

Circuits et Systèmes

Chapitre 1: Notions de Base

Farhad Rachidi
École Polytechnique Fédérale de Lausanne
Lausanne, Switzerland



Circuits électriques: Notions de Base

- Qu'est-ce qu'un circuit électrique?
- Systèmes d'unité
- Grandeurs usuelles
 - Charge, courant, tension
 - Puissance et énergie
- Éléments de base de circuit
 - Résistance
 - Capacité
 - Inductance
 - Sources de tension et de courant
- Lois de Kirchhoff
- Combinaison d'éléments
- Diviseurs de tension/courant

Circuits électriques: Notions de Base

- Qu'est-ce qu'un circuit électrique?
- Systèmes d'unité
- Grandeurs usuelles
 - Charge, courant, tension
 - Puissance et énergie
- Éléments de base de circuit
 - Résistance
 - Capacité
 - Inductance
 - Sources de tension et de courant
- Lois de Kirchhoff
- Combinaison d'éléments
- Diviseurs de tension/courant

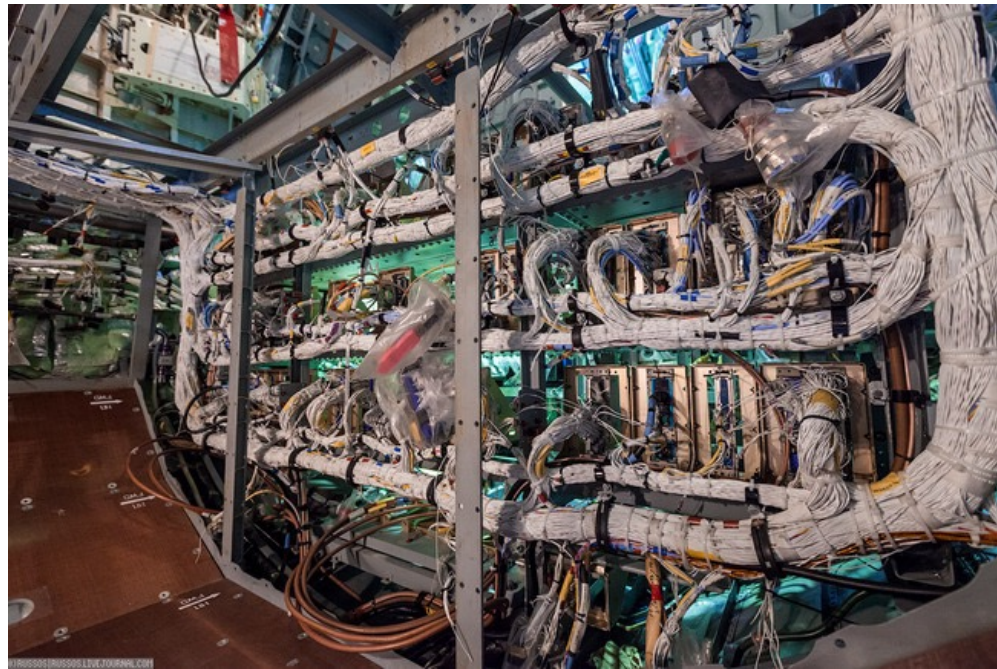
Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

- Un circuit électrique permet
 - de transporter l'énergie d'un point à un autre,



Qu'est-ce qu'un circuit électrique

- Un circuit électrique permet
 - de transporter l'énergie d'un point à un autre,
 - de transmettre l'information,



Câblage dans un avion

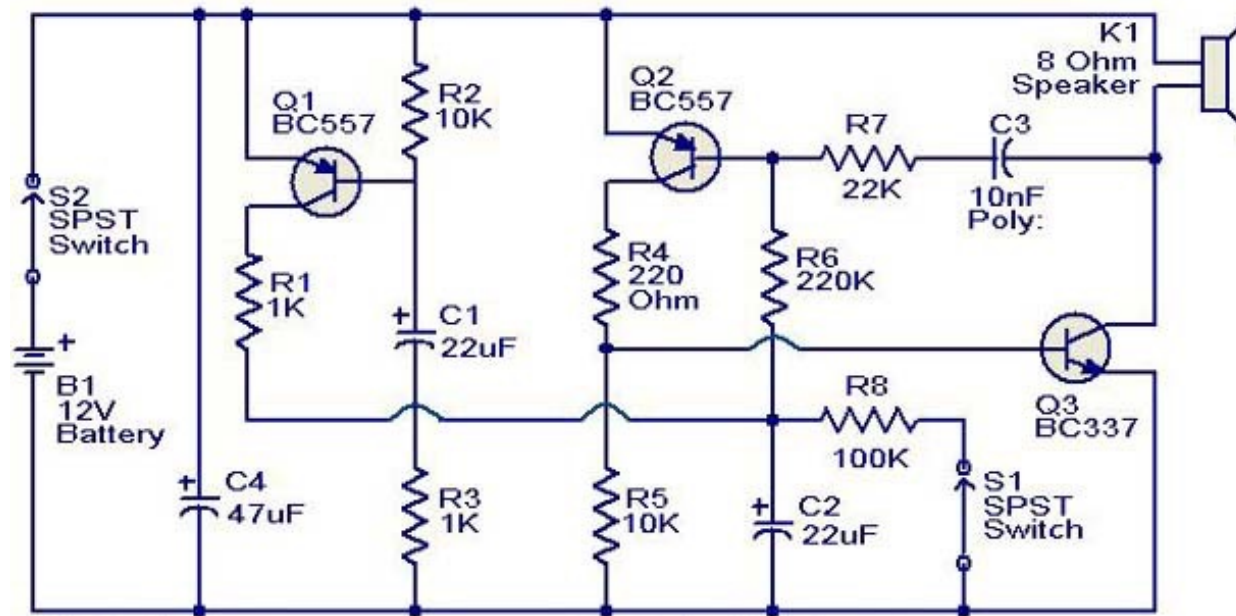
Qu'est-ce qu'un circuit électrique

- Un circuit électrique permet
 - de transporter l'énergie d'un point à un autre,
 - de transmettre l'information,
 - de traiter l'information



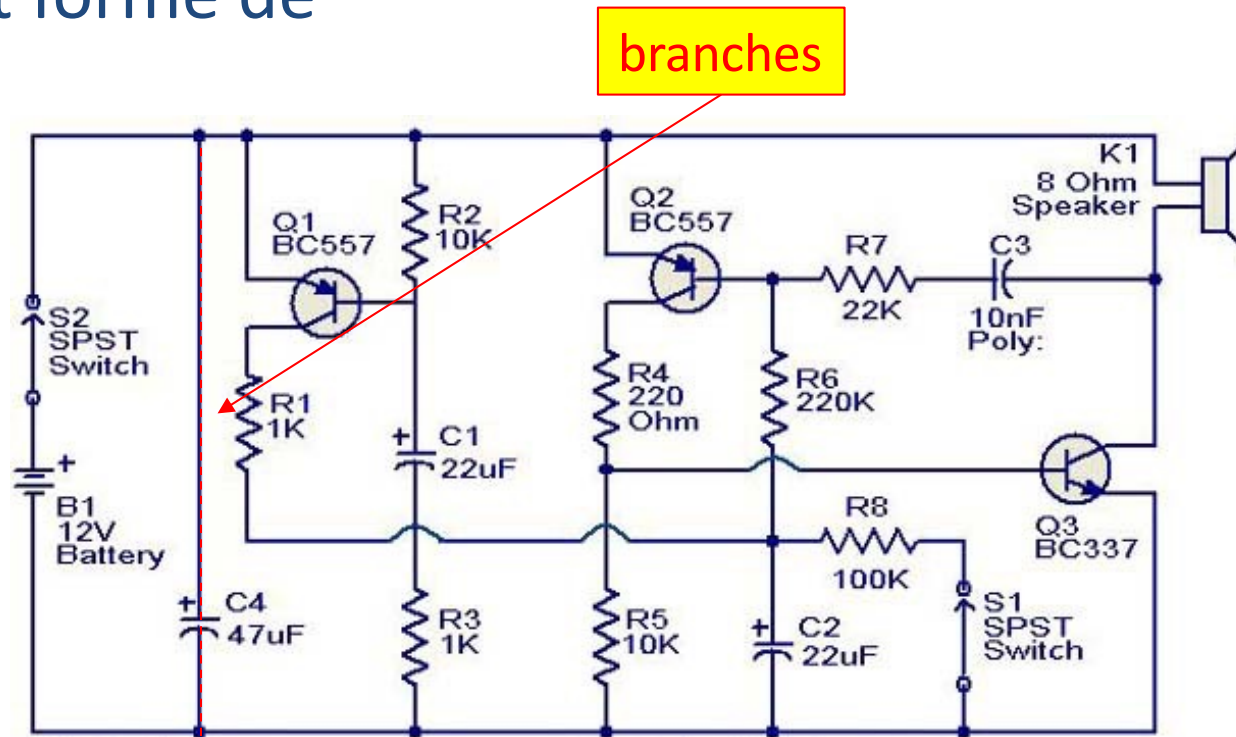
Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

- Un circuit électrique est une interconnexion entre éléments (composants) électriques.



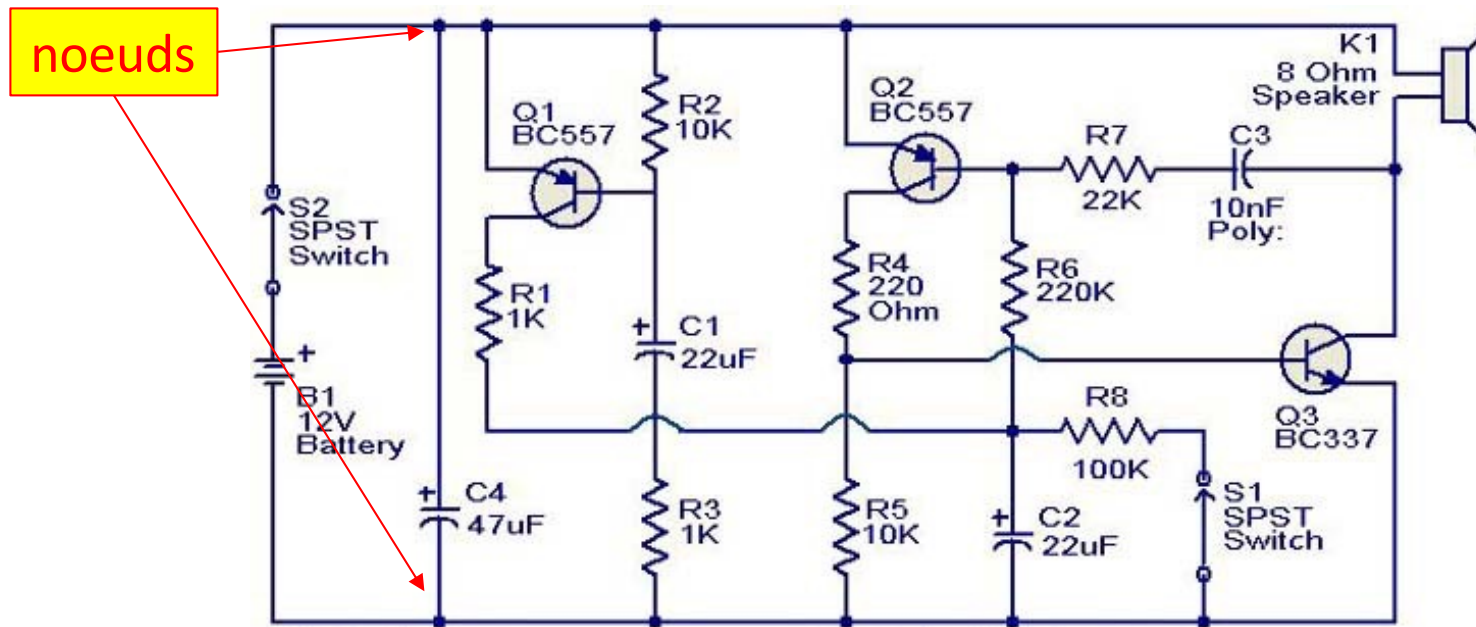
Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

- Un circuit électrique est une interconnexion entre éléments (composants) électriques.
- Il est formé de



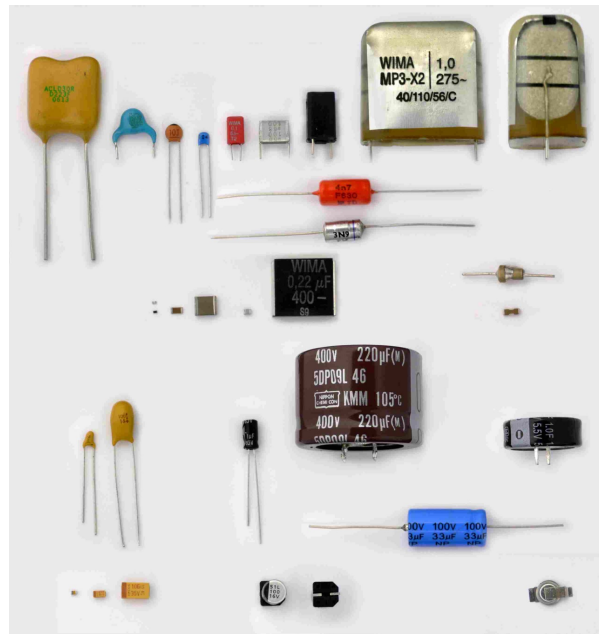
Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

- Un circuit électrique est une interconnexion entre éléments (composants) électriques.
- Il est formé de



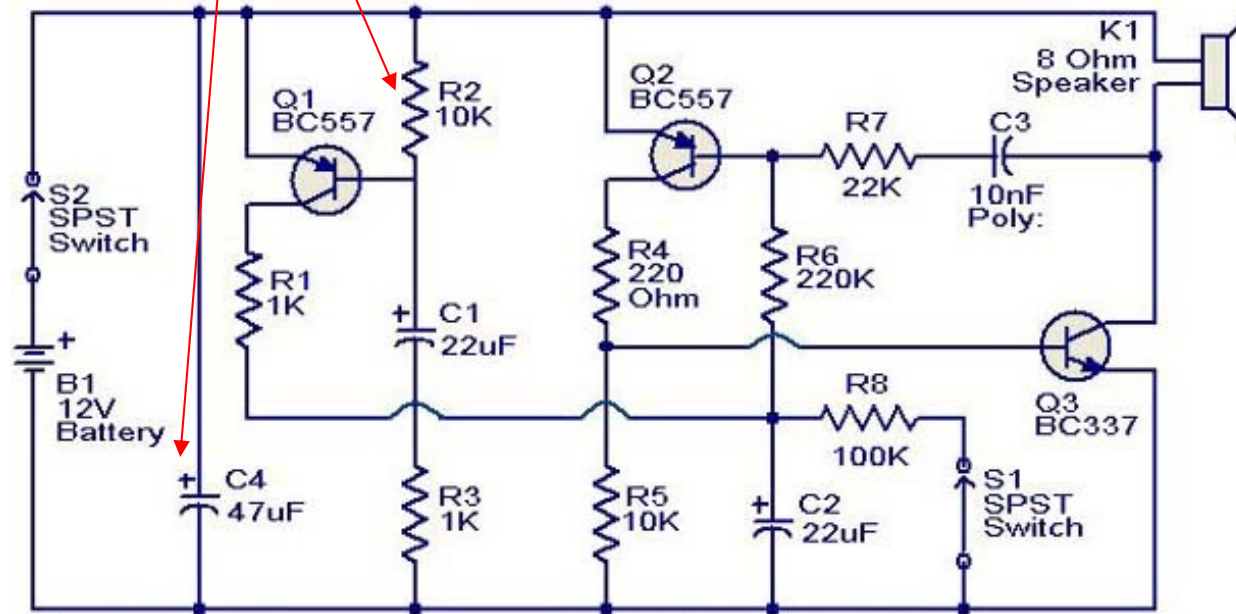
Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

- Un circuit électrique est une interconnexion entre éléments (composants) électriques.
- Il est formé de branches et de nœuds.
- Les éléments linéaires passifs sont les résistances, les inductances et les capacités.



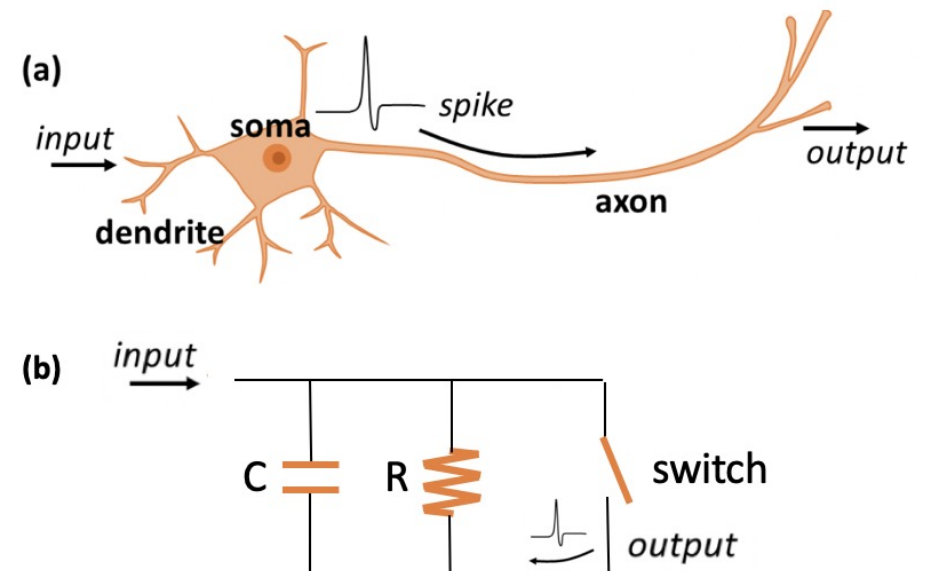
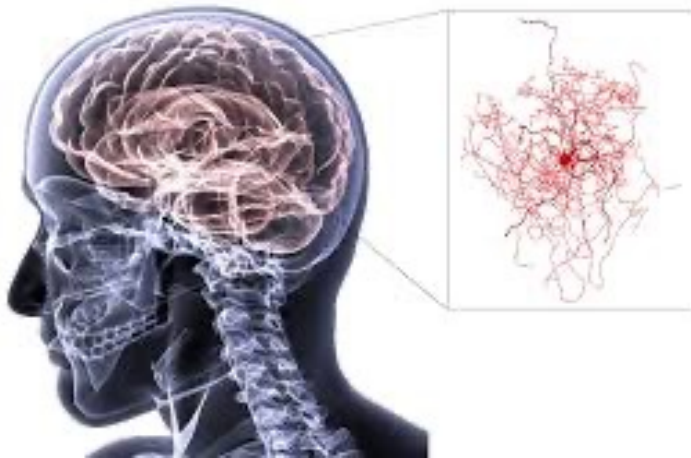
Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

Éléments linéaires passifs

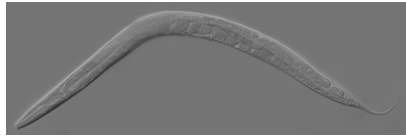


Bio-électricité

- Neurones dans le cerveau



Bio-électricité



1 mm

C. Elegans: 302 neurones



3 mm

140 mille neurones, 150 m de connexions



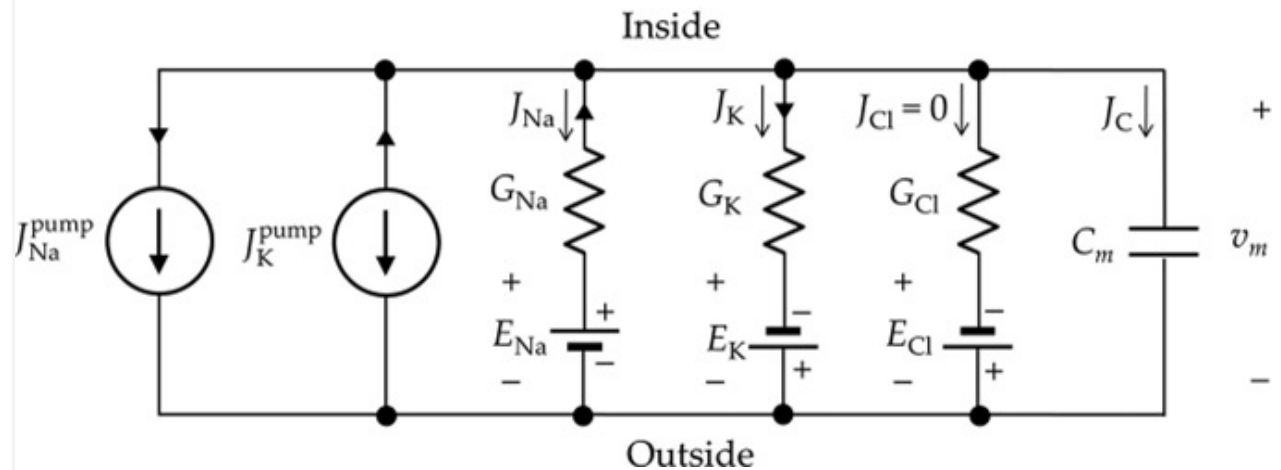
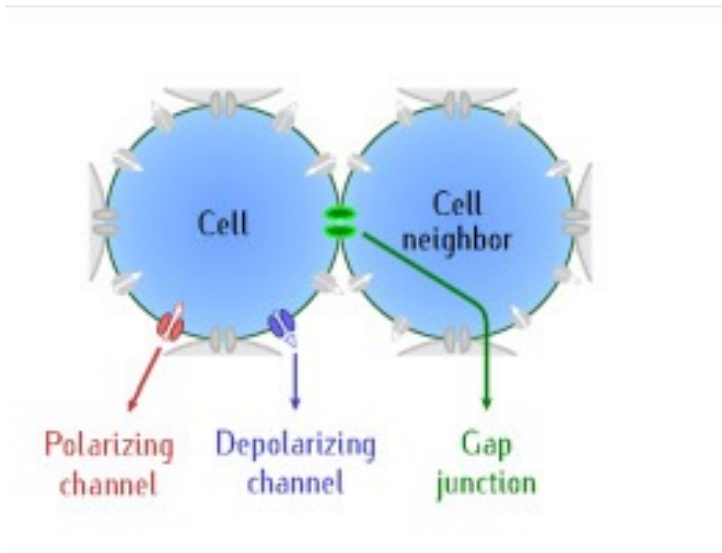
71 millions neurones, 5000 km de connexions



86 milliards neurones, 5 millions km de connexions

Bio-électricité

- Membrane cellulaire: signaux électriques créés par le mouvement des ions (Na^+ , K^+ , Ca^{2+} , Cl^-) à travers la membrane cellulaire.

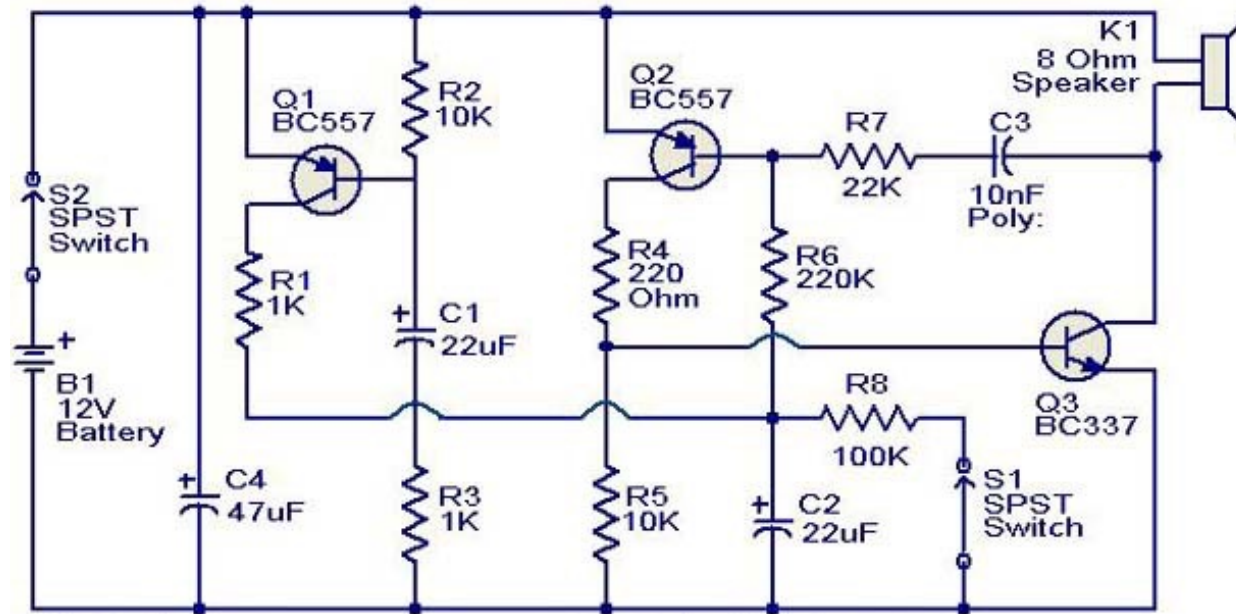


Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

- Un circuit électrique est une interconnexion entre éléments (composants) électriques.
- Il est formé de branches et de nœuds.
- Les éléments linéaires passifs sont les résistances, les inductances et les capacités.
- Les éléments actifs (sources) sont les sources de tension et de courant.

Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

Élément actif
(source)



Exemples de source



Résoudre un circuit équivalent à

- A. Calculer les courants et charges dans tout le circuit
- B. Calculer les courants et tensions dans tout le circuit
- C. Calculer les tensions et charges dans tout le circuit
- D. Aucune des réponses ci-dessus

Qu'est-ce qu'un circuit électrique?

- Un circuit électrique est une interconnexion entre éléments (composants) électriques.
- Il est formé de branches et de nœuds.
- Les éléments linéaires passifs sont les résistances, les inductances et les capacités.
- Les éléments actifs (sources) sont les sources de tension et de courant.
- Les circuits sont exprimés en fonction de deux grandeurs de base: courant et tension électriques.

Circuits électriques: Notions de Base

- Qu'est-ce qu'un circuit électrique?
- Systèmes d'unité
- Grandeurs usuelles
 - Charge, courant, tension
 - Puissance et énergie
- Éléments de base de circuit
 - Résistance
 - Capacité
 - Inductance
 - Sources de tension et de courant
- Lois de Kirchhoff
- Combinaison d'éléments
- Diviseurs de tension/courant

Systemes d'unités

- Système international d'unités (cohérent et universel)
- Unités de base: **mètre** (m), **seconde** (s), kilogramme (kg), kelvin (K), mole (mol), candela (cd), **ampère** (A).
- Unités électriques dérivées: **volt** (V), **coulomb** (C), **ohm** (Ω), **siemens** (S), **henry** (H), **farad** (F), **watt** (W), **joule** (J), **hertz** (Hz)...
- Autres unités utilisés: degré celsius ($^{\circ}\text{C}$), heure (h), kilowattheure (kWh)

Préfixes

| Préfixe | Symbole | Multiplicateur |
|---------|---------|----------------|
| pico | p | 10^{-12} |
| nano | n | 10^{-9} |
| micro | μ | 10^{-6} |
| milli | m | 10^{-3} |
| kilo | k | 10^3 |
| méga | M | 10^6 |
| giga | G | 10^9 |

Exemples:

milliampère: mA

kiloampère: kA

picofarad: pF

Temps, Masse

- La seconde (s): durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133!
- Le kilogramme (kg): masse du prototype de 1889 en platine déposé au Bureau international des poids et mesures.

Longueur

- Le mètre (m): longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière en $1/299\,792\,458$ seconde (1983).
- Auparavant:
 - le quart du dix millionième du méridien terrestre (1889-1960)
 - par rapport aux raies d'émission d'une lampe à décharge contenant du krypton 86 (1960-1983).

Charge électrique

- La charge électrique est une propriété électrique des particules atomiques qui composent la matière, elle est mesurée en Coulomb.
- $1 \text{ C} = 1/1.602 \times 10^{-19} = 6.24 \times 10^{18}$ électrons
- Les seules charges qui existent dans la nature à notre échelle sont des multiples entiers de la charge élémentaire $e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Charles de **Coulomb** (1736-1806),
physicien français.



Charge et courant électrique

- Le courant électrique est le taux de variation de la charge, mesuré en Ampères (A).

André-Marie **Ampère** (1775-1836),
physicien français, fondateur de
l'électrodynamique. On lui doit les
termes de tension et de courant.



Charge et courant électrique

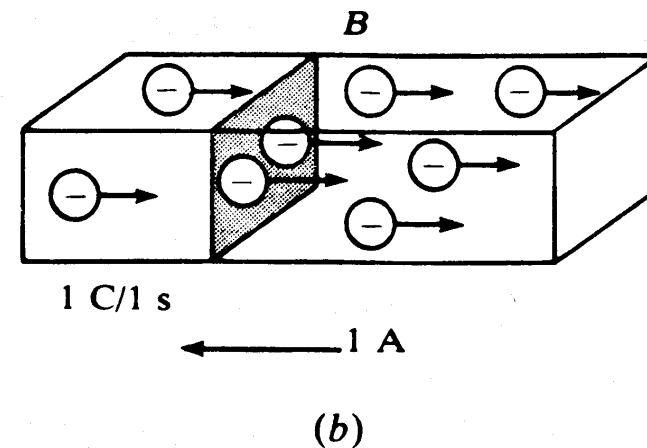
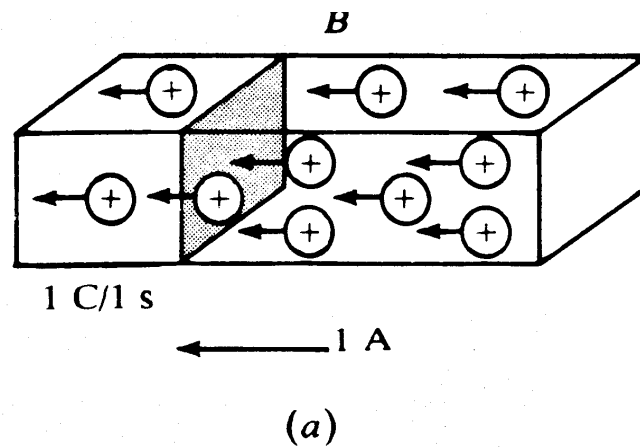
- Le courant électrique est le taux de variation de la charge, mesuré en Ampères (A).
- La relation entre la charge q et le courant i est donnée par

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$q(t) = \int_0^t i(\tau) d\tau$$

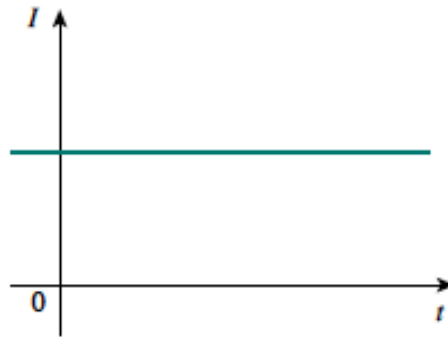
Le sens du courant électrique

- Par convention, le sens du courant est donné par le mouvement des charges positives

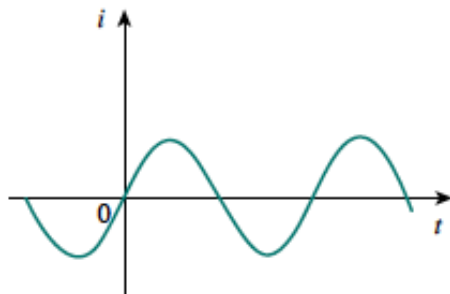


Charge et courant électrique

- Un courant continu I est un courant indépendant du temps.



- Un courant alternatif est un courant qui périodiquement change de sens.



Courant alternatif
sinusoïdal

Tension, différence de potentiel, force électromotrice

- Le déplacement des électrons dans un conducteur suivant une direction particulière exige un certain travail ou transfert d'énergie.
- Ce travail est accompli par une force extérieure à la charge assurée par une source d'alimentation et appelée force électromotrice, tension ou différence de potentiel.
- La tension ou la différence de potentiel v_{ab} entre deux points d'un circuit est l'énergie nécessaire pour déplacer une charge électrique unitaire du point a au point b .

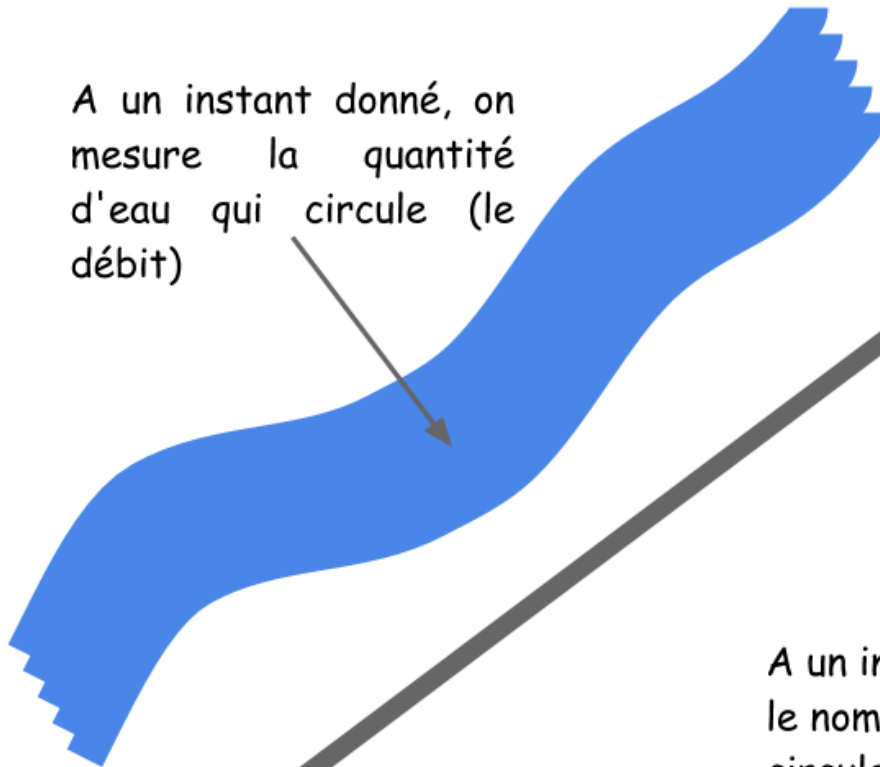
Comte Alessandro **Volta** (1745-1827), physicien italien, inventeur de la pile électrique (1800).



Analogie

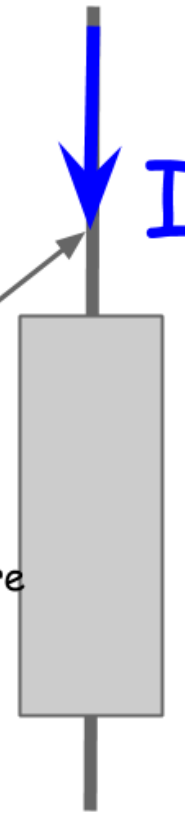
Eau – débit

A un instant donné, on mesure la quantité d'eau qui circule (le débit)



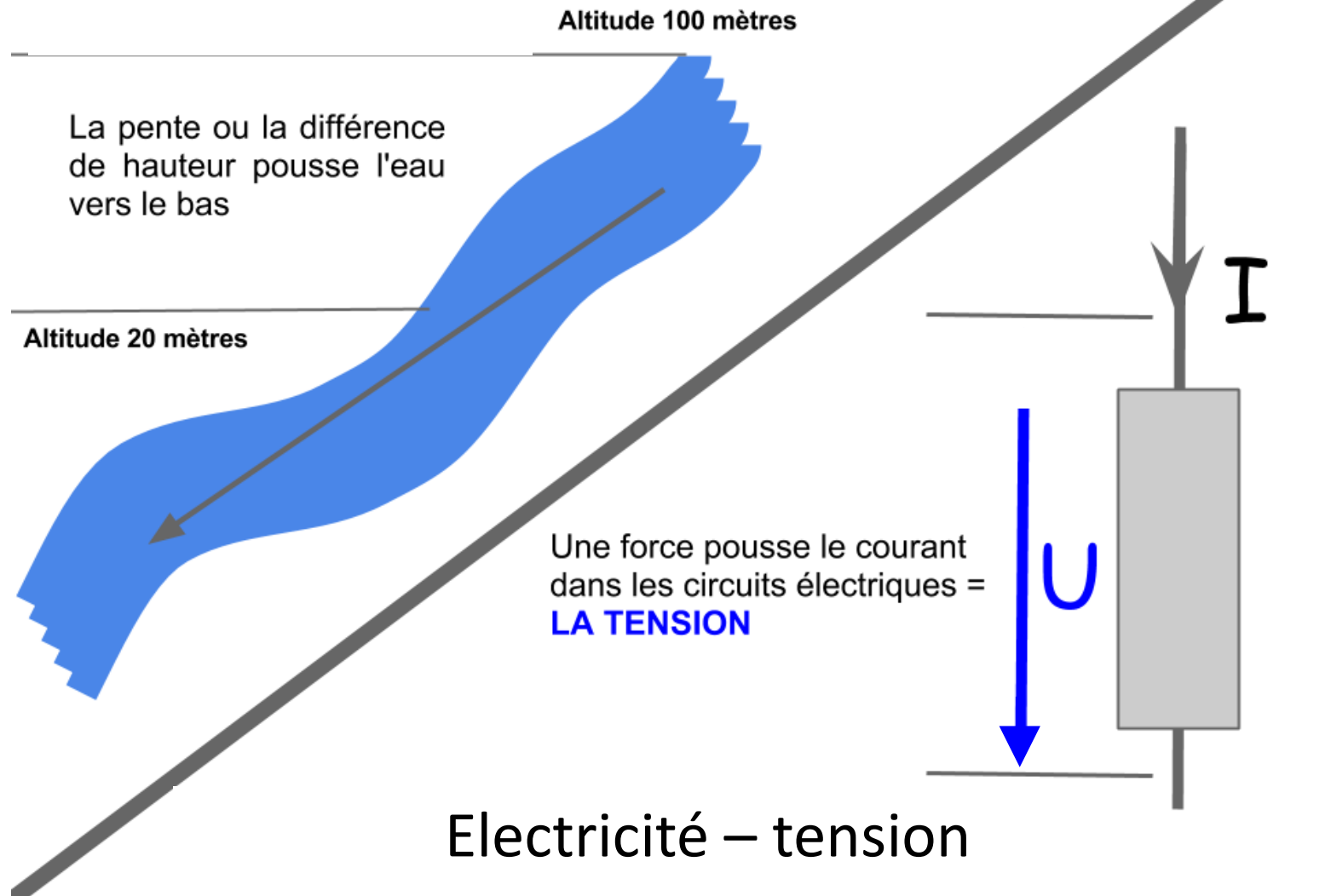
A un instant donné, on mesure le nombre d'électrons qui circulent = **LE COURANT**

Electricité – courant



Analogie

Eau – pente



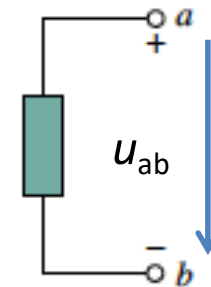
Electricité – tension

Tension, différence de potentiel, force électromotrice

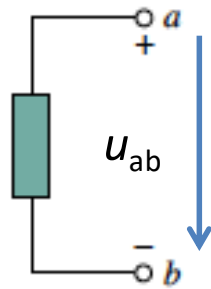
- Mathématiquement:

$$u_{ab} = dw / dq$$

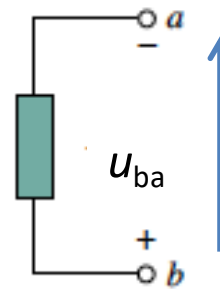
- w est l'énergie (J) et q la charge (C).
- La tension u_{ab} est définie entre deux points du circuit a et b .
- si $u_{ab} > 0$: le potentiel du point a est plus grand que le potentiel du point b
- si $u_{ab} < 0$: le potentiel du point a est plus petit que le potentiel du point b



Tension, différence de potentiel, force électromotrice



$$u_{ab} = 9 \text{ V}$$



$$u_{ba} = -9 \text{ V}$$

Tension et champ électrique

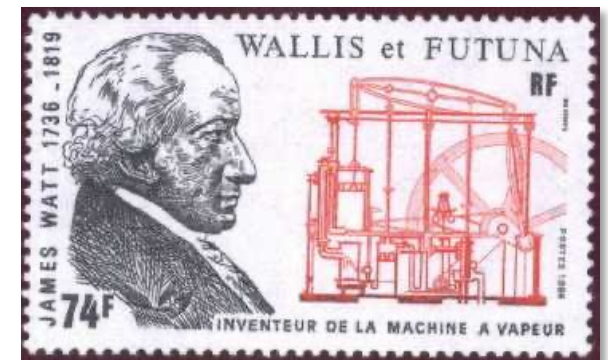
- La tension entre deux points a et b peut être aussi définie comme l'intégrale du champ électrique entre ces deux points

$$u_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

Puissance et énergie

- La puissance est la vitesse avec laquelle on consomme de l'énergie.
- Le watt (W), unité de puissance correspondant au transfert de 1 joule d'énergie pendant une seconde.
- Mathématiquement:

James **Watt** (1736-1819),
ingénieur mécanicien et inventeur
britannique. On lui doit la machine
à vapeur.



Puissance et énergie

- Dans un circuit électrique, la puissance instantanée $p(t)$ est égale au produit de la tension et du courant instantanés et la puissance moyenne P , à la valeur moyenne de la puissance instantanée.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} u(t)i(t)dt \quad \text{ou} \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt$$

Puissance et énergie

- L'énergie absorbée ou fournie par un élément pendant l'intervalle de temps de 0 à t est:

$$w(t) = \int_0^t p(\tau) d\tau$$

- La loi de conservation de l'énergie implique que la somme algébrique de la puissance dans un circuit, à tout instant, doit être zéro:

$$\sum P = 0$$

Énergie

- Le Joule (J) équivaut au travail produit par une force de 1 N dont le point d'application se déplace d'un mètre dans le sens de la force.

$$w(t) = \int_0^t p(\tau) d\tau$$

James prescott **Joule** (1818-1890),
physicien britannique. Il étudia la
chaleur dégagée par les courants
électriques (effet Joule).

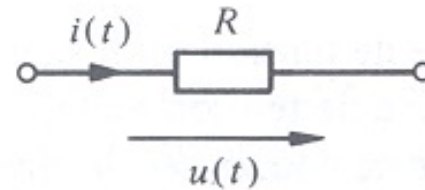


Eléments de circuit passifs

Résistance

- Élément de circuit qui satisfait la loi d'Ohm

$$u(t) = Ri(t)$$

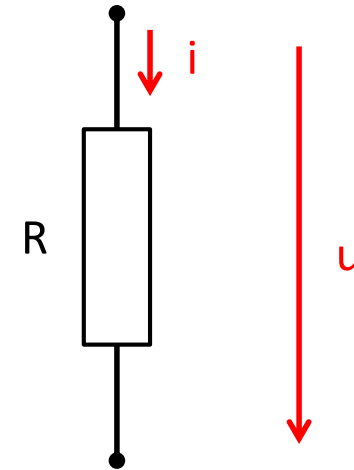
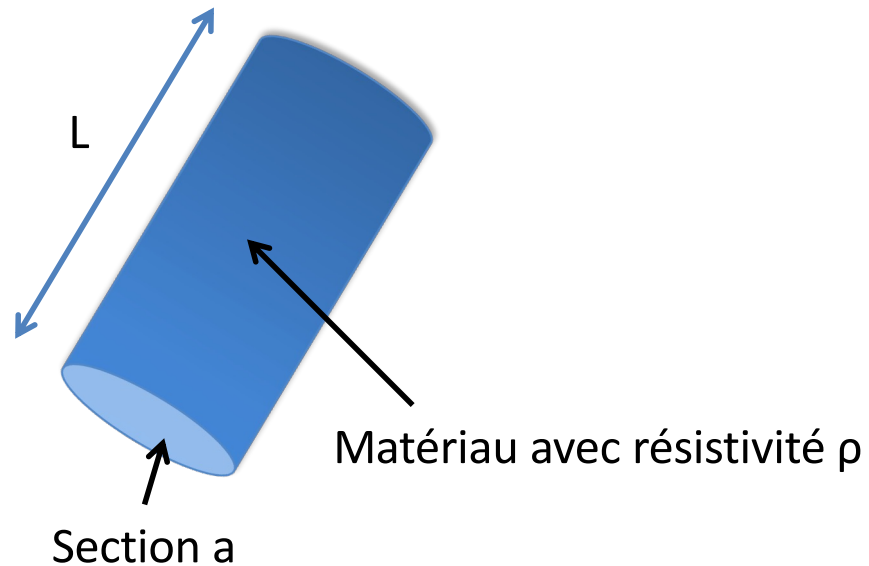


- L'unité de la résistance est le ohm (Ω)

Georg Simon **Ohm** (1789-1854),
physicien allemand. Il découvrit en
1827 les lois fondamentales des
courants électriques.



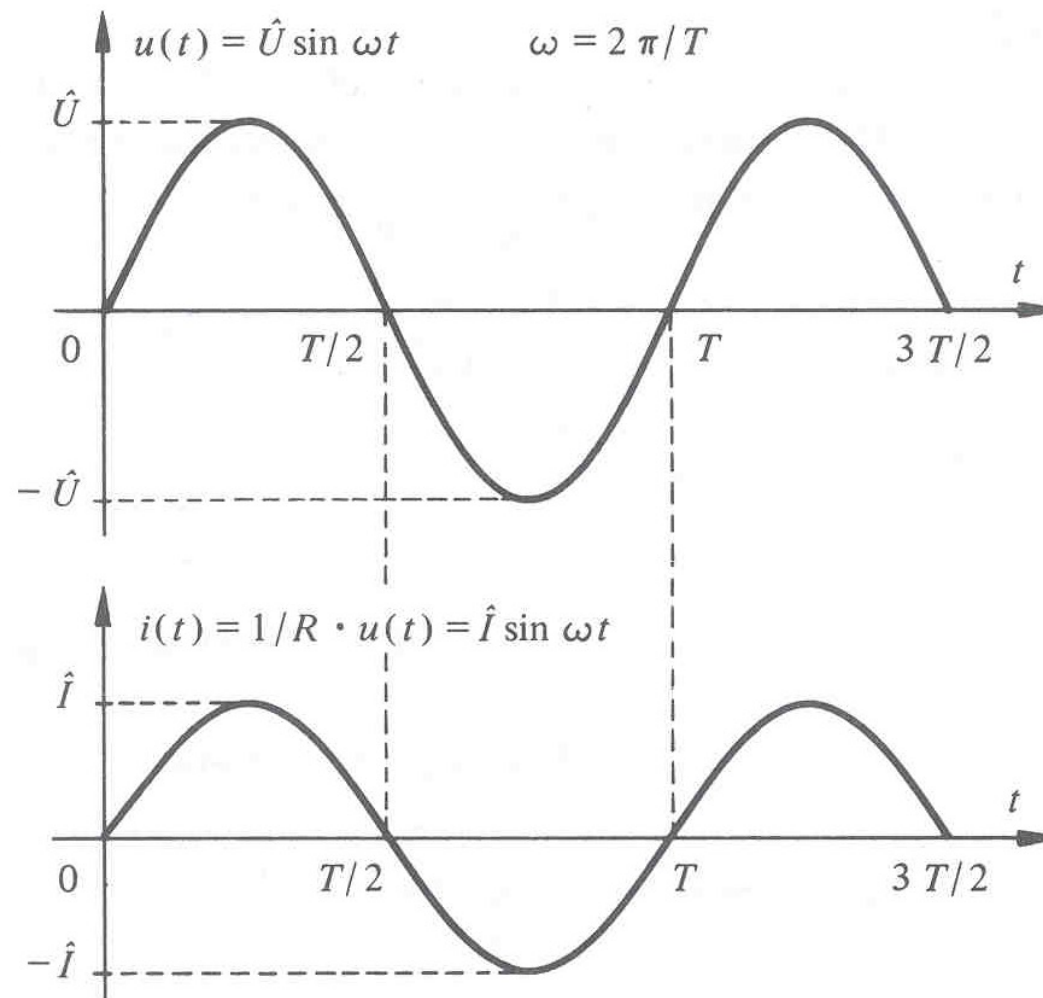
Loi d'Ohm et la Résistance



Loi d'Ohm: $E = \rho J$ J : Densité de courant A/m²

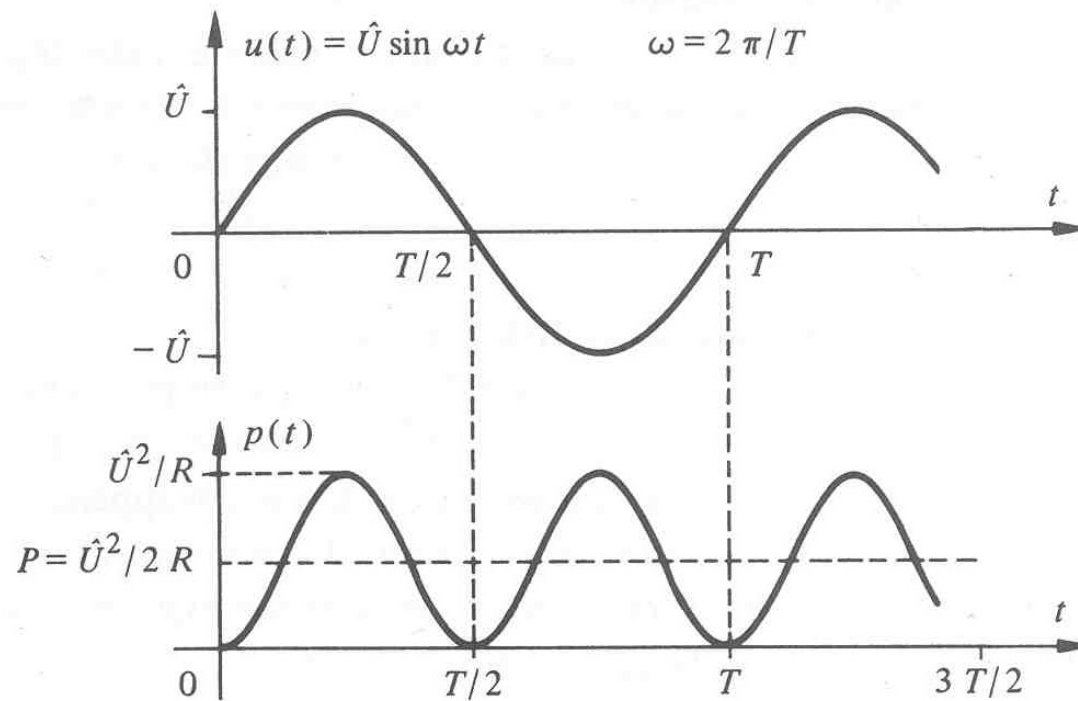
\Rightarrow $u = R \cdot i$ $R = \rho \frac{L}{S}$

Résistance: courant et tension



Résistance: puissance dissipée

$$p(t) = u(t)i(t) = Ri^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$



Résistance: énergie dissipée

- L'énergie électrique fournie à une résistance pendant une durée t est dissipée sous forme de chaleur

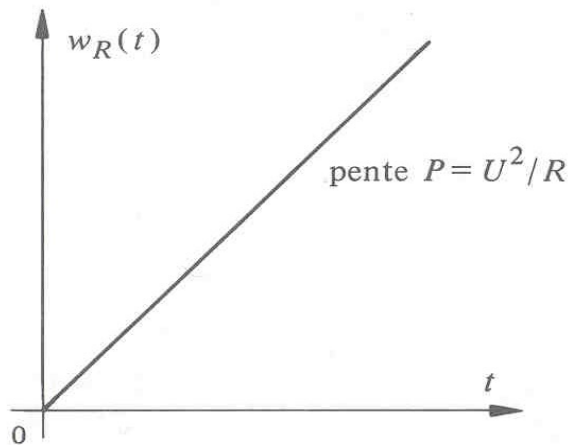
$$w_R(t) = R \int_0^t i^2(\tau) d\tau = \frac{1}{R} \int_0^t u^2(\tau) d\tau$$

- Régime continu:

$$i(t) = I \quad u(t) = U \Rightarrow w_R(t) = RI^2t = \frac{U^2t}{R}$$

Résistance: énergie dissipée

- régime continu:

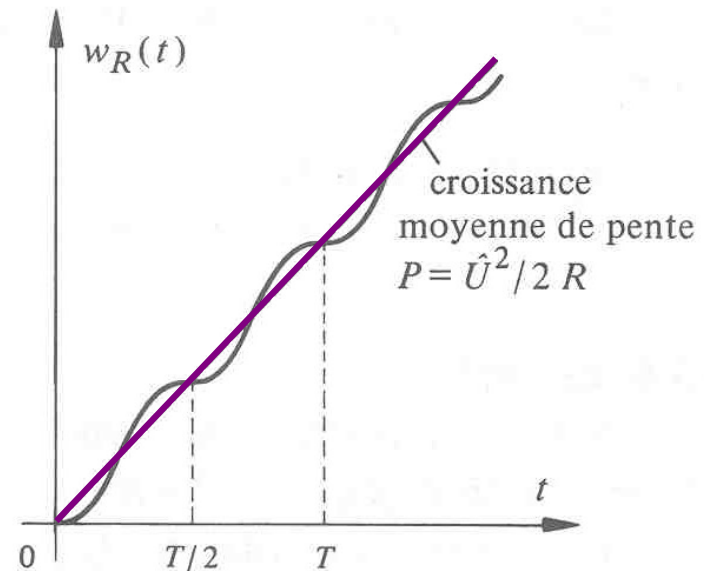


$$w_R(t) = RI^2 t = \frac{U^2 t}{R}$$

- régime sinusoïdal:

$$u(t) = \hat{U} \sin \omega t$$

$$w_R(t) = \frac{\hat{U}^2}{2R} \left[t - \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t) \right]$$



Court-circuit

- Soit un circuit dont deux points sont reliés par une résistance. Si l'on fait tendre la valeur de cette résistance vers *zéro*, ces deux points deviennent en court-circuit.
- En pratique, un bout de fil constitue souvent (pas toujours!) un court-circuit.

Circuit ouvert

- Soit un circuit dont deux points sont reliés par une résistance. Si l'on fait tendre la valeur de cette résistance vers *l'infini*, ces deux points deviennent en circuit ouvert.
- En pratique, on réalise un circuit ouvert en enlevant tous les éléments qui relient les deux points du circuit.

Résistance: élément physique



1/8 W

1/4 W

1/2 W

<http://www.hobby-elec.org/>



Résistances variables

<http://www.hobby-elec.org/>

Conductance

- Inverse de la résistance $G=1/R$

$$i(t) = Gu(t)$$

- L'unité de la conductance est le Siemens (S)

Werner von **Siemens** (1816-1892),
ingénieur et industriel allemand.



Capacité

- Élément de circuit qui obéit aux relations suivantes:

$$q(t) = Cu(t)$$

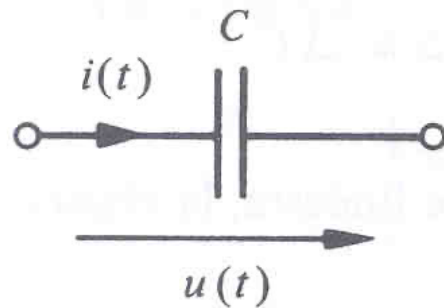
- Sachant que le courant est le débit des charges:

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$i(t) = C \frac{du}{dt} \quad u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$$

Capacité

- La valeur C de la capacité s'exprime en farad (F)

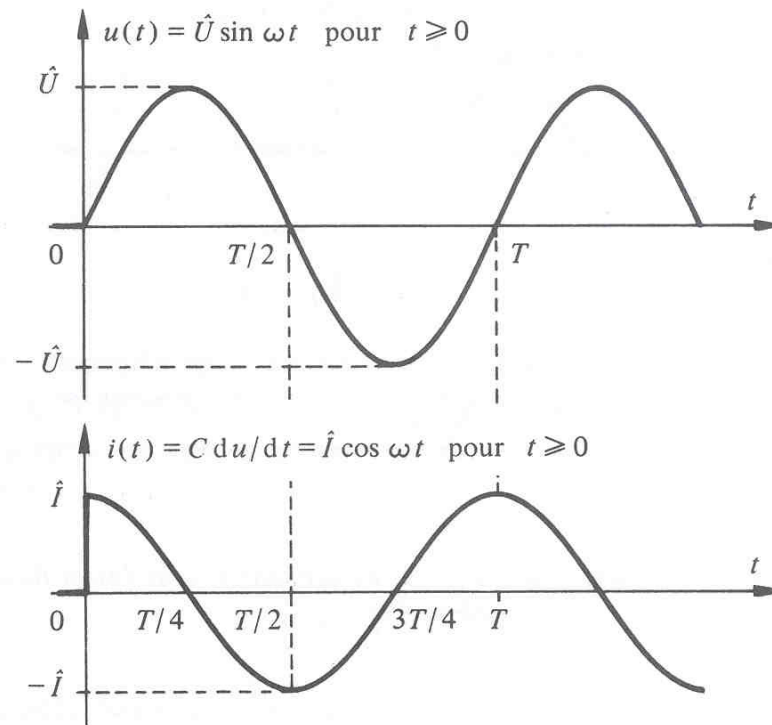


Michael **Faraday** (1791-1867),
physicien britannique.



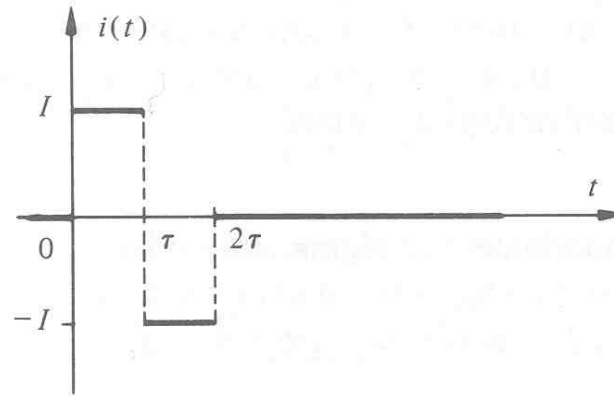
Capacité: courant et tension

- En régime continu: circuit-ouvert
- En régime sinusoïdal:



$$\hat{I} = \omega C \hat{U}$$

Capacité: pas de saut de tension!



$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$$

Capacité: énergie électrostatique

$$w_c(t) = \frac{1}{2} C u^2(t)$$

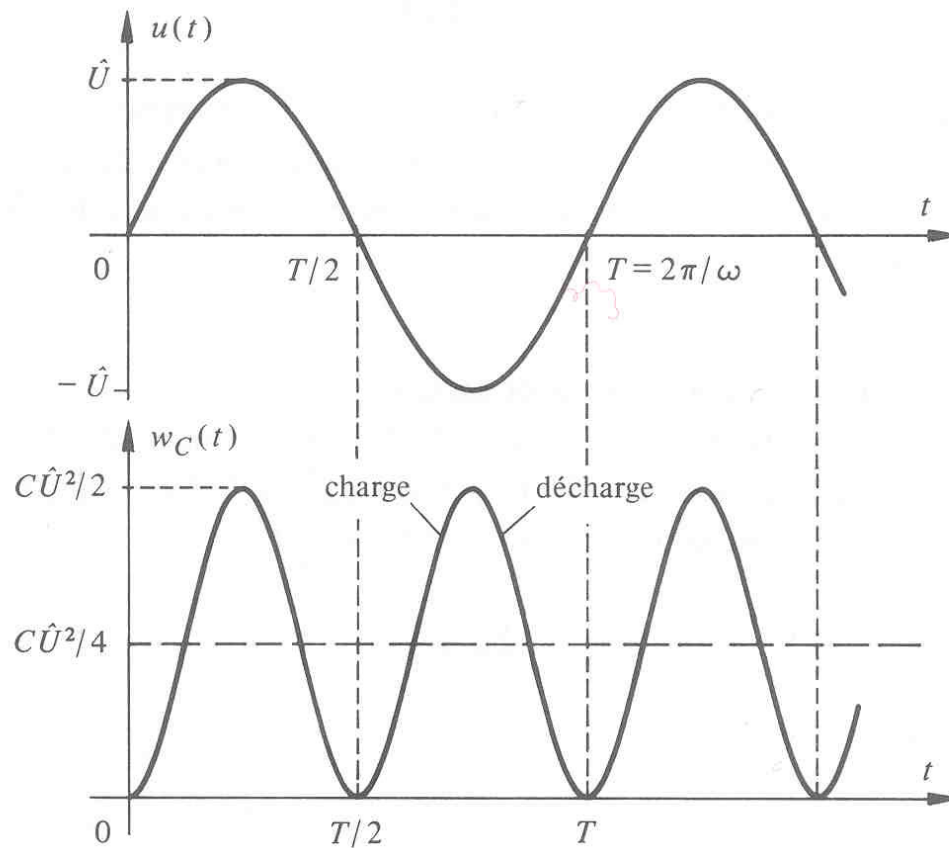
- Régime sinusoïdal: $u(t) = \hat{U} \sin \omega t$

$$w_c(t) = \frac{C \hat{U}^2}{2} \sin^2 \omega t$$

$$w_c(t) = \frac{C \hat{U}^2}{4} [1 - \cos 2\omega t]$$

Capacité: énergie électrostatique

- Régime sinusoïdal:

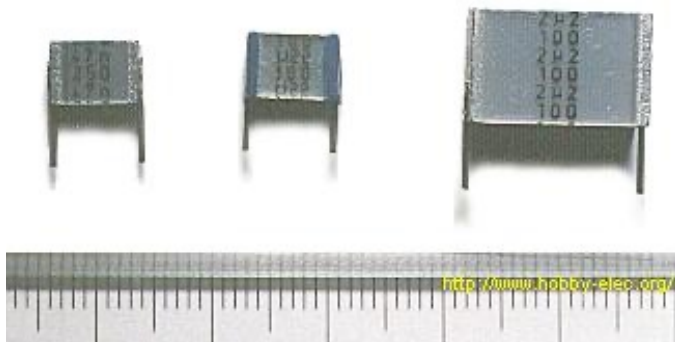


$$w_C(t) = \frac{C\hat{U}^2}{4} [1 - \cos 2\omega t]$$

Capacité: élément physique



Céramique (100 pF, 10 nF)

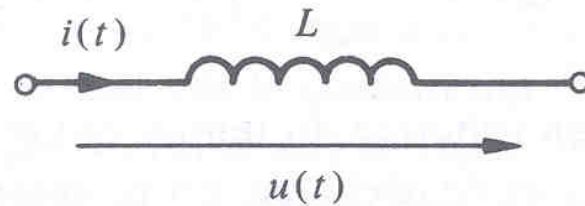


Film de polyester métallisé
(1 nF, 220 nF, 2.2 mF)

Inductance

- Élément de circuit qui obéit aux relations suivantes:

$$u(t) = L \frac{di}{dt} \quad i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau$$



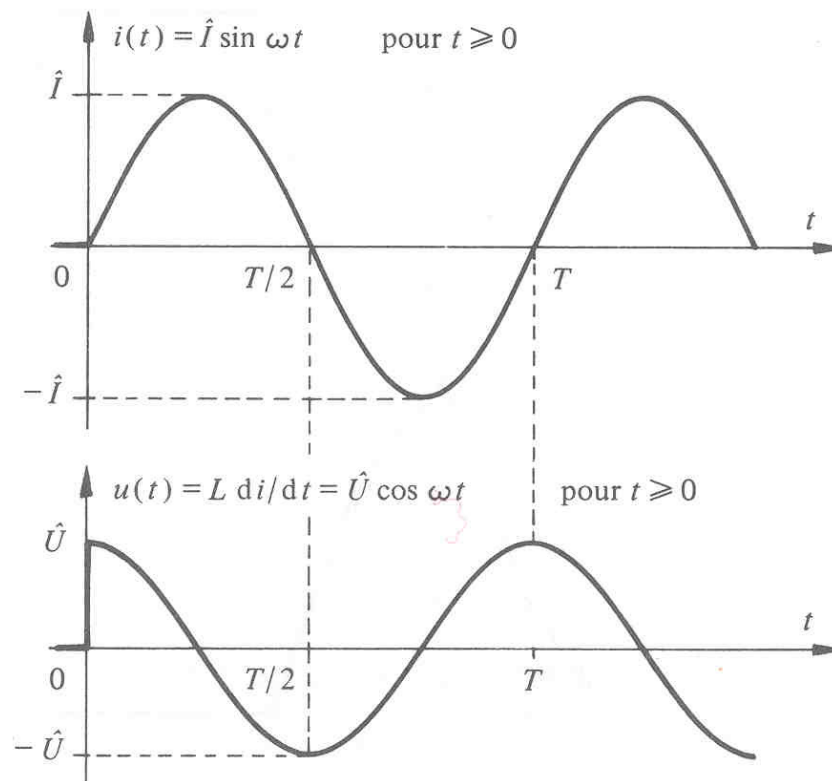
- L'unité de l'inductance est le henry (H)

Joseph **Henry** (1797-1878),
physicien américain.



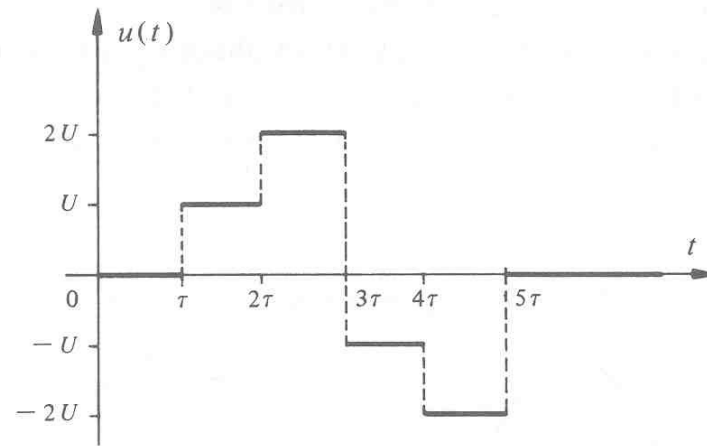
Inductance: courant et tension

- En régime continu: court-circuit
- En régime sinusoïdal:



$$\hat{U} = \omega L \hat{I}$$

Inductance: pas de saut de courant!



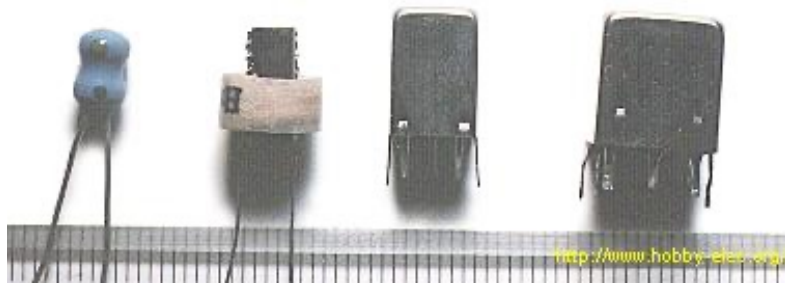
Inductance: énergie magnétique

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

- Régime sinusoïdal: $i(t) = \hat{I} \sin \omega t$

$$w_L(t) = \frac{L \hat{I}^2}{2} \sin^2 \omega t = \frac{L \hat{I}^2}{4} [1 - \cos 2\omega t]$$

Inductance: élément physique



1-100 mH

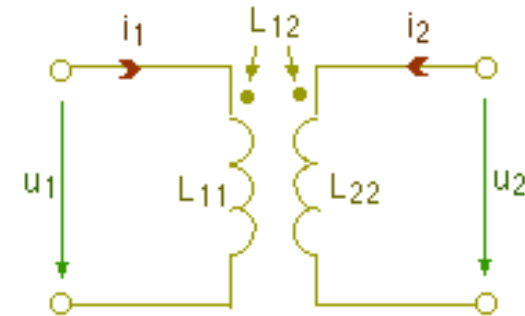


Bobines toroïdales

Inductances couplées (mutuelles)

- Des inductances couplées constituent un biporte défini par les relations constitutives:

$$u_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$
$$u_2 = L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

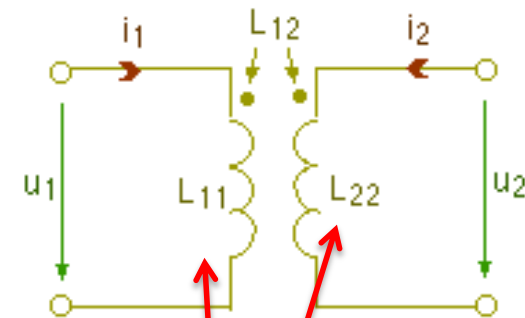


Inductances couplées (mutuelles)

- Des inductances couplées constituent un biporte défini par les relations constitutives:

$$u_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$



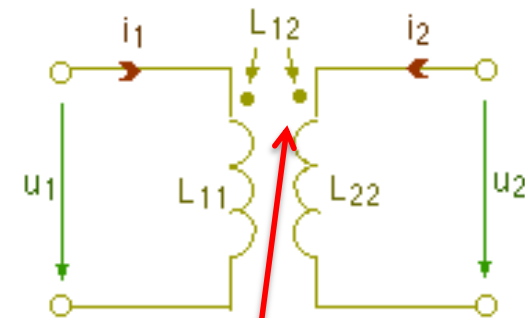
Inductances propres

Inductances couplées (mutuelles)

- Des inductances couplées constituent un biporte défini par les relations constitutives:

$$u_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_{12} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

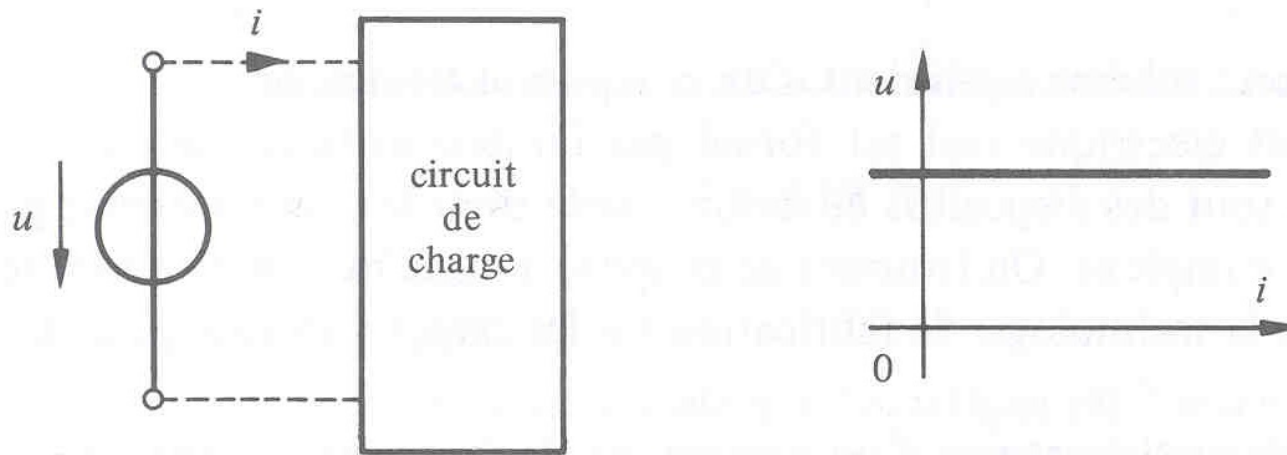


Inductance mutuelle

Eléments de circuit actifs

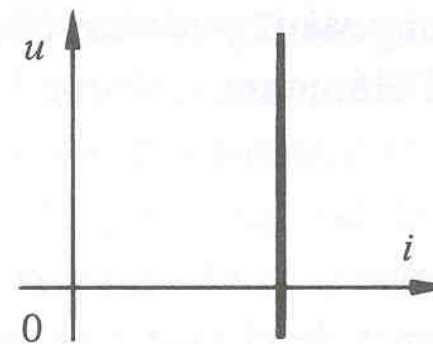
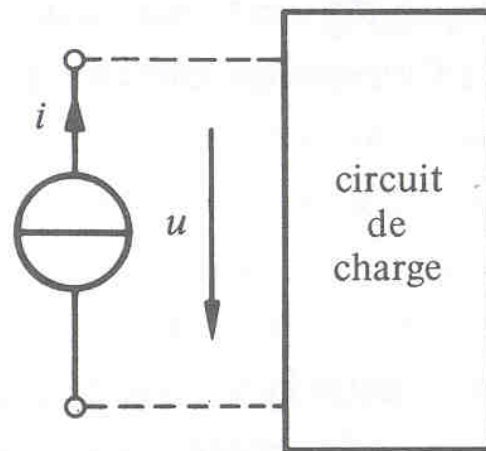
Source de tension idéale

- Élément de circuit capable de fournir ou absorber de l'énergie électrique et dont la tension à ses bornes est constante et indépendante de la charge qui lui est branchée.
- Une source de tension ne fournit aucune énergie lorsqu'elle est en circuit ouvert.
- Symbole:



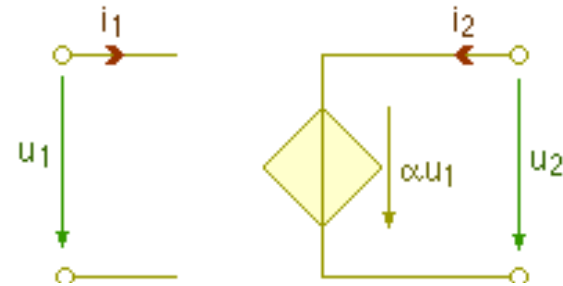
Source de courant idéale

- Élément de circuit capable de fournir ou absorber de l'énergie électrique et dont le courant qui y circule est constant et indépendant de la charge qui lui est branchée.
- Une source de courant ne fournit aucune énergie lorsqu'elle est en court-circuit.
- Symbole:



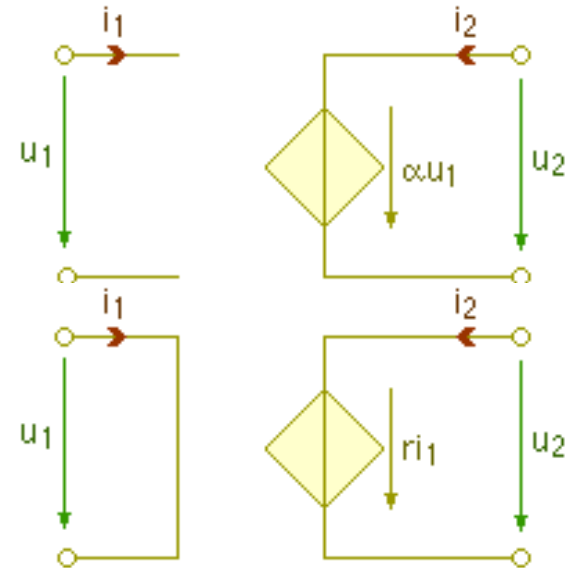
Sources commandées

- Source de tension commandée par une tension



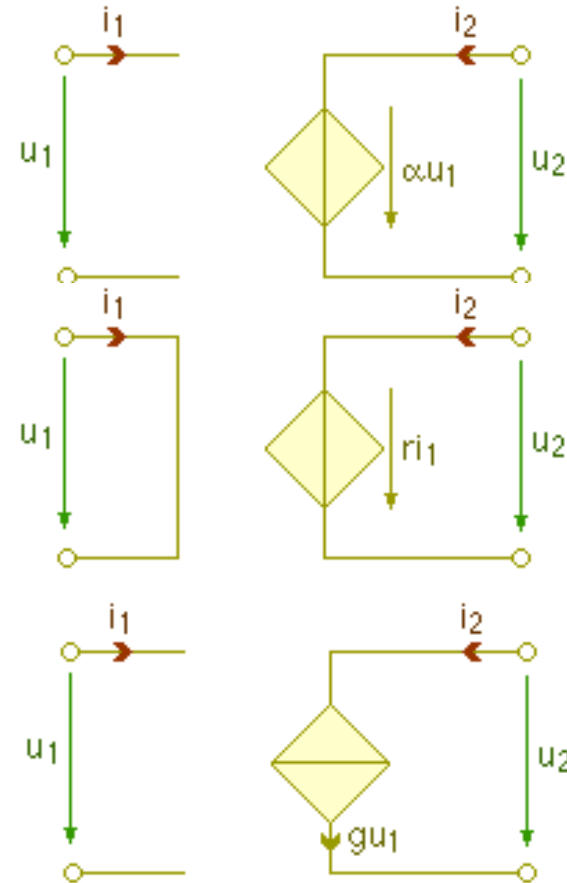
Sources commandées

- Source de tension commandée par une tension
- Source de tension commandée par un courant



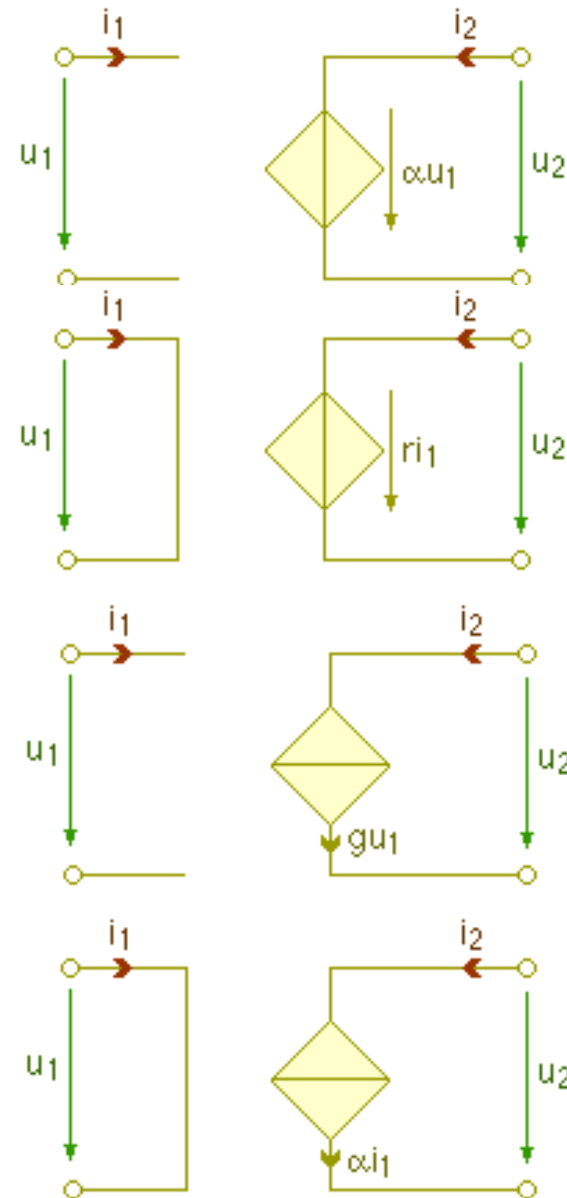
Sources commandées

- Source de tension commandée par une tension
- Source de tension commandée par un courant
- Source de courant commandée par une tension



Sources commandées

- Source de tension commandée par une tension
- Source de tension commandée par un courant
- Source de courant commandée par une tension
- Source de courant commandée par un courant



La théorie des circuits est basée sur
les équations de Kirchhoff

- A. Vrai
- B. Faux

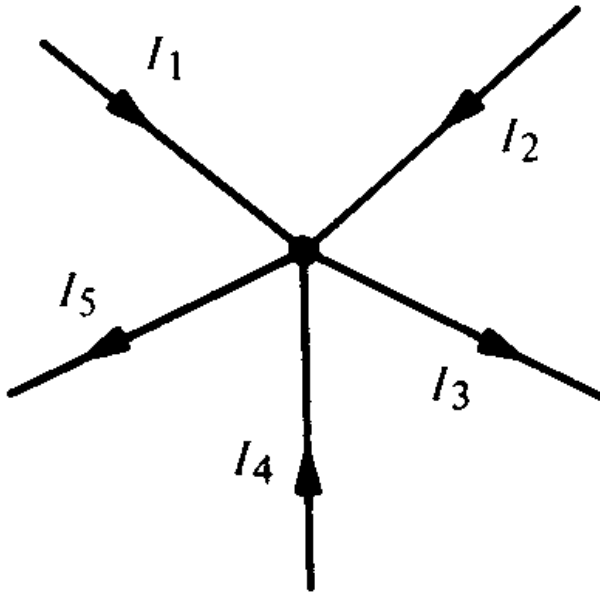
Lois de Kirchhoff

- Lois fondamentales des circuits électriques

Gustav Robert **Kirchhoff** (1824-1897),
physicien allemand.



Lois de Kirchhoff pour les nœuds

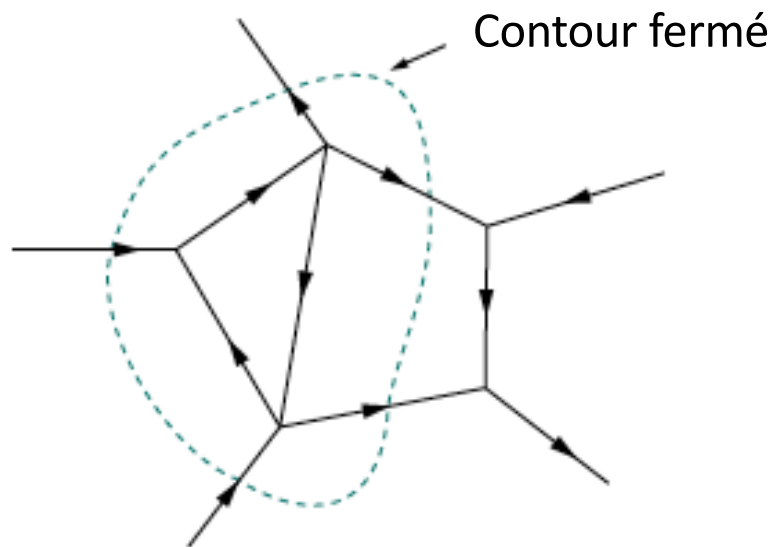


$$\sum_{j=1}^N i_j = 0$$

$$i_1 + i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

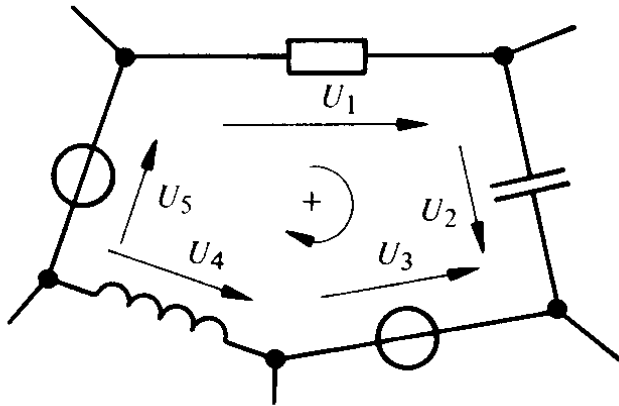
Lois de Kirchhoff pour les nœuds

- La somme des courants dans une **coupe** est égale à zéro



$$\sum_{j=1}^N i_j = 0$$

Lois de Kirchhoff pour les mailles



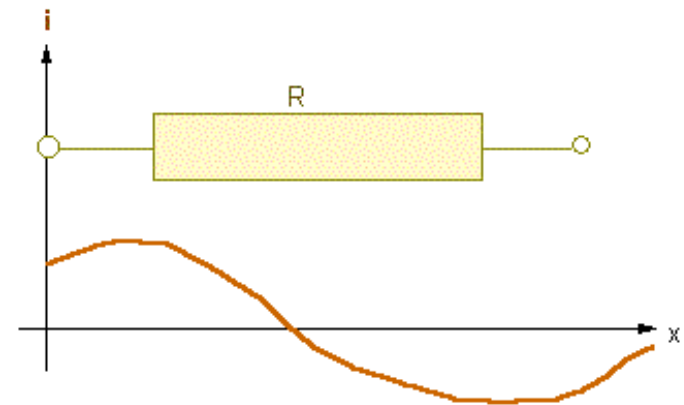
$$\sum_{j=1}^N u_j = 0$$
$$U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_5 = 0$$

La théorie des circuits...

- A. Est un cas particulier des équations de Maxwell
- B. Néglige les phénomènes de propagation
- C. Réponses A et B
- D. Aucune des réponses ci-dessus

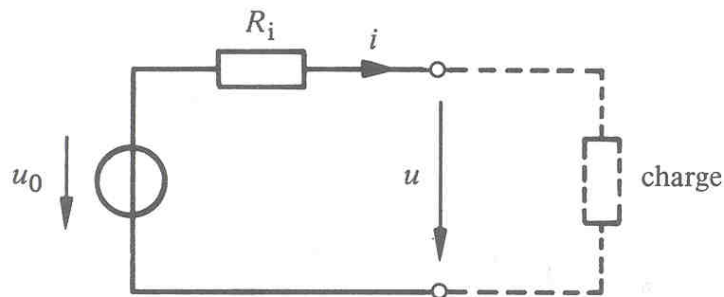
Limitations du modèle de Kirchhoff

- Le modèle de Kirchhoff est un cas particulier d'un modèle plus général, le modèle de Maxwell.
- Les équations de Maxwell décrivent le phénomène de propagation d'ondes. Une hypothèse de base du modèle de Kirchhoff est l'égalité du courant entrant et sortant d'un accès.
- A titre d'exemple, le courant aux deux extrémités d'une résistance est le même à tout instant. Tel n'est plus le cas si une onde se propage le long de la résistance.
- Cependant, si la longueur d'onde est bien supérieure à la longueur de la résistance, le modèle de Kirchhoff reste valable.



Source de tension 'réelle'

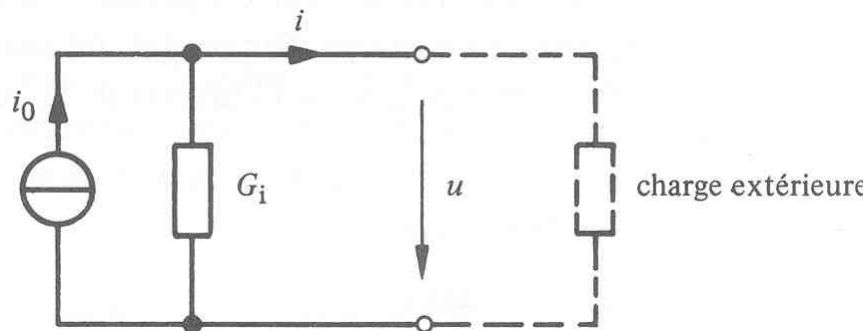
- La tension d'une source de tension réelle comme une batterie, diminue en fonction du courant qu'elle fournit. On peut modéliser une telle source par une source idéale en série avec une résistance:



$$u = u_o - R_i i$$

Source de courant 'réelle'

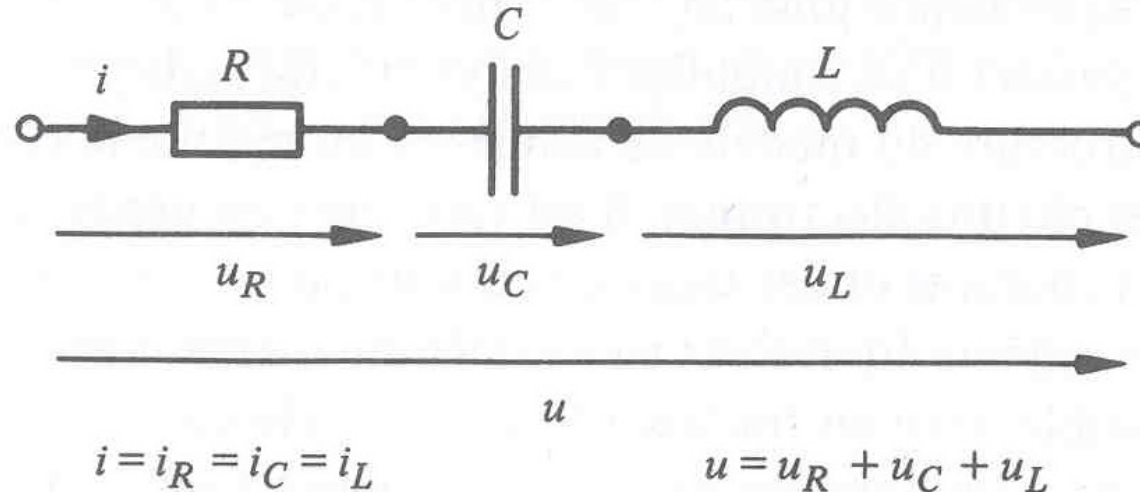
- Caractéristique courant-tension et circuit équivalent



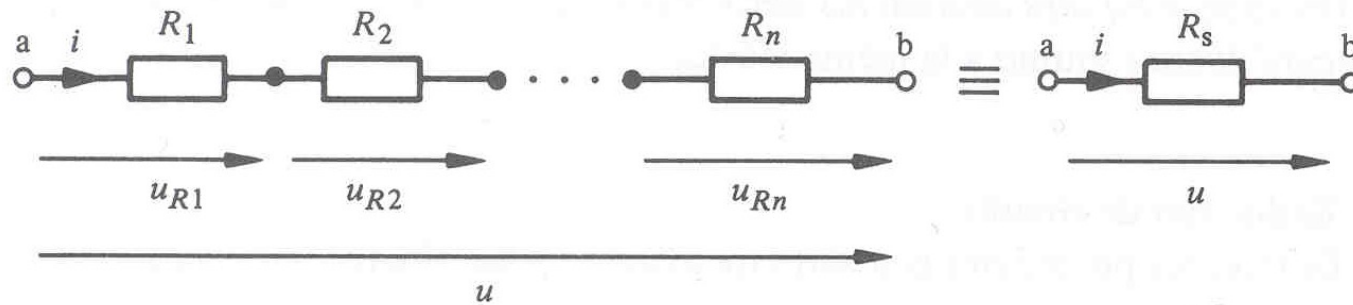
$$i = i_0 - G_i u$$

Éléments en série

- Des éléments connectés en série sont parcourus par le même courant. La tension aux bornes du circuit est égale à la somme des tensions relatives à chaque élément.

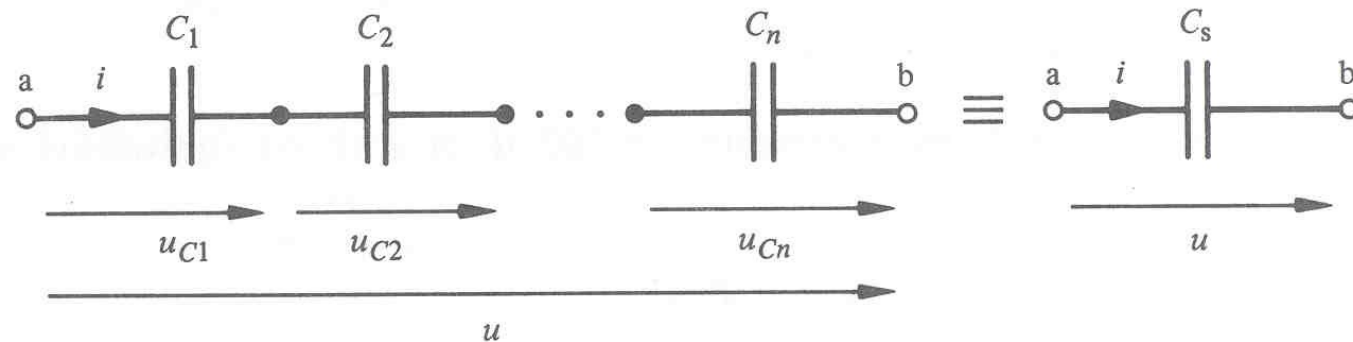


Mise en série de résistances



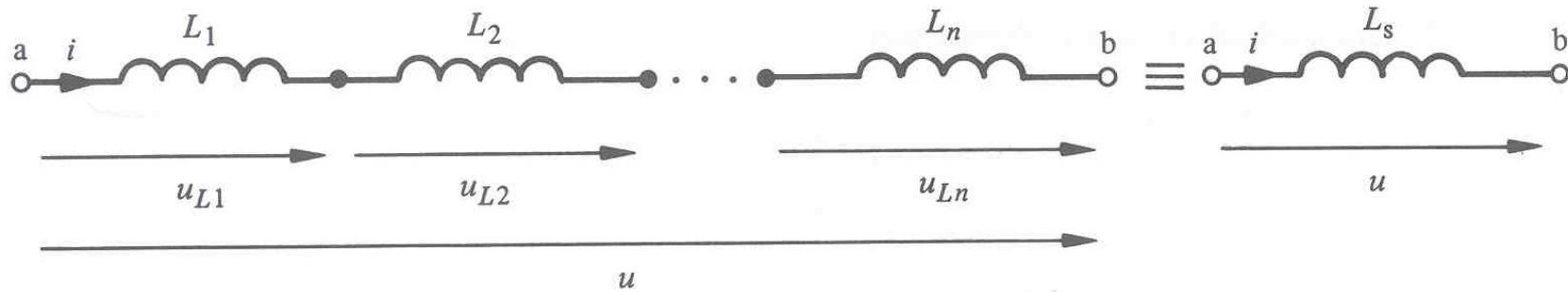
$$R_s = \sum_{k=1}^n R_k$$

Mise en série de capacités



$$\frac{1}{C_s} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \quad \text{et} \quad u(0) = \sum_{k=1}^n u_{Ck}(0)$$

Mise en série d'inductances

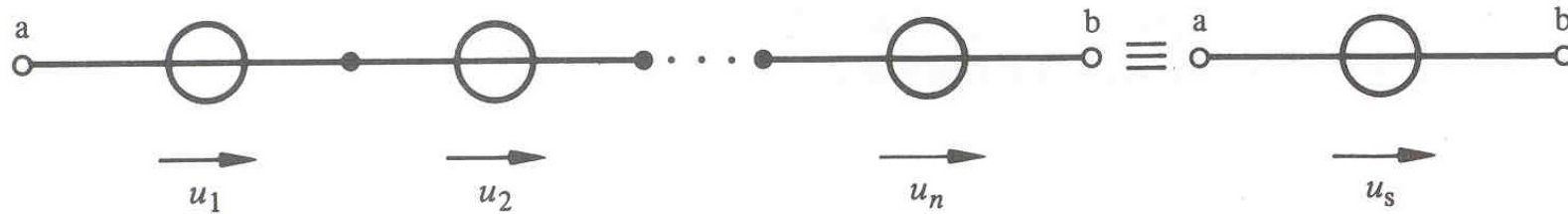


$$L_s = \sum_{k=1}^n L_k$$

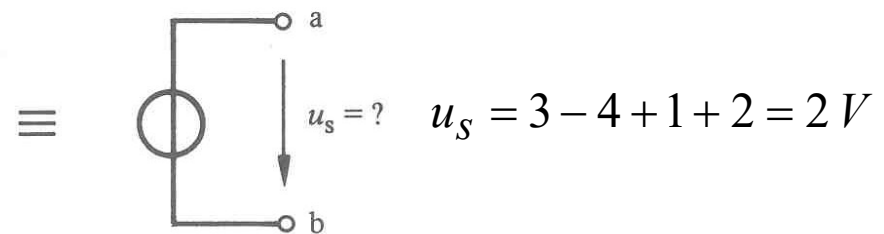
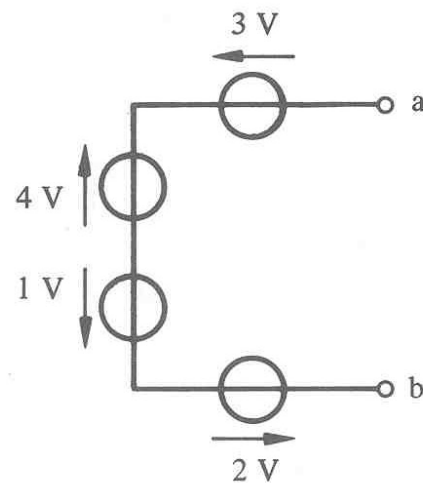
et

$$i(0) = i_{Lk}(0)$$

Mise en série de sources de tension



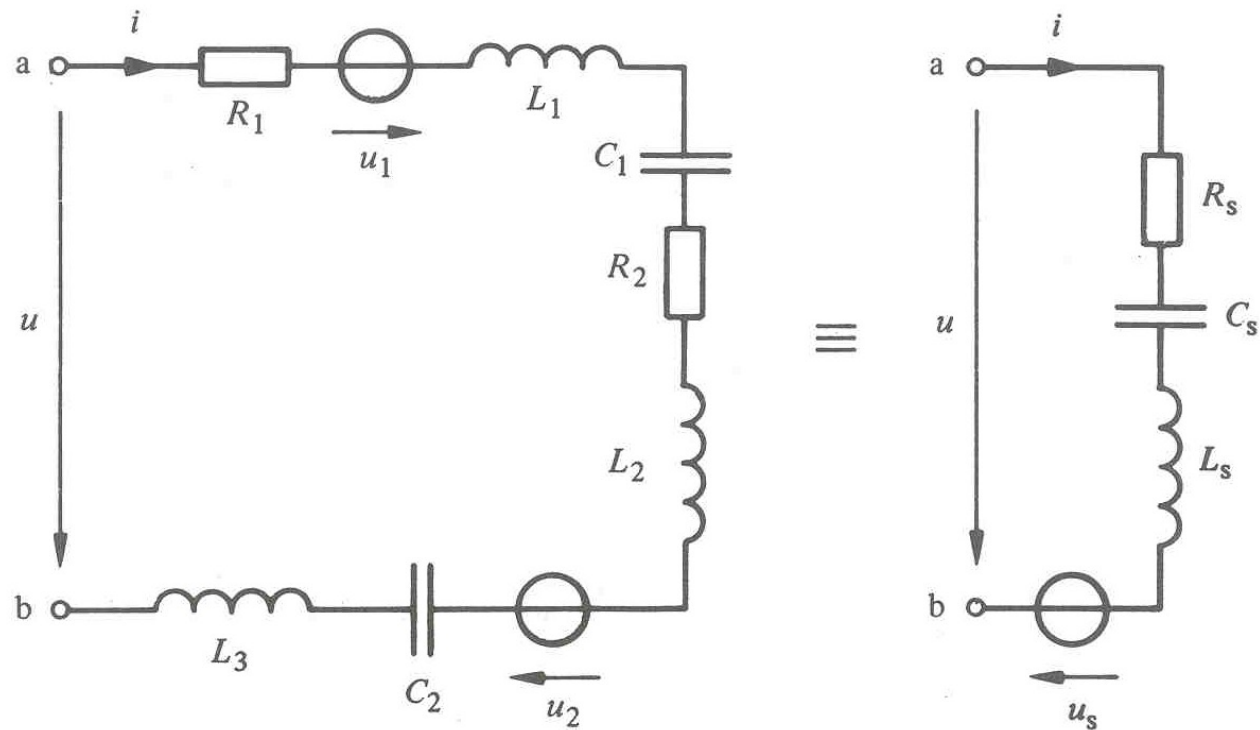
$$u_s = \sum_{k=1}^n u_k$$



Mise en série de sources de courant

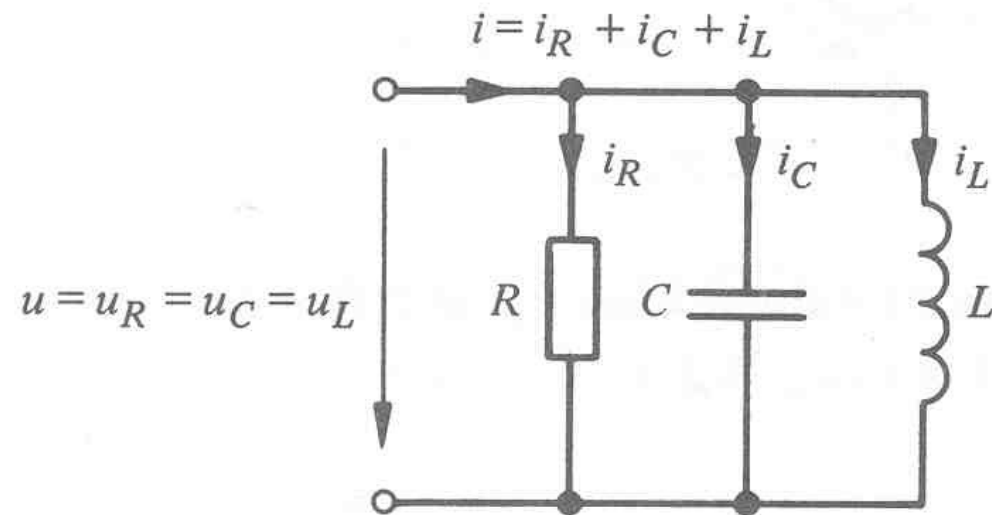
- Impossible, *sauf si toutes les sources individuelles produisent le même courant*

Mise en série: exemple

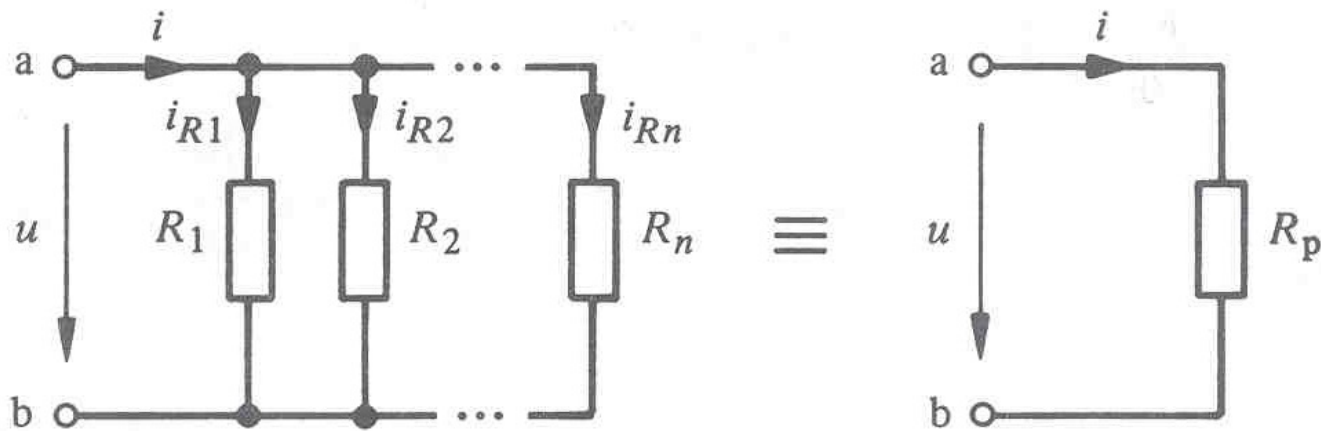


Éléments en parallèle

- Des éléments connectés en parallèle sont soumis à la même tension. Le courant total est la somme des courants individuels.

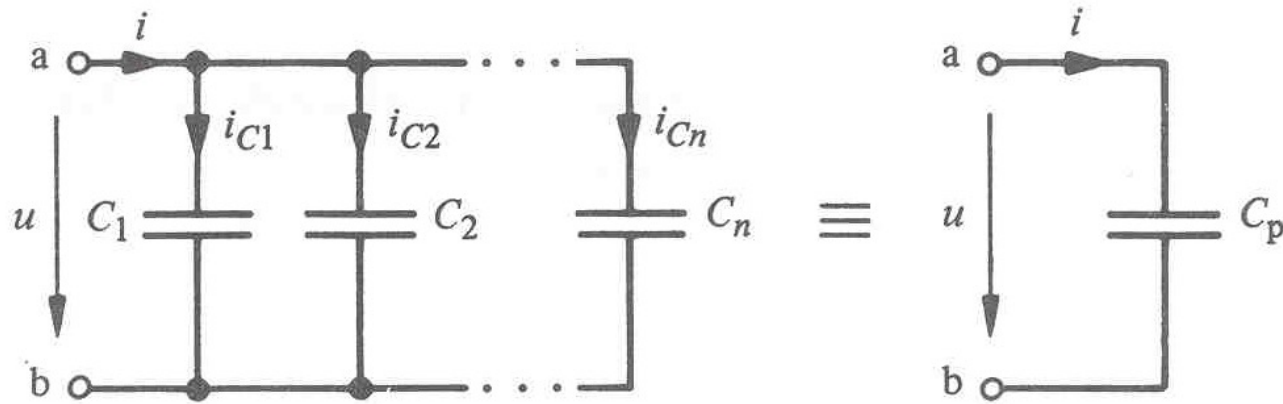


Mise en parallèle de résistances



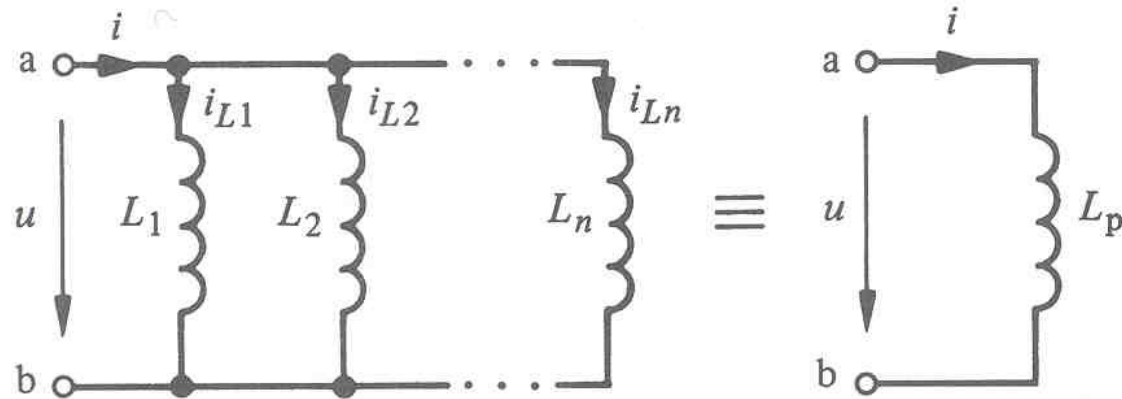
$$\frac{1}{R_p} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

Mise en parallèle de capacités



$$C_p = \sum_{k=1}^n C_k(0) = u_k(0)$$

Mise en parallèle d'inductances

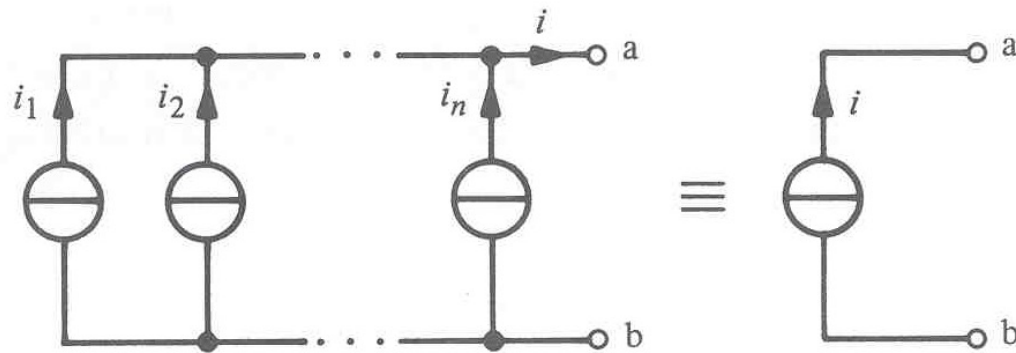


$$\frac{1}{L_p} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} \quad (0)$$

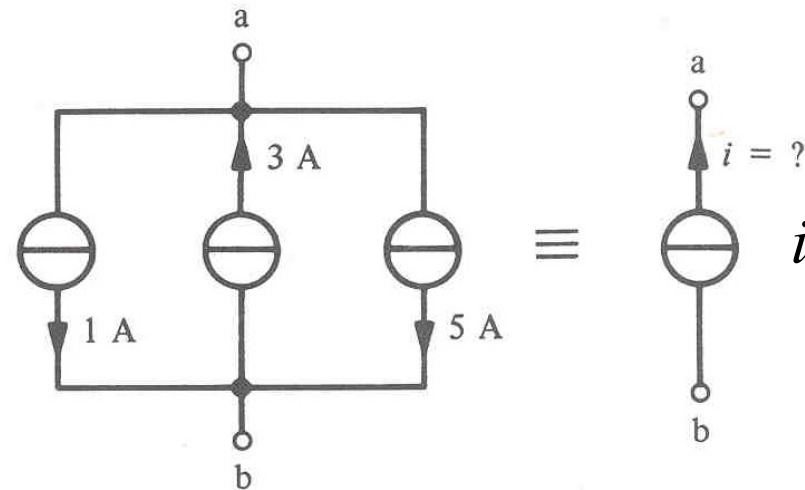
Mise en parallèle de sources de tension

- Impossible, *sauf si toutes les sources individuelles produisent la même tension*

Mise en parallèle de sources de courant

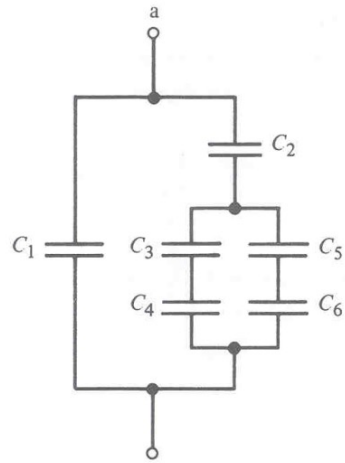


$$i_p = \sum_{k=1}^n i_k$$

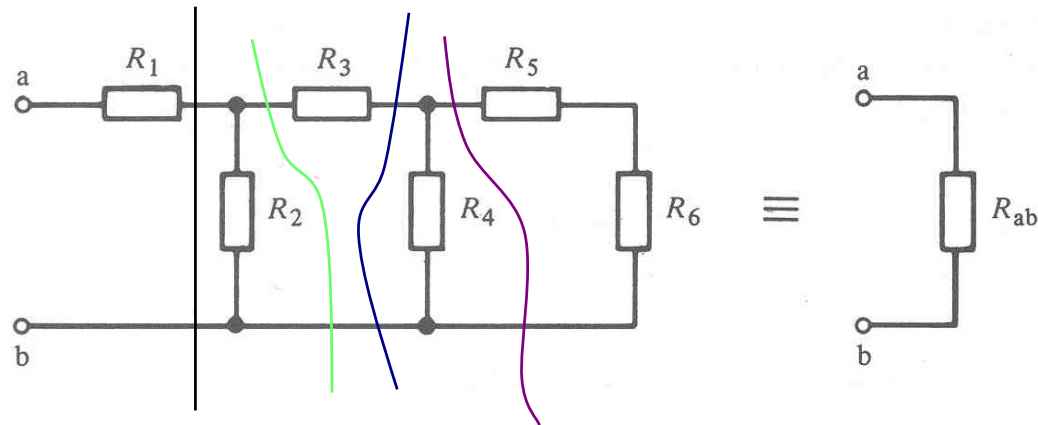


$$i_p = -1 + 3 - 5 = -3\text{ A}$$

Circuits combinés série-parallèle

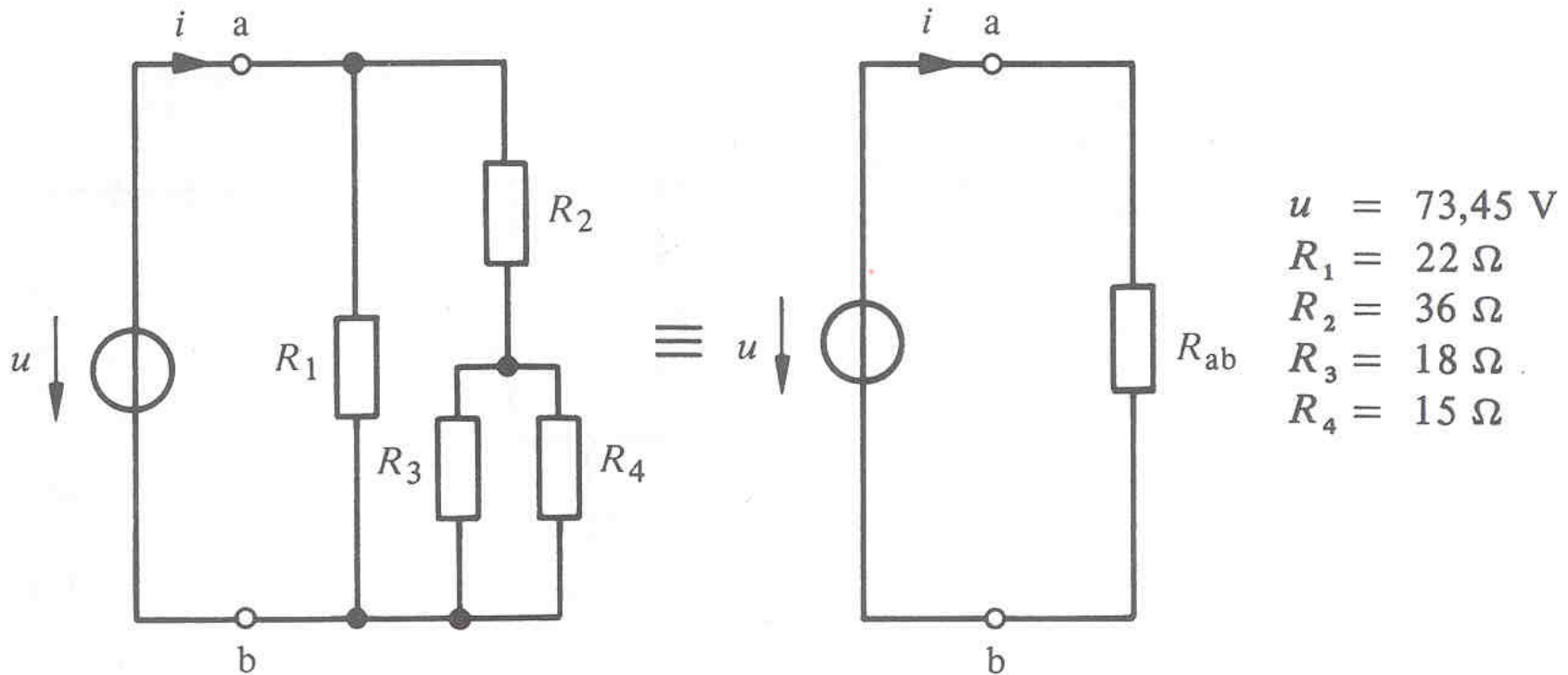


Circuits combinés série-parallelle



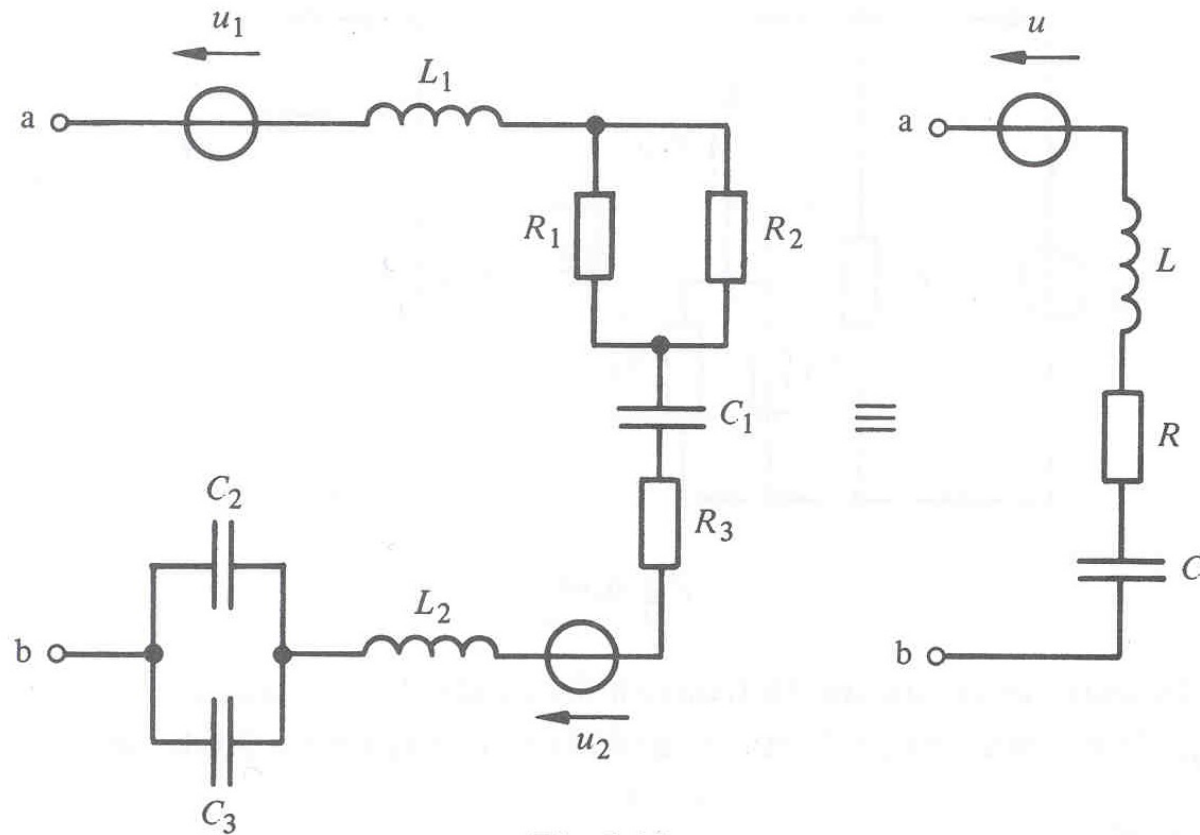
$$R_{ab} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5 + R_6}}}}$$

Circuits combinés série-parallelle



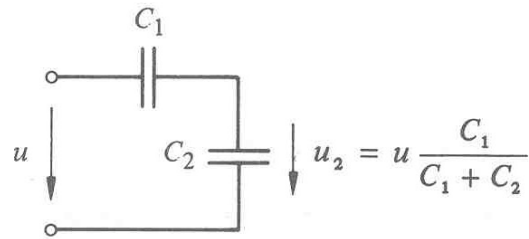
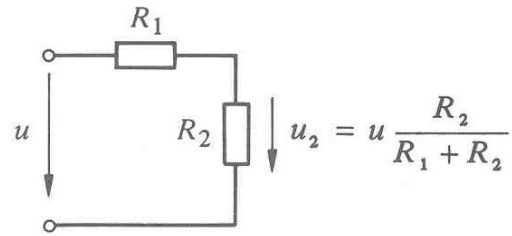
$$R_{ab} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}}$$

Circuits combinés série-parallèle

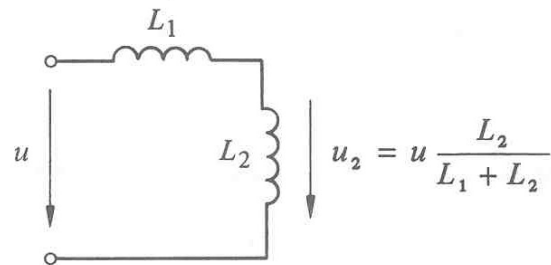


$$u = u_1 - u_2 \quad R = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad L = L_1 + L_2 \quad C = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

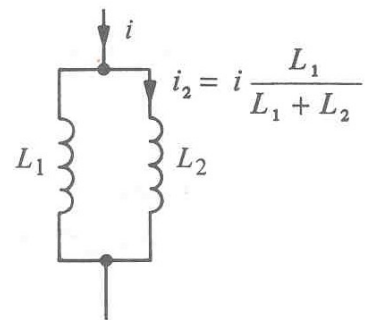
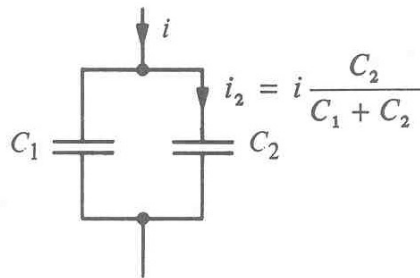
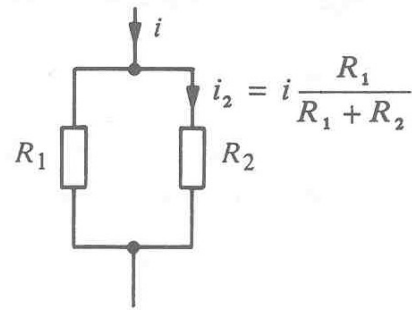
Diviseur de tension



(tensions initiales nulles)



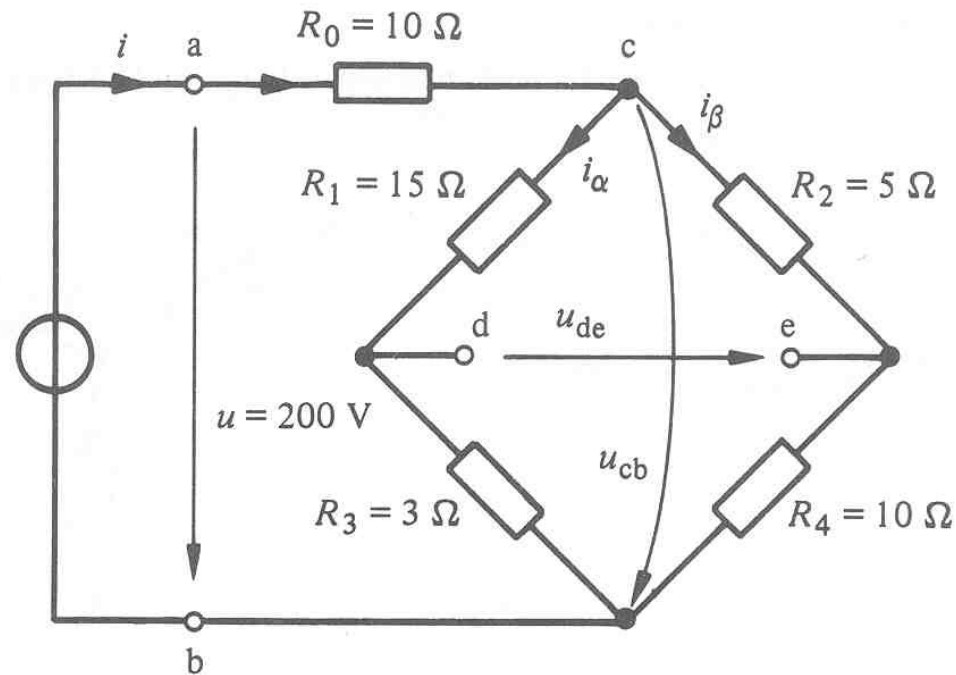
Diviseur de courant



(courants initiaux nuls)

Diviseur de tension/courant: exemple

Calculer la tension u_{de}



Solution au tableau