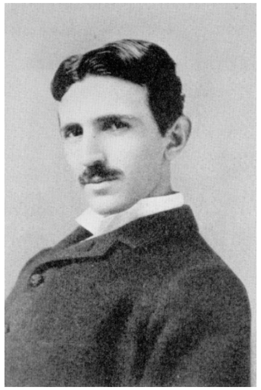
Circuits et Systèmes I
Chapitre 8: Circuits en Régime Sinusoïdal Triphasé

Farhad Rachidi
École Polytechnique Fédérale de Lausanne
Lausanne, Switzerland

Systèmes triphasés

- Les circuits triphasés permettent une utilisation optimale des réseaux électriques tant à la source qu'à la charge.
- Ils ont été proposés par Tesla en 1888 et mis en œuvre de façon commerciale pour la première fois aux chutes Niagara le 16 novembre 1896.

Nicola **Tesla** (1856-1943),
ingénieur et physicien Serbe.



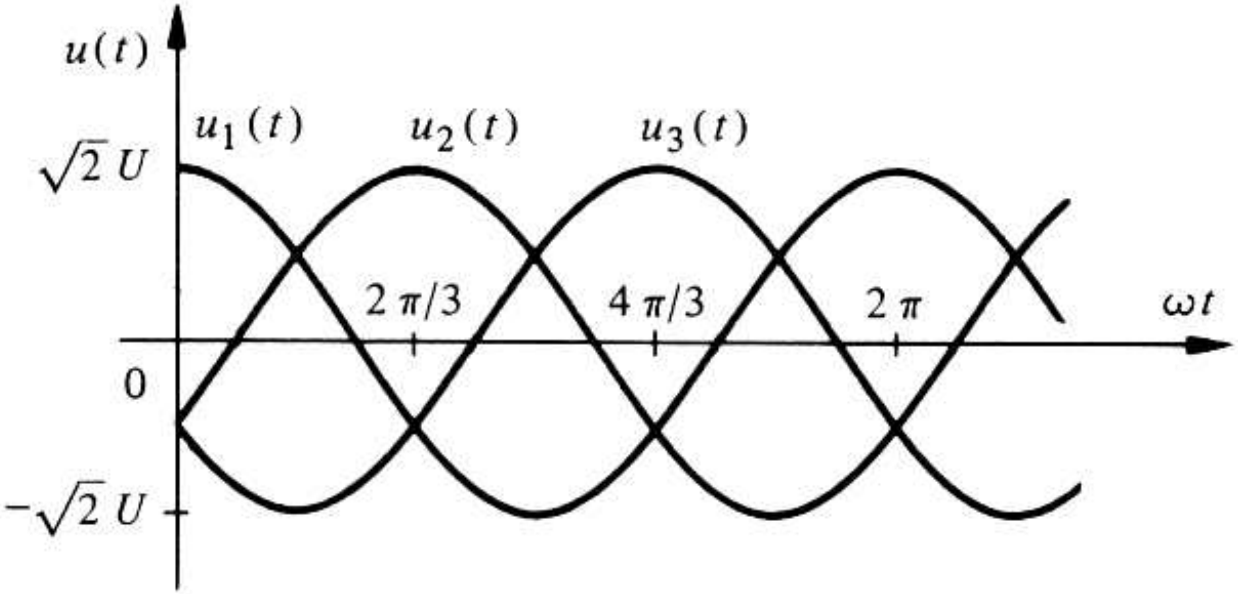
Systèmes triphasés

- Circuits alimentés par trois sources sinusoïdales déphasées entre elles de 120^o.
- Source symétrique (équilibrée): les trois tensions de source ont la même amplitude (valeur efficace)
- Charge équilibrée: les trois charges raccordées à la source triphasée consomment les même puissances active et réactive.

Systèmes triphasés symétriques

Système direct:

$$u_1(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t) \quad u_2(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t - 2\pi/3) \quad u_3(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + 2\pi/3)$$

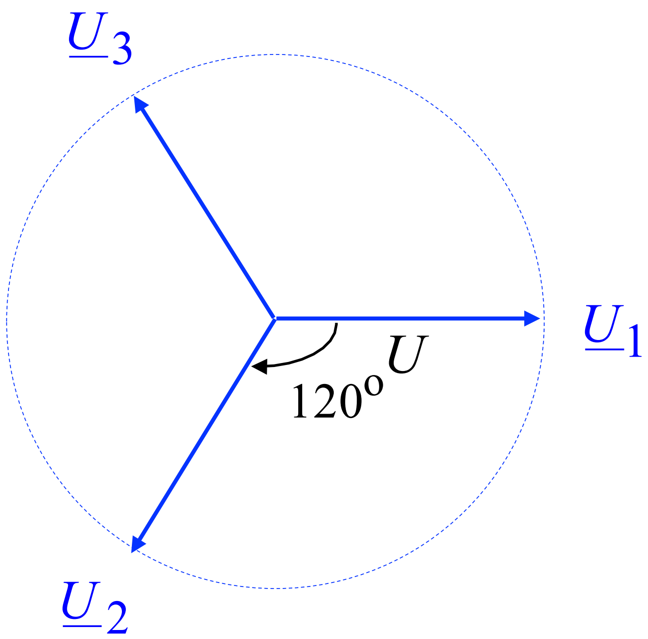


$$u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$$

Systèmes triphasés symétriques

Système direct:

$$\underline{U}_1 = Ue^{j\alpha} \quad \underline{U}_2 = Ue^{j(\alpha - 2\pi/3)} \quad \underline{U}_3 = Ue^{j(\alpha + 2\pi/3)}$$

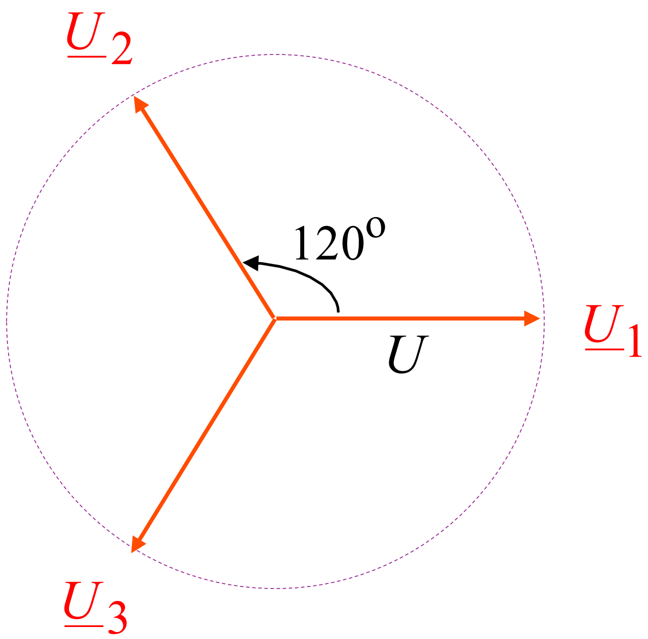


$$\boxed{\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0}$$

Systèmes triphasés symétriques

Système inverse:

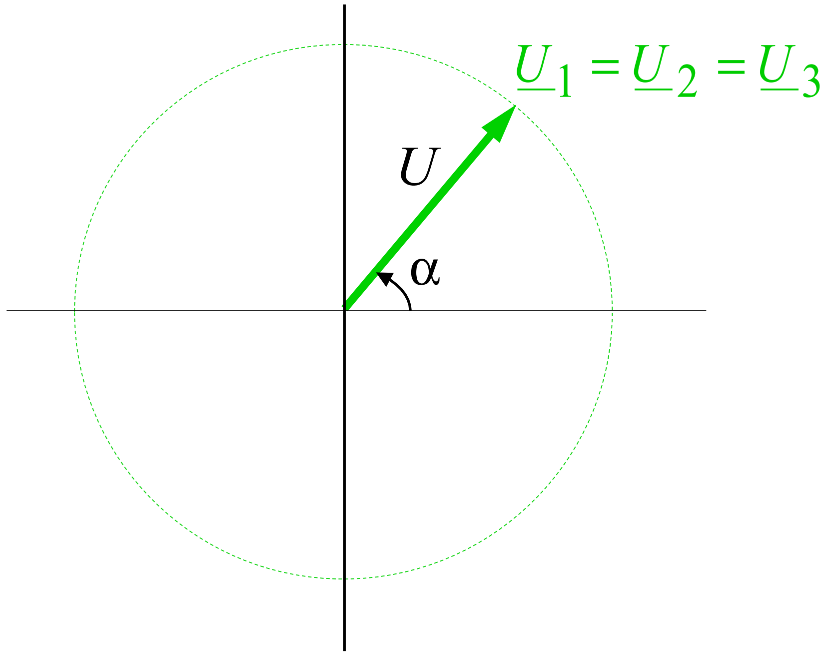
$$\underline{U}_1 = Ue^{j\alpha} \quad \underline{U}_2 = Ue^{j(\alpha+2\pi/3)} \quad \underline{U}_3 = Ue^{j(\alpha-2\pi/3)}$$



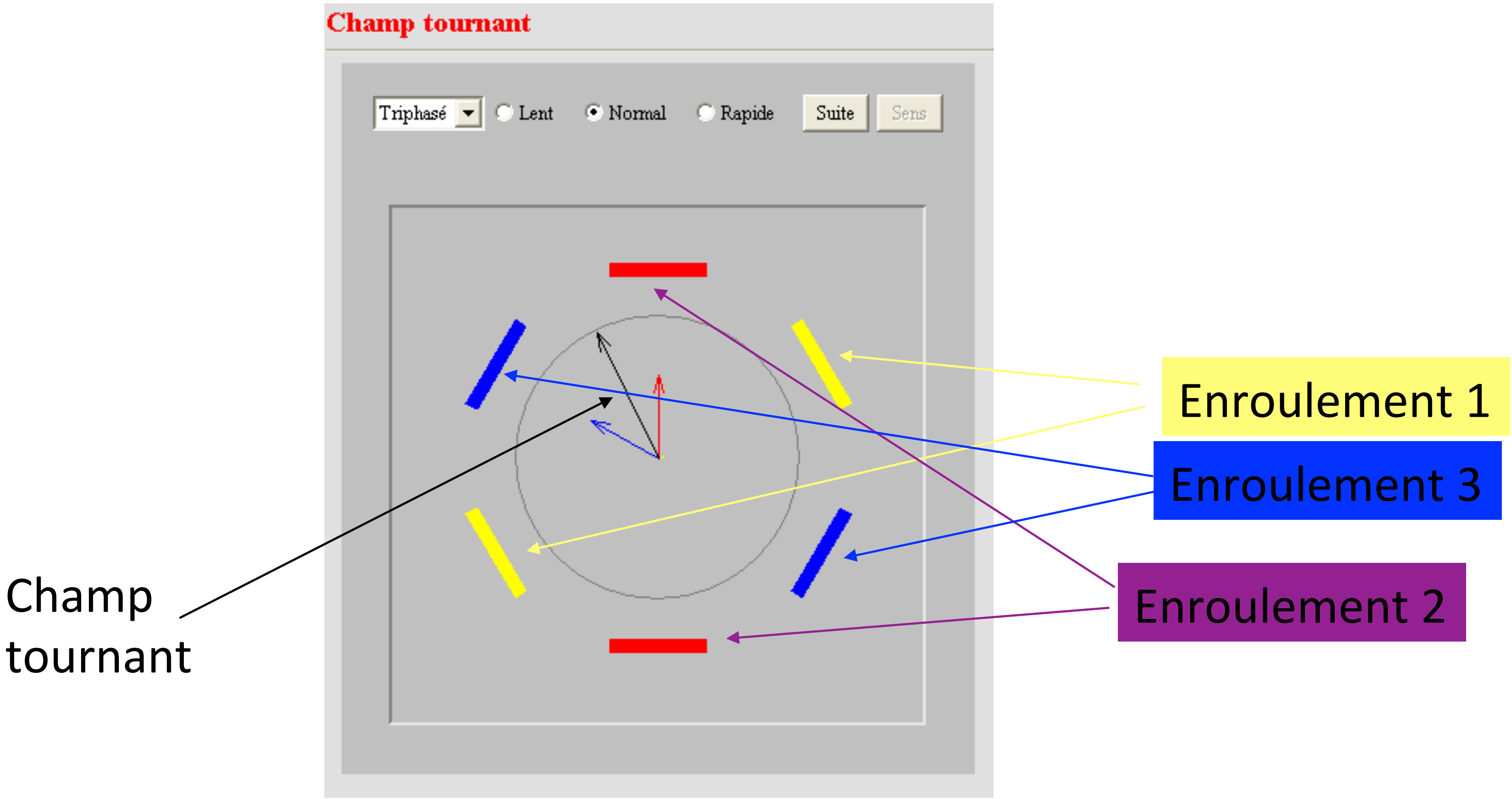
$$\boxed{\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0}$$

Système homopolaire

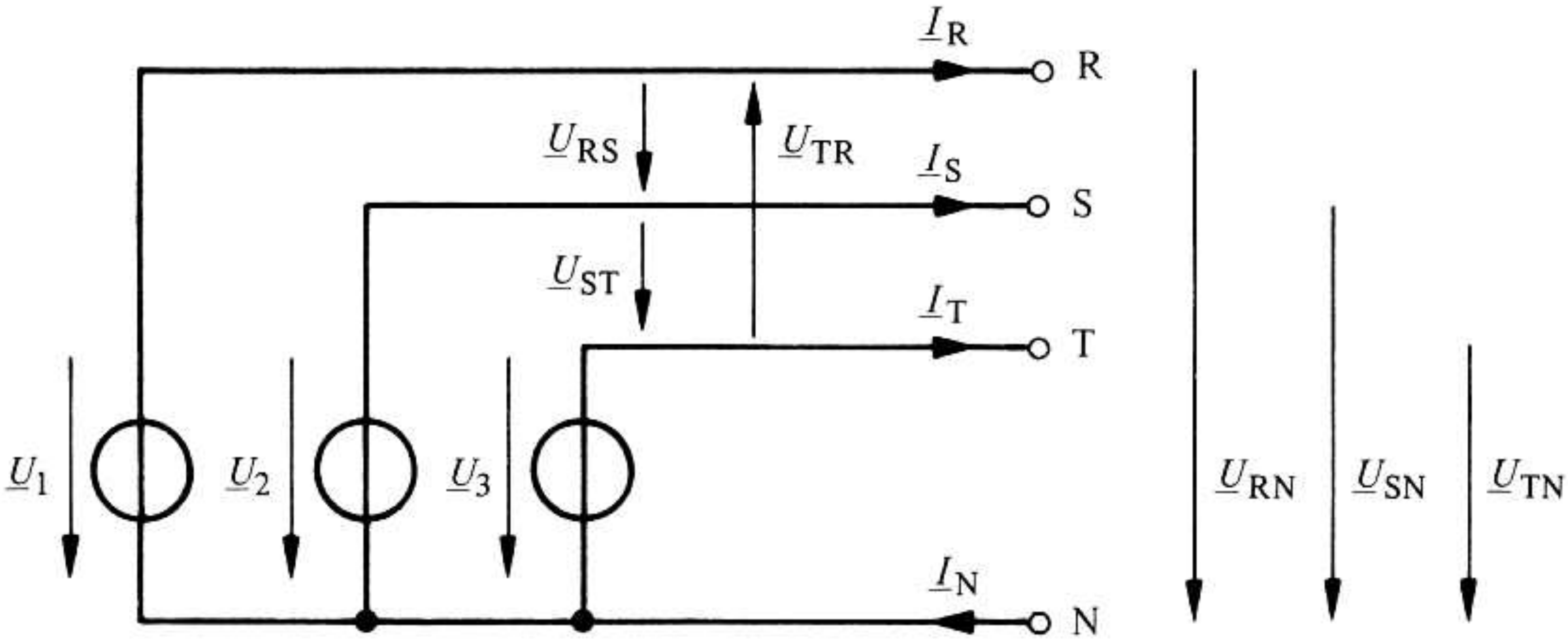
$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 = \underline{U}_3 = Ue^{j\alpha}$$



Comment on génère un système triphasé symétrique?



Source triphasée (en étoile)



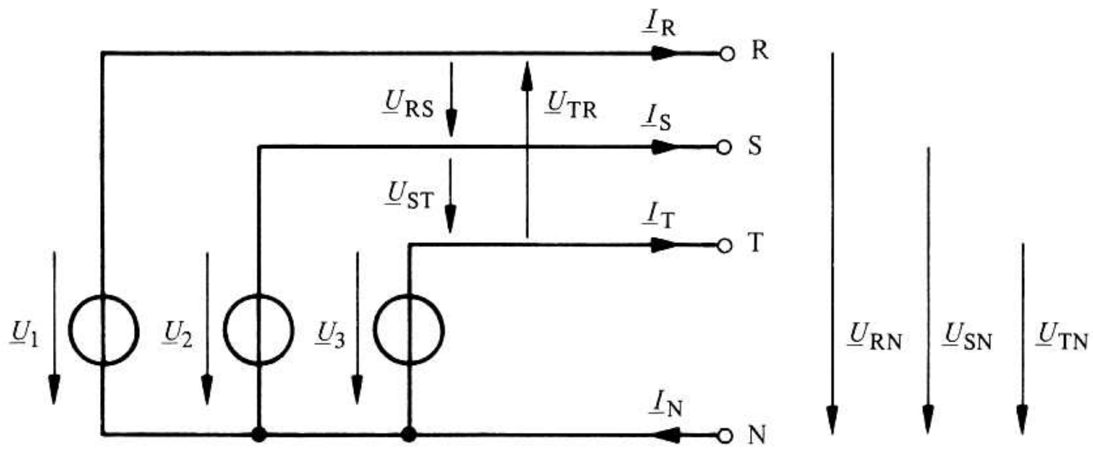
R, S, T: conducteurs de phase

N: conducteur neutre

Source triphasée
Tensions simples et tensions de ligne

Tensions simples:

$$\underline{U}_{RN}, \underline{U}_{SN}, \underline{U}_{TN}$$



avec:

$$\underline{U}_{RN} = \underline{U}_1 = U$$

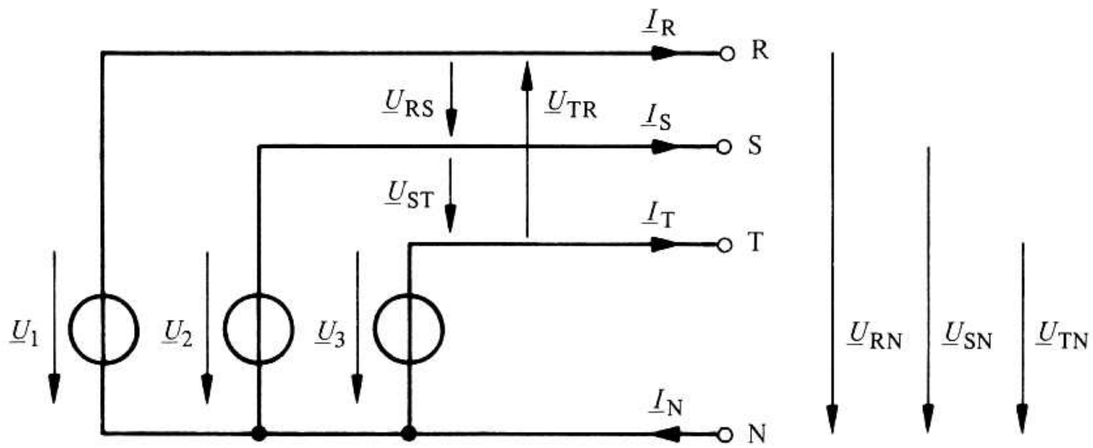
$$\underline{U}_{SN} = \underline{U}_2 = Ue^{-j2\pi/3}$$

$$\underline{U}_{TN} = \underline{U}_3 = Ue^{+j2\pi/3}$$

Source triphasée
Tensions simples et tensions de ligne

Tensions de lignes ou tensions composées:

$\underline{U}_{RS}, \underline{U}_{ST}, \underline{U}_{TR}$

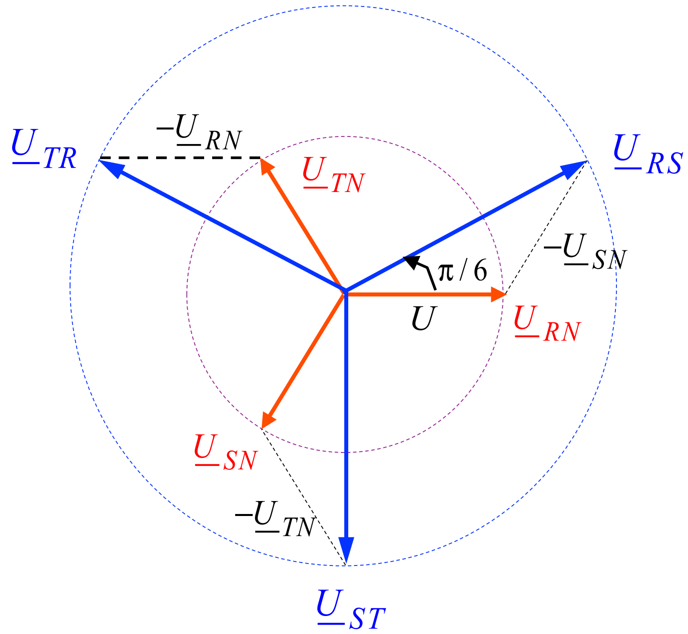


Relations entre tensions simples et tensions de ligne

$$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_{RN} - \underline{U}_{SN}$$
$$\underline{U}_{ST} = \underline{U}_{SN} - \underline{U}_{TN}$$
$$\underline{U}_{TR} = \underline{U}_{TN} - \underline{U}_{RN}$$

Source triphasée
Tensions simples et tensions de ligne

$$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_{RN} - \underline{U}_{SN}$$
$$\underline{U}_{ST} = \underline{U}_{SN} - \underline{U}_{TN}$$
$$\underline{U}_{TR} = \underline{U}_{TN} - \underline{U}_{RN}$$



$$\left.\begin{aligned} \underline{U}_{RS} &= \sqrt{3}Ue^{j\pi/6} \\ \underline{U}_{ST} &= \sqrt{3}Ue^{-j\pi/2} \\ \underline{U}_{TR} &= \sqrt{3}Ue^{+j5\pi/6} \end{aligned}\right\}$$

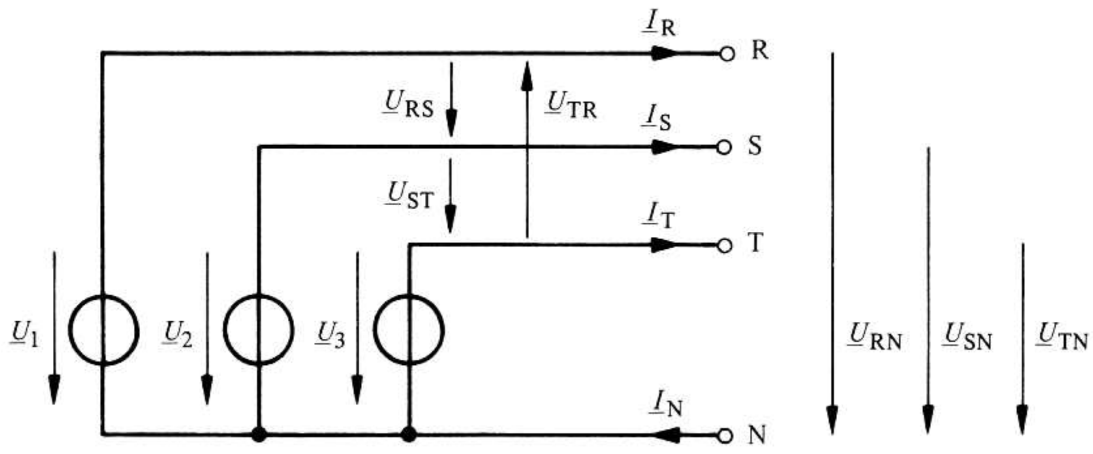
Système triphasé symétrique

Par rapport aux tensions simples:
- en avance de 30°,
- module $\sqrt{3}$ fois celui des tensions simples

Source triphasée
Courants de ligne

Courants de ligne:

$$\underline{I}_R, \underline{I}_S, \underline{I}_T$$



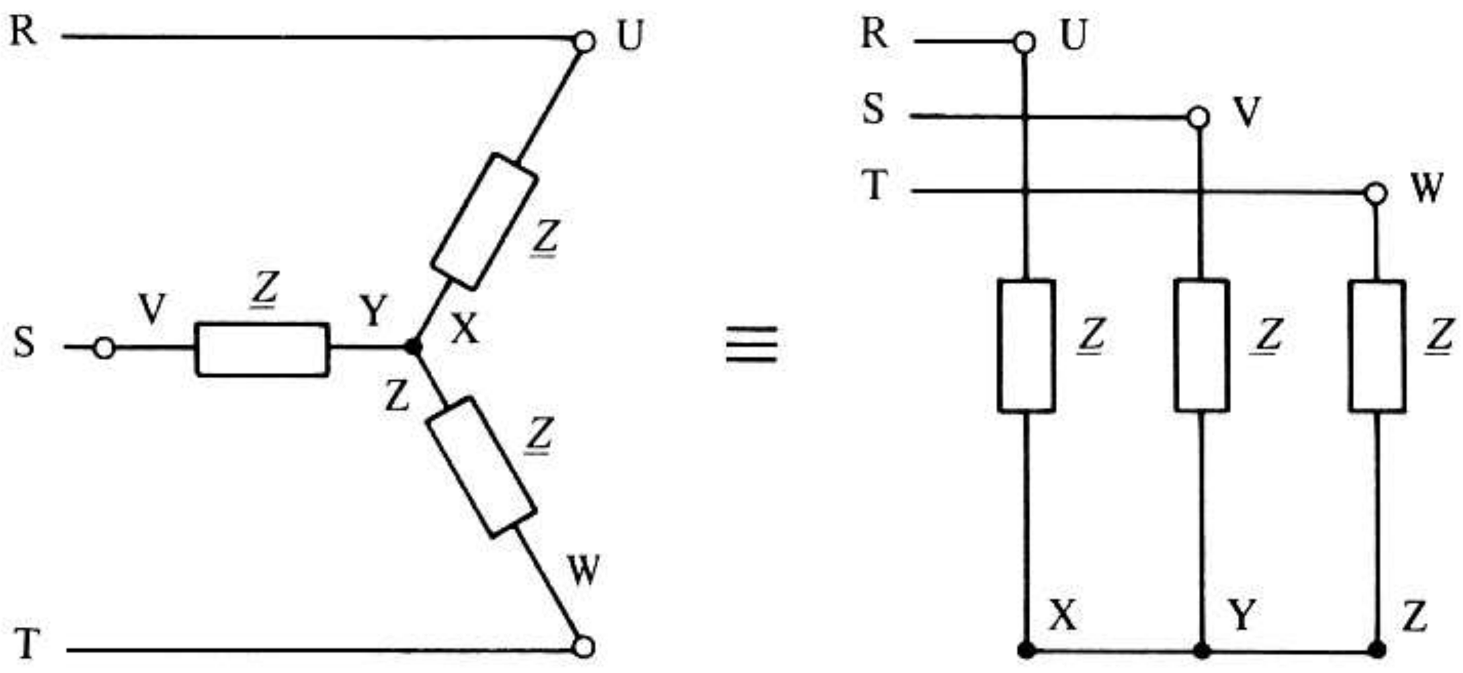
Courant de retour:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T$$

Charge triphasée équilibrée

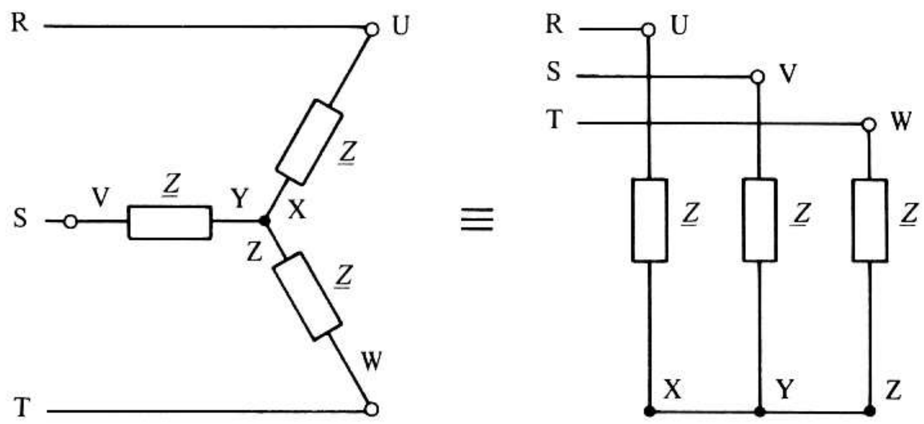
- Une charge triphasée équilibrée est caractérisée par trois impédances identiques (même module et argument) $\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$ que l'on appelle les trois phases de l'utilisateur.
- On peut raccorder les trois impédances en étoile ou en triangle.

Charge triphasée équilibrée
Connexion en étoile



Charge triphasée équilibrée
Connexion en étoile

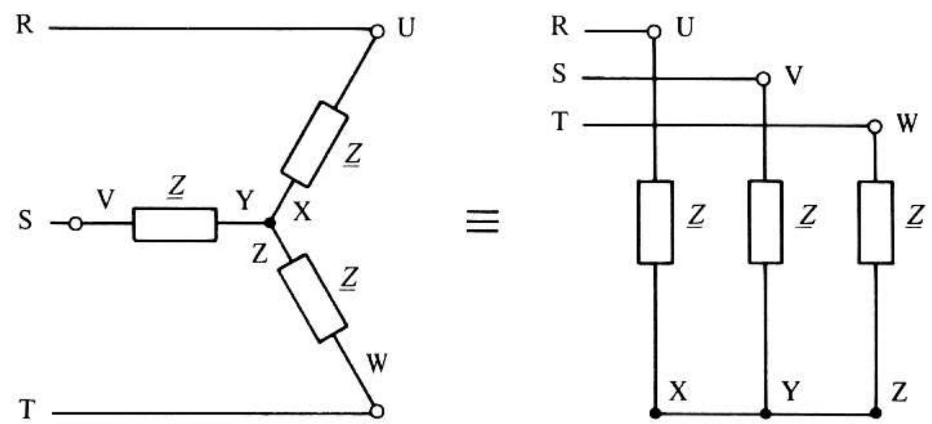
$$\underline{U}_{UX} = \underline{U}_{RN}$$
$$\underline{U}_{VY} = \underline{U}_{SN}$$
$$\underline{U}_{WZ} = \underline{U}_{TN}$$



Les tensions de phase se confondent avec les tensions simples

Charge triphasée équilibrée
Connexion en étoile

Courants de phase:



$$\underline{I}_{UX} = \frac{\underline{U}_{UX}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi)}$$

$$\underline{I}_{VY} = \frac{\underline{U}_{VY}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi-2\pi/3)}$$

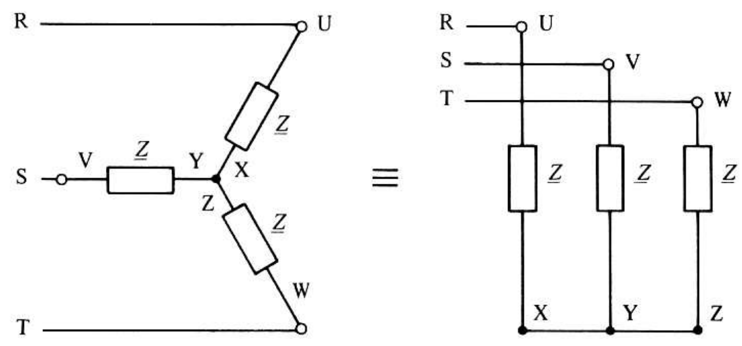
$$\underline{I}_{WZ} = \frac{\underline{U}_{WZ}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j(\alpha-\varphi+2\pi/3)}$$

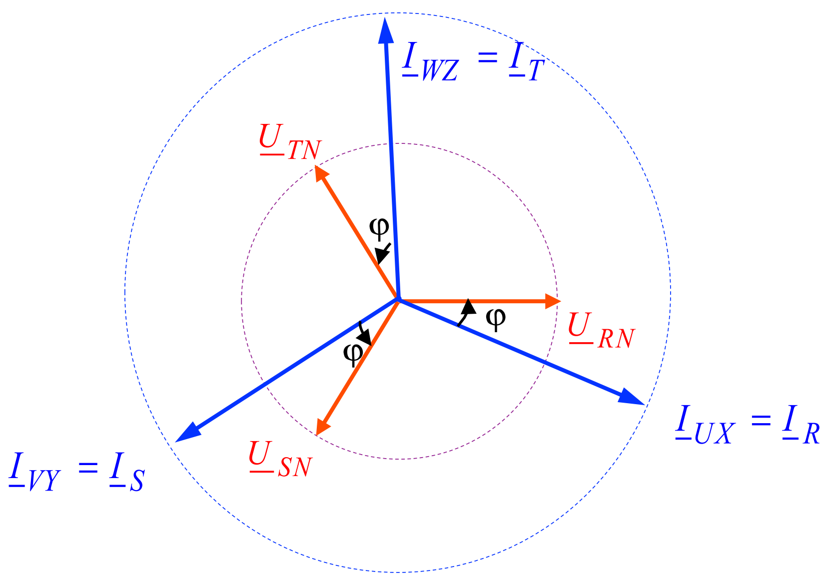
Charge triphasée équilibrée
Connexion en étoile

$$\underline{I}_{UX}=\frac{\underline{U}_{UX}}{\underline{Z}}=\frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}}=\frac{U}{Z}e^{j(\alpha-\varphi)}$$

$$\underline{I}_{VY}=\frac{\underline{U}_{VY}}{\underline{Z}}=\frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}}=\frac{U}{Z}e^{j(\alpha-\varphi-2\pi/3)}$$

$$\underline{I}_{WZ}=\frac{\underline{U}_{WZ}}{\underline{Z}}=\frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}}=\frac{U}{Z}e^{j(\alpha-\varphi+2\pi/3)}$$



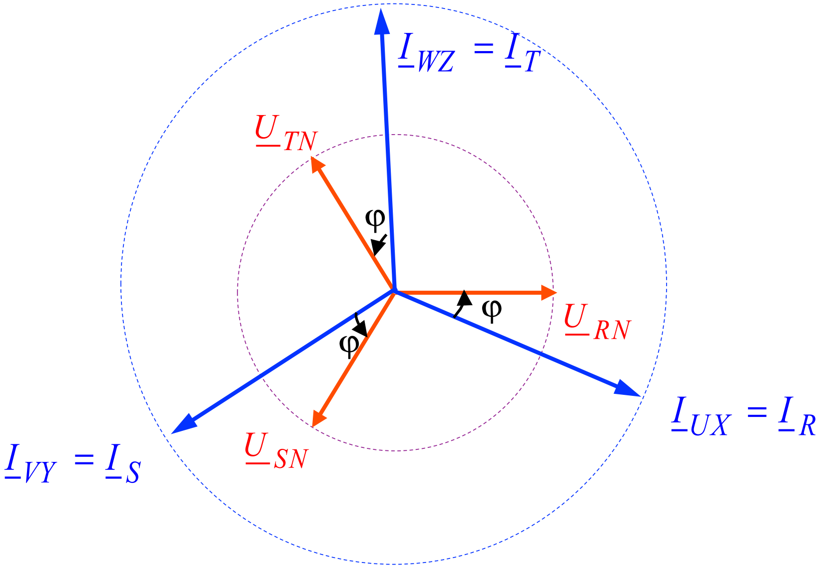


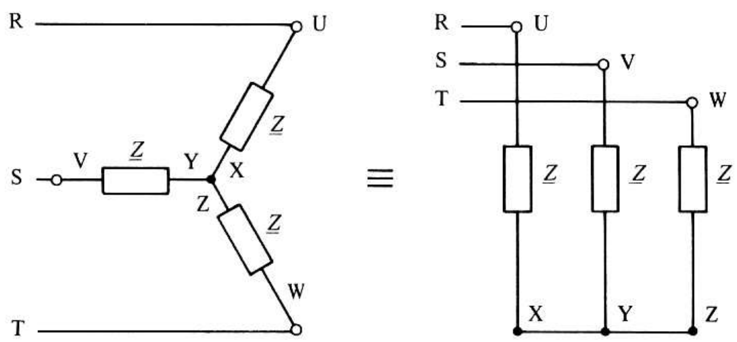
$$\underline{I}_R=\underline{I}_{UX} \qquad \underline{I}_S=\underline{I}_{VY} \qquad \underline{I}_T=\underline{I}_{WZ}$$

Le courant de ligne est égal au courant de phase et ils ont pour module:

$$I_l=I_{ph}=\frac{U}{Z}$$

Charge triphasée équilibrée
Connexion en étoile

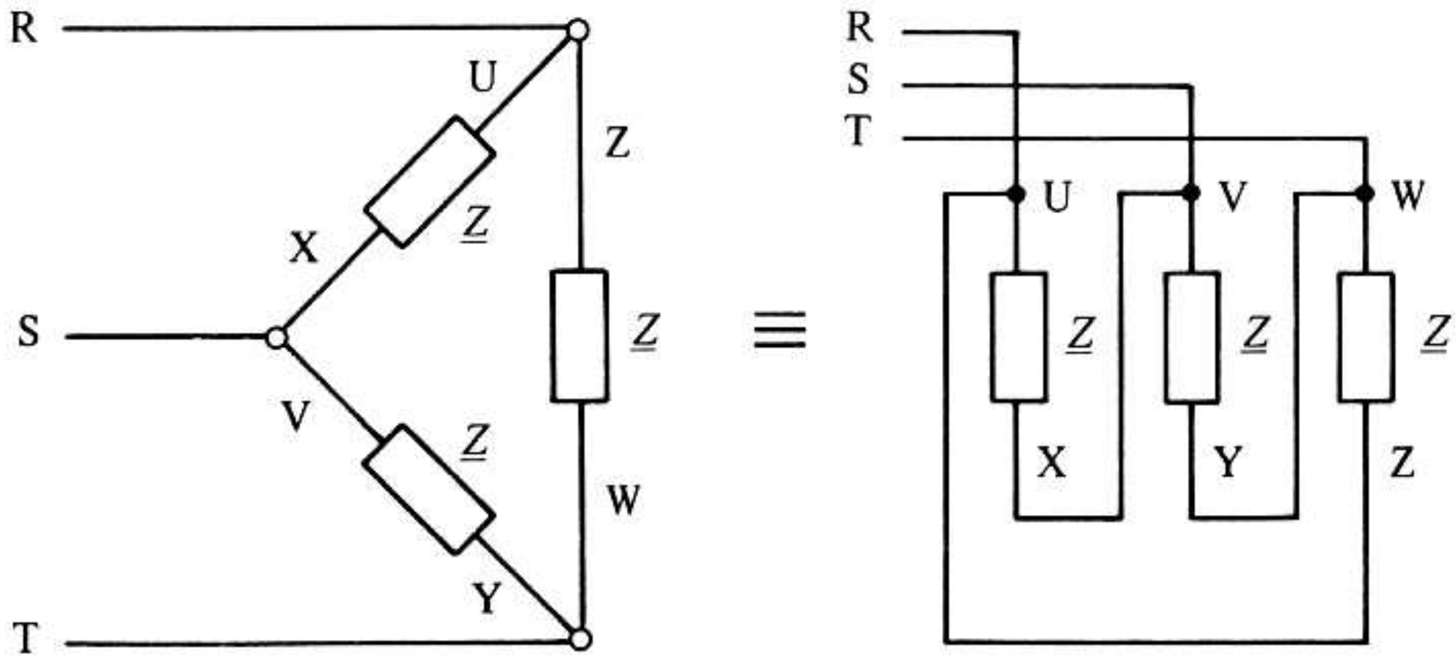




$$\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0$$

Ainsi dans le cas d'une source symétrique avec charge équilibrée, il n'est pas nécessaire de relier le point neutre de la charge à celui de la source.

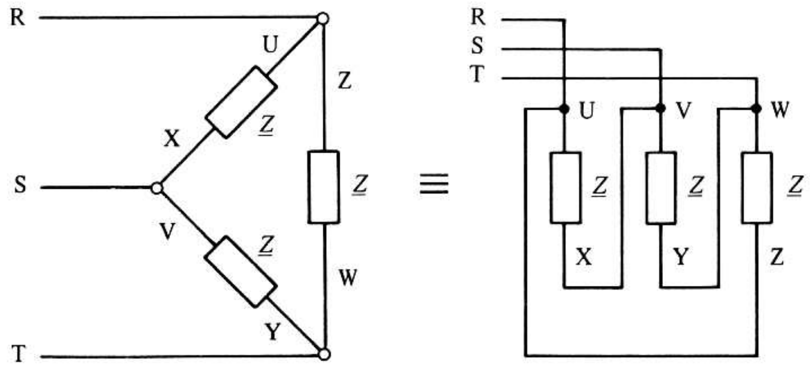
Charge triphasée équilibrée
Connexion en triangle



Charge triphasée équilibrée
Connexion en triangle

Tensions de phase:

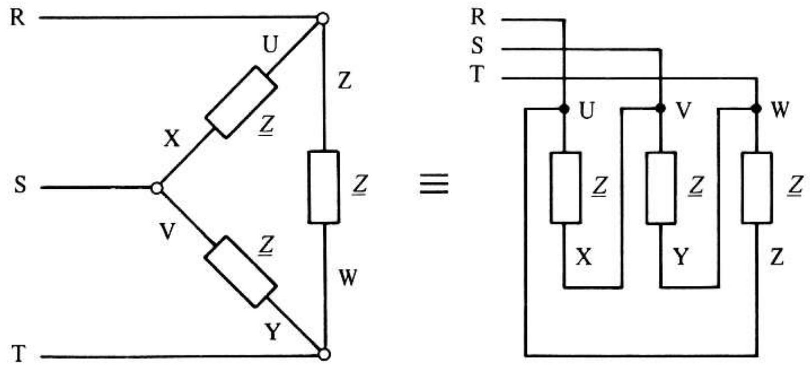
$$\underline{U}_{UX} = \underline{U}_{RS}$$
$$\underline{U}_{VY} = \underline{U}_{ST}$$
$$\underline{U}_{WZ} = \underline{U}_{TR}$$



Les tensions de phase se confondent avec les tensions de ligne (composées)

Charge triphasée équilibrée
Connexion en triangle

Courants de phase:



$$\underline{I}_{UX} = \frac{\underline{U}_{UX}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{RS}}{\underline{Z}} = \frac{\sqrt{3}U}{Z} e^{j(\alpha - \varphi + \pi/6)}$$

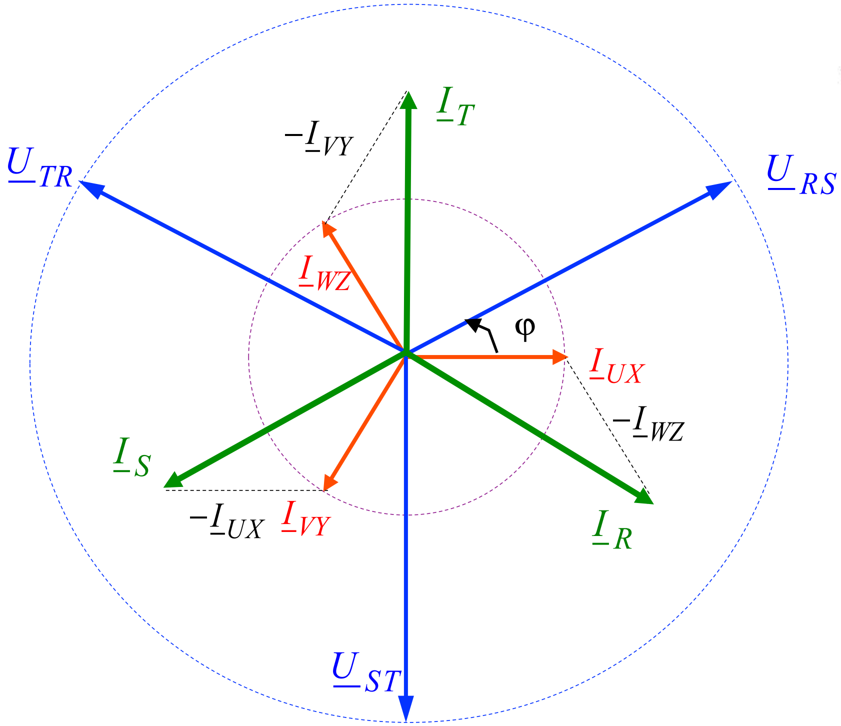
$$\underline{I}_{VY} = \frac{\underline{U}_{VY}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{ST}}{\underline{Z}} = \frac{\sqrt{3}U}{Z} e^{j(\alpha - \varphi - \pi/2)}$$

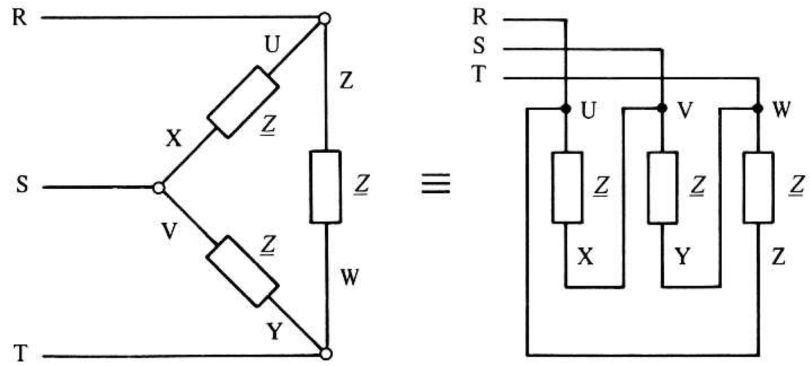
$$\underline{I}_{WZ} = \frac{\underline{U}_{WZ}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{TR}}{\underline{Z}} = \frac{\sqrt{3}U}{Z} e^{j(\alpha - \varphi + 5\pi/6)}$$

Charge triphasée équilibrée
Connexion en triangle

Courants de ligne:

$$\underline{I}_R = \underline{I}_{UX} - \underline{I}_{WZ}$$
$$\underline{I}_S = \underline{I}_{VY} - \underline{I}_{UX}$$
$$\underline{I}_T = \underline{I}_{WZ} - \underline{I}_{VY}$$





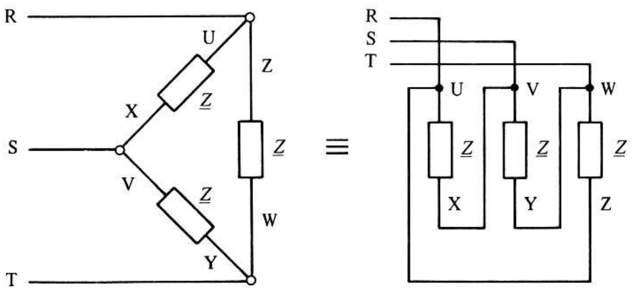
$$\underline{I}_R = \sqrt{3} I_{ph} e^{j(\alpha-\varphi)}$$
$$\underline{I}_S = \sqrt{3} I_{ph} e^{j(\alpha-\varphi-2\pi/3)}$$
$$\underline{I}_T = \sqrt{3} I_{ph} e^{j(\alpha-\varphi+2\pi/3)}$$

avec $I_{ph} = \sqrt{3} U / Z$

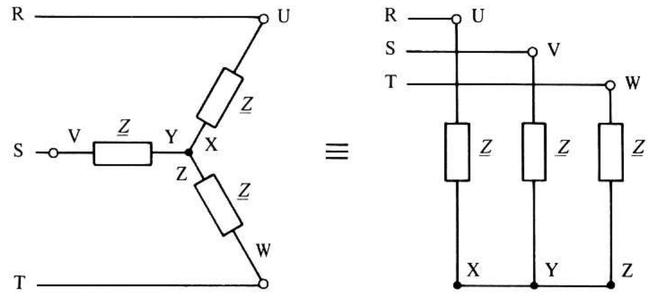
$$\Rightarrow \quad I_l = \sqrt{3} I_{ph} = 3U / Z$$

Puissance en régime triphasé

Charge en triangle



Charge en étoile



La puissance instantanée:

$$p(t) = u_{UX}(t) i_{UX}(t) + u_{VY}(t) i_{VY}(t) + u_{WZ}(t) i_{WZ}(t)$$

Les puissances active et réactive:

$$P = U_{UX} I_{UX} \cos\varphi_{UX} + U_{VY} I_{VY} \cos\varphi_{VY} + U_{WZ} I_{XZ} \cos\varphi_{WZ}$$

$$Q = U_{UX} I_{UX} \sin\varphi_{UX} + U_{VY} I_{VY} \sin\varphi_{VY} + U_{WZ} I_{XZ} \sin\varphi_{WZ}$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Phase UX:

$$u_{UX}(t) = U_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha)$$

$$i_{UX}(t) = I_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - \varphi)$$

Phase VY:

$$u_{VY}(t) = U_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - 2\pi/3)$$

$$i_{VY}(t) = I_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - \varphi - 2\pi/3)$$

Phase WZ:

$$u_{WZ}(t) = U_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha + 2\pi/3)$$

$$i_{WZ}(t) = I_{ph}\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha - \varphi + 2\pi/3)$$

$$p(t) = u_{UX}(t)i_{UX}(t) + u_{VY}(t)i_{VY}(t) + u_{WZ}(t)i_{WZ}(t)$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

$$
\begin{aligned}
p(t) &= u_{UX}(t)i_{UX}(t) + u_{VY}(t)i_{VY}(t) + u_{WZ}(t)i_{WZ}(t) \\
&= 3U_{ph}I_{ph}\cos\varphi + U_{ph}I_{ph}\underbrace{\big[\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) + \cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi + 2\pi/3) + \cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi - 2\pi/3)\big]}_{=0}
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow \boxed{p(t) = P = 3U_{ph}I_{ph}\cos\varphi}$$

La puissance instantanée n'a pas de composante pulsée et elle est égale à la puissance active.

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Puissances active, réactive et apparente

$$P = 3U_{ph} I_{ph} \cos\varphi$$

De façon similaire:

$$Q = 3U_{ph} I_{ph} \sin\varphi$$

$$S = 3U_{ph} I_{ph}$$

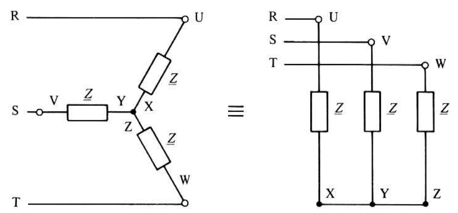
U_{ph} et I_{ph} étant les valeurs efficaces des tensions et des courants de phase

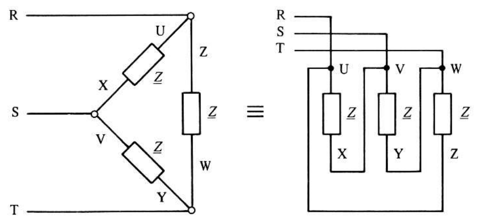
Puissance apparent complexe: $\underline{S} = 3U_{ph} I_{ph} e^{j\varphi}$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Puissances active, réactive et apparente

Les puissances exprimées en fonction des grandeurs de ligne:





$$I_{l\mathrm{Y}} = I_{ph\mathrm{Y}} \qquad U_l = \sqrt{3}\,U_{ph\mathrm{Y}}$$

$$U_l = U_{ph\Delta} \qquad I_{l\Delta} = \sqrt{3}\,I_{ph\Delta}$$

$$P_\mathrm{Y} = \sqrt{3}\,U_l I_{l\mathrm{Y}} \cos\varphi$$

$$Q_\mathrm{Y} = \sqrt{3}\,U_l I_{l\mathrm{Y}} \sin\varphi$$

$$S_\mathrm{Y} = \sqrt{3}\,U_l I_{l\mathrm{Y}}$$

$$P_\Delta = \sqrt{3}\,U_l I_{l\Delta} \cos\varphi$$

$$Q_\Delta = \sqrt{3}\,U_l I_{l\Delta} \sin\varphi$$

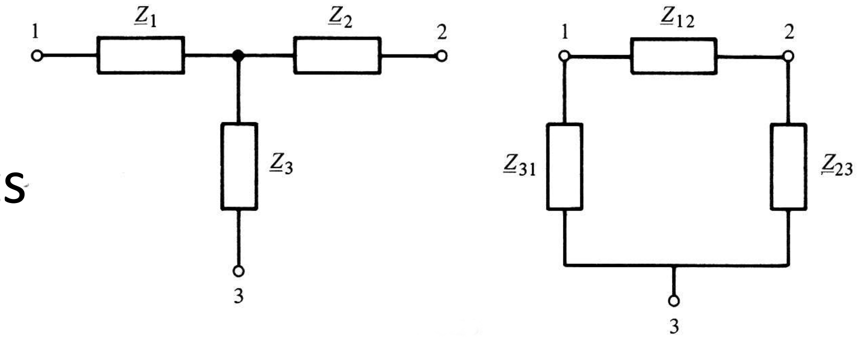
$$S_\Delta = \sqrt{3}\,U_l I_{l\Delta}$$

$$\boxed{P_\mathrm{Y} = \frac{1}{3} P_\Delta}$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Conversion triangle-étoile

Rappel: Tripôles équivalents



$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} \qquad \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

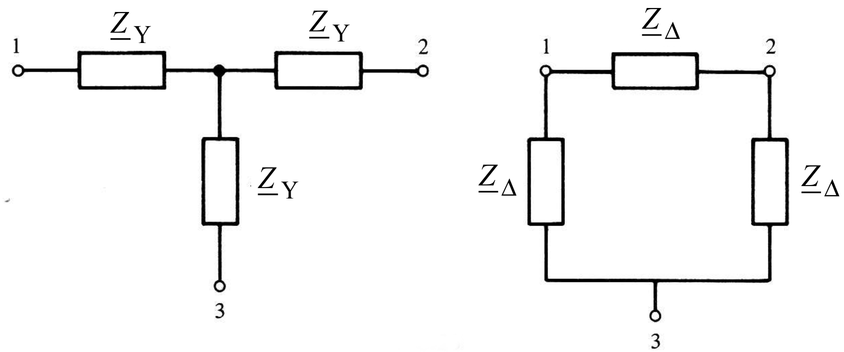
$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1} \qquad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{31} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \qquad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Conversion triangle-étoile

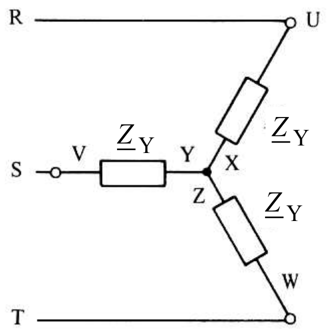
Tripôles équivalents
(impédances égales)



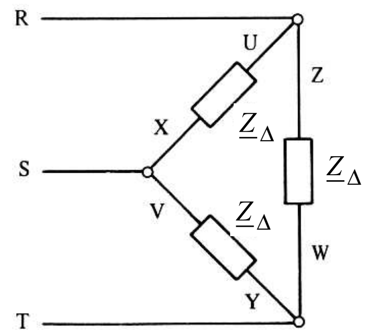
$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3} \quad \Longleftrightarrow \quad \underline{Z}_\Delta = 3\underline{Z}_Y$$

Puissance en régime triphasé symétrique à charge équilibrée

Conversion triangle-étoile



≡



Les deux charges sont équivalentes à condition que:

$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3} \qquad \text{ou} \qquad \underline{Z}_\Delta = 3\underline{Z}_Y$$

Cas d'une batterie de condensateurs: $$\frac{1}{\omega C_Y} = \frac{1}{3}\frac{1}{\omega C_\Delta} \Rightarrow C_Y = 3C_\Delta$$

Exemple 1

Une charge triphasée équilibrée est branchée en étoile sur un réseau triphasé direct à 6kV. La puissance active consommée est de 48 kW, avec un facteur de puissance de 0.94. Calculer la valeur efficace du courant de ligne. Répéter le calcul pour le cas où la charge est branchée en triangle (avec même puissance active et même facteur de puissance) et déterminer en plus la valeur efficace du courant circulant dans les phases de l'utilisateur.

Exemple 2

L'impédance de phase d'une charge triphasée équilibrée est formée d'une résistance $R = 10\ \Omega$ en série avec une capacité $C = 185\ \mu F$. Cette charge est branchée en étoile à un réseau à 50 Hz dont la tension de ligne vaut 380 V. Déterminer la tension de phase, le courant de phase, ainsi que le déphasage. Calculer également les puissances actives et réactives absorbées par chaque phase et par la charge totale.

Exemple 3

On connaît la puissance active et la puissance apparente consommée par un utilisateur ayant une charge triphasée équilibrée: P = 20 kW et S = 30 kVA. La tension d'alimentation (de ligne) est de 500 V. On demande de calculer l'impédance $\underline{Z}$ pour les deux modes de connexion (étoile et triangle).

Exemple 4

Une charge triphasée équilibrée en triangle est formée par la mise en série d'une résistance $R = 15\ \Omega$ et d'une inductance $L = 32$ mH. L'alimentation du réseau vaut 380 V (tension de ligne). Déterminer la puissance active P fournie par le réseau.

Systèmes triphasés non symétriques

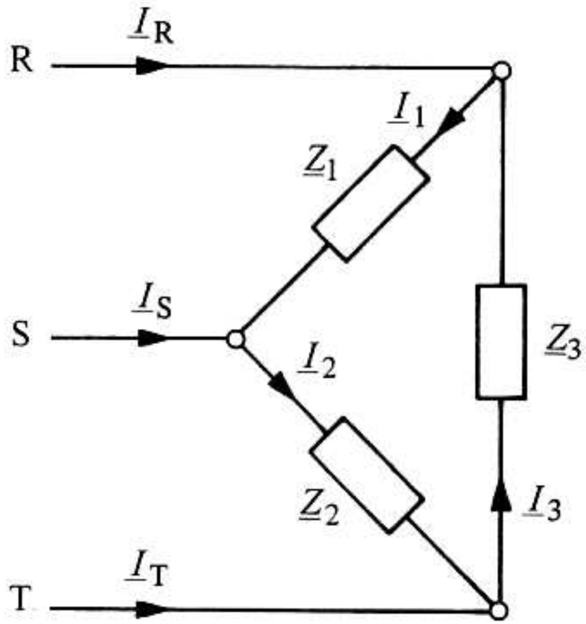
- Un état non symétrique apparaît lorsque les impédances de phase de la charge ne sont pas identiques.
- Une telle situation est provoquée par le branchement de charges monophasées raccordées soit entre un conducteur de phase et le conducteur neutre, soit entre deux conducteurs de phase.
- Elle peut aussi intervenir en cas de perturbations telles que court-circuit, foudroiement d'un conducteur de phase, etc.

Systèmes triphasés non symétriques
Charge en triangle

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{RS}}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ST}}{\underline{Z}_2}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{TR}}{\underline{Z}_3}$$



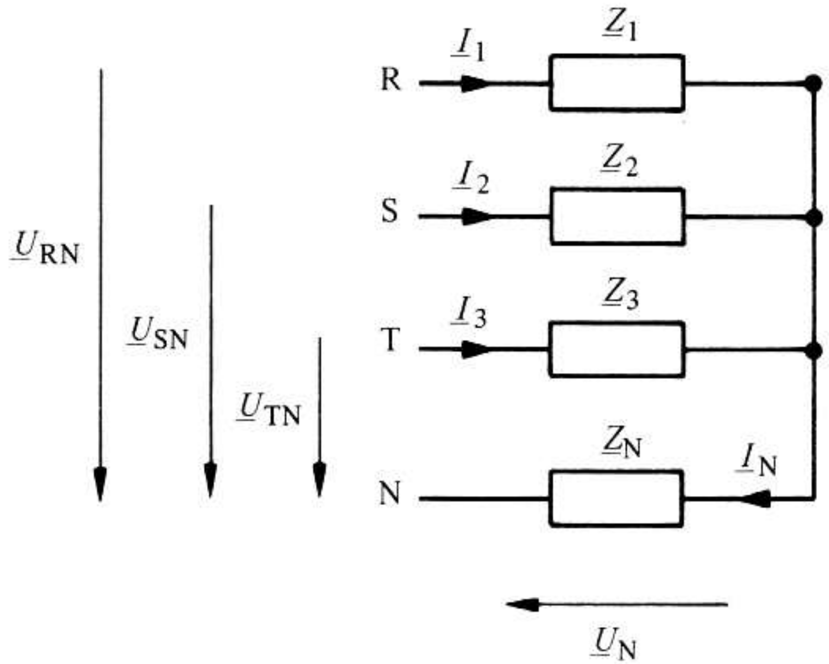
$$\underline{I}_R = \underline{I}_1 - \underline{I}_3 \qquad \underline{I}_S = \underline{I}_2 - \underline{I}_1 \qquad \underline{I}_T = \underline{I}_3 - \underline{I}_2$$

Systèmes triphasés non symétriques
Charge en étoile

$$\underline{I}_R = \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{RN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{I}_S = \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{SN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_2}$$

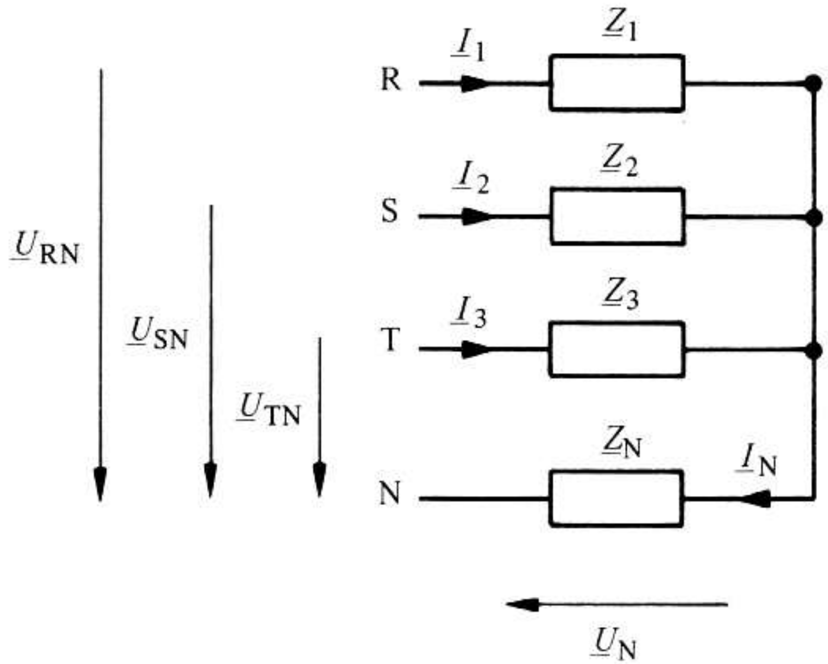
$$\underline{I}_T = \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{TN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_3}$$



Et le courant de retour: $\underline{I}_N = \dfrac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N}$

Systèmes triphasés non symétriques
Charge en étoile

$$\underline{I}_N = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N}$$



D'autre part, l'application De la loi de Kirchhoff sur les courants donne:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T$$

$$= \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}_3} - \underline{U}_N\left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}\right)$$

Systèmes triphasés non symétriques
Charge en étoile

En éliminant $\underline{I}_N$ dans les deux dernières équations, on obtient l'expression de la tension $\underline{U}_N$:

$$\underline{U}_N = \underline{Z}_p \underline{I}_{N0}$$

avec:

$$\frac{1}{\underline{Z}_p} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_N} \quad \text{et} \quad \underline{I}_{N0} = \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}_3}$$

L'impédance $\underline{Z}_p$ est équivalente à la mise en parallèle de toutes les impédances de la charge, y compris celle du conducteur neutre.

Le courant $\underline{I}_{N0}$ représente le courant de retour dans le neutre que l'on observerait si l'impédance $\underline{Z}_N$ du neutre était nulle.

Systèmes triphasés non symétriques
Charge en étoile

En résumé, on calcule d'abord:

$$\frac{1}{\underline{Z}_p} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_N} \quad \text{et} \quad \underline{I}_{N0} = \frac{\underline{U}_{RN}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_{SN}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{U}_{TN}}{\underline{Z}_3}$$

ensuite:

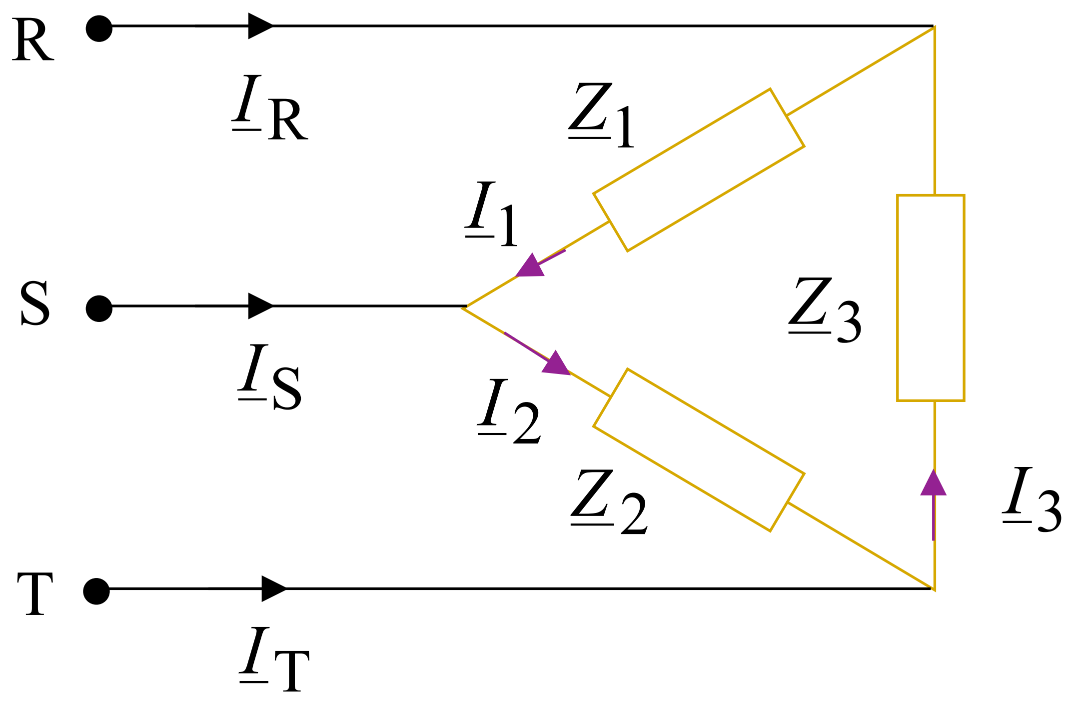
$$\underline{U}_N = \underline{Z}_p \underline{I}_{N0} \quad \text{et} \quad \underline{I}_N = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N}$$

et enfin:

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_{RN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_1} \qquad \underline{I}_S = \frac{\underline{U}_{SN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_2} \qquad \underline{I}_T = \frac{\underline{U}_{TN} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_3}$$

Exemple: circuit en régime triphasé non symétrique

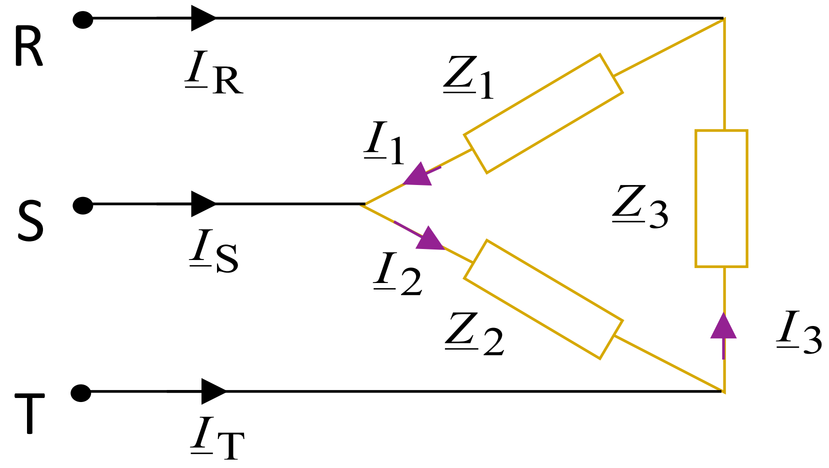
Entre les conducteurs de ligne R, S et T sont branchés deux récepteurs identiques dont les puissances actives sont $P_1=P_2=$ 70 kW pour un facteur de puissance 0.92 (à caractère inductif). Le troisième récepteur branché entre les conducteurs T et R possède un facteur de puissance cos ϕ = 1 et une puissance active P_3= 30.4 kW. Déterminer la puissance active du circuit, ainsi que les courants $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ et $\underline{I}_R$, si les tensions composées sont égales à 380 V.



Exemple: circuit en régime triphasé non symétrique

La puissance active totale:

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$
$$= 70 + 70 + 30.4 = 170.4\ \mathrm{kW}$$



$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$$

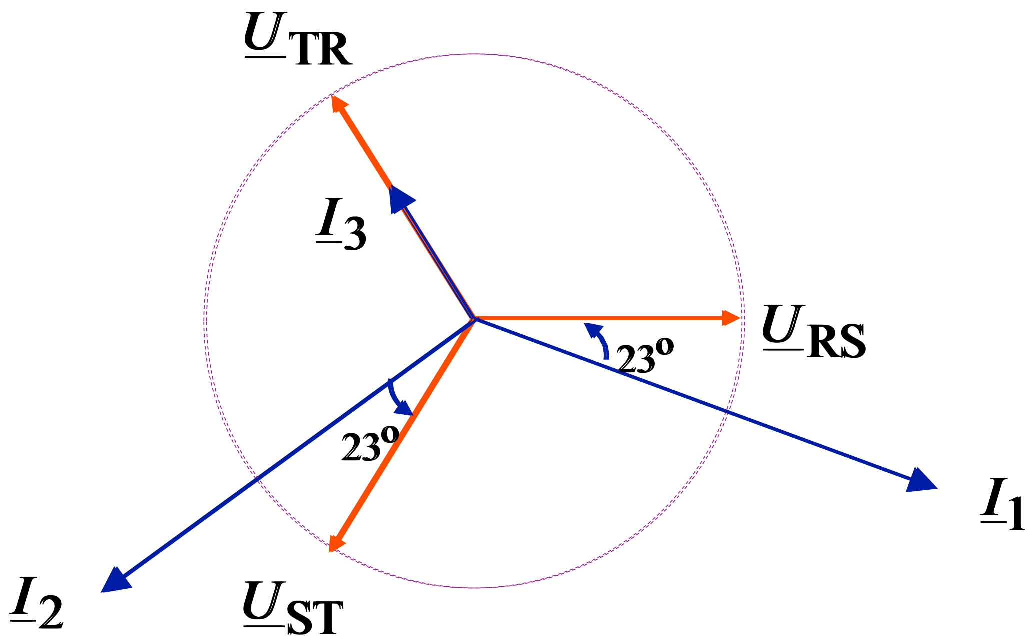
$$I_1 = I_2 = \frac{P_1}{U_{RS}\cos\varphi_1} = \frac{70 \cdot 10^3}{380 \cdot 0.92} = 200\ \mathrm{A}$$

$$I_3 = \frac{P_3}{U_{TR}\cos\varphi_3} = \frac{30.4 \cdot 10^3}{380 \cdot 1} = 80\ \mathrm{A}$$

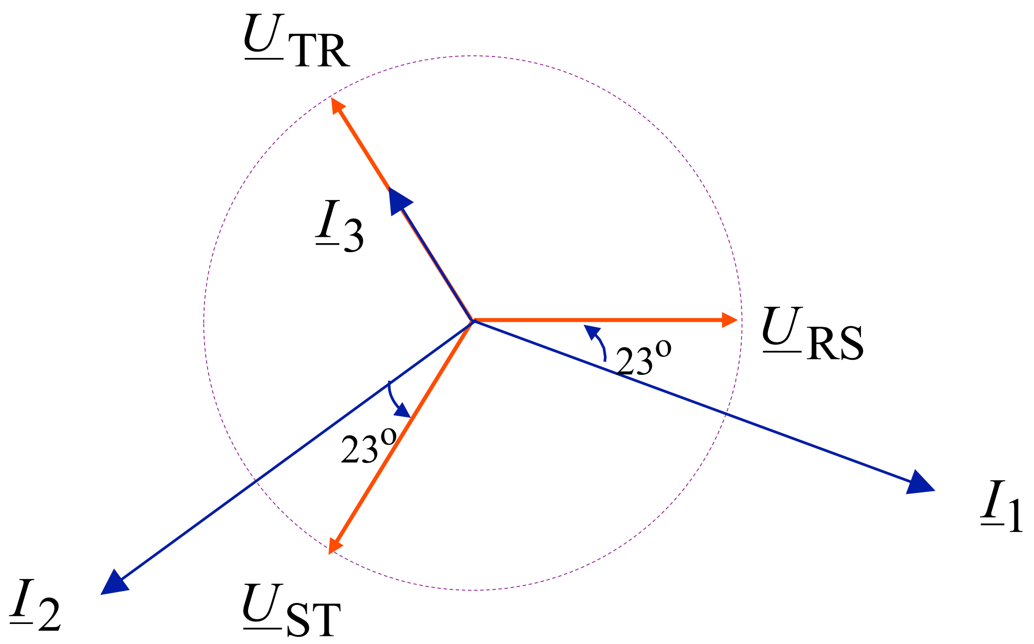
Exemple: circuit en régime triphasé non symétrique

$\underline{I}_1$ et $\underline{I}_2$ sont en retard de phase d'un angle ϕ_1=arccos 0.92=23° par rapport aux tensions correspondantes.

$\underline{I}_3$ est en phase avec $\underline{U}_{TR}$



Exemple: circuit en régime triphasé non symétrique

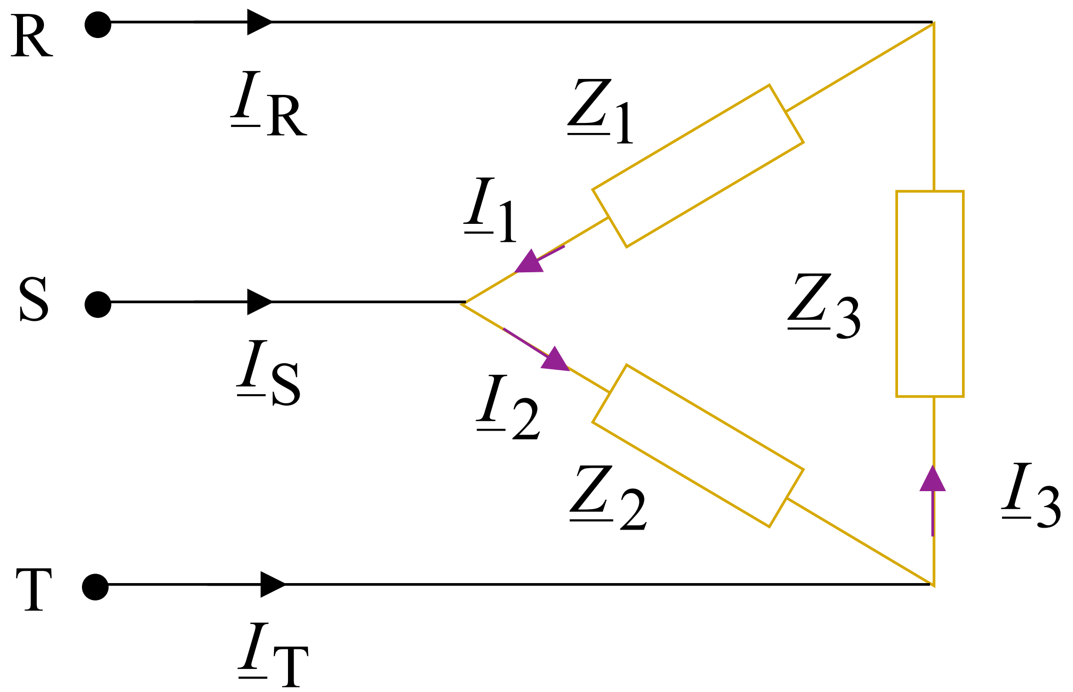


$$\underline{I}_1 = 200e^{-j23^o} = 184.1 - j78.1 \text{ A}$$

$$\underline{I}_2 = 200e^{-j(120+23)^o} = 200e^{-j143^o} = -159.7 - j120.4 \text{ A}$$

$$\underline{I}_3 = 80e^{j120^o} = -40 + j69.3 \text{ A}$$

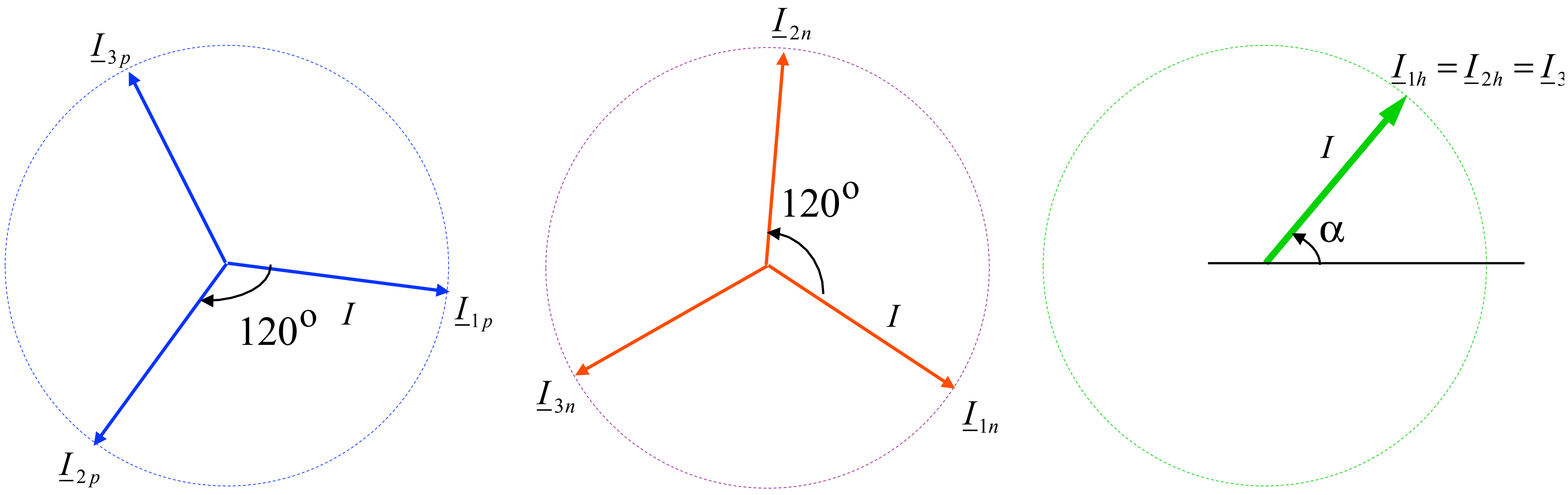
Exemple: circuit en régime triphasé non symétrique



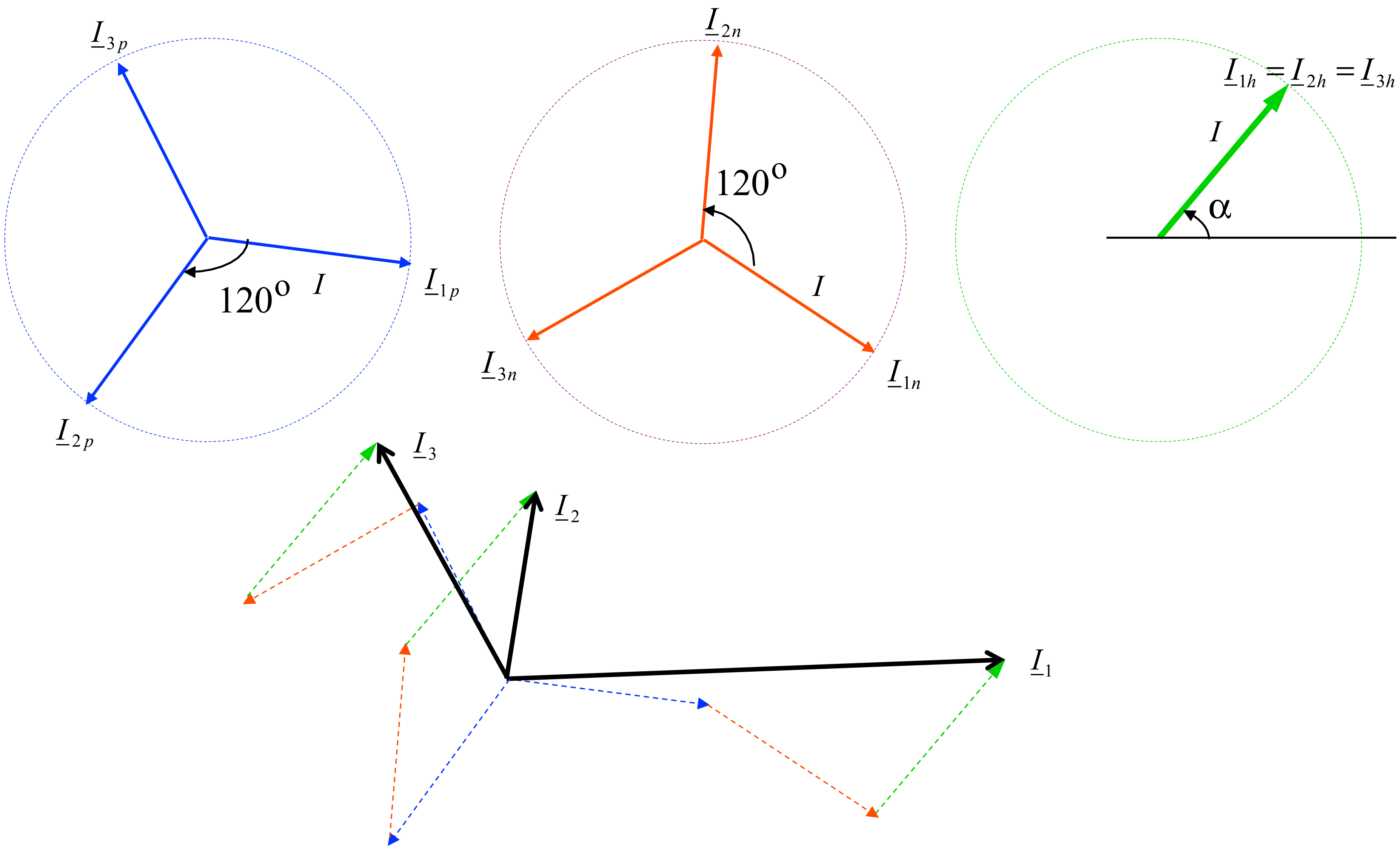
$$\underline{I}_R = \underline{I}_1 - \underline{I}_3 = 224.1 - j147.4 \text{ A} = 268.2e^{-j33.3^o} \text{ A}$$

Méthode des composantes symétriques

- Un système non symétrique peut être décomposé en trois systèmes symétriques: un système direct, un système inverse et un système homopolaire.



Méthode des composantes symétriques



Méthode des composantes symétriques (suite)

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1p} + \underline{I}_{1n} + \underline{I}_{1h}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{2p} + \underline{I}_{2n} + \underline{I}_{2h}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{3p} + \underline{I}_{3n} + \underline{I}_{3h}$$

en dénotant $a = \exp(j2\pi/3)$

et en remarquant que $a^2 = \exp(j4\pi/3) = \exp(-j2\pi/3); \qquad a^3 = 1$

on peut établir les relations suivantes

$$\underline{I}_{3p} = a\underline{I}_{1p}; \quad \underline{I}_{2p} = a^2\underline{I}_{1p}$$

$$\underline{I}_{2n} = a\underline{I}_{1n}; \quad \underline{I}_{3n} = a^2\underline{I}_{1n}$$

$$\underline{I}_{1h} = \underline{I}_{2h} = \underline{I}_{3h}$$

Méthode des composantes symétriques

En posant pour simplifier

$$\underline{I}_{1p} = \underline{I}_p, \underline{I}_{1n} = \underline{I}_n, \underline{I}_{1h} = \underline{I}_h$$

Le système d'équations s'écrit alors:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_p + \underline{I}_n + \underline{I}_h$$

$$\underline{I}_2 = a^2 \underline{I}_p + a\underline{I}_n + \underline{I}_h$$

$$\underline{I}_3 = a\underline{I}_p + a^2 \underline{I}_n + \underline{I}_h$$

En écriture matricielle:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{I}_n \\ \underline{I}_h \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \begin{bmatrix} \underline{I}_p \\ \underline{I}_n \\ \underline{I}_h \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix}$$

Méthode des composantes symétriques