CORRIGE DE LA SERIE VII

EXERCICE VII.1 : AUGMENTATION DU COS ϕ D'UNE CHARGE RL

A. $P = U \cdot I \cdot \cos\phi \quad \Rightarrow \quad I = \dfrac{P}{U \cdot \cos\varphi} = \dfrac{45{,}5 \cdot 10^3}{380 \cdot 0{,}6} = \underline{199{,}56\ \text{A}}$

$\phi = \arccos(0{,}6) = 53{,}13°$

$\underline{I} = \underline{199{,}56 \cdot e^{-j\,53{,}13°}\ \text{A}}$

$\underline{Z} = Z \cdot \cos\phi + j\, Z \cdot \sin\phi = R + j\omega L \quad \Rightarrow \quad R = Z \cdot \cos\phi \quad ; \quad \omega L = Z \cdot \sin\phi$

$Z = \dfrac{U}{I} = \dfrac{380}{199{,}56} = 1{,}9\ \Omega$

$R = 1{,}9 \cdot 0{,}6 = \underline{1{,}14\ \Omega}$ et $L = \dfrac{1{,}9 \cdot 0{,}8}{100 \cdot \pi} = \underline{4{,}84\ \text{mH}}$

B. $\underline{Z}_M = R + j\,\omega L \quad \Rightarrow \quad \underline{Y}_M = \dfrac{1}{R + j\,\omega L} = \dfrac{R - j\,\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$ et $\underline{Y}_C = j\,\omega C$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_M + \underline{Y}_C = \frac{R - j\,\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} + j\omega C = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - j\,\omega\left(\frac{L}{R^2 + (\omega L)^2} - C\right)$$

$\phi' = \arccos(0{,}95) = \pm 18{,}19°$ (2 solutions possibles)

$\phi' = \arg(\underline{Z}) = -\arg(\underline{Y})$

$$\tan\phi' = \frac{\dfrac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} - \omega C}{\dfrac{R}{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{\omega L - \omega C\left[R^2 + (\omega L)^2\right]}{R}$$

$$C = \frac{\omega L - R\tan\phi'}{\omega\left[R^2 + (\omega L)^2\right]} = \begin{cases} \underline{1008\ \mu\text{F}} & (\text{pour } \phi' = +18{,}19°) \\ \underline{1667\ \mu\text{F}} & (\text{pour } \phi' = -18{,}19°) \end{cases}$$

C. $\underline{Y} = \underline{(0{,}316 - j \cdot 0{,}104)\ \text{S}} = \underline{0{,}3327 \cdot e^{-j\,18{,}19°}\ \text{S}}$

$\underline{I}' = \underline{Y} \cdot \underline{U} = \underline{126{,}4 \cdot e^{-j\,18{,}19°}\ \text{A}}$

D. $P_{pertes} = R_L \cdot I^2 = \underline{1{,}99\ \text{kW}}$

$P'_{pertes} = R_L \cdot I'^2 = \underline{0{,}79\ \text{kW}}$

E. Diminution des pertes dans les lignes

EXERCICE VII.2 : PUISSANCE EN RÉGIME ALTERNATIF

Si $\underline{Z}_1$ est de nature capacitive :

$\underline{Z}_1 = R_1 - j\frac{1}{\omega C_1}$ où C_1 est une capacité supposée être en série avec R_1

$$\Rightarrow \quad R_1 = \frac{U}{I_1}\cos\phi = \underline{8\,\Omega} \qquad \text{et :} \qquad X_1 = \frac{U}{I_1}\sin\phi = \frac{1}{C_1\omega} \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{I_1}{U}\cdot\frac{1}{\omega\sin\phi} = \underline{530{,}5\,\mu F}$$

Lorsqu'on ajoute une capacité C en série avec $\underline{Z}_1$, C_1 est remplacé par $C_1' = \left(\frac{1}{C}+\frac{1}{C_1}\right)^{-1}$, X_1 devient X_1', ϕ devient ϕ' et I_1 devient I_2 :

$$R_1 = \frac{U}{I_2}\cos\phi' = 8\,\Omega \qquad \text{et :} \qquad X_1' = \frac{U}{I_2}\sin\phi' = \frac{1}{C_1'\omega}$$

$$\Rightarrow \quad I_2 = \frac{U\cos\phi'}{R_1} = \underline{7{,}5\,A} \qquad \text{et :} \qquad R_1 tg\phi' = \frac{1}{\omega}\cdot\left(\frac{1}{C}+\frac{1}{C_1}\right) \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega R_1 tg\phi' - 1/C_1} = \underline{682{,}1\,\mu F}$$

Si $\underline{Z}_1$ est de nature inductive :

$\underline{Z}_1 = R_1 + j\,\omega L_1$ où L_1 est une inductance supposée être en série avec R_1

$$\Rightarrow \quad R_1 = \frac{U}{I}\cos\varphi = \underline{8\,\Omega} \qquad \text{et :} \qquad X_1 = \frac{U}{I}\sin\varphi = L_1\omega \quad \Rightarrow \quad L_1 = \frac{U}{I}\cdot\frac{\sin\varphi}{\omega} = \underline{19{,}1\,mH}$$

Lorsqu'on ajoute une capacité, l'impédance devient $\underline{Z}_2$:

$$\underline{Z}_2 = R_1 + j\left(L_1\omega - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\Rightarrow \quad R_1 = \frac{U}{I_2}\cos\phi' = 8\,\Omega \qquad \text{et :} \qquad X_1' = \frac{U}{I_2}\sin\phi' = L_1\omega - \frac{1}{C\omega}$$

$$\Rightarrow \quad I_2 = \frac{U\cos\phi'}{R_1} = \underline{7{,}5\,A} \qquad \text{et :} \qquad R_1 tg\phi' = L_1\omega - \frac{1}{C\omega}$$

Remarquons que si on ajoute une <u>petite</u> capacité, le déphasage diminue, donc le cosϕ augmente, ce qui ne correspond pas à la donnée du problème. Pour obtenir une diminution du cosϕ, il faut ajouter une capacité suffisamment <u>grande</u> pour que l'impédance totale devienne capacitive. Dans ces conditions, ϕ' est négatif :

$$tg\phi' = -\,tg[\arccos(\cos\phi')]$$

$$\Rightarrow \quad -R_1 tg(\arccos(\cos\phi')) = L_1\omega - \frac{1}{C\omega} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{\omega\cdot\left[L_1\omega + R_1 tg[\arccos(\cos\phi')]\right]} = \underline{191\,\mu F}$$

EXERCICE VII.3 : PUISSANCE ACTIVE ET PUISSANCE RÉACTIVE

A. Le déphasage $\varphi = -\frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{18}\right) = -\frac{5\pi}{18} = \underline{-50°} < 0$: courant en avance sur la tension

$\Rightarrow$ la charge est capacitive.

B. On a les valeurs efficaces : $U = \hat{U}/\sqrt{2}$; $I = \hat{I}/\sqrt{2}$.

Puissance apparente : $S = U \cdot I = ½\, \hat{U} \cdot \hat{I} = \underline{120 \text{ VA}}$

Puissance active : $P = U \cdot I \cos\varphi = \underline{77{,}1 \text{ W}}$

Puissance réactive : $Q = U \cdot I \sin\phi = \underline{-91{,}9 \text{ var}}$

C. La résistance $R = \frac{P}{I^2} = \frac{2P}{\hat{I}^2} = \underline{1{,}1\ \Omega}$ et la réactance $X = \frac{Q}{I^2} = \frac{2Q}{\hat{I}^2} = \underline{-1{,}28\ \Omega}$