

## Série d'exercices 8

### Problème 1: Transformée de Laplace basique

a) Déterminez la transformée de Laplace et la région de convergence associée pour les fonctions suivantes:

i.  $x(t) = e^{-2t}u(t) - e^{3t}u(-t)$ ,      ii.  $x(t) = \delta(t - t_0) - u(-t)$ ,      iii.  $x(t) = te^{-3|t|}$ .

(b) Déterminez la transformée inverse de Laplace

$$X(s) = \frac{3s + 5}{s^2 + s - 12}, \quad \text{Re}\{s\} > 3.$$

### Problème 2: Région de convergence

La transformée de Laplace pour un signal absolument intégrable  $x(t)$  est connue pour avoir un pôle à  $s = 2$ . Répondez aux questions suivantes et justifiez brièvement votre réponse.

- a) Est-ce que  $x(t)$  peut être de durée limitée?
- b) Est-ce que  $x(t)$  peut être définie à gauche?
- c) Est-ce que  $x(t)$  peut être définie à droite?
- d) Est-ce que  $x(t)$  peut être bilatéral?

### Problème 3: La région de convergence

Dans ce problème, nous allons regarder les pôles et zéros d'un signal  $x(t)$ .

a) La figure 1 montre trois figures différentes. Pour chaque cas, déterminez toutes les ROC possibles.

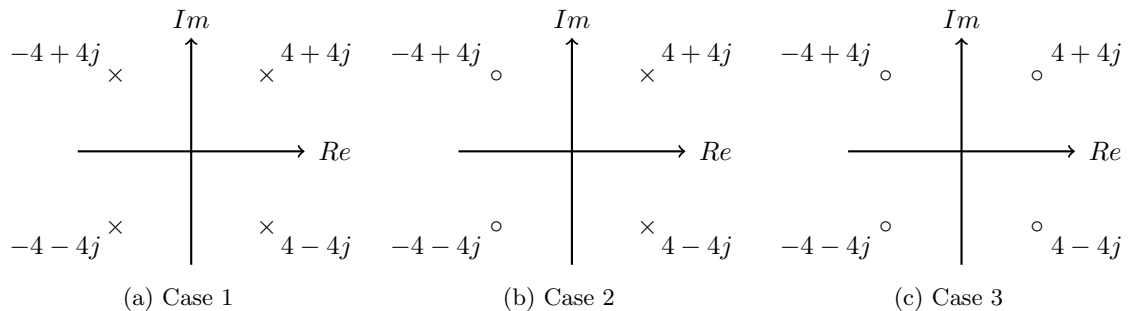


Figure 1: Three possible pole-zero plots

b) Supposons que  $x(t)e^{5t}$  est absolument intégrable. En utilisant ces informations sur le signal, vous pouvez maintenant identifier lequel des ROC possibles que vous avez trouvés dans la partie (a) est le bon. Faites cela séparément pour chacun des trois cas.

c) Supposons que  $x(t) * (e^{2t}u(-t))$  est absolument intégrable, où  $u(t)$  est la fonction Heaviside. Encore une fois, nous pouvons tirer parti de cette information sur le signal pour trouver la bonne ROC. Faites cela séparément pour chacun des trois cas.

#### Problème 4: Fonction de transfert

Considérez le système avec une réponse impulsionnelle

$$h(t) = \begin{cases} e^{-at} \cos(\omega_0 t) & t \geq 0, \\ -e^{bt} \sin(\omega_0 t), & t < 0, \end{cases}$$

où  $a, b$  et  $\omega_0$  sont des nombres réels positifs.

a) Ce système est-il stable ?

b) Trouvez la fonction de transfert  $H(s)$  et le ROC.

c) Dessinez dans le plan complexe, les pôles et zéros pour cette fonction de transfert. Combien d'autres systèmes existent ayant exactement la même fonction de transfert que le système considéré ici (mais avec un ROC différent)? Indiquez les ROC correspondantes.