.0
-18.0
-20.0

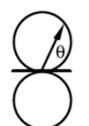


73 A. Skrjervik, MAG

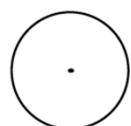


Exemple : dipole de Hertz

Elementary Dipole Radiation Pattern



Broadside View



End View

$$(\theta_{\max}) = 90^\circ$$

$$D_p(\theta_{\max}) = 1$$

$$\sin^2 \theta = 0 \text{ pour } \theta=0, 180^\circ$$

$$\theta_{BW} = 180^\circ$$

$$\sin^2 \theta = 0.5 \text{ pour } \theta=45^\circ, 135^\circ$$

$$\theta_{HPBW} = 90^\circ$$

74 A. Skrjervik, MAG

Exemple: dipole de Hertz

$$P_{rad} = 2\pi \int_0^{\pi} d\theta r^2 \sin \theta p(r, \theta, \varphi) = \frac{2\pi}{3} Z_c I^2 (\Delta l / \lambda)^2$$

$$D(\theta, \varphi) = \frac{3}{2} \sin^2 \theta \quad D_{max} = 1.5 = 1.76 \text{ dB}$$

$$R_{rad} = \frac{2\pi}{3} Z_c (\Delta l / \lambda)^2 \approx 800 (\Delta l / \lambda)^2 [\Omega]$$

Pour une longueur donnée, la résistance de rayonnement est proportionnelle au carré de la fréquence. Par exemple, un fil de cuivre de 1 mètre de longueur a une résistance de rayonnement de 0.0088 Ω à 1 MHz, 0.88 Ω à 10 MHz, et 88 Ω à 100 MHz

75 A. Skrjervik, MAG

Effet des pertes

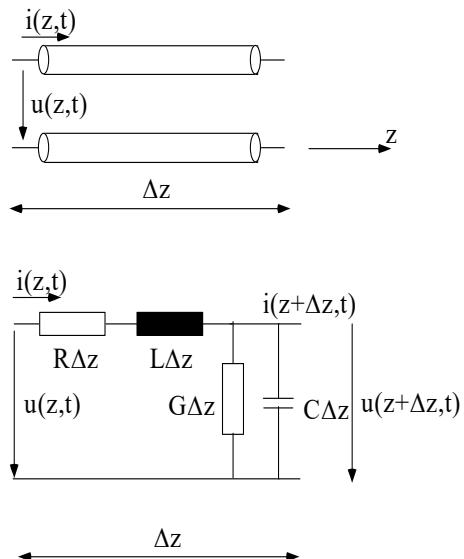


76 A. Skrjervik, MAG

Effet des pertes

- diélectrique
- ohmiques

Pour une antenne pouvant être représentée par une ligne de transmission:
résistance en série et conductance en parallèle



77 A. Skrjervik, MAG

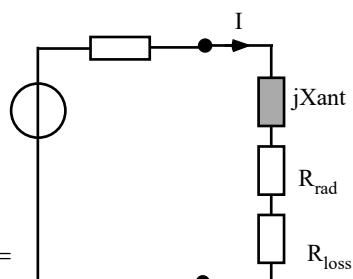
Antennes réelle: le rendement

$$Z_{in} = R_{loss} + R_{rad} + jX_{ant}$$

$$\text{Puissance rayonnée } P_{rad} = I^2 R_{rad}$$

$$\begin{aligned} \text{Puissance fournie } P_{av-e} &= I^2 \operatorname{Re}[Z_{in}] = \\ &I^2 (R_{rad} + R_{loss}) \end{aligned}$$

$$\text{Rendement de l'antenne } \eta = \frac{P_{rad}}{P_{av-e}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{loss}} \leq 1$$



78 A. Skrjervik, MAG

Le gain d'une antenne

le gain est défini comme

$$G(\theta, \varphi) = \frac{4\pi U(\theta, \varphi)}{P_{av-e}}$$

$$D(\theta, \varphi) = \frac{4\pi U(\theta, \varphi)}{P_{rad}}$$

Donc $\frac{G(\theta, \varphi)}{D(\theta, \varphi)} = \eta \leq 1$

Rendements typiques d'antennes

- proche de 100% pour une parabole, un dipôle demi-onde, une antenne cornet
- 10-60% pour une antenne de smartphone
- environ 1% pour une antenne radio sur une voiture

Exemple: le dipôle de Hertz

Puissance rayonnée

$$P_{rad} = 2\pi \int_0^{\pi} d\theta r^2 \sin \theta p(r, \theta, \varphi) = \frac{2\pi}{3} Z_c I^2 (\Delta l / \lambda)^2$$

Résistance de rayonnement

$$R_{rad} = \frac{2\pi}{3} Z_c (\Delta l / \lambda)^2 \approx 800 (\Delta l / \lambda)^2 [\Omega]$$

Pertes ohmiques dans le fil métallique de longueur Δl
et de rayon a (dues à l'effet pelliculaire)

$$R_{loss} = \frac{\Delta l}{2\pi a} \sqrt{\frac{\pi \mu f}{\sigma}}$$

Rendement $\eta = \frac{P_{rad}}{P_{av-e}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{loss}} \leq 1$

81 A. Skrjervik, MAG

Exemple: le dipôle de Herz

Application numérique:
 $\Delta l=1\text{m}$, $\sigma= 5.7 \cdot 10^7$ (cuivre)

f	R_{rad} [Ω]	R_{loss} [Ω]	η
1 MHz	0.0088	0.1	8 %
10 MHz	0.88	0.3	73 %
100 MHz	88.	1.	98.9 %

82 A. Skrjervik, MAG

Désadaptation

$$P_{av-e} = I^2 \operatorname{Re}[Z_{in}]$$

$P_{rad} = P_{av-e}$ cas sans pertes $P_{rad} = \eta P_{av-e}$ cas avec pertes

$$R_{rad} = \frac{P_{rad}}{I^2}$$

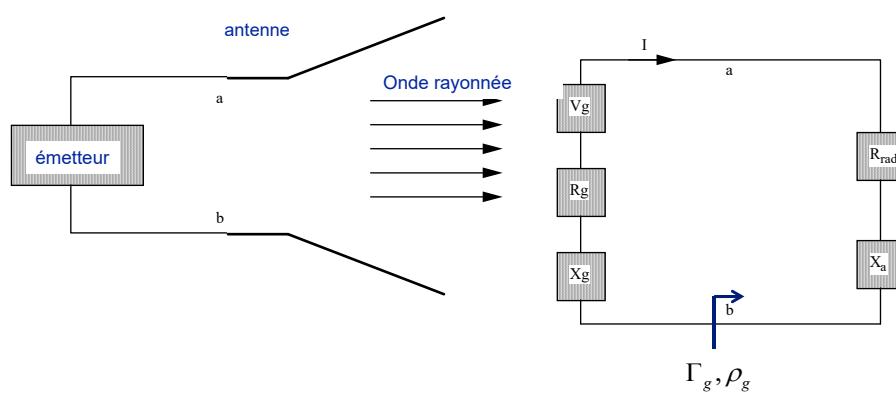
Le transfert de puissance à l'antenne est maximum, et donc la puissance rayonnée maximale quand l'antenne est adaptée au générateur: $Z_{in} = Z_g^*$

En général, un générateur a une impédance purement réelle R_g . Dans ce cas, la puissance maximale vaut

$$P_{av-e} = V_g I_g^* = \frac{|V_g|^2}{2R_g} = \frac{1}{2} \hat{V}_g \hat{I}_g^* = \frac{|\hat{V}_g|^2}{4R_g}$$

83 A. Skrjervik, MAG

Désadaptation

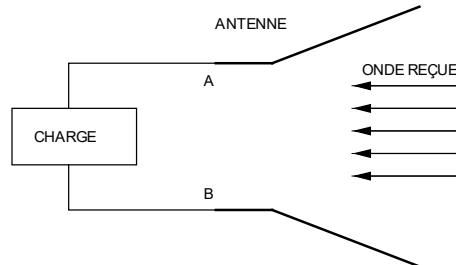


La puissance fournie à l'antenne n'est pas toujours toute la puissance disponible au générateur P_{av-e}

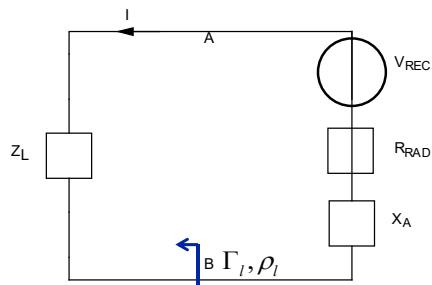
$$\rho_g = \frac{Z_{in} - Z_g}{Z_{in} + Z_g}$$

84 A. Skrjervik, MAG

Désadaptation



$$\rho_l = \frac{Z_l - Z_{in}}{Z_l + Z_{in}}$$



La puissance fournie à la charge n'est pas toujours égale à la puissance captée par l'antenne $P_{load} = \eta P_{av-r}$

85 A. Skrjervik, MAG

Désadaptation

S'il y a désadaptation entre l'antenne et le générateur ou la charge (réception), la puissance fournie est donnée par

$$P_f = P_{av-e} \left(1 - \rho_g^2\right) \quad \rho_g = \frac{Z_{in} - Z_g}{Z_{in} + Z_g}$$

et la puissance fournie par l'antenne à la charge

$$P_{load} = P_{av-r} \left(1 - \rho_l^2\right) \quad \rho_l = \frac{Z_l - Z_{in}}{Z_l + Z_{in}}$$

où ρ_g est le coefficient de réflexion entre le générateur et l'antenne et ρ_l le coefficient de réflexion entre l'antenne et la charge

86 A. Skrjervik, MAG

Formule de Friis

Cas idéal: $P_{r_{load}} = P_{av-e} D_r D_{tr} \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$

Antennes désadaptées: $P_{r_{load}} = P_{av-e} D_r D_{tr} (1 - \rho_r^2) (1 - \rho_{tr}^2) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$

Avec pertes $P_{r_{load}} = P_{av-e} D_r D_{tr} \eta_r \eta_{tr} (1 - \rho_r^2) (1 - \rho_{tr}^2) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$

$$= P_{av-e} G_r G_{tr} (1 - \rho_r^2) (1 - \rho_{tr}^2) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2$$

87 A. Skrjervik, MAG

Antenne réelles

A l'émission $P_{rad} = \eta_l P_f = \eta_l (1 - |\rho_g|^2) P_{av-e}$

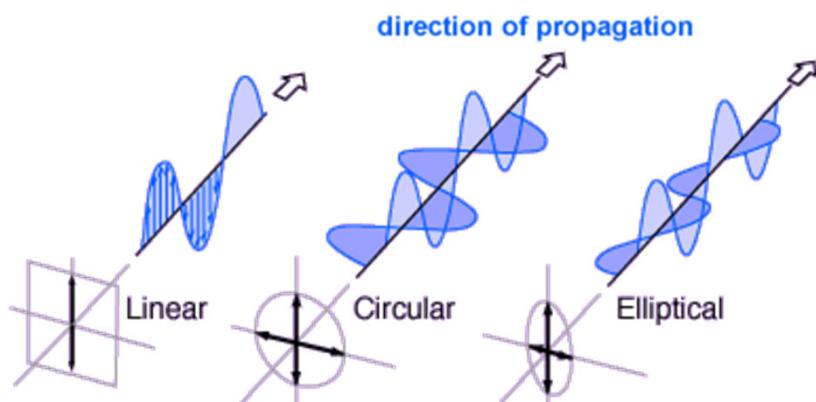
A la réception $P_{r_{load}} = \eta_l P_r = \eta_l (1 - |\rho_g|^2) P_{av-e}$

88 A. Skrjervik, MAG

Polarisation

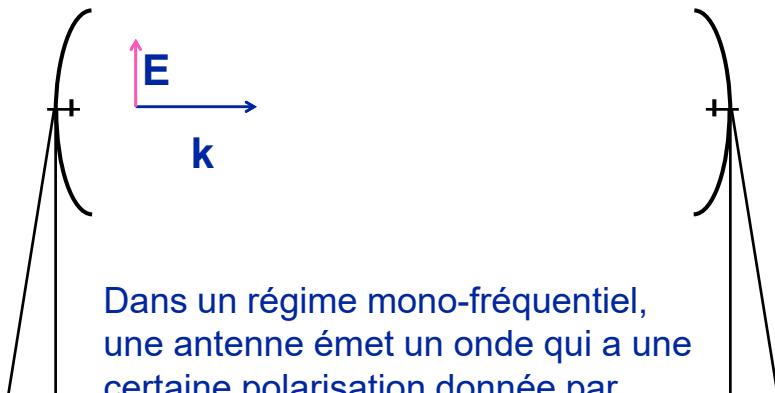
89 A. Skrjervik, MAG

Polarisation



90 A. Skrjervik MAG
Jairam Sankar, <https://www.electronicsforu.com/resources/learn-electronics/antenna-polarisation>

Polarisation



$$\mathbf{E}(t) = \sqrt{2} \left[\hat{\mathbf{x}} E_{0x} \cos(\omega t + \varphi_x) + \hat{\mathbf{y}} E_{0y} \cos(\omega t + \varphi_y) + \hat{\mathbf{z}} E_{0z} \cos(\omega t + \varphi_z) \right]$$

91 A. Skrjervik, MAG

Polarisation

$$\mathbf{E}(t) = \sqrt{2} \left[\hat{\mathbf{x}} E_{0x} \cos(\omega t + \varphi_x) + \hat{\mathbf{y}} E_{0y} \cos(\omega t + \varphi_y) + \hat{\mathbf{z}} E_{0z} \cos(\omega t + \varphi_z) \right]$$

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}(0) \cos(\omega t) + \mathbf{E}(T/4) \sin(\omega t)$$

$$\mathbf{E}(0) = \sqrt{2} \left[\hat{\mathbf{x}} E_{0x} \cos(\varphi_x) + \hat{\mathbf{y}} E_{0y} \cos(\varphi_y) + \hat{\mathbf{z}} E_{0z} \cos(\varphi_z) \right]$$

$$\mathbf{E}(T/4) = -\sqrt{2} \left[\hat{\mathbf{x}} E_{0x} \sin(\varphi_x) + \hat{\mathbf{y}} E_{0y} \sin(\varphi_y) + \hat{\mathbf{z}} E_{0z} \sin(\varphi_z) \right]$$

92 A. Skrjervik, MAG

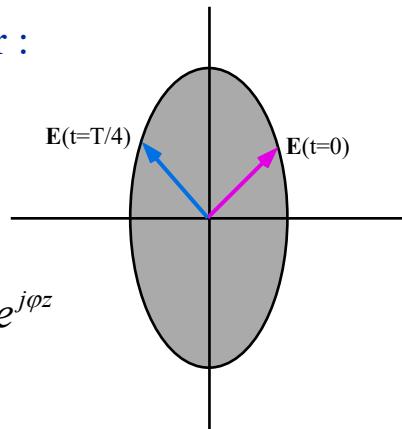
Polarisation

En termes de vecteur phaseur :

$$\mathbf{E}(0) = \operatorname{Re}[\sqrt{2}\mathbf{E}]$$

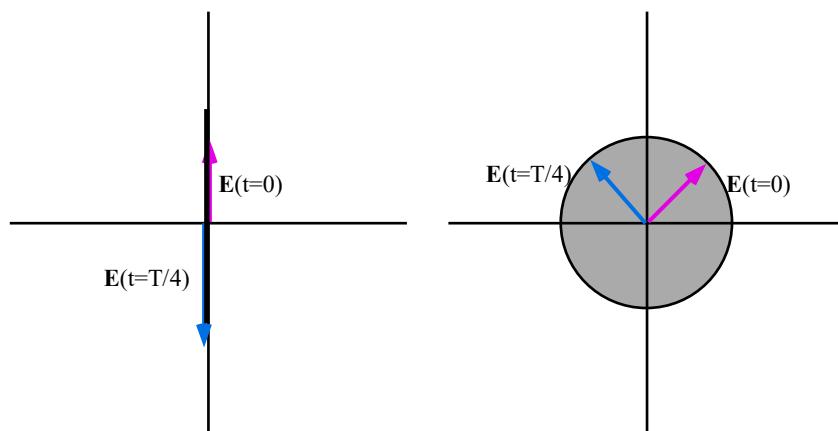
$$\mathbf{E}(T/4) = -\operatorname{Im}[\sqrt{2}\mathbf{E}]$$

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}}E_{0x}e^{j\varphi_x} + \hat{\mathbf{y}}E_{0y}e^{j\varphi_y} + \hat{\mathbf{z}}E_{0z}e^{j\varphi_z}$$

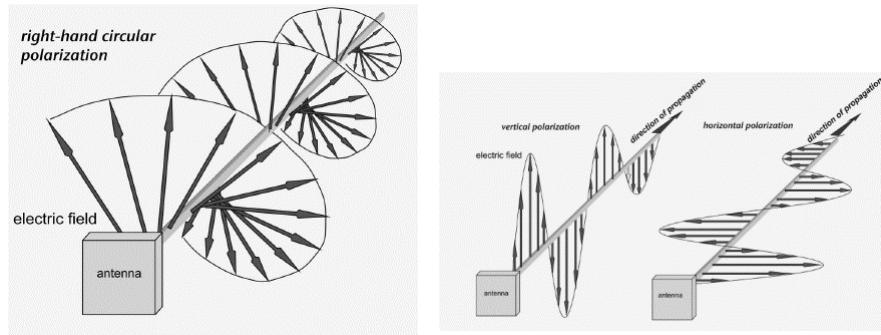


$$\mathbf{E}(t) = E(0)\cos(\omega t) + E(T/4)\sin(\omega t)$$

cas particuliers



cas particuliers



<https://www.electronicsforu.com/resources/learn-electronics/antenna-polarisation>
95 A. Skirervik, MAG

cas particuliers

polarisation
linéaire:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(0) \times \mathbf{E}(T/4) &= 0 \\ \langle E^2 \rangle &\neq 0\end{aligned}$$

polarisation
circulaire :

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(0) \cdot \mathbf{E}(T/4) &= 0 \\ |\mathbf{E}(0)| = |\mathbf{E}(T/4)| &\neq 0\end{aligned}$$

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Formule de Friis

$$\frac{P_{r_{load}}}{P_{av-e}} = G_e G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 |\mathbf{e}_e \cdot \mathbf{e}_r^*|^2$$

Où \mathbf{e}_e (\mathbf{e}_r) est le vecteur de polarisation de l'antenne d'émission (réception). Ce vecteur est un vecteur unitaire qui représente la polarisation de l'onde émise par cette antenne
 $|\mathbf{e}_e \cdot \mathbf{e}_r^*|^2$ est appelé le facteur de dépolarisation

Formule de Friis pour une antenne réelle

Dans l'espace libre $P_{r_{load}} = P_{av-e} G_r G_{tr} (1 - \rho_g^2)(1 - \rho_l^2) \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 |\mathbf{e}_e \cdot \mathbf{e}_r^*|^2$

Facteur de dépolarisation $\chi_{pol} = |\mathbf{e}_e \cdot \mathbf{e}_r^*|^2$

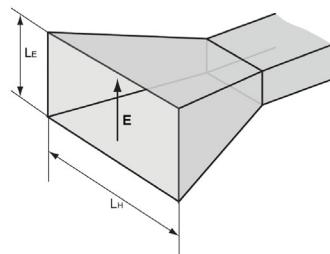
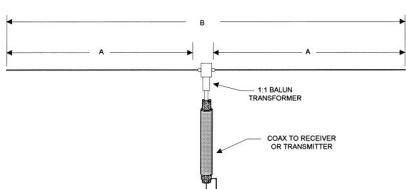
ρ_l : coefficient de réflexion de l'antenne à la réception

ρ_g : coefficient de réflexion de l'antenne d'émission

\mathbf{e}_r : vecteur de polarisation de l'antenne à la réception

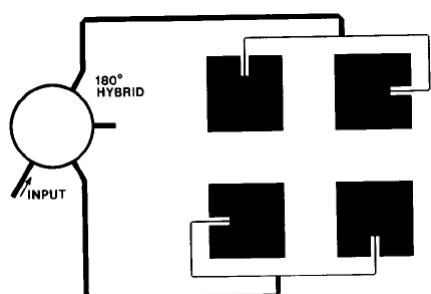
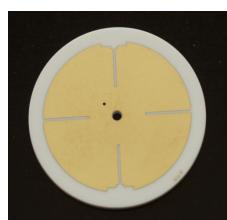
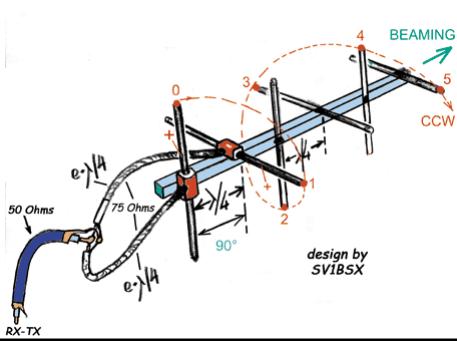
\mathbf{e}_e : vecteur de polarisation de l'antenne d'émission

exemples: polarisation linéaire



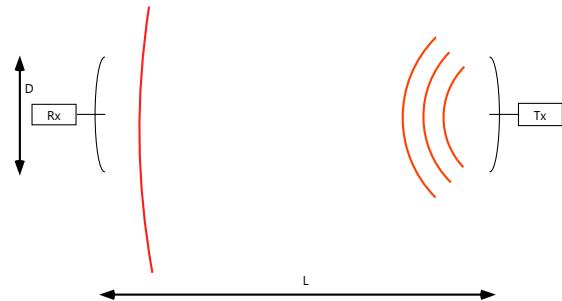
99 A. Skrjervik, MAG

exemples: polarisation circulaire

<http://www.qsl.net/va3iul/>

100 A. Skrjervik, MAG

Surface de captation, surface équivalente



Si $L \ggg D$, l'onde sphérique émise par l'antenne émettrice peut-être considérée comme une onde plane au niveau de l'antenne réceptrice. Cette onde à une densité de puissance p

101 A. Skrjervik, MAG

Surface de captation

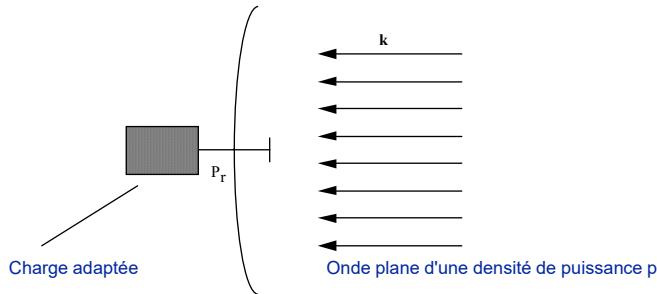
La puissance maximum disponible (available) à la réception P_{av-r} est la puissance fournie par l'antenne réceptrice quand on la connecte sur une impédance de charge qui est égale à la valeur complexe conjuguée de l'impédance interne de l'antenne ($Z_{load} = Z_{in}^*$, adaptation conjuguée). On définit alors la **surface de captation équivalente A_e (effective aperture) d'une antenne** à la réception comme le rapport entre la puissance maximum disponible à la réception et la densité de puissance incidente.

$$A_e(\theta, \varphi) = \frac{P_{av-r}}{p} [m^2]$$

102 A. Skrjervik, MAG

Surface de captation

antenne ayant une surface de captation A



$$P_r = p \cdot A = \frac{E_0^2}{Z_c} A$$

$$P_r(\theta, \varphi) = A_e(\theta, \varphi)p$$

avec

$$A_e(\theta, \varphi) < A$$

Puissance reçue maximale

Puissance reçue réelle

103 A. Skrjervik, MAG

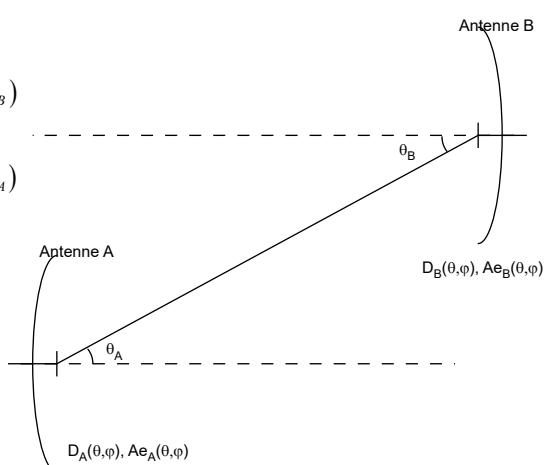
EPFLien entre directivité et surface de captation

$$\left. \frac{P_r}{P_{fourni}} \right|_{A \rightarrow B} = \frac{1}{4\pi L^2} d_A(\theta_A, \varphi_A) A_{eB}(\theta_B, \varphi_B)$$

$$\left. \frac{P_r}{P_{fourni}} \right|_{B \rightarrow A} = \frac{1}{4\pi L^2} d_B(\theta_B, \varphi_B) A_{eA}(\theta_A, \varphi_A)$$

$$\frac{d_A(\theta_A, \varphi_A)}{A_{eA}(\theta_A, \varphi_A)} = \frac{d_B(\theta_B, \varphi_B)}{A_{eB}(\theta_B, \varphi_B)}$$

$$d(\theta, \varphi) = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e(\theta, \varphi)$$



en utilisant les valeurs connues pour le dipôle de Herz

104 A. Skrjervik, MAG