

---

## Série d'exercices 9

---

### Problème 1: Systèmes LIT et diagramme pôles-zéros

La fonction de transfert d'un système linéaire invariant dans le temps est donnée par

$$H(s) = \frac{2(s-2)}{(s+1)(s^2-2s+2)}.$$

En considérant la fonction de transfert comme une équation rationnelle de deux polynômes :  $H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$ , nous allons étudier son diagramme pôle-zéro.

1. Dessiner le diagramme pôles-zéros pour  $H(s)$ .  
Indiquer les *pôles* du système, c.-à-d. les racines de  $Q(s)$ , avec un symbole  $\times$ .  
Indiquer les *zéros* du système, c.-à-d. les racines de  $P(s)$ , avec un symbole  $\circ$ .
2. A partir du diagramme pôles-zéros, définir la région de convergence du système.
3. Quelle interprétation peut être faite à partir des réponses ci-dessus quant à la causalité et stabilité du système?
4. Déterminer l'équation différentielle décrivant ce système.

### Problème 2: Systèmes LIT et réponse impulsionale

On considère un système LIT causal  $\mathcal{H}$  avec réponse impulsionale  $h(t)$ , dont l'entrée  $x(t)$  et la sortie  $y(t)$  sont liées par une équation différentielle linéaire à coefficient constant de la forme

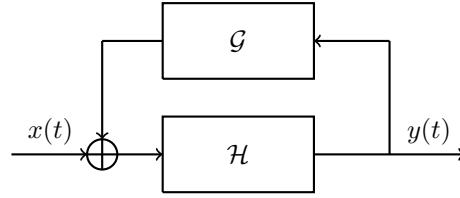
$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + (1+\alpha)\frac{d^2}{dt^2}y(t) + \alpha(\alpha+1)\frac{d}{dt}y(t) + \alpha^2y(t) = x(t).$$

1. En considérant l'expression suivante:

$$g(t) = \frac{d}{dt}h(t) + h(t),$$

Combien de pôles le système  $G(s)$  a-t-il? Donner leur expression.

2. Quelles valeurs réelles du paramètre  $\alpha$  garantissent la stabilité de  $\mathcal{H}$  ?
3. Pour quelles valeurs réelles du paramètre  $\alpha$  la  $\text{ROC}(G(s))$  est-elle strictement plus grande que la  $\text{ROC}(H(s))$ ?



### Problème 3: Système en rétroaction

La fonction de transfert de la composition en rétroaction (feedback) de deux systèmes en temps continu peut être exprimée en termes de  $H(s)$  et  $G(s)$ .

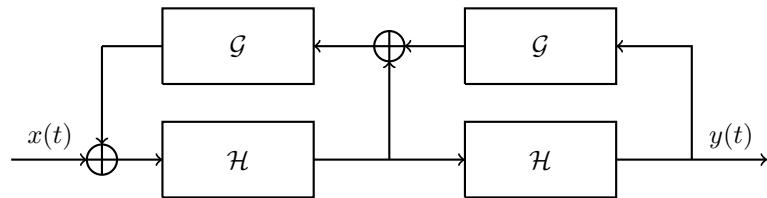
Pour cet exercice, nous considérons le système *global* en rétroaction supposé causal, composé de

$$H(s) = \frac{1}{s-1} \quad \text{and} \quad G(s) = b - s,$$

Pour quelles valeurs réelles de  $b$  le système *global* en rétroaction est-il stable, en addition d'être causal ?

### Problème 4: Fonction de transfert d'un système composé

Considérons la composition de systèmes ci-dessous. Les systèmes  $\mathcal{G}$  et  $\mathcal{H}$  sont des systèmes LIT, respectivement dotés des fonctions de transfert  $G(s)$  et  $H(s)$ .



Calculer la fonction de transfert du système global en fonction de  $G(s)$  et  $H(s)$ .