CORRIGE DE LA SERIE V

EXERCICE V.1 : CIRCUIT RLC EN REGIME SINUSOÏDAL

L'impédance du circuit RLC série a été établie dans l'exercice II.1 :

$$\underline{Z} = R + j\,\frac{\omega_k^2 LC - 1}{\omega_k C} \quad \text{avec : } \omega_k = 2\,\pi\,f_k$$

La valeur efficace du courant, I, et le facteur de puissance, cosϕ, sont donnés par les relations :

$$I = \frac{U}{|\underline{Z}|} \qquad \text{et} \qquad \cos\phi = \cos(\arg(\underline{Z}))$$

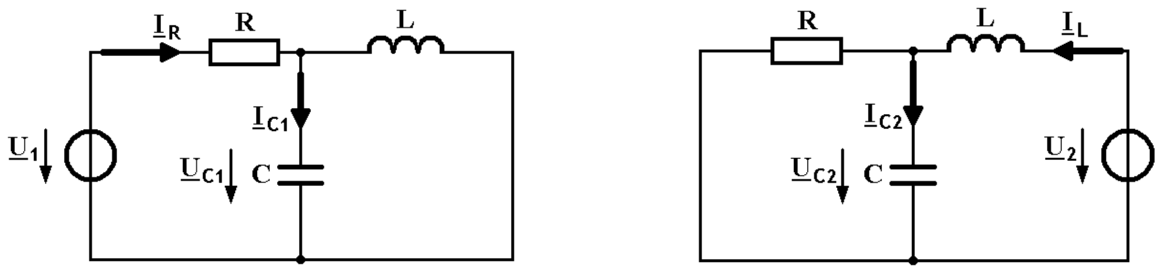
Les résultats obtenus pour les deux fréquences sont résumés dans le tableau ci-dessous :

f [Hz]	**| $\underline{Z}$ | [Ω]**	**arg($\underline{Z}$) [°]**	**I [A]**	**cosϕ**	**Nature de l'impédance**
1000	13,88	– 43,93	7,20	0,72	capacitive
2000	11,01	24,74	9,08	0,91	inductive

EXERCICE V.2 : SUPERPOSITION EN RÉGIME SINUSOÏDAL

Le principe de superposition permet de décomposer le circuit étudié en deux circuits :

Circuit 1 **Circuit 2**



Dans le circuit 1, l'impédance équivalente $\underline{Z}_1$ s'écrit (cas n°3 de l'exercice II.1) :

$$\underline{Z}_1 = R + j\,\frac{\omega_1 L}{1 - \omega_1^2 LC}$$

Les courants et les tensions seront donnés par :

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1}\ ; \qquad \underline{U}_{C1} = \underline{U}_1 - R\cdot\underline{I}_R\ ; \qquad \underline{I}_{C1} = \underline{U}_{C1}\,j\,\omega_1 C$$

Application numérique :

$\underline{U}_1 = 100 \cdot e^{j90°}$ V ; $\underline{Z}_1 = 31{,}48 \cdot e^{j17{,}66°}$ Ω

$\Rightarrow \quad \underline{I}_R = 3{,}18 \cdot e^{j\,72{,}33°}$ A $= (0{,}964 + j\,3{,}03)$ A

$\Rightarrow \quad \underline{U}_R = R \cdot \underline{I}_R = 95{,}3 \cdot e^{j\,72{,}33°} \qquad \underline{U}_{C1} = \underline{U}_1 - \underline{U}_R = 30{,}34 \cdot e^{j\,162{,}34°}$ V

$\Rightarrow \quad \underline{I}_{C1} = \underline{U}_{C1} / \underline{Z}_{C1} = \underline{U}_{C1} \cdot j\omega_1 C = 2{,}86 \cdot e^{-j\,107{,}66°}$ A

Dans le circuit 2, l'impédance équivalente $\underline{Z}_2$ s'écrit (cas n°4 de l'exercice II.1) :

$$\underline{Z}_2 = \frac{R + j\,\omega_2(\omega_2^2 R^2 LC^2 + L - R^2 C)}{1 + (\omega_2 RC)^2}$$

Les courants et les tensions seront donnés par :

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} \; ; \qquad \underline{U}_{C2} = \underline{U}_2 - j\,\omega_2 L \cdot \underline{I}_L \; ; \qquad \underline{I}_{C2} = \underline{U}_{C2}\, j\,\omega_2 C$$

Application numérique :

$\underline{U}_2 = 100 \cdot e^{j90°}$ V ; $\underline{Z}_2 = 4{,}99 \cdot e^{j79{,}50°}$ Ω

$\Rightarrow \quad \underline{I}_L = 20{,}03 \cdot e^{j\,10{,}50°}$ A $= (19{,}7 - j\,3{,}65)$ A ;
$\quad \underline{U}_{C2} = (36{,}69 - j\,98{,}0)$ V $= 104{,}64 \cdot e^{j\,69{,}47°}$ V

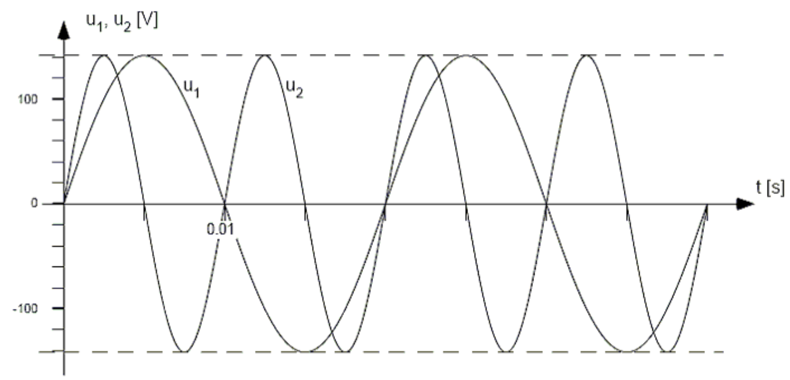
$\Rightarrow \quad \underline{I}_{C2} = 19{,}72 \cdot e^{j\,20{,}53°}$ A

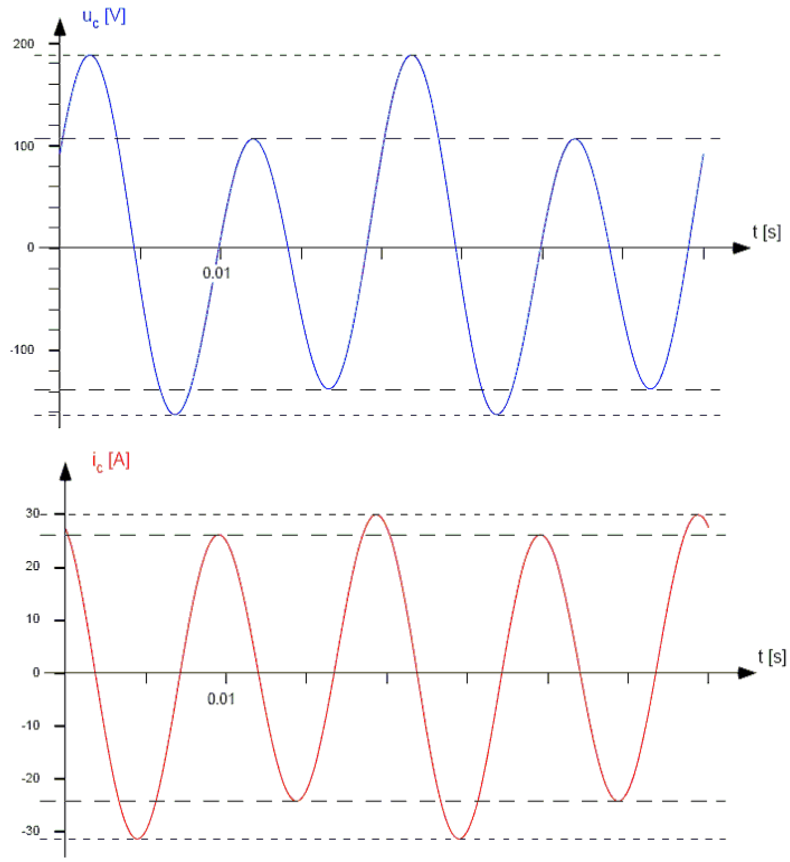
À ce stade, il est temps de se souvenir qu'on ne peut pas additionner deux phaseurs de fréquences différentes : seules les valeurs instantanées s'additionnent dans un tel cas. On écrira donc (avec les angles en radians) :

$$\left.\begin{aligned} u_{c1}(t) &= |\underline{U}_{C1}|\sqrt{2}\cos(\omega_1 \cdot t + \arg(\underline{U}_{C1})) = \underline{42{,}9\cos(314{,}2 \cdot t + 2{,}827)\ \mathrm{V}} \\ u_{c2}(t) &= |\underline{U}_{C2}|\sqrt{2}\cos(\omega_2 \cdot t + \arg(\underline{U}_{C2})) = \underline{148{,}0\cos(628{,}3 \cdot t - 1{,}212)\ \mathrm{V}} \end{aligned}\right\} \; u_c(t) = u_{c1}(t) + u_{c2}(t)$$

$$\left.\begin{aligned} i_{c1}(t) &= |\underline{I}_{C1}|\sqrt{2}\cos(\omega_1 \cdot t + \arg(\underline{I}_{C1})) = \underline{4{,}04\cos(314{,}2 \cdot t - 1{,}879)\ \mathrm{A}} \\ i_{c2}(t) &= |\underline{I}_{C2}|\sqrt{2}\cos(\omega_2 \cdot t + \arg(\underline{I}_{C2})) = \underline{27{,}89\cos(628{,}3 \cdot t + 0{,}358)\ \mathrm{A}} \end{aligned}\right\} \; i_c(t) = i_{c1}(t) + i_{c2}(t)$$

Graphiquement, on obtient les résultats ci-dessous :




u_c [V]
200
100
0
-100
t [s]
0.01
i_c [A]
30
20
10
0
-10
-20
-30
t [s]
0.01