Corrigé des exercices de préparation au laboratoire

Mesure optique du pouls

Exercice 1: Emetteur infrarouge

L'émetteur est composé d'une diode infrarouge avec une résistance série limitant le courant à I_e = 90 [mA]. Calculer la valeur de R_e pour la tension d'alimentation spécifiée (V_{cc} = 7.5 [V]), sachant que la tension de jonction vaut U_j = 1.5 [V].

On peut appliquer la loi d'Ohm sur la résistance R_e:

$$R_e = \frac{U_e}{I_e} = \frac{2V_{cc} - U_j}{I_e} = \frac{15 - 1.5}{0.09} = 150[\Omega]$$

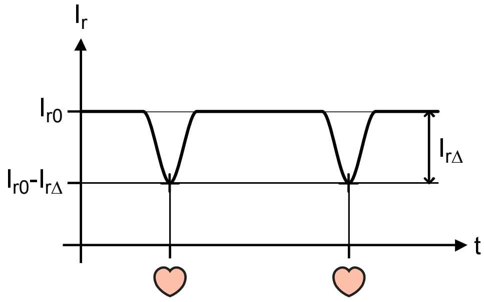
On notera que la puissance dissipée dans cette résistance est relativement importante:

$$P_e = \frac{U_e^2}{R_e} = \frac{(2V_{cc} - U_j)^2}{R_e} = \frac{(15 - 1.5)^2}{150} = 1.215[W]$$

On utilisera donc une résistance plus robuste supportant ce dégagement de chaleur.

Exercice 2: Récepteur & Préamplificateur

La photodiode polarisée en inverse est traversée par un courant proportionnel à l'intensité lumineuse reçue. Entre les battements cardiaques, on a un courant de repos I_{r0} = 8 [μA]. La diminution du courant correspondant à une pulsation cardiaque vaut $I_{r\Delta}$ = 40 [nA]:



On considère tout d'abord le circuit en ignorant C_3. Calculer:

a) La valeur de R_3 qui donne une tension de sortie au repos (entre les battements cardiaques) égale à $V_{cc}/2$.

Le courant de repos I_{r0} est également celui qui traverse la résistance R_3. La tension de sortie au repos vaut donc:

$$V_{pre0} = R_3 I_{r0}$$

Ce qui donne:

$$R_3 = \frac{V_{cc}/2}{I_{r0}} = \frac{3.75}{8 \cdot 10^{-6}} \cong 469[k\Omega]$$

b) La transrésistance (le rapport V_{pre}/I_r), ainsi que l'amplitude de la variation de tension en sortie du préamplificateur $V_{pre\Delta}$ lors d'un battement cardiaque.

Pour les raisons mentionnées ci-dessus, on a:

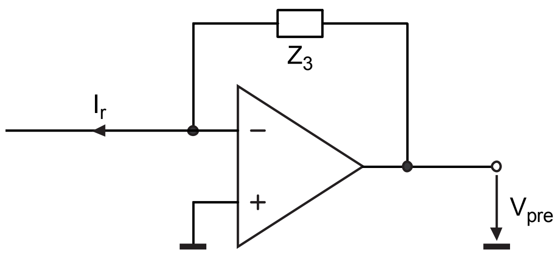
$$\frac{V_{pre}}{I_r} = R_3 \cong 469[k\Omega]$$

Lors d'un battement cardiaque, la tension de sortie du préamplificateur diminue de:

$$V_{pre\Delta} = R_3 I_{r\Delta} = 469 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-9} \cong 18.8[mV]$$

On introduit C_3. Calculer:

c) La fonction de transfert $\underline{H}_{pre}(j\omega) = \underline{V}_{pre}(j\omega)/\underline{I}_r(j\omega)$ du préamplificateur. Tracer le diagramme de Bode (unité dBΩ).



L'impédance complexe utilisée en contre-réaction de l'amplificateur vaut:

$$\underline{Z}_3(j\omega) = R_3 // C_3 = \frac{R_3 \dfrac{1}{j\omega C_3}}{R_3 + \dfrac{1}{j\omega C_3}} = \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3}$$

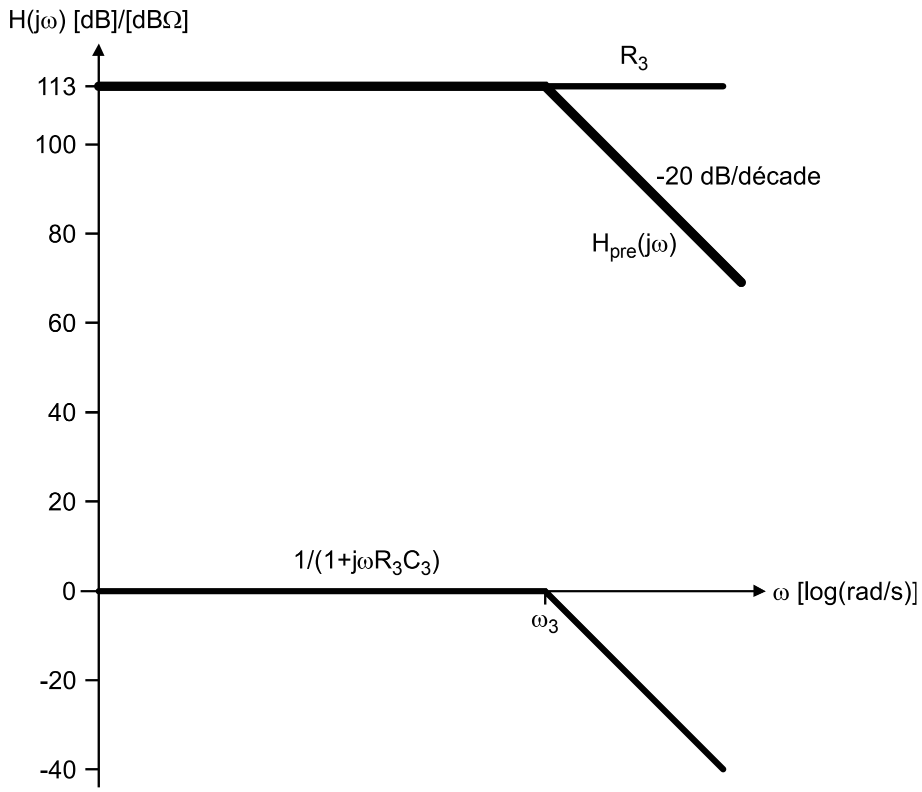
On a donc:

$$\underline{H}_{pre}(j\omega) = \frac{\underline{V}_{pre}(j\omega)}{\underline{I}_r(j\omega)} = \underline{Z}_3(j\omega) = \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3} = \frac{R_3}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_3}}$$

Cette fonction correspond à un filtrage passe-bas, avec un pôle en:

$$\omega_3 = \frac{1}{R_3 C_3} [rad/s]$$

Le diagramme de Bode de la fonction $\underline{H}_{pre}(j\omega)$ est:



d) La valeur de C_3 qui permet de couper les fréquences plus hautes que f_{max} = 1 [kHz] (filtrage passe-bas).

On a:

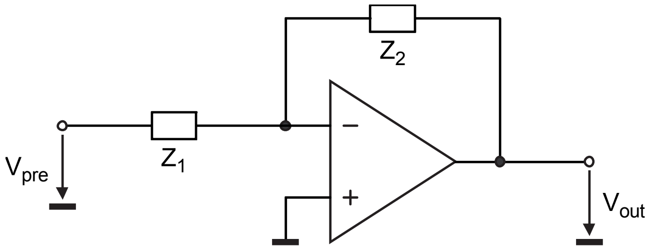
$$f_{max} = \frac{\omega_3}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_3 C_3}$$

Ce qui donne:

$$C_3 = \frac{1}{2\pi R_3 f_{max}} = \frac{1}{2\pi \cdot 469 \cdot 10^3 \cdot 10^3} \cong 339[pF]$$

Exercice 3: Filtre passe-bande

a) Calculer la fonction de transfert $\underline{H}_{filtre}(j\omega) = \underline{V}_{out}(j\omega)/\underline{V}_{pre}(j\omega)$ du filtre.



La fonction de transfert de ce montage vaut:

$$\underline{H}_{filtre}(j\omega) = \frac{\underline{V}_{out}(j\omega)}{\underline{V}_{pre}(j\omega)} = -\frac{\underline{Z}_2(j\omega)}{\underline{Z}_1(j\omega)}$$

avec:

$$\underline{Z}_1(j\omega) = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1}$$

et

$$\underline{Z}_2(j\omega) = R_2 \,//\, C_2 = \frac{R_2 \dfrac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

En remplaçant, on obtient:

$$\underline{H}_{filtre}(j\omega) = -\frac{\underline{Z}_2(j\omega)}{\underline{Z}_1(j\omega)} = -\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{j\omega C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}} \cdot \frac{j\dfrac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_1}}$$

où:

$-\dfrac{R_2}{R_1}$ est le gain constant dans la bande passante ($\omega_1 << \omega << \omega_2$),

$\dfrac{1}{1 + j\omega R_2 C_2}$ une fonction de transfert passe-bas avec un pôle en $\omega_2 = \dfrac{1}{R_2 C_2}[rad/s]$, et

$\dfrac{j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1}$ une fonction de transfert passe-haut avec un zéro en $\omega_1 = \dfrac{1}{R_1 C_1}[rad/s]$.

On a donc bien globalement un filtrage passe-bande.

b) On fixe R_2 = 3.3 [MΩ]. Calculer la valeur de R_1 afin de donner au filtre un gain de 100 (en valeur absolue) dans la bande passante.

En utilisant l'équation pour le gain dans la bande passante obtenue au point précédent, on obtient:

$$-100 = -\frac{R_2}{R_1} \Leftrightarrow R_1 = \frac{3.3 \cdot 10^6}{100} = 33[k\Omega]$$

c) Calculer C_1 et C_2 afin que les fréquences plus basses que f_{min} et plus hautes que f_{max} soient coupées (filtrage passe-bande).

On a:

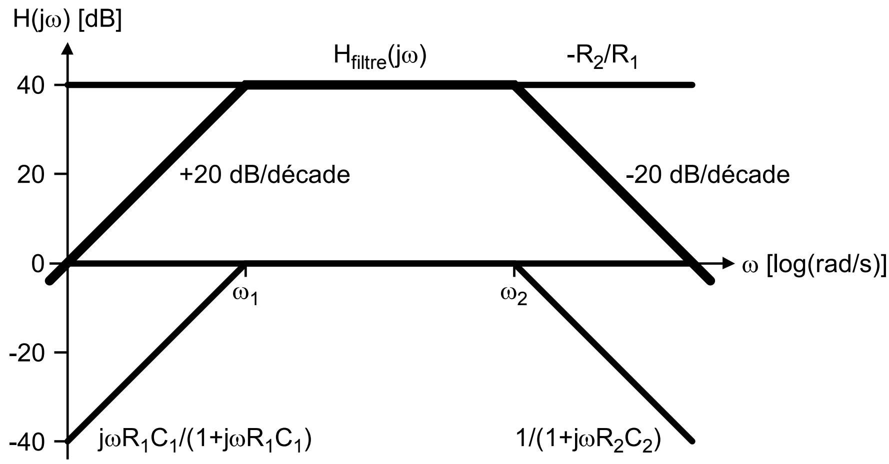
$$f_{\min} = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \quad ; \quad f_{\max} = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

Ce qui donne:

$$C_1 = \frac{1}{2\pi R_1 f_{\min}} = \frac{1}{2\pi \cdot 33 \cdot 10^3 \cdot 1} \cong 4.8[\mu F]$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi R_2 f_{\max}} = \frac{1}{2\pi \cdot 3.3 \cdot 10^6 \cdot 10^3} \cong 48[pF]$$

d) Tracer le diagramme de Bode du filtre.



Exercice 4: Circuit complet

a) Calculer la fonction de transfert globale $\underline{H}(j\omega) = \underline{V}_{out}(j\omega)/\underline{I}_r(j\omega)$.

On a:

$$\underline{H}(j\omega)=\underline{H}_{pre}(j\omega)\underline{H}_{filtre}(j\omega)=\frac{R_3}{1+j\omega R_3C_3}\cdot-\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1+j\omega R_2C_2}\cdot\frac{j\omega R_1C_1}{1+j\omega R_1C_1}$$

Sachant que:

$$\omega_2=\frac{1}{R_2C_2}=\frac{1}{R_3C_3}=\omega_3$$

On peut écrire:

$$\underline{H}(j\omega)=-\frac{R_2R_3}{R_1}\cdot\frac{1}{(1+j\omega R_2C_2)^2}\cdot\frac{j\omega R_1C_1}{1+j\omega R_1C_1}=-\frac{R_2R_3}{R_1}\cdot\frac{1}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_2}\right)^2}\cdot\frac{j\dfrac{\omega}{\omega_1}}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_1}}$$

Ce qui correspond à une fonction de filtrage passe-bande, avec:

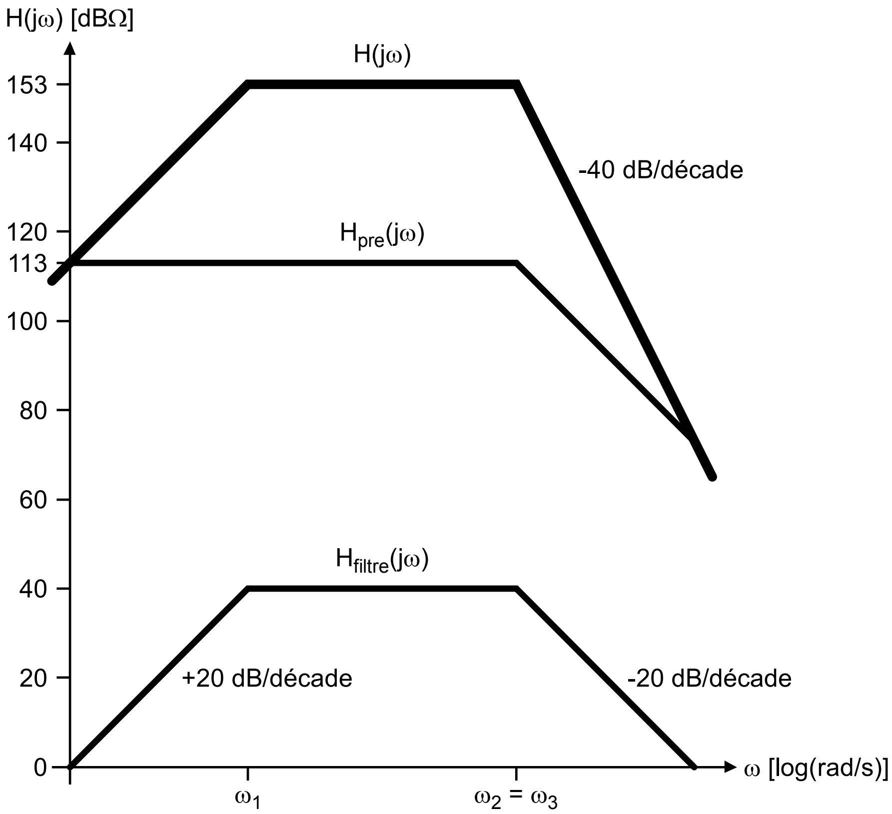
$-\frac{R_2R_3}{R_1}$ le gain (transrésistance) constant dans la bande passante ($\omega_1 << \omega << \omega_2$),

$\frac{1}{(1+j\omega R_2C_2)^2}$ une fonction de transfert passe-bas du deuxième ordre avec un pôle (double) en $\omega_2=\frac{1}{R_2C_2}[rad/s]$, et

$\frac{j\omega R_1C_1}{1+j\omega R_1C_1}$ une fonction de transfert passe-haut avec un zéro en $\omega_1=\frac{1}{R_1C_1}[rad/s]$.

On a donc globalement un filtrage passe-bande.

b) Tracer le diagramme de Bode du circuit complet (unité dBΩ).



c) Calculer la transrésistance (V_{out}/I_r) dans la bande passante du montage entier (préamplificateur & filtre passe-bande), ainsi que l'amplitude de la variation de tension en sortie lors d'un battement cardiaque.

Comme indiqué au point a), la transrésistance dans la bande passante vaut:

$$-\frac{R_2 R_3}{R_1} = -\frac{3.3 \cdot 10^6 \cdot 469 \cdot 10^3}{33 \cdot 10^3} = -4.69 \cdot 10^7 [V/A]$$

Lors d'un battement cardiaque, la tension de sortie augmente donc de:

$$V_{out\Delta} = \frac{R_2 R_3}{R_1} I_{r\Delta} = 4.69 \cdot 10^7 \cdot 40 \cdot 10^{-9} \cong 1.88 [V]$$