Circuits et Systèmes I
Chapitre 10: Quadripôles

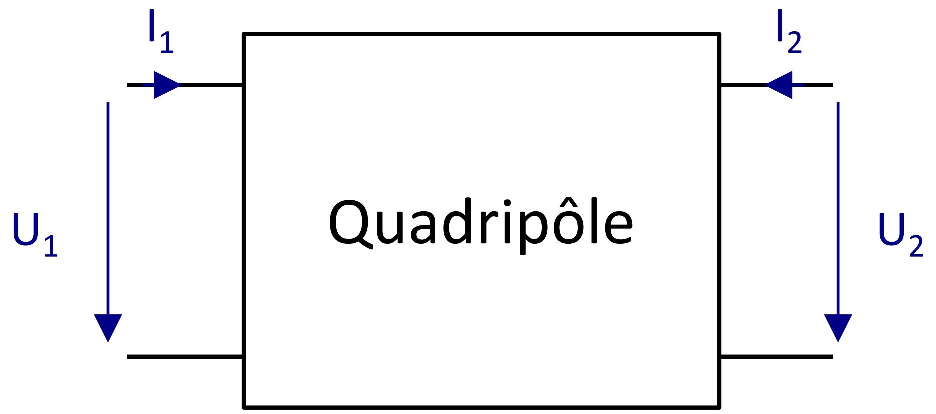
Farhad Rachidi
École Polytechnique Fédérale de Lausanne
Lausanne, Switzerland

Quadripôles

- Définition
- Matrices représentatives
- Matrice d’impédance
- Matrice d’admittance
- Matrice de chaîne (transmission)
- Conversion de paramètres des quadripôles
- Interconnexion de quadripôles

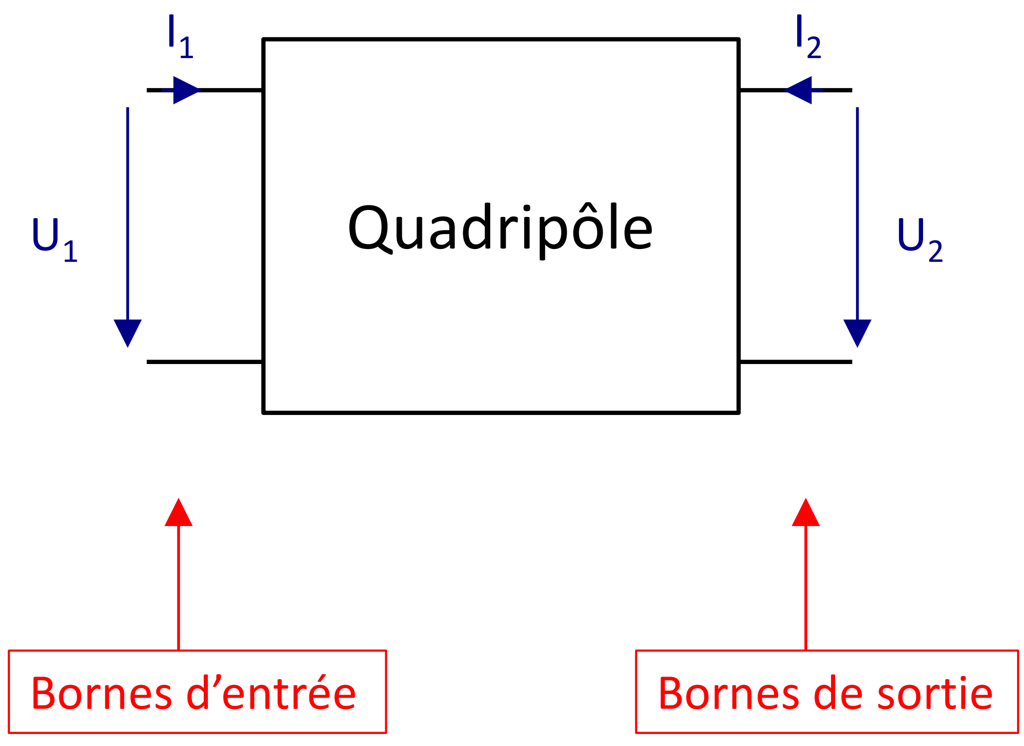
Définition

- Un quadripôle est un élément de circuit à 4 bornes.



Définition

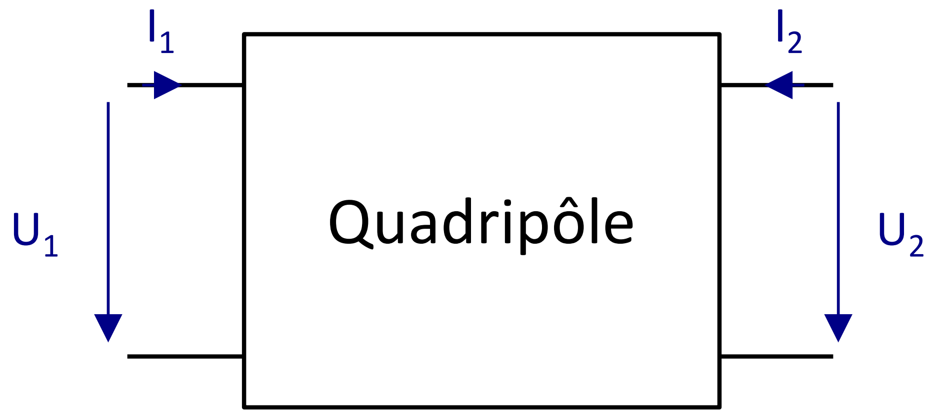
- Un quadripôle est un élément de circuit à 4 bornes.



Un quadripôle est aussi appelé biportes (en anglais *two-port network*)

Définition

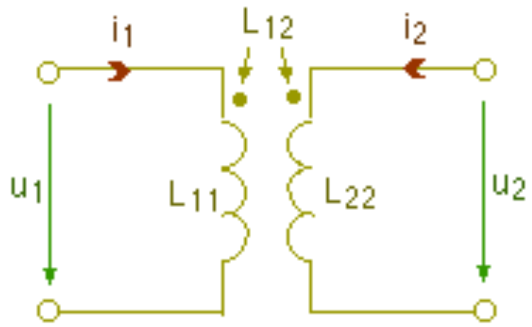
- Un quadripôle est un élément de circuit à 4 bornes.



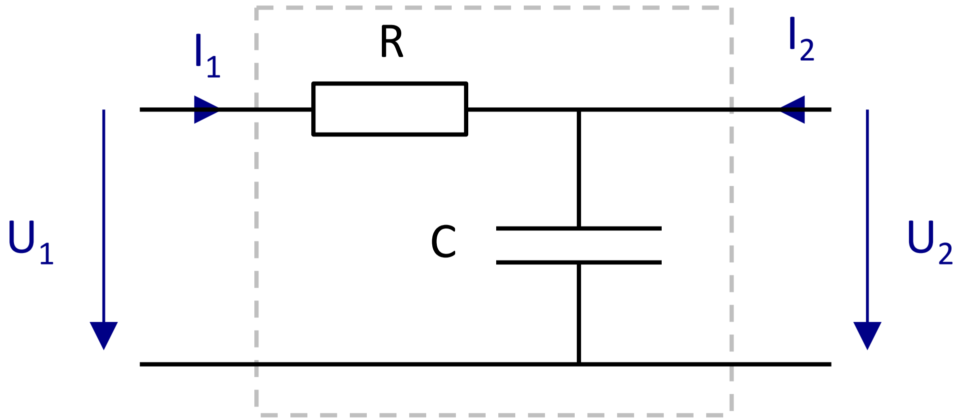
- Les signaux électriques en entrée et en sortie peuvent être de nature différente (tension, courant, puissance)
- On distingue deux types de quadripôles: actifs et passifs

Exemple de quadripôles passifs

- Inductances couplées ou transformateur



- Filtre passe-bas



Matrices représentatives des quadripôles

- De même qu'un bipôle possède deux grandeurs aux bornes dont une seule est indépendante, un quadripôle possède 4 grandeurs aux bornes (deux accès), dont seulement deux sont indépendantes.
- Pour un quadripôle composé d'éléments linéaires, les relations qui lient deux grandeurs dépendantes Y_1 et Y_2 aux deux grandeurs indépendantes X_1 et X_2 sont elles-mêmes linéaires et peuvent être mises sous la forme générale suivante:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$$

Comme il y a 6 façons de choisir deux grandeurs indépendantes parmi 4, cette relation peut être déclinée en 6 versions. Nous allons examiner 3.

Matrices 2x2: Rappel

- Multiplication

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} Y_1 = aX_1 + bX_2 \\ Y_2 = cX_1 + dX_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

Ce produit n'est pas commutatif!

Matrices 2x2: Rappel

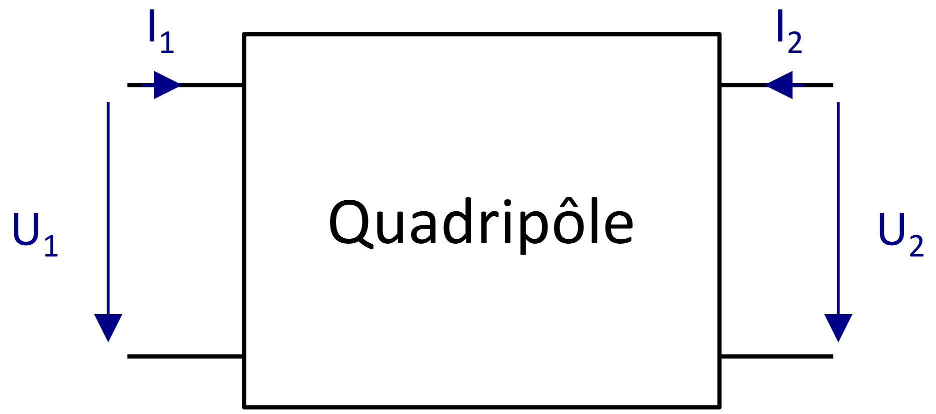
- Inversion

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bd} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$$

- avec $ad - bc \neq 0$

Matrice d'impédance (circuit résistif)

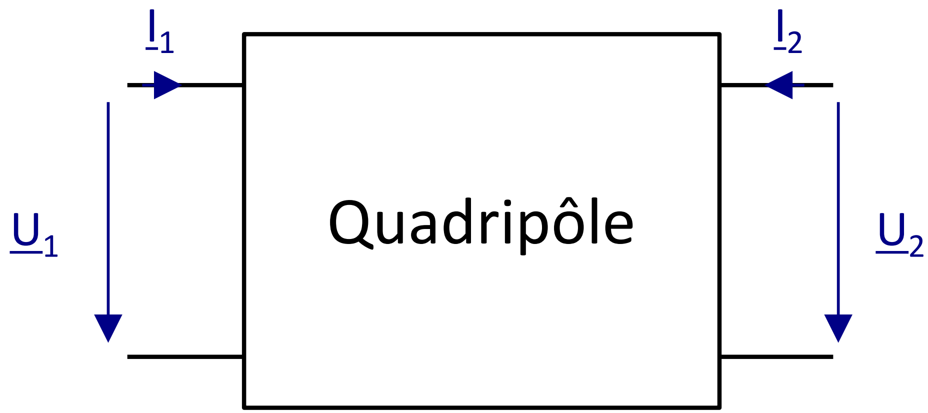
- On exprime les tensions en fonction des courants. Les éléments de la matrice ont la dimension d'impédances (résistances).



$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$

Matrice d'impédance

- On exprime les tensions en fonction des courants. Les éléments de la matrice ont la dimension d'impédances (résistances).

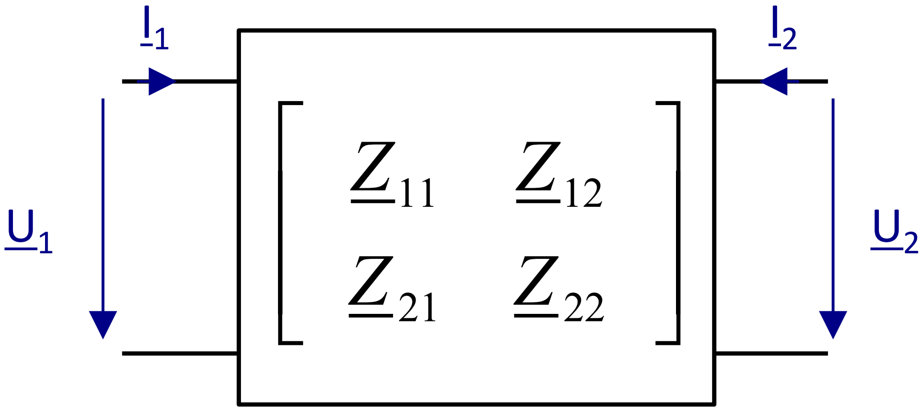


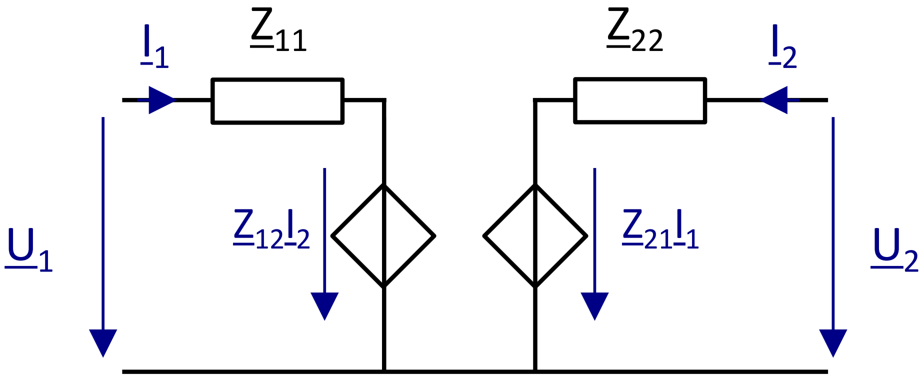
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2 \end{cases}$$

Note:

En régime sinusoïdal, la matrice d'impédance est complexe et relie les vecteurs des phaseurs de tension et de courant.

Circuit équivalent

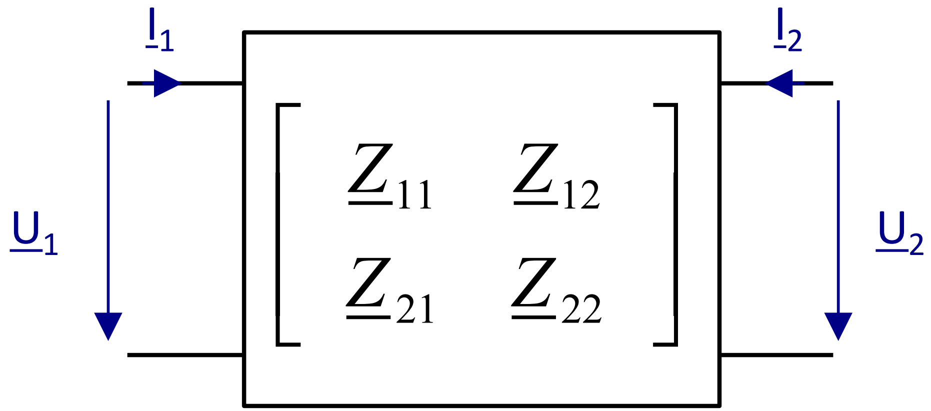




$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2$$

Détermination des paramètres de la matrice d'impédance

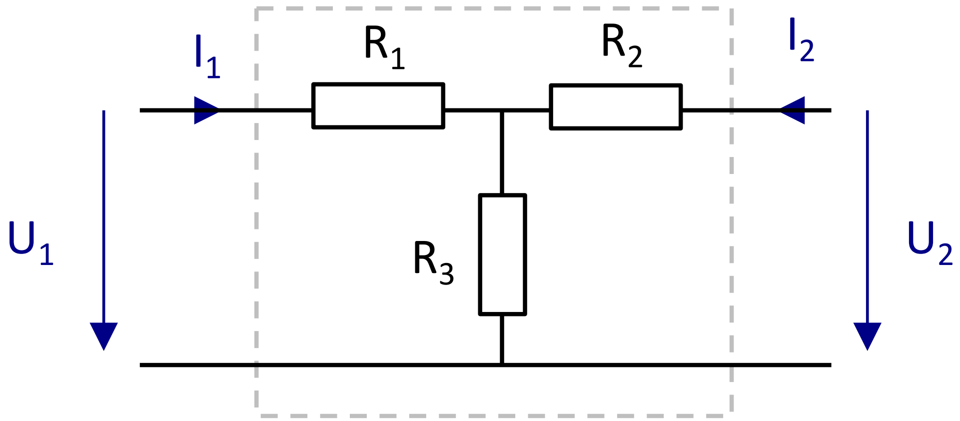


$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2$$

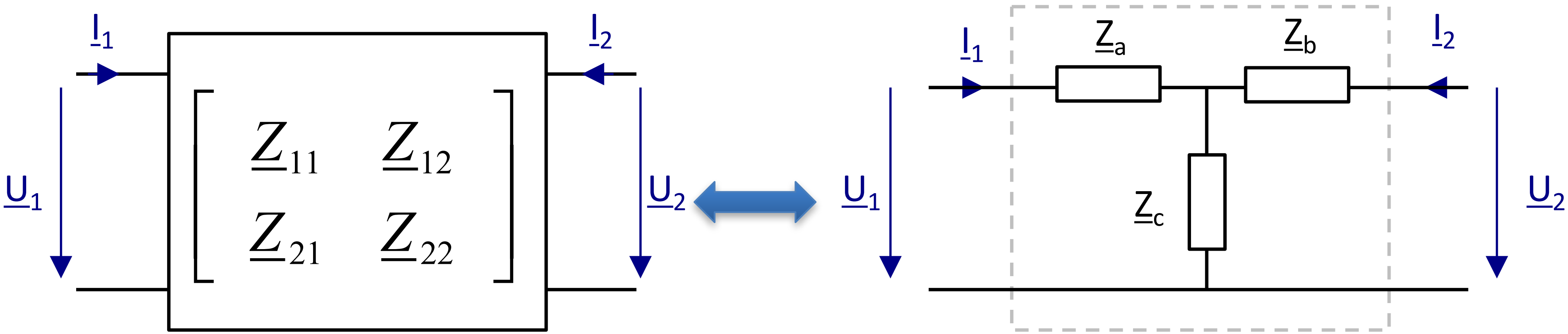
$$\underline{Z}_{11} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{I}_2=0} \qquad \underline{Z}_{21} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{I}_2=0} \qquad \underline{Z}_{12} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} \qquad \underline{Z}_{22} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{I}_1=0}$$

Paramètres de la matrice d'impédance: Exemple



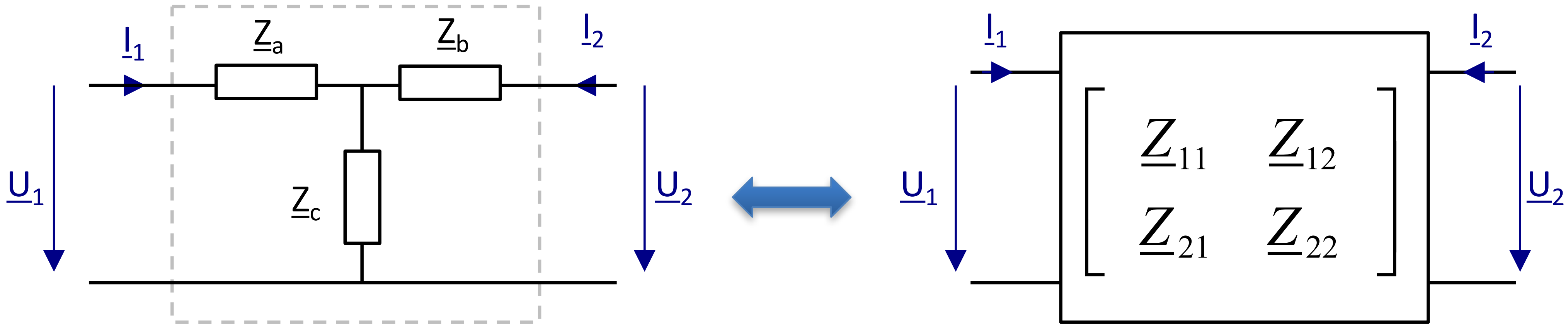
- Calcul au tableau!

Représentation de la matrice Z par un schéma équivalent en T



$$\underline{Z}_a = (\underline{Z}_{11} - \underline{Z}_{12});\ \underline{Z}_b = (\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12});\ \underline{Z}_c = \underline{Z}_{12}$$

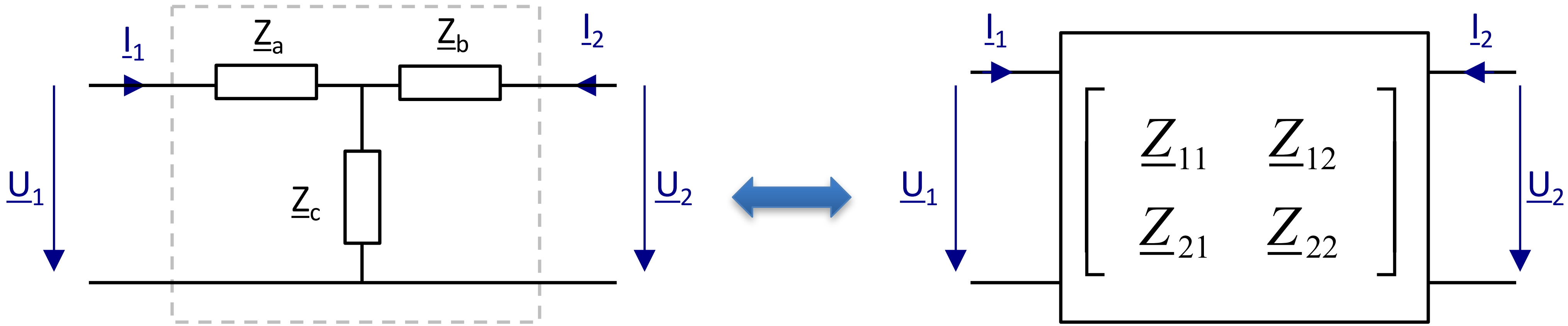
Représentation de la matrice Z par un schéma équivalent en T



$$\underline{Z}_{11} = (\underline{Z}_a + \underline{Z}_c);\ \underline{Z}_{22} = (\underline{Z}_b + \underline{Z}_c);\ \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_c$$

$$\left[\underline{Z}\right] = \begin{bmatrix} \underline{Z}_a + \underline{Z}_c & \underline{Z}_c \\ \underline{Z}_c & \underline{Z}_b + \underline{Z}_c \end{bmatrix}$$

Représentation de la matrice Z par un schéma équivalent en T



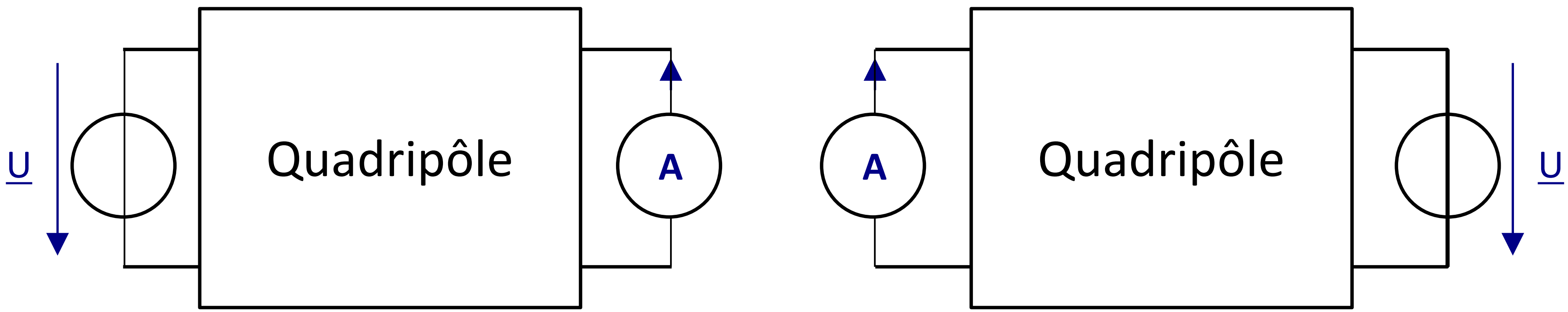
$$\underline{Z}_{11} = (\underline{Z}_a + \underline{Z}_c);\ \underline{Z}_{22} = (\underline{Z}_b + \underline{Z}_c);\ \boxed{\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}} = \underline{Z}_c$$

Un hasard?

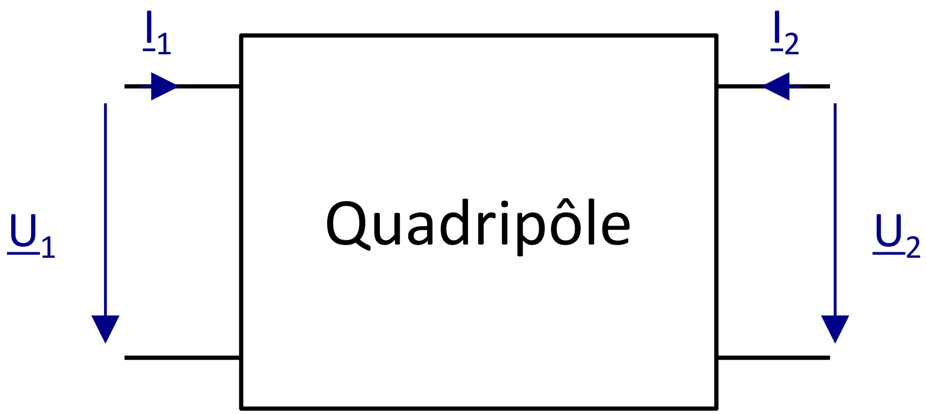
Quadripôle réciproque

- Lorsque le quadripôle est linéaire et n'a pas de sources dépendantes, les impédances de transfert $\underline{Z}_{12}$ et $\underline{Z}_{21}$ sont égales et le quadripôle est dit réciproque.
- Cela signifie:

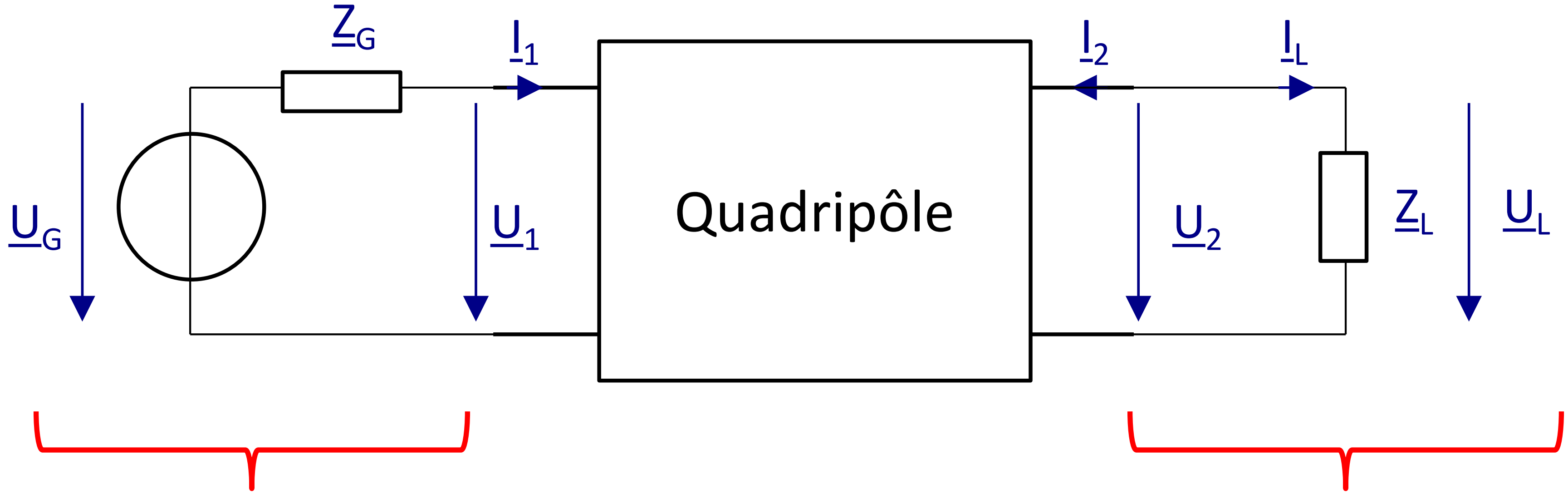
Même lecture sur les deux ampèremètre



Quadripôle dans un circuit



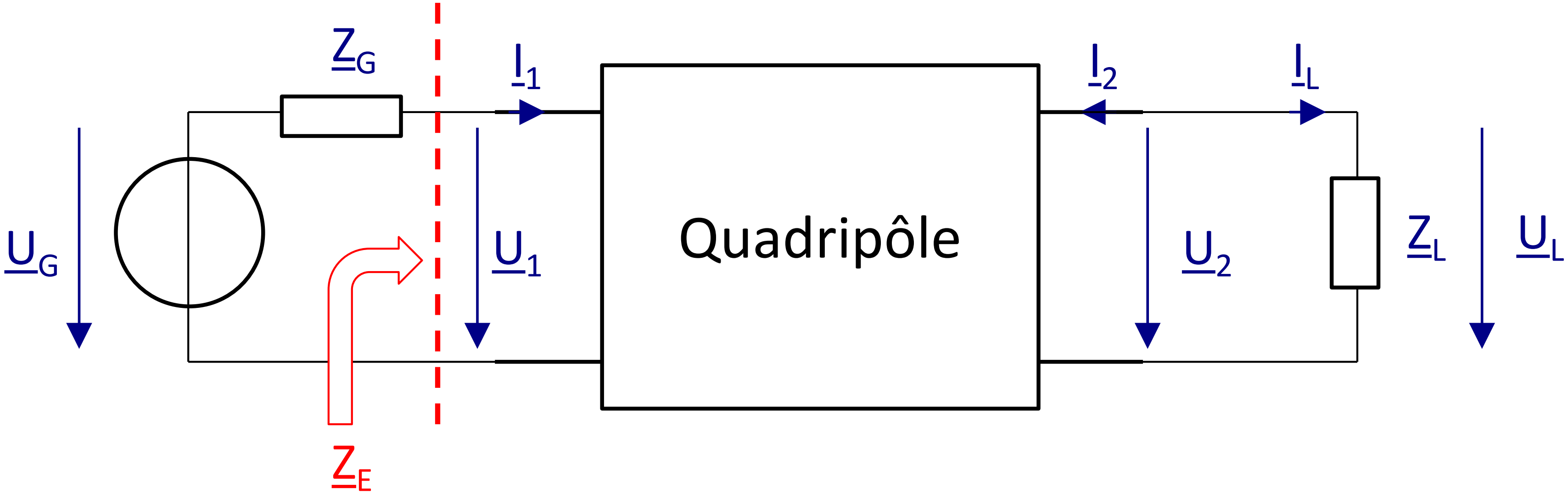
Quadripôle dans un circuit



La source représentée par son schéma équivalent Thévenin

La charge représentée par son impédance d’entrée

Quadripôle dans un circuit



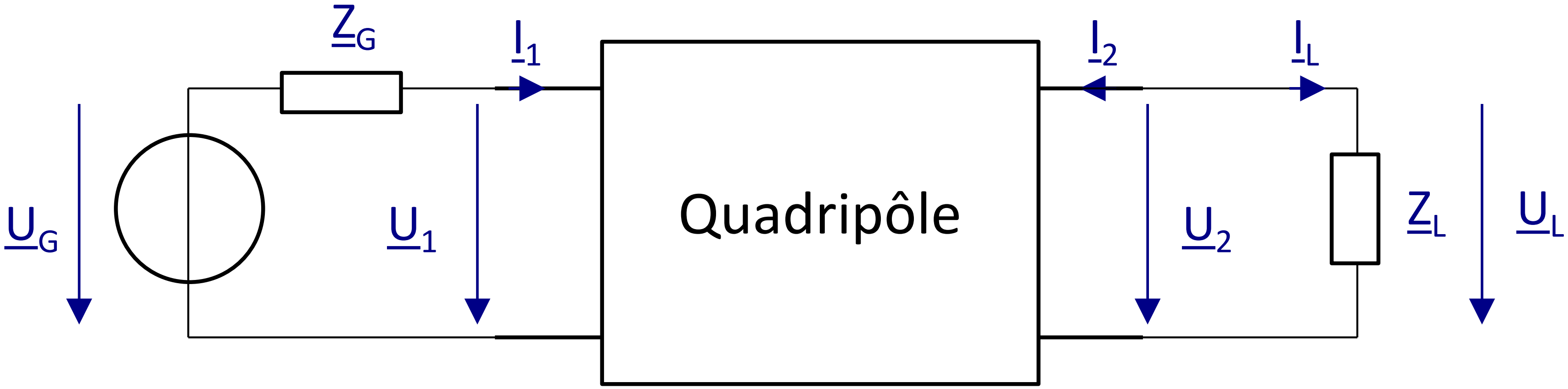
- L'impédance d'entrée (vue en entrée quand la sortie est chargée par une impédance $\underline{Z}_L$)

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2 = -\underline{Z}_L\underline{I}_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{Z}_E = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_{11} - \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_L}}$$

Quadripôle dans un circuit

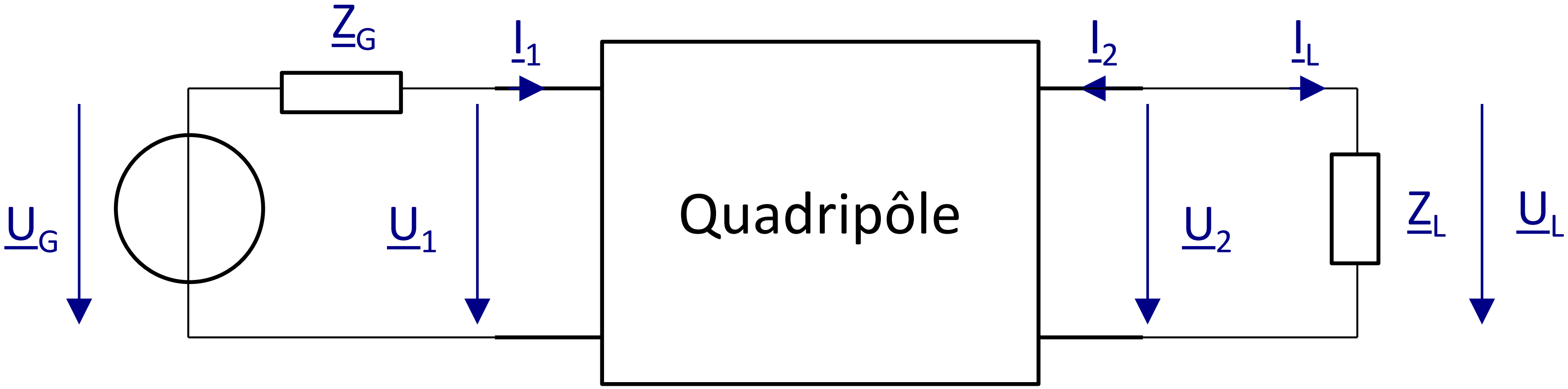


- Courant et tension à l'entrée

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_G}{\underline{Z}_G + \underline{Z}_E}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_G - \underline{Z}_G \underline{I}_1$$

Quadripôle dans un circuit

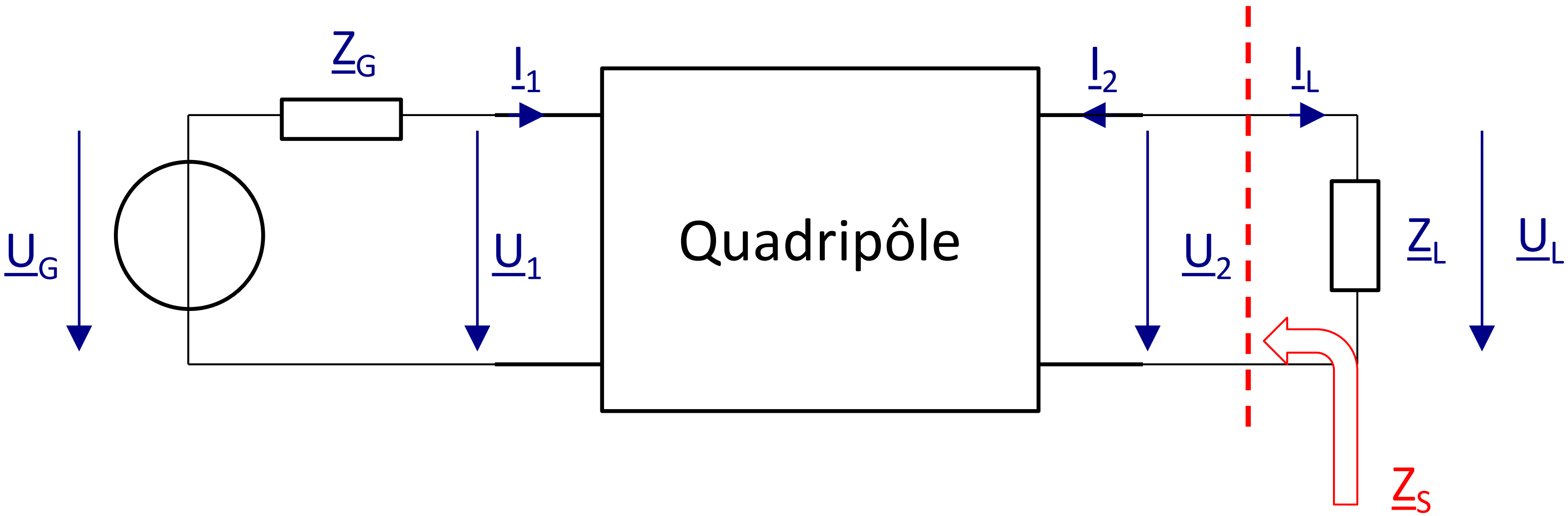


- Courant et tension de charge

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{Z}_{12}}{\left(\underline{Z}_{11}+\underline{Z}_G\right)\left(\underline{Z}_{22}+\underline{Z}_L\right)-\underline{Z}_{12}^2}\underline{U}_G$$

$$\underline{U}_L = \underline{Z}_L \underline{I}_L$$

Quadripôle dans un circuit



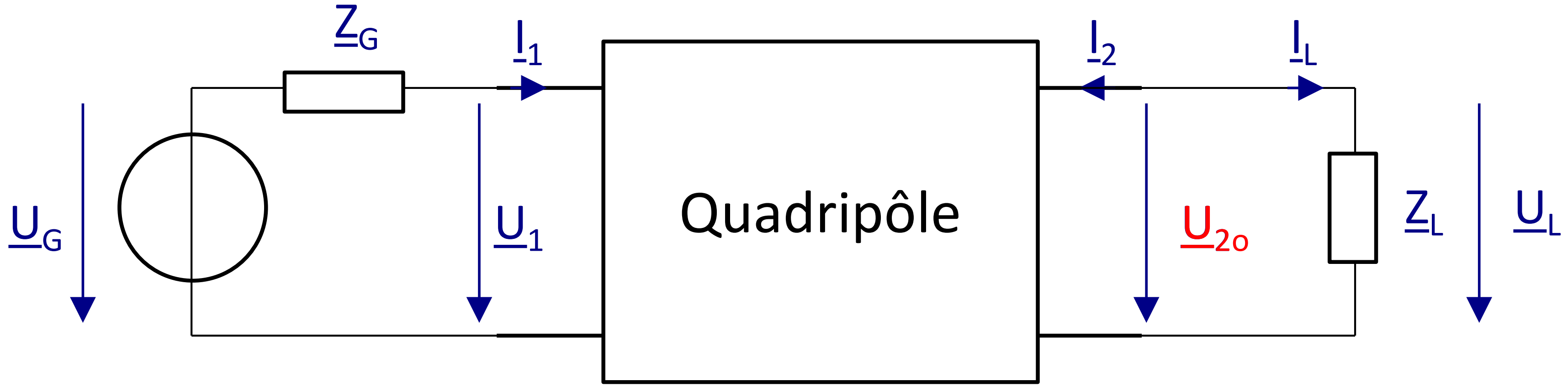
- L'impédance de sortie (vue en sortie quand l'entrée est fermée par l'impédance de la source $\underline{Z}_G$)

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\underline{I}_2 = -\underline{Z}_G\underline{I}_1$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{Z}_S = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \underline{Z}_{22} - \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_G}}$$

Quadripôle dans un circuit



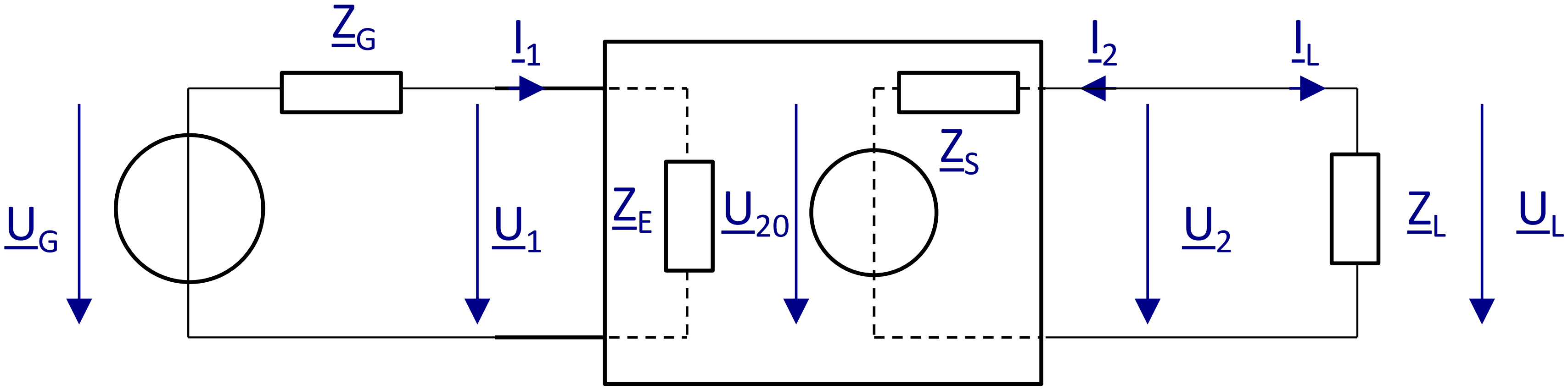
- La tension à vide

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\underline{I}_1 = \underline{U}_G - \underline{Z}_G\underline{I}_1$$

$$\underline{U}_{2o} = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\underline{U}_{2o} = \frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_G}\underline{U}_G}$$

Représentation équivalente du quadripôle

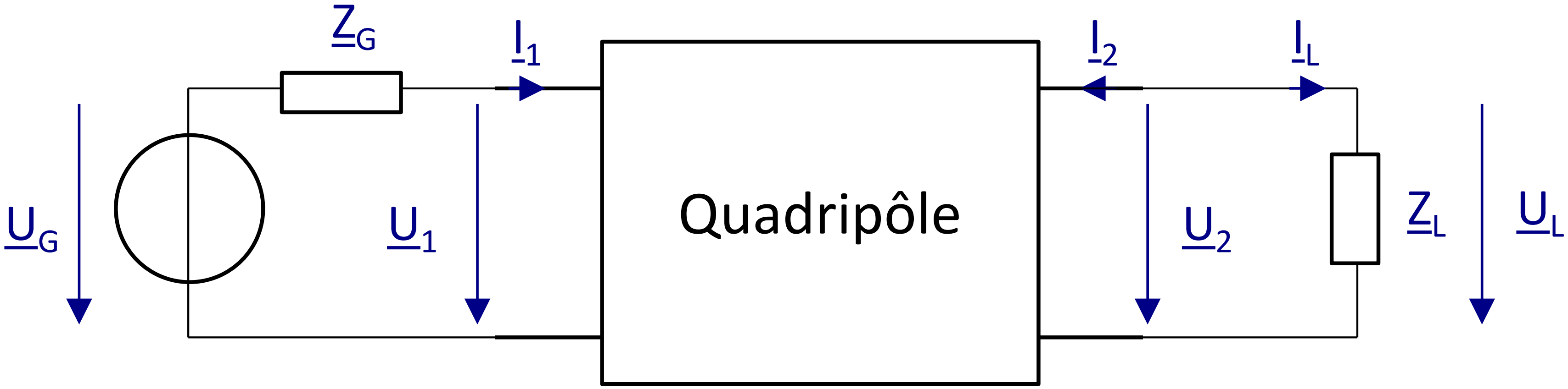


$$\underline{Z}_E = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \underline{Z}_{11} - \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_L}$$

$$\underline{Z}_S = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \underline{Z}_{22} - \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_G}$$

$$\underline{U}_{2o} = \frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11} + \underline{Z}_G}\underline{U}_G$$

Quadripôle dans un circuit



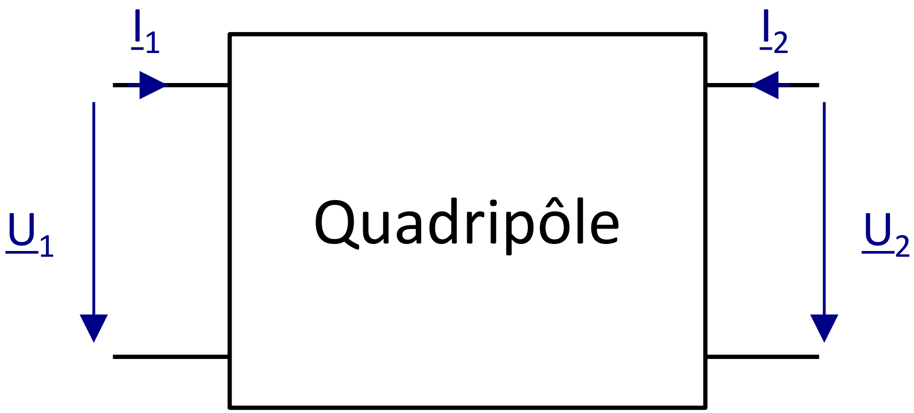
- Gain en courant $\underline{A}_i$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\underline{I}_2 = -\underline{Z}_L\underline{I}_2$$

$$\Rightarrow \qquad \underline{A}_i = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = -\frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_L}$$

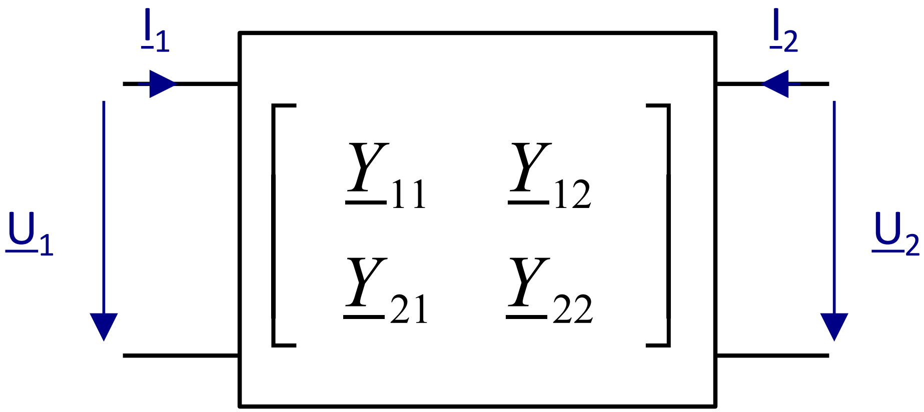
Matrice d'admittance

- On exprime les courants en fonction des tensions. Les éléments de la matrice ont la dimension d'admittance.



$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2 \end{cases}$$

Détermination des paramètres de la matrice d'admittance

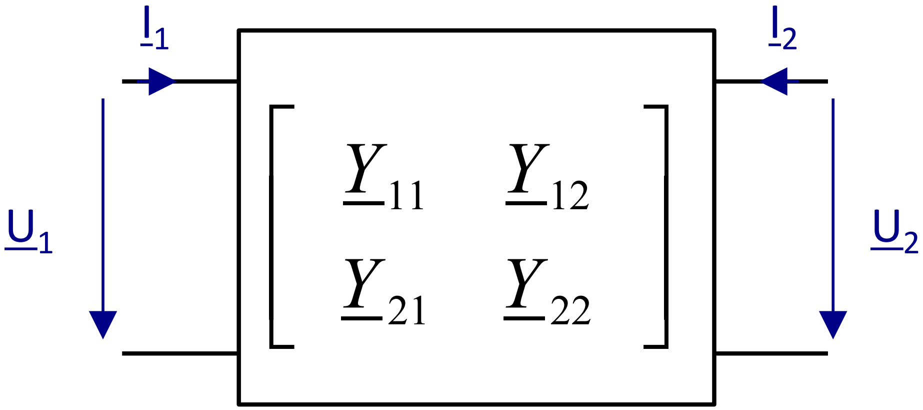


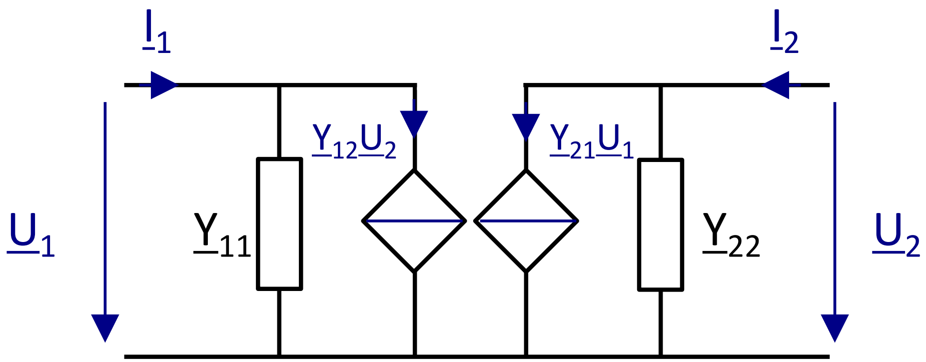
$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2$$
$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2$$

$$\underline{Y}_{11} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} \qquad \underline{Y}_{21} = \left.\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} \qquad \underline{Y}_{12} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0} \qquad \underline{Y}_{22} = \left.\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0}$$

Réciprocité (réseau passif linéaire): $\underline{Y}_{21}=\underline{Y}_{12}$

Circuit équivalent

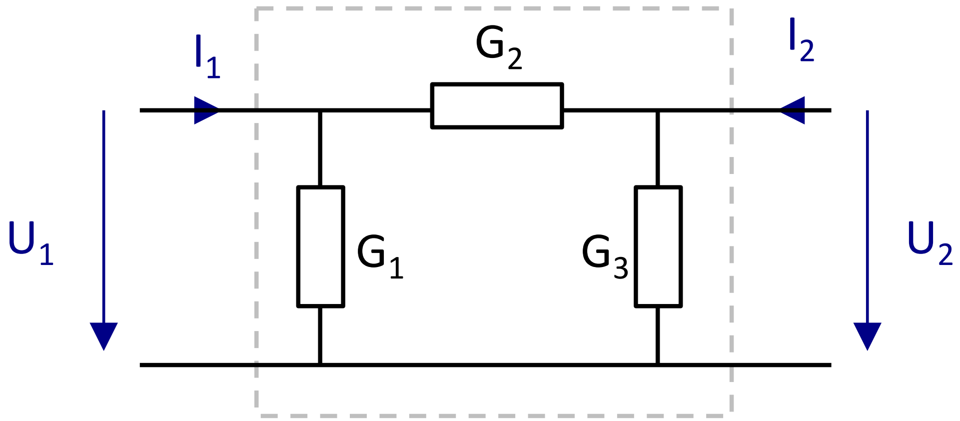




$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{12}\underline{U}_2$$

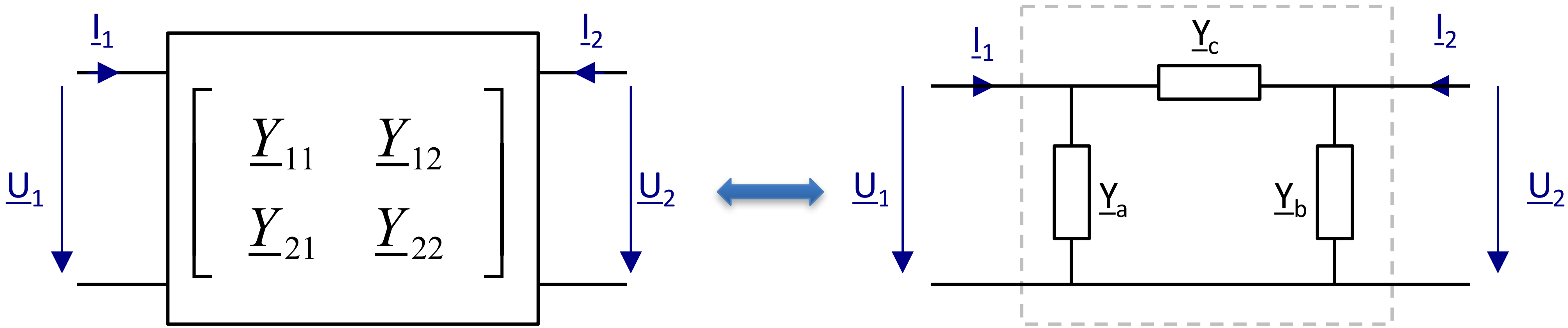
$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{U}_2$$

Paramètres de la matrice d'admittance: Exemple



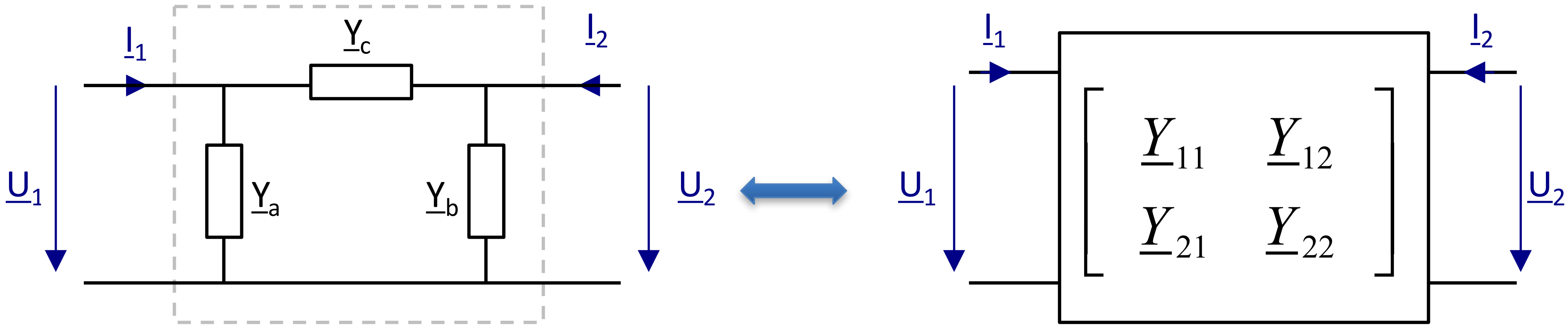
- Calcul au tableau!

Représentation de la matrice Y par un schéma équivalent en π



$$\underline{Y}_a = (\underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12});\ \ \underline{Y}_b = (\underline{Y}_{22} + \underline{Y}_{12});\ \ \underline{Y}_c = -\underline{Y}_{12}$$

Représentation de la matrice Y par un schéma équivalent en π



$$\underline{Y}_{11} = (\underline{Y}_a + \underline{Y}_c);\ \ \underline{Y}_{22} = (\underline{Y}_b + \underline{Y}_c);\ \ \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -\underline{Y}_c$$

$$\left[\underline{Y}\right] = \begin{bmatrix} \underline{Y}_a + \underline{Y}_c & -\underline{Y}_c \\ -\underline{Y}_c & \underline{Y}_b + \underline{Y}_c \end{bmatrix}$$

Question

- Le comportement d'un quadripôle est complètement déterminé par

A. 4 éléments

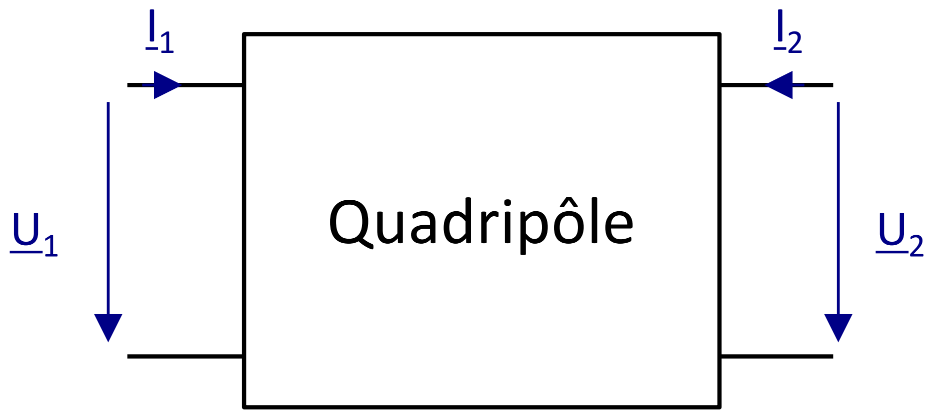
B. 3 éléments

C. 2 éléments

D. 6 éléments

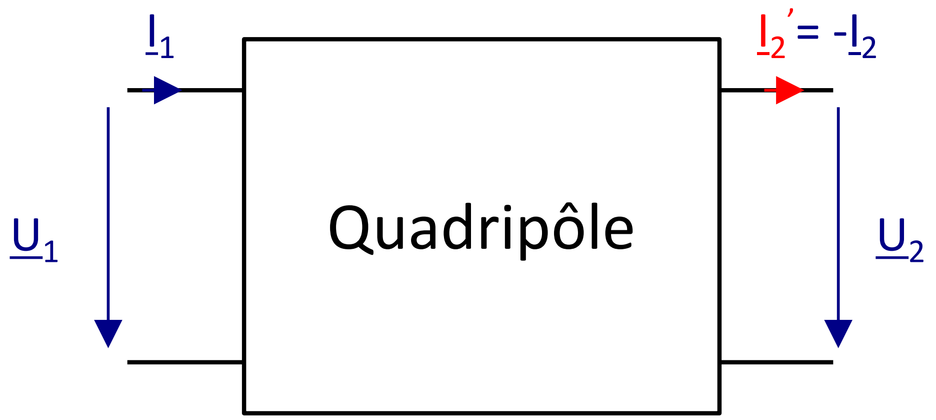
Matrice de chaîne (transmission)

- Cette matrice établit des relations entre les grandeurs de l'entrée à celles de la sortie



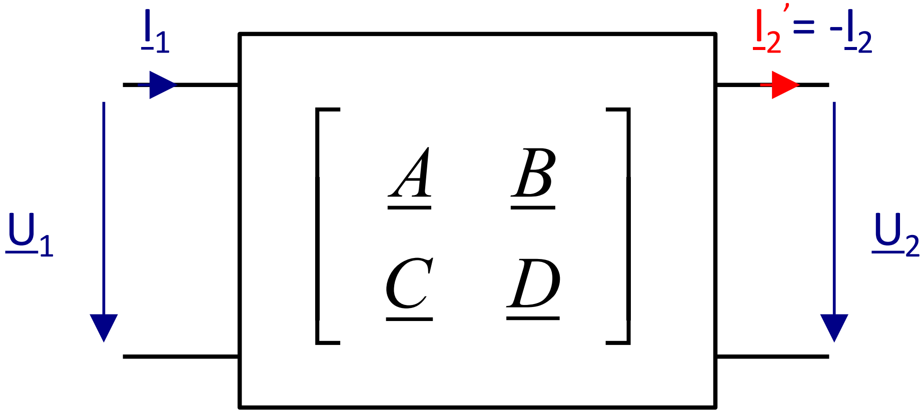
Matrice de chaîne (transmission)

- Cette matrice établit des relations entre les grandeurs de l'entrée à celles de la sortie



$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A}\,\underline{U}_2 - \underline{B}\,\underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{C}\,\underline{U}_2 - \underline{D}\,\underline{I}_2 \end{cases}$$

Détermination des paramètres de la matrice de chaîne



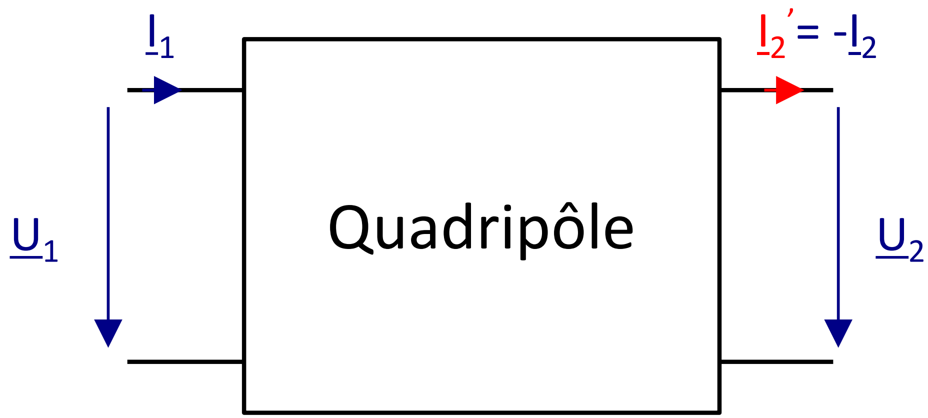
$$\underline{U}_1 = \underline{A}\underline{U}_2 - \underline{B}\underline{I}_2$$

$$\underline{I}_1 = \underline{C}\underline{U}_2 - \underline{D}\underline{I}_2$$

$$\underline{A} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_2=0} \qquad \underline{B} = -\left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{U}_2=0} \qquad \underline{C} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_2=0} \qquad \underline{D} = -\left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{U}_2=0}$$

Matrice inverse de chaîne (transmission)

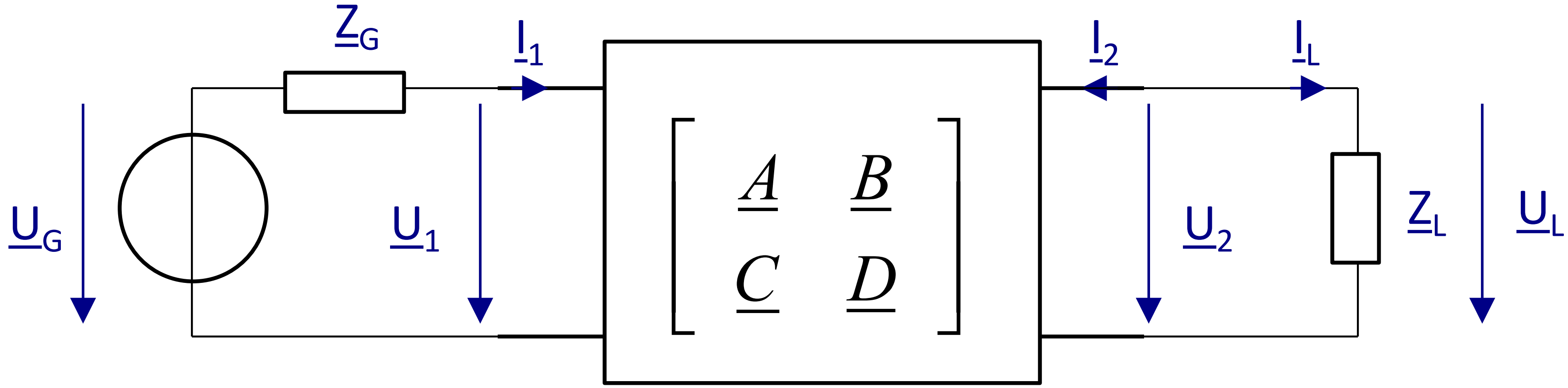
- Les paramètres inverses de chaîne ou de transmission



$$\begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{D} & -\underline{B} \\ -\underline{C} & \underline{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix}$$

Réciprocité (réseau passif linéaire): $\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1$

Quadripôle dans un circuit



- Grandeurs de charge:

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_G}{\underline{A}\underline{Z}_L + \underline{B} + \underline{Z}_G(\underline{C}\underline{Z}_L + \underline{D})}$$

$$\underline{U}_L = \underline{Z}_L \underline{I}_L$$

Démonstration au Tableau!

Conversion de paramètres des quadripôles

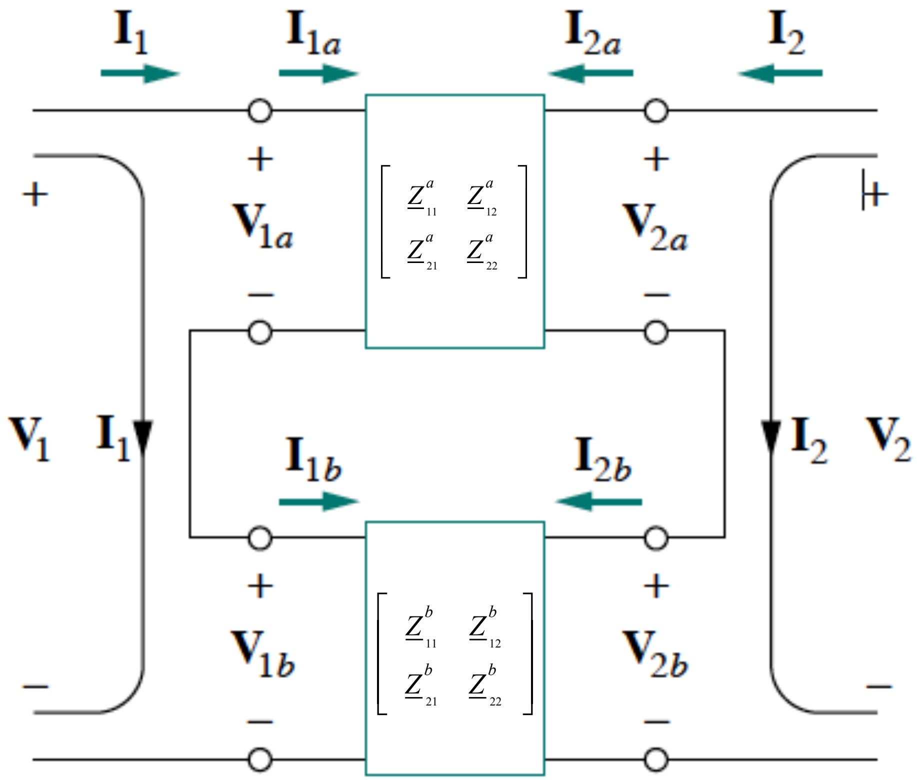
de: → à: ↓	Matrice d'impédance	Matrice d'admittance	Matrice de chaîne
Matrice d'impédance	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\underline{Y}_{22}}{\lvert\underline{Y}\rvert} & -\frac{\underline{Y}_{12}}{\lvert\underline{Y}\rvert} \\ -\frac{\underline{Y}_{21}}{\lvert\underline{Y}\rvert} & \frac{\underline{Y}_{11}}{\lvert\underline{Y}\rvert} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\underline{A}}{\underline{C}} & \frac{\underline{\Delta}}{\underline{C}} \\ \frac{\underline{\Delta}}{\underline{C}} & \frac{\underline{D}}{\underline{C}} \end{bmatrix}$
Matrice d'admittance	$\begin{bmatrix} \frac{\underline{Z}_{22}}{\lvert\underline{Z}\rvert} & -\frac{\underline{Z}_{12}}{\lvert\underline{Z}\rvert} \\ -\frac{\underline{Z}_{21}}{\lvert\underline{Z}\rvert} & \frac{\underline{Z}_{11}}{\lvert\underline{Z}\rvert} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\underline{D}}{\underline{B}} & -\frac{\underline{\Delta}}{\underline{B}} \\ -\frac{\underline{\Delta}}{\underline{B}} & \frac{\underline{A}}{\underline{B}} \end{bmatrix}$
Matrice de chaîne	$\begin{bmatrix} \frac{\underline{Z}_{11}}{\underline{Z}_{21}} & \frac{\lvert\underline{Z}\rvert}{\underline{Z}_{21}} \\ \frac{1}{\underline{Z}_{21}} & \frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}} & -\frac{1}{\underline{Y}_{21}} \\ -\frac{\lvert\underline{Y}\rvert}{\underline{Y}_{21}} & -\frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix}$

Notes: $\lvert\underline{Z}\rvert = \underline{Z}_{11}\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{12}\underline{Z}_{21};\ \lvert\underline{Y}\rvert = \underline{Y}_{11}\underline{Y}_{22} - \underline{Y}_{12}\underline{Y}_{21};\ \underline{\Delta} = \underline{A}\underline{D} - \underline{B}\underline{C}$

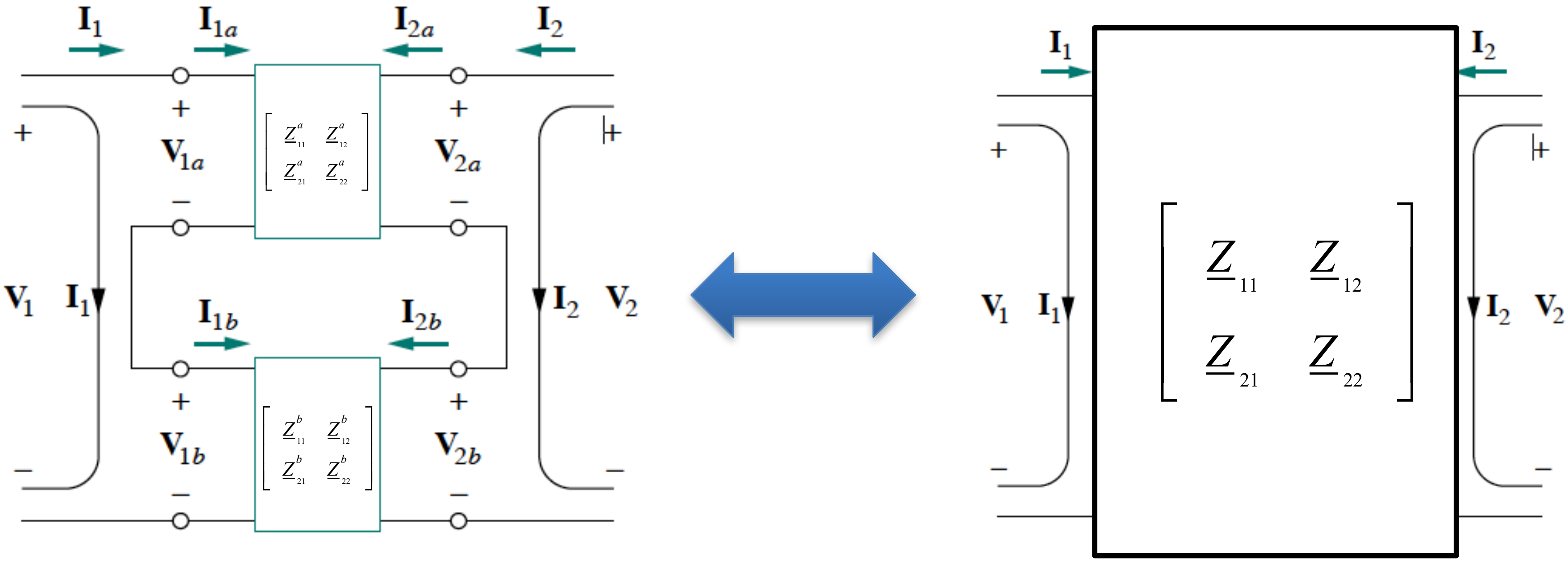
Interconnexion de quadripôles

- Les quadripôles peuvent être considérés comme des blocs de construction qui peuvent être interconnectés pour constituer un réseau plus complexe.
- L'interconnection des quadripôle peut se réaliser soit en série, soit en paralèle ou en cascade.

Connexion en série: Matrice Z

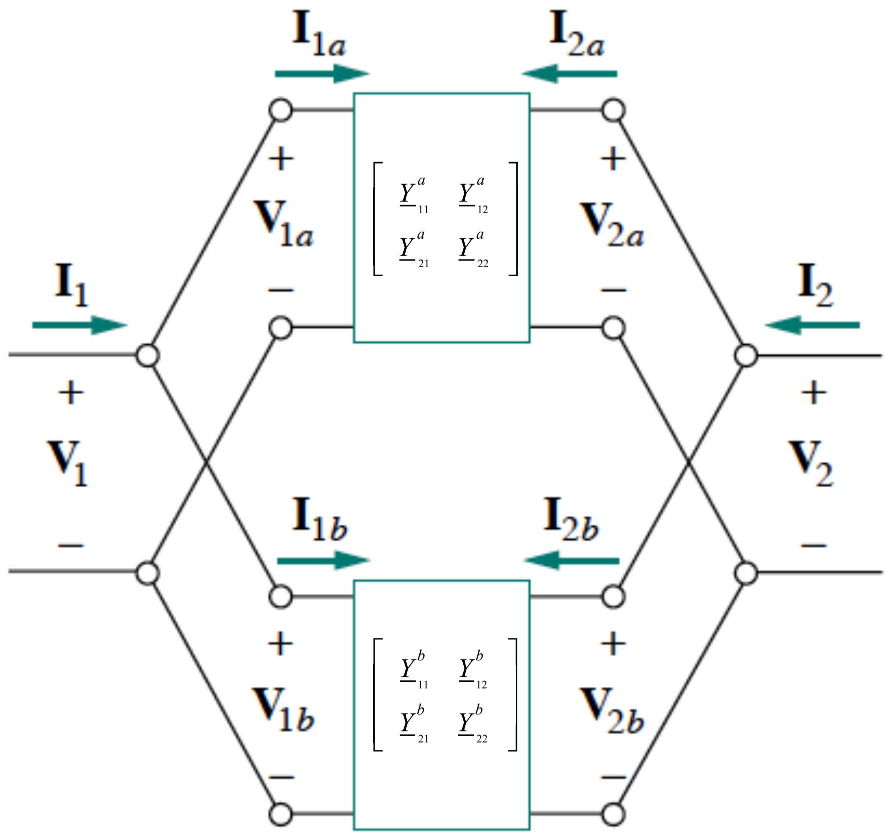


Connexion en série: Matrice Z



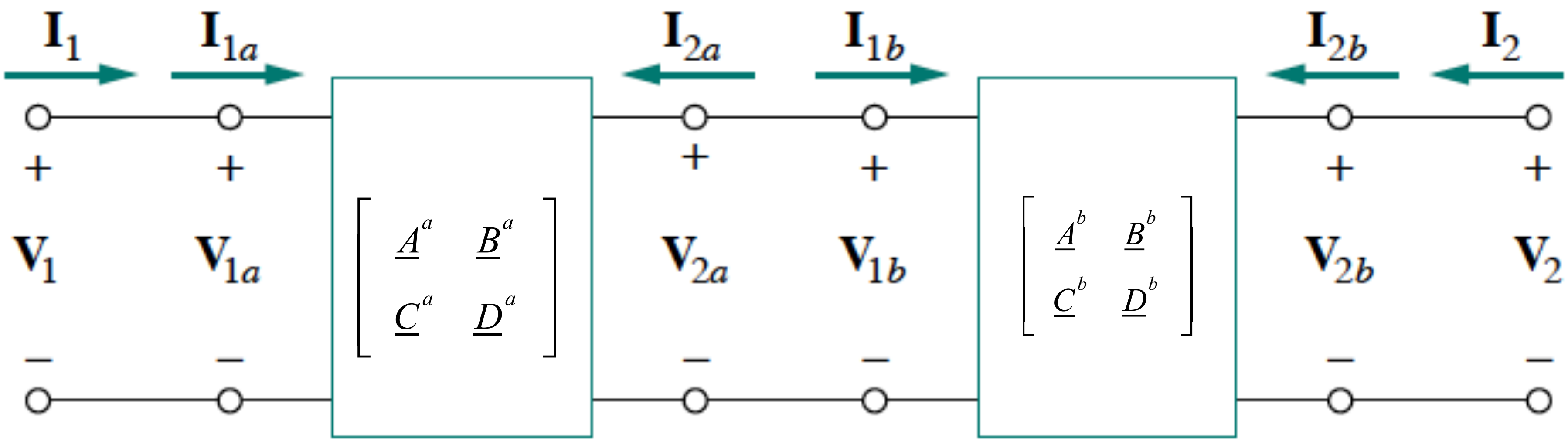
$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}^a_{11} + \underline{Z}^b_{11} & \underline{Z}^a_{12} + \underline{Z}^b_{12} \\ \underline{Z}^a_{21} + \underline{Z}^b_{21} & \underline{Z}^a_{22} + + \underline{Z}^b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}^a_{11} & \underline{Z}^a_{12} \\ \underline{Z}^a_{21} & \underline{Z}^a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}^b_{11} & \underline{Z}^b_{12} \\ \underline{Z}^b_{21} & \underline{Z}^b_{22} \end{bmatrix}$$

Connexion en parallèle: Matrice Y



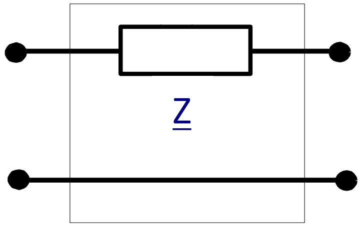
$$\begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}^{a}_{11} + \underline{Y}^{b}_{11} & \underline{Y}^{a}_{12} + \underline{Y}^{b}_{12} \\ \underline{Y}^{a}_{21} + \underline{Y}^{b}_{21} & \underline{Y}^{a}_{22} + + \underline{Y}^{b}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}^{a}_{11} & \underline{Y}^{a}_{12} \\ \underline{Y}^{a}_{21} & \underline{Y}^{a}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Y}^{b}_{11} & \underline{Y}^{b}_{12} \\ \underline{Y}^{b}_{21} & \underline{Y}^{b}_{22} \end{bmatrix}$$

Connexion en cascade: Matrice ABCD

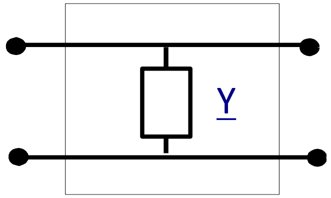


$$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}^a & \underline{B}^a \\ \underline{C}^a & \underline{D}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A}^b & \underline{B}^b \\ \underline{C}^b & \underline{D}^b \end{bmatrix}$$

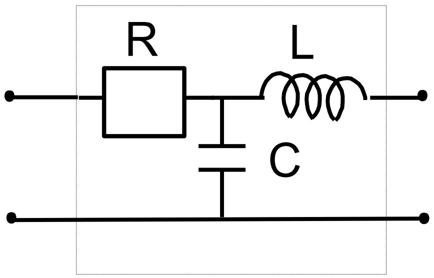
Paramètres de chaîne de circuits simples



$$\begin{bmatrix} 1 & \underline{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Y} & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$