ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE L'INGENIEUR

Section : Génie Électrique et Électronique

Bachelor 3e semestre

Enseignant : **Prof. F. Rachidi**

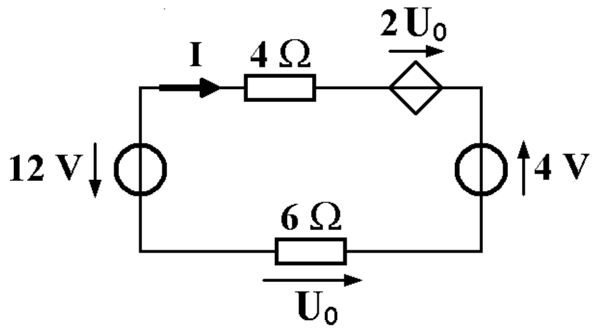
Énoncés des exercices de *Circuits et systèmes I*

LAUSANNE, SEPTEMBRE 2015

Série I

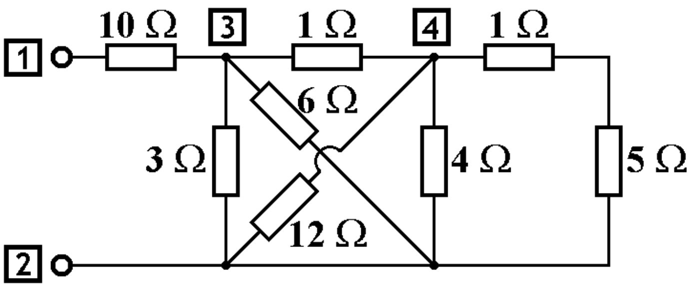
EXERCICE I.1 : LOIS DE KIRCHHOFF (1)

Calculer U_0 et I dans le circuit de la figure ci-contre.



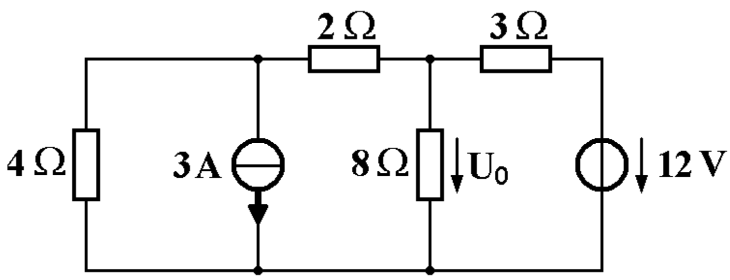
EXERCICE I.2 : RÉSISTANCE ÉQUIVALENTE

Calculer la résistance équivalente R_{1-2} entre les points $\boxed{1}$ et $\boxed{2}$ de la figure ci-contre.



EXERCICE I.3 : TRANSFORMATION DE SOURCE

Appliquer la transformation de source pour calculer U_0 dans le circuit de la figure ci-contre.

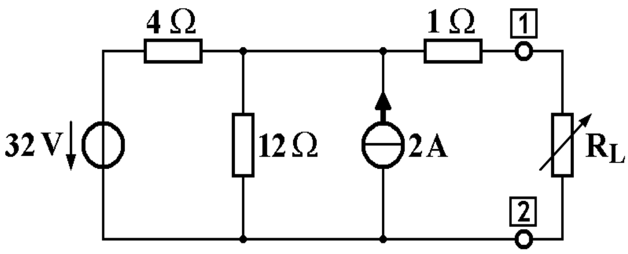


Série II

EXERCICE II.1 : CIRCUIT ÉQUIVALENT DE THÉVENIN

A. Trouver le circuit équivalent de Thévenin, à gauche des bornes 1 – 2 , dans le circuit de la figure ci-contre.

B. Calculer le courant qui s'établit à travers une charge R_L de 6 Ω, 16 Ω et 36 Ω.

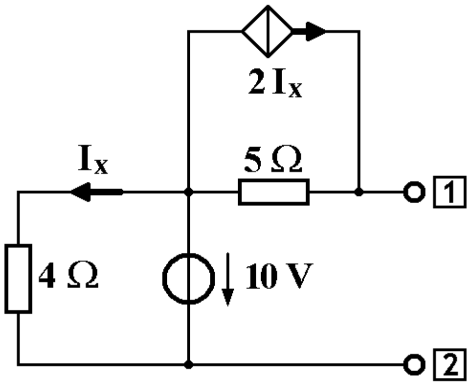


EXERCICE II.2 : THÉORÈME DE NORTON

Utiliser le théorème de Norton pour trouver :

A. La résistance de Norton R_N

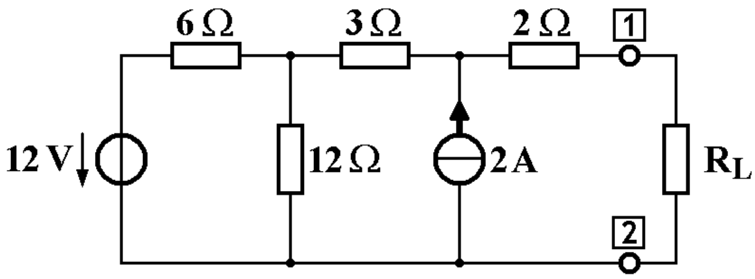
B. Le courant de Norton I_N aux bornes 1 – 2 dans le circuit de la figure ci-contre.



EXERCICE II.3 : TRANSFERT DE PUISSANCE

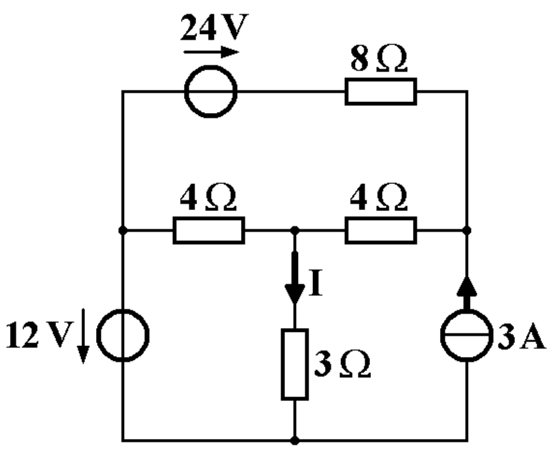
A. Trouver la valeur de R_L correspondant à un transfert de puissance maximale dans le circuit de la figure ci-contre.

B. Trouver la puissance maximale transférée.



EXERCICE II.4 : THÉORÈME DE SUPERPOSITION

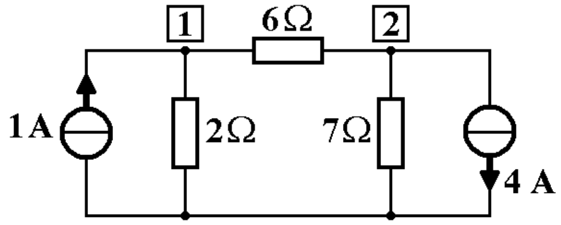
Utiliser le théorème de superposition pour trouver I dans le circuit de la figure ci-dessous.



Série III

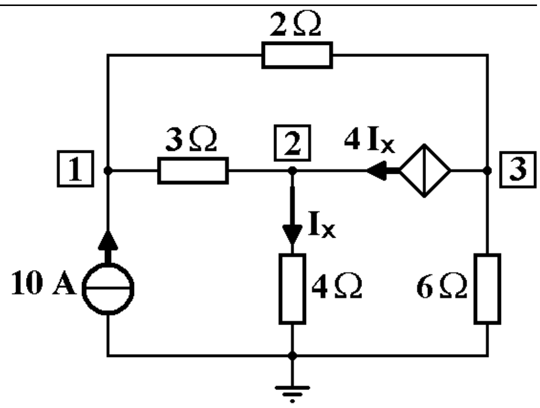
EXERCICE III.1 : TENSIONS DE NŒUDS

Calculer les tensions des nœuds $\boxed{1}$ et $\boxed{2}$ dans le circuit de la figure ci-contre.



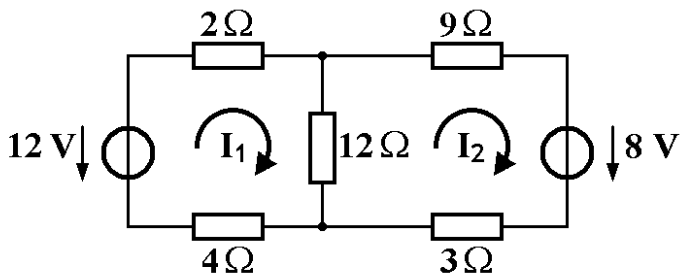
EXERCICE III.2 : TENSIONS DE NŒUDS

Calculer les tensions des nœuds $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ et $\boxed{3}$ dans le circuit de la figure ci-contre.



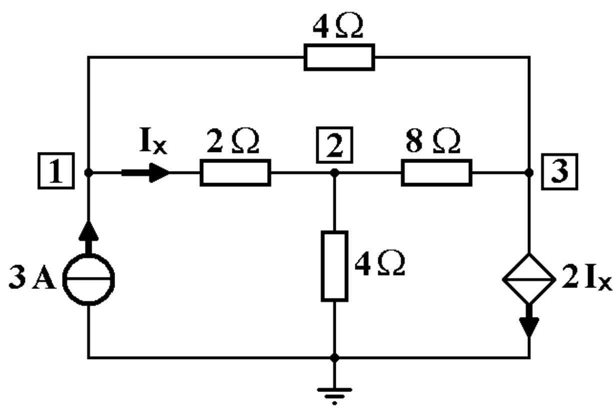
EXERCICE III.3 : COURANTS DE MAILLES

Calculer les courants des mailles I_1 et I_2 dans le circuit de la figure ci-dessous.



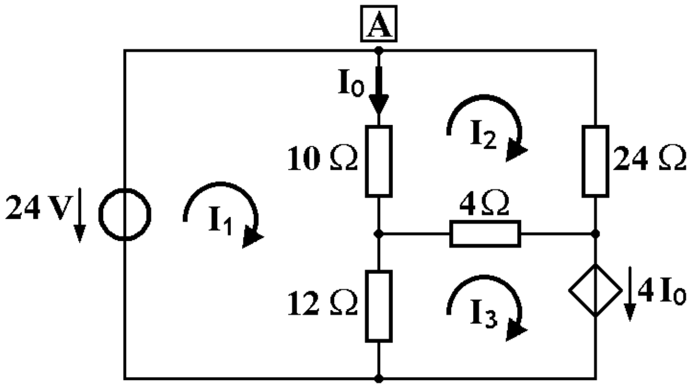
EXERCICE III.4 : TENSIONS DE NŒUDS

Calculer les tensions des nœuds $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ et $\boxed{3}$ dans le circuit de la figure ci-dessous.



EXERCICE III.5 : ANALYSE DE MAILLES

Calculer le courant I_o par analyse des mailles du circuit de la figure ci-dessous.



Série IV

EXERCICE IV.1 : FONCTIONS PÉRIODIQUES

Pour chacune des fonctions périodiques y(t) représentées ci-dessous, calculer :

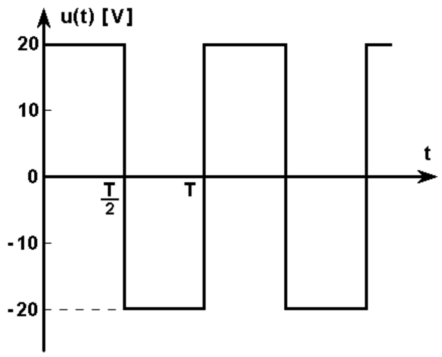
A. la valeur moyenne : F_m

B. la valeur efficace : F

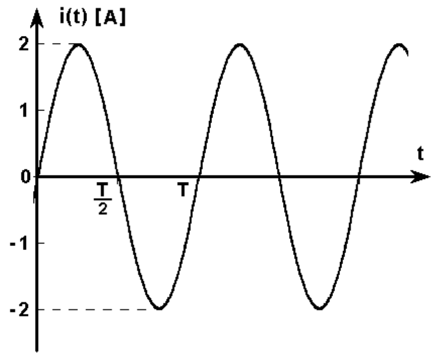
C. la valeur maximale (valeur de crête) : F_{max}

D. la valeur minimale : F_{min}

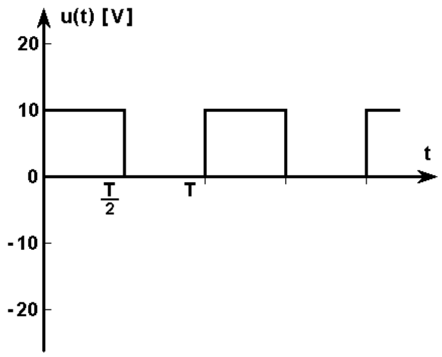
1



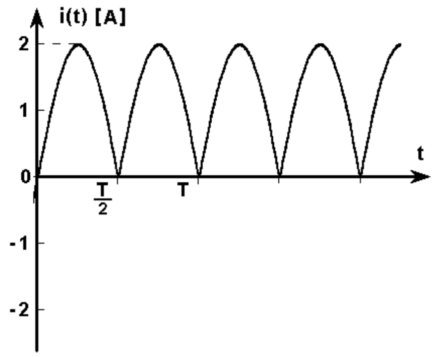
4



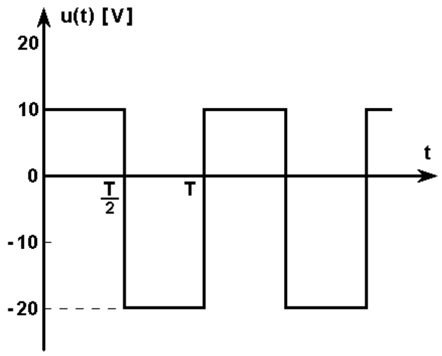
2



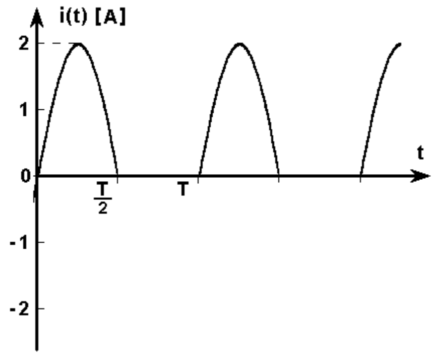
5



3

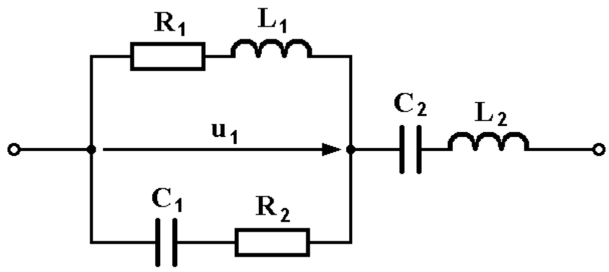


6



EXERCICE IV.2 : MISE EN ÉQUATION, CIRCUIT EN RÉGIME SINUSOÏDAL

Le circuit représenté ci-dessous est formé d'éléments passifs linéaires (résistances, inductances et capacités).



A. Définir toutes les tensions et tous les courants.

B. Écrire, en valeurs instantanées, toutes les équations des tensions et des courants ainsi que celles qui lient la tension aux bornes de chaque élément du circuit avec le courant qui le traverse.

C. Écrire les mêmes équations que sous 2 à l'aide des phaseurs (valeurs efficaces complexes).

D. Que faut-il connaître pour résoudre le problème numériquement en régime complexe sinusoïdal ?

E. Donner les valeurs numériques de tous les phaseurs.

Application numérique : $R_1 = 4\ \Omega$ $L_1 = 25$ mH $C_1 = 500\ \mu F$

$R_2 = 8\ \Omega$ $L_2 = 50$ mH $C_2 = 1000\ \mu F$

$u_1 = 20\sqrt{2}\cos(\omega t)$ $\omega = 2\pi f$ et $f = 50$ Hz

F. Représenter graphiquement les phaseurs des courants et tensions sur un diagramme complexe.

Échelles : U: 1 cm ↔ 5 V ; I : 1 cm ↔ 0,5 A.

EXERCICE IV.3 : CALCULS D'IMPÉDANCES

Aux bornes de chaque circuit dessiné ci-dessous, on impose une tension cosinusoïdale :

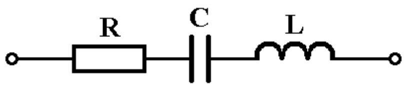
$$u(t) = 4\sqrt{2}\cos(\omega t)\ \ [\mathrm{V}]$$

A. Pour tous les circuits, calculer l'impédance $\underline{Z}$ (littéralement et numériquement) sous la forme A + j B et sous la forme $Z \cdot e^{j\alpha}$.

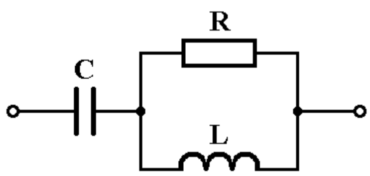
B. Dessiner le diagramme complexe des courants et des tensions pour chacun des circuits.

Application numérique: R = 4 Ω L = 25,5 mH C = 640 μF f = 50 Hz

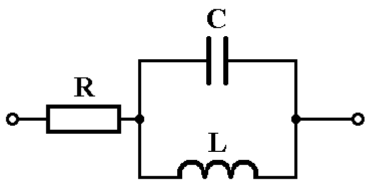
1



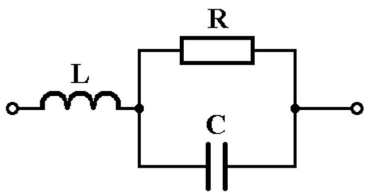
2



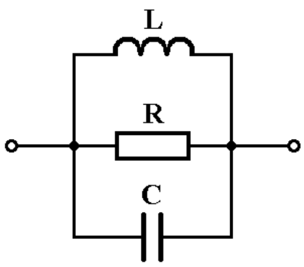
3



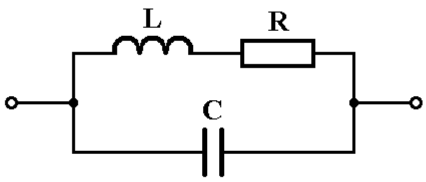
4



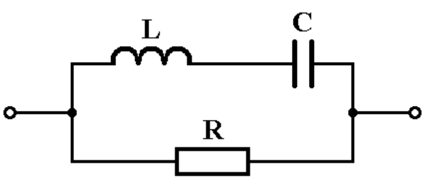
5



6

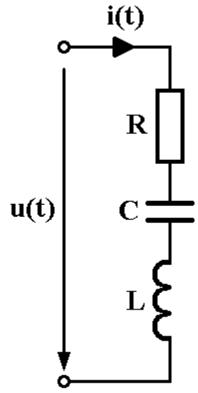


7



Série V

EXERCICE V.1 : CIRCUIT RLC EN RÉGIME SINUSOÏDAL



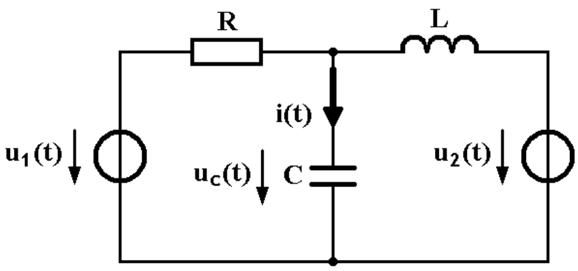
Pour le circuit électrique ci-contre, déterminer la valeur efficace I du courant i(t), le facteur de puissance, cosϕ, et la nature de l'impédance, pour une tension sinusoïdale u(t) de valeur efficace U, pour les fréquences f_1 et f_2.

Application numérique : R = 10 Ω L = 1 mH C = 10 μF

U = 100 V f_1 = 1 kHz f_2 = 2 kHz

EXERCICE V.2 : SUPERPOSITION EN RÉGIME SINUSOÏDAL

On donne le circuit électrique suivant, comportant deux sources de tension de fréquences f_1 et f_2 respectivement :



Déterminer $u_c(t)$ et $i_c(t)$

Application numérique : R = 30 Ω L = 16 mH C = 300 μF

$u_1(t) = 100\sqrt{2}\sin\omega_1 t$ $u_2(t) = 100\sqrt{2}\sin\omega_2 t$

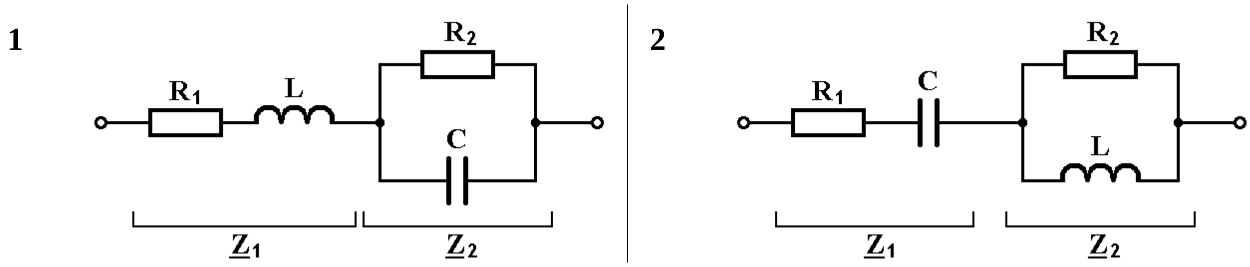
$\omega_k = 2\pi f_k$ f_1 = 50 Hz f_2 = 100 Hz

Dans les calculs trigonométriques, il arrive que les machines à calculer ne soient pas capables de distinguer les angles α et α + 180°.

Série VI

EXERCICE VI.1 : LIEUX D'IMPÉDANCES

Soit les deux circuits représentés ci-dessous :



A. Représenter, dans le plan complexe, les lieux de l'admittance $\underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2$ et des impédances $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ et $\underline{Z}_{total}$, pour la fréquence f variant de 0 à ∞.

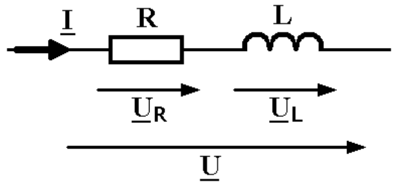
B. Indiquer pour quelles valeurs de f le circuit est de nature inductive, résistive ou capacitive.

Application numérique : $R_1 = 10\ \Omega$ $R_2 = 33\ \Omega$ $L = 6{,}5$ mH $C = 12\ \mu$F

Échelles : Z : 1 cm ↔ 5 V/A Y : 1 cm ↔ 0,01 A/V

EXERCICE VI.2 : CALCUL DES PUISSANCES

Le circuit représenté ci-dessous est soumis à une tension sinusoïdale :



A. Calculer l'impédance totale sous forme littérale.

B. Calculer la valeur complexe numérique (forme polaire et forme cartésienne) de l'impédance totale.

C. Calculer l'inductance L.

D. Calculer la valeur efficace de $\underline{U}$.

E. Représenter le diagramme complexe du courant et des tensions.

F. Calculer les puissances active et réactive consommées par le circuit.

G. Calculer la valeur de la capacité C à monter en parallèle avec la branche RL, de manière à annuler la puissance réactive (compensation de la puissance réactive.)

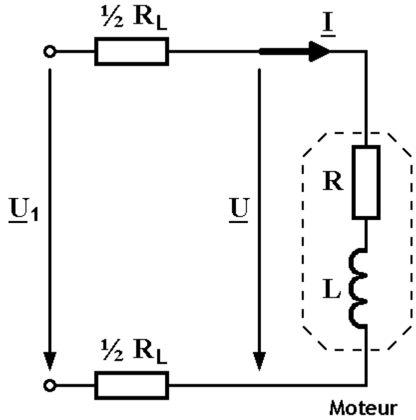
Application numérique : $U_R = 60$ V $U_L = 80$ V $I = 2$ A (valeurs efficaces)

f = 50 Hz

Série VII

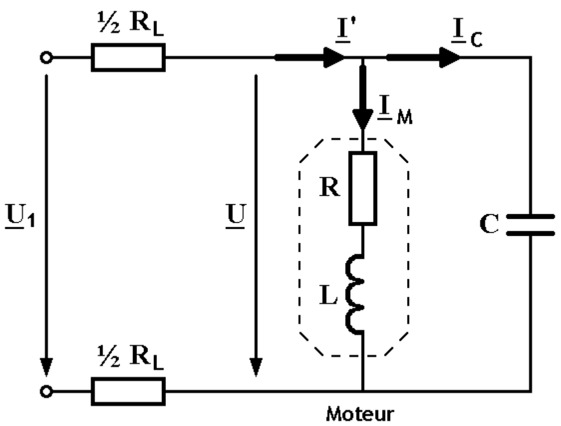
EXERCICE VII.1 : AUGMENTATION DU COSϕ D'UNE CHARGE RL

Le moteur électrique représenté ci-contre travaille à une puissance active P et avec le facteur de puissance cosϕ. La tension aux bornes du moteur est U.



A. Calculer la valeur des éléments R et L du schéma équivalent du moteur, ainsi que le courant total $\underline{I}$ circulant dans la ligne.

Pour augmenter le facteur de puissance $\cos\phi = 0{,}6$ à $\cos\phi = 0{,}95$ au niveau du moteur, un groupe de condensateurs, de capacité totale C, est monté en parallèle avec le moteur, comme représenté ci-dessous.



B. Calculer la valeur de la capacité, la tension U restant la même.

C. Calculer le courant total I' résultant.

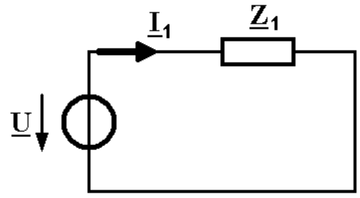
D. Calculer les pertes en puissance active dans les lignes, P_{pertes} et P'_{pertes} dans les deux cas (avec et sans condensateur).

E. Quel est l'effet d'une augmentation du facteur de puissance cosϕ ?

Application numérique : P = 45,5 kW U = 380 V $R_L = 0{,}05\ \Omega$
f = 50 Hz $\cos\phi = 0{,}6$

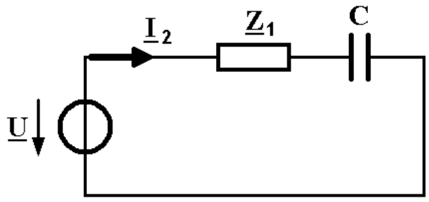
EXERCICE VII.2 : PUISSANCE EN RÉGIME ALTERNATIF

On considère une impédance $\underline{Z}_1$, alimentée par une tension sinusoïdale de valeur efficace U = 100 V; fréquence = 50 Hz.



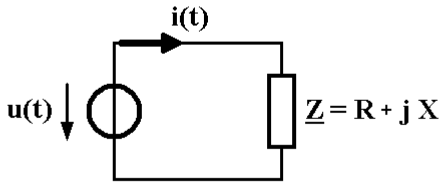
Dans ce cas, on mesure un courant $I_1 = 10$ A et $\cos\phi = 0{,}8$.

Dans un second temps, on ajoute une capacité C en série avec l'impédance $\underline{Z}_1$ et on mesure alors un $\cos\phi = 0{,}6$.



Calculer R_1, X_1, C et I_2 (toutes les solutions)

EXERCICE VII.3 : PUISSANCE ACTIVE ET PUISSANCE RÉACTIVE



Une source alternative monophasée alimente une impédance inconnue : $\underline{Z} = R + jX$.

On mesure : $u(t) = 20 \cdot \sin(5000 \cdot t - \pi/3)$

$i(t) = 12 \cdot \sin(5000 \cdot t - \pi/18)$

A. L'impédance est-elle capacitive ou inductive ?

B. Calculer les puissances apparente, active et réactive, absorbées ou produites par l'impédance.

C. Calculer R et X.

Série VIII

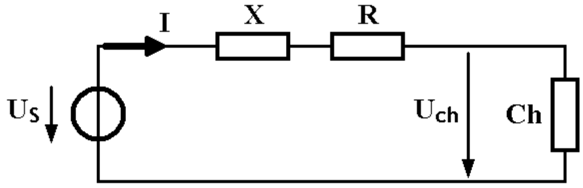
EXERCICE VIII.1 : PUISSANCE ACTIVE ET PUISSANCE RÉACTIVE

Dans le schéma électrique ci-dessous, une source alternative monophasée alimente une charge (Ch) par l'intermédiaire d'une réactance (X) et d'une résistance (R). En amont du circuit, on mesure une puissance active débitée P_s et une puissance réactive Q_s.

U_s = 12,47 kV

X = 15 Ω R = 2,4 Ω

P_s = 3 MW Q_s = 2 Mvar



A. Calculer le déphasage entre le courant et la tension d'alimentation.

B. Calculer U_{ch}, P_{ch} et Q_{ch} (tension, puissance active et puissance réactive sur la charge).

C. Calculer le déphasage entre U_s et U_{ch}.

EXERCICE VIII.2 : PUISSANCE ACTIVE ET PUISSANCE RÉACTIVE

Une impédance et donnée par son module et son déphasage : $|\underline{Z}| = 33\,\Omega$ et $\varphi = 30°$.

A. Calculer sa résistance et sa réactance.

B. Calculer les puissances active, réactive et apparente, pour une tension appliquée de valeur efficace U = 230 V

EXERCICE VIII.3 : PUISSANCE APPARENTE

On mesure le courant et la puissance active de deux systèmes, lorsqu'ils sont alimentés par une source sinusoïdale monophasée U = 230 V :

Système 1 : I_1 = 8 A ; P_1 = 1,3 kW   Système 2 : I_2 = 10 A ; P_2 = 1,7 kW

A. Calculer les puissances réactives et apparentes pour les deux systèmes : Q_1, Q_2, S_1, S_2 .

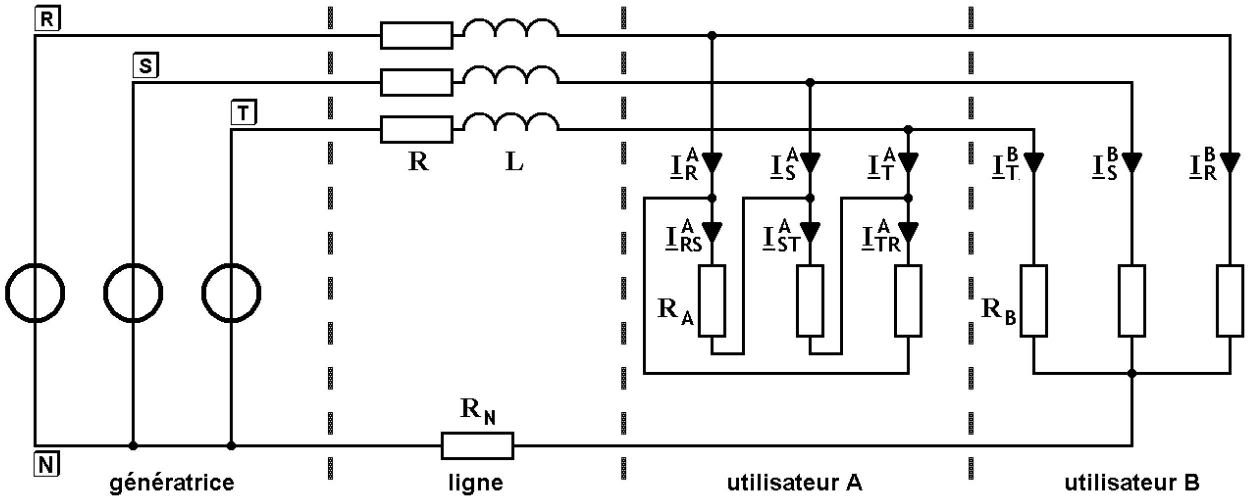
B. Calculer la puissance apparente lorsque les deux systèmes sont montés en parallèle, l'ensemble étant alimenté en 230 V.

C. Même question lorsque les deux systèmes sont montés en série, l'ensemble étant alimenté en 230 V.

Série IX

EXERCICE IX.1 : SYSTÈME TRIPHASÉ SYMÉTRIQUE

Soit le système triphasé suivant :



Une génératrice triphasée idéale impose un système triphasé symétrique de tensions simple de valeur efficace U, à une fréquence f. Elle alimente deux utilisateurs triphasés symétriques à travers une ligne de longueur d, dont chaque conducteur de phase présente une résistance linéique R' et une inductance linéique L'.

L'utilisateur A comporte trois résistances R_A montées en triangle et l'utilisateur B, trois résistances R_B montées en étoile. Le conducteur de retour a une résistance R_N.

A. Calculer le courant fourni par chaque phase de la génératrice (module et déphasage par rapport à la tension simple de la même phase).

B. Calculer les puissances active et réactive fournies par la génératrice.

C. Calculer les puissances active et réactive consommées par le consommateur A et par le consommateur B.

Application numérique : U = 236 V f = 50 Hz
d = 5 km R' = 0,04 Ω/km L'= 0,8 mH/km
R_A = 10,8 Ω R_B = 3,6 Ω R_N = 2 Ω

EXERCICE IX.2 : COMPENSATION DU RÉACTIF EN RÉGIME TRIPHASÉ

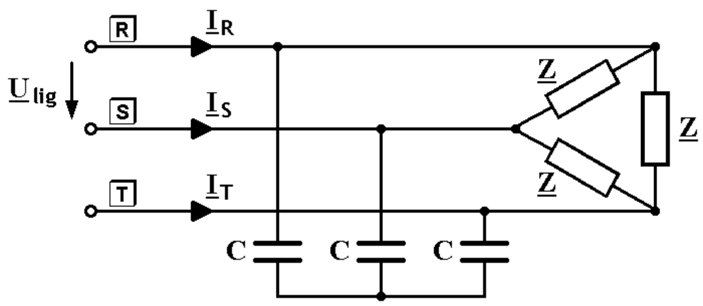
Un utilisateur triphasé comporte trois inductances égales à $\underline{Z}$, montées en triangle, et qui présente chacune un module de 10 Ω et un facteur de puissance inductif cos ϕ = 0,8. Les tensions de ligne ont une valeur efficace U_{lig} = 400 V et une fréquence f = 50 Hz.

On installe une batterie de condensateur C montés en étoile, de façon que le cos ϕ apparent = 1.

A. Calculer C.

B. Calculer la puissance active fournie par le réseau.

C. Calculer les courants de ligne, <u>sans</u> les condensateurs et <u>avec</u> les condensateurs.



Série X

TRANSPOSITION TRIANGLE-ÉTOILE

Trois problèmes classiques se posent fréquemment, qui font intervenir la transposition d'une connexion en triangle à ne connexion en étoile ou vice-versa :

- Le problème du changement de puissance à impédances constantes.
- Le problème de l'adaptation à deux réseaux différents.
- Le problème des impédances équivalentes à puissances constantes.

Dans les trois cas, il s'agit d'un problème triphasé équilibré. **Il suffit donc de faire les calculs pour une seule phase, puis de généraliser le résultat.**

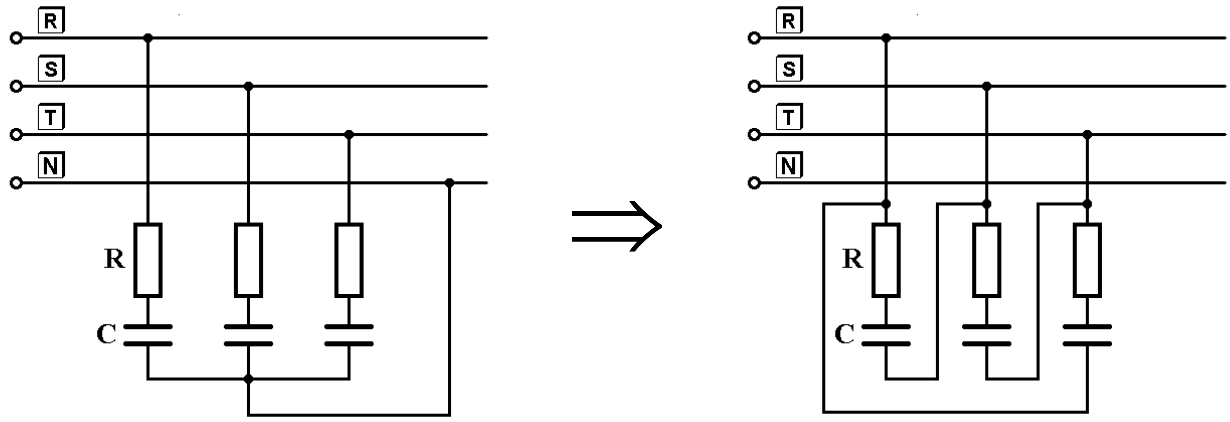
☞ Lorsqu'on indique une seule tension, il s'agit par convention de la valeur efficace de la tension composée.

EXERCICE X.1 : CHANGEMENT DU PUISSANCE

Dans ce type de problème, le réseau et les impédances de phase de l'utilisateur restent les mêmes. L'utilisateur représenté ci-dessous est d'abord branché en étoile à un réseau 400 V / 50 Hz.

A. Que se passe-t-il si l'on supprime la liaison au conducteur neutre ?

On branche ensuite le même utilisateur (mêmes charges R et C) en triangle sur le même réseau.



Dans chaque cas :

B. Quelle est la tension de phase ?

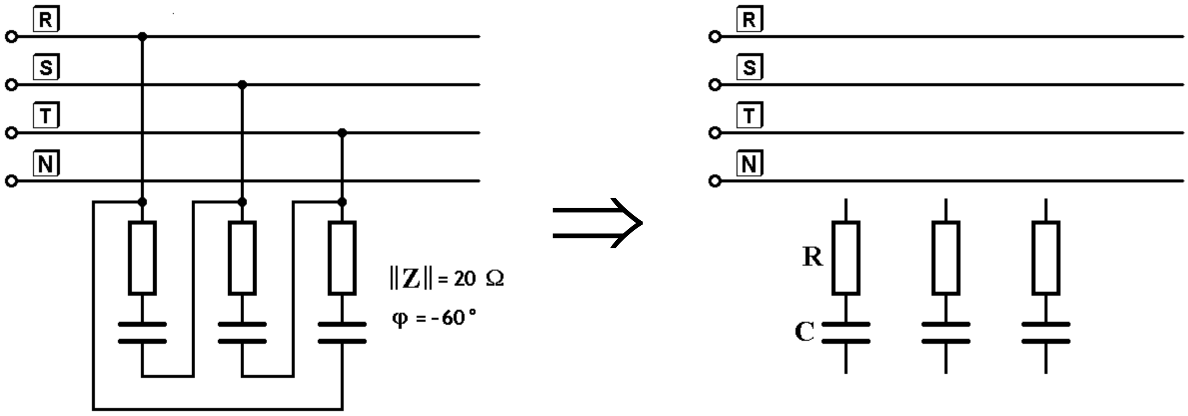
C. Calculer le courant qui circule dans chacune des phases (module et déphasage par rapport à la tension de phase).

D. Calculer les puissances actives et réactives absorbées par une phase et par l'ensemble des phases.

Application numérique : R = 10 Ω C = 185 µF

EXERCICE X.2 : ADAPTATION À DEUX RÉSEAUX DIFFÉRENTS

L'utilisateur représenté ci-dessous était branché initialement en triangle sur un réseau 230 V / 50 Hz. Lorsque le réseau est passé à 400 V / 50 Hz, on a branché l'utilisateur en étoile.



A. Compléter le schéma.

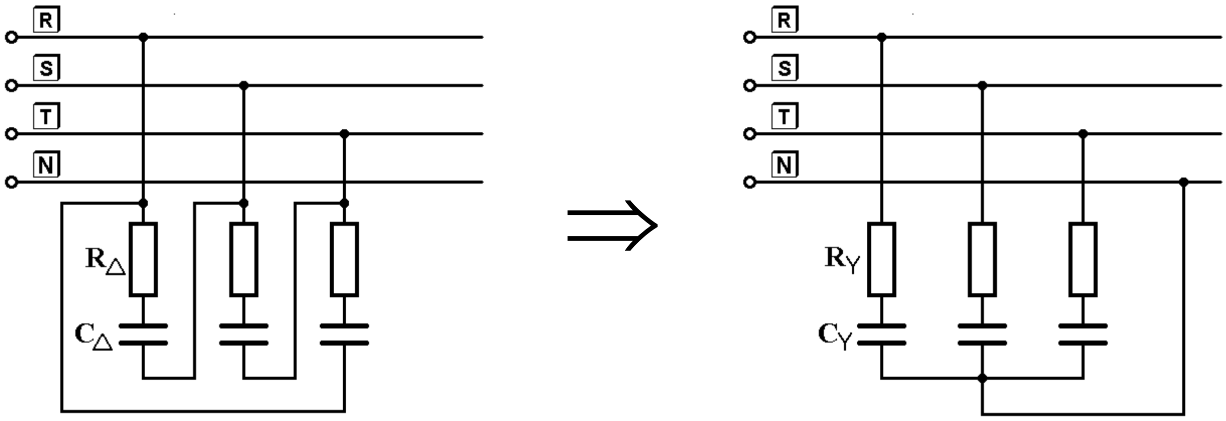
B. Vérifier que le consommateur soutire les mêmes puissances active et réactive dans les deux cas.

C. Calculer le courant dans la ligne, pour les deux cas.

EXERCICE X.3 : IMPÉDANCES ÉQUIVALENTES

Lors de la résolution d'un problème d'électrotechnique, il peut être avantageux de remplacer une charge triphasée en triangle par une charge triphasée équivalente en étoile.

☞ Les charges sont dites équivalentes si, vu de l'extérieur, elles se comportent de la même manière : pour la même tension simple, elles consomment le même courant de ligne et la même puissance active.



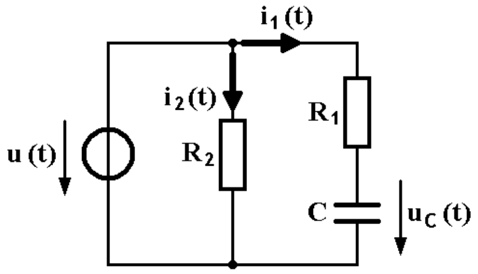
A. Calculer les éléments de la charge en étoile, de manière que les puissances consommées restent les mêmes que pour le montage en triangle.

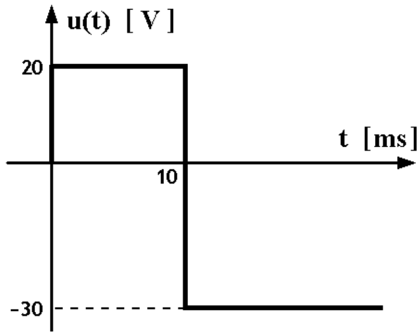
Application numérique : $R_\Delta = 21\ \Omega$ $C_\Delta = 180\ \mu F$

Série XI

EXERCICE XI.1 : CIRCUIT RC EN RÉGIME TRANSITOIRE (1)

Soit le circuit RC représenté ci-dessous, avec la source de tension u(t).





A. Calculer le courant $i_1(t)$.

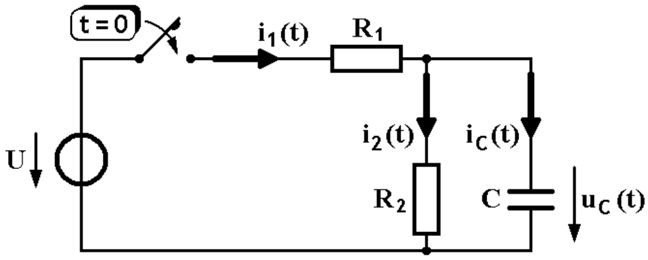
B. Calculer la tension $u_C(t)$.

C. Dessiner $u_C(t)$ et $i_1(t)$, de 0 à 20 ms, en indiquant clairement les valeurs limites et les constantes de temps.

Application numérique : $R_1 = 500\ \Omega$ $R_2 = 100\ \Omega$ $C = 5\ \mu F$ $u_C(0) = 5$ V

EXERCICE XI.2 : CIRCUIT RC EN RÉGIME TRANSITOIRE (2)

Le circuit RC représenté ci-contre est alimenté par une tension constante U. Au temps t = 0, on ferme l'interrupteur que l'on ouvre ensuite à nouveau au temps $t_1 = 1$ ms.



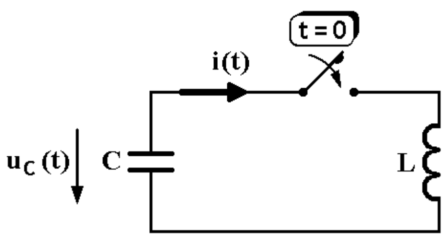
A. Calculer et représenter la tension $u_C(t)$ en fonction du temps, de 0 à 2 ms.

B. Quelles sont les constantes de temps du circuit ?

Application numérique : $R_1 = 10\ \Omega$ $R_2 = 15\ \Omega$ $C = 10\ \mu F$
$U = 100$ V $u_C(0) = 0$ V

EXERCICE XI.3 : CIRCUIT LC EN RÉGIME TRANSITOIRE

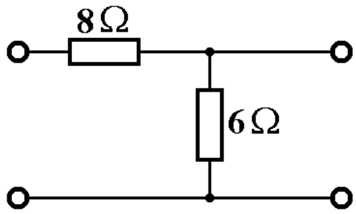
Soit le circuit LC représenté ci-contre.



A. Calculer le courant i(t) pour t > 0, sachant que $u_C(t) = U_o$ pour t < 0

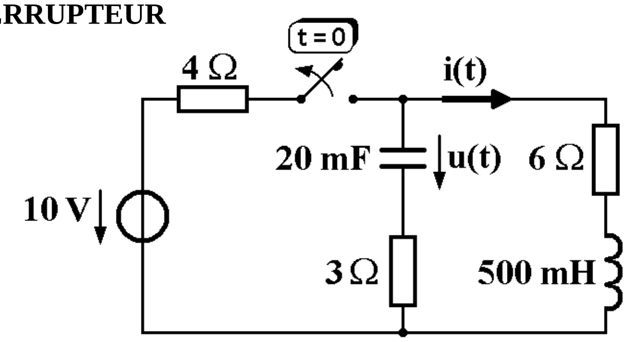
Série XII

EXERCICE XII.1 : QUADRIPÔLE



Trouver les paramètres d'impédances du quadripôle de la figure ci-contre.

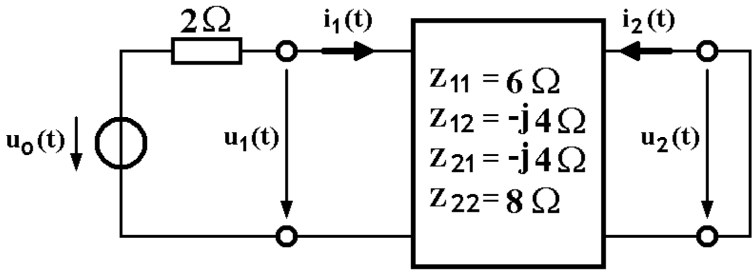
EXERCICE XII.2 : OUVERTURE D'UN INTERRUPTEUR



Le circuit de la figure ci-contre est dans un régime stable immédiatement avant l'ouverture de l'interrupteur, à l'instant t = 0.

Calculer le courant i(t) pour $t \geq 0$

EXERCICE XII.3 : QUADRIPÔLE

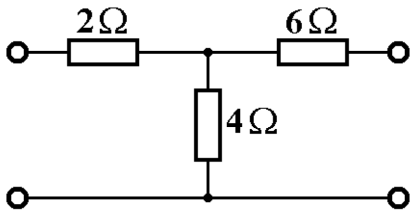


Calculer les courants I_1 et I_2 dans le quadripôle de la figure ci-contre.

Application numérique :

$$\underline{U}_o = 2 \cdot e^{j \cdot \pi/6} \text{ V}$$

EXERCICE XII.4 : SCHÉMA EN T



Calculer les paramètres d'admittance et les paramètres de transmission pour le schéma en T de la figure ci-contre.