
Série d'exercices 9

Problème 1: Systèmes LIT et diagramme pôles-zéros

La fonction de transfert d'un système linéaire invariant dans le temps est donnée par

$$H(s) = \frac{2(s-2)}{(s+1)(s^2-2s+2)}.$$

En considérant la fonction de transfert comme une équation rationnelle de deux polynômes : $H(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$, nous allons étudier son diagramme pôle-zéro.

1. Dessiner le diagramme pôles-zéros pour $H(s)$.
Indiquer les *pôles* du système, c.-à-d. les racines de $Q(s)$, avec un symbole \times .
Indiquer les *zéros* du système, c.-à-d. les racines de $P(s)$, avec un symbole \circ .
2. A partir du diagramme pôles-zéros, définir la région de convergence du système.
3. Quelle interprétation peut être faite à partir des réponses ci-dessus quant à la causalité et stabilité du système?
4. Déterminer l'équation différentielle décrivant ce système.

Problème 2: Systèmes LIT et réponse impulsionnelle

On considère un système LIT causal \mathcal{H} avec réponse impulsionnelle $h(t)$, dont l'entrée $x(t)$ et la sortie $y(t)$ sont liées par une équation différentielle linéaire à coefficient constant de la forme

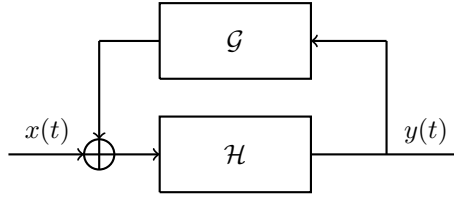
$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + (1+\alpha)\frac{d^2}{dt^2}y(t) + \alpha(\alpha+1)\frac{d}{dt}y(t) + \alpha^2y(t) = x(t).$$

1. En considérant l'expression suivante:

$$g(t) = \frac{d}{dt}h(t) + h(t),$$

Combien de pôles le système $G(s)$ a-t-il? Donner leur expression.

2. Quelles valeurs réelles du paramètre α garantissent la stabilité de \mathcal{H} ?
3. Pour quelles valeurs réelles du paramètre α la $\text{ROC}(G(s))$ est-elle strictement plus grande que la $\text{ROC}(H(s))$?



Problème 3: Système en rétroaction

La fonction de transfert de la composition en rétroaction (feedback) de deux systèmes en temps continu peut être exprimée en termes de $H(s)$ et $G(s)$.

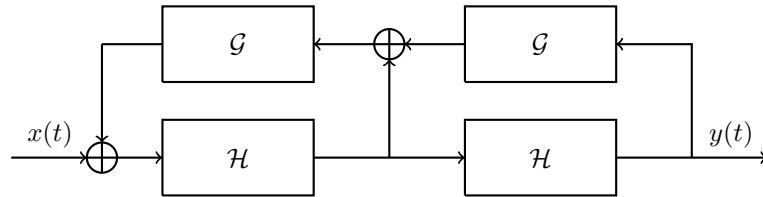
Pour cet exercice, nous considérons le système *global* en rétroaction supposé causal, composé de

$$H(s) = \frac{1}{s-1} \quad \text{and} \quad G(s) = b-s,$$

Pour quelles valeurs réelles de b le système *global* en rétroaction est-il stable, en addition d'être causal ?

Problème 4: Fonction de transfert d'un système composé

Considérons la composition de systèmes ci-dessous. Les systèmes \mathcal{G} et \mathcal{H} sont des systèmes LIT, respectivement dotés des fonctions de transfert $G(s)$ et $H(s)$.



Calculer la fonction de transfert du système global en fonction de $G(s)$ et $H(s)$.