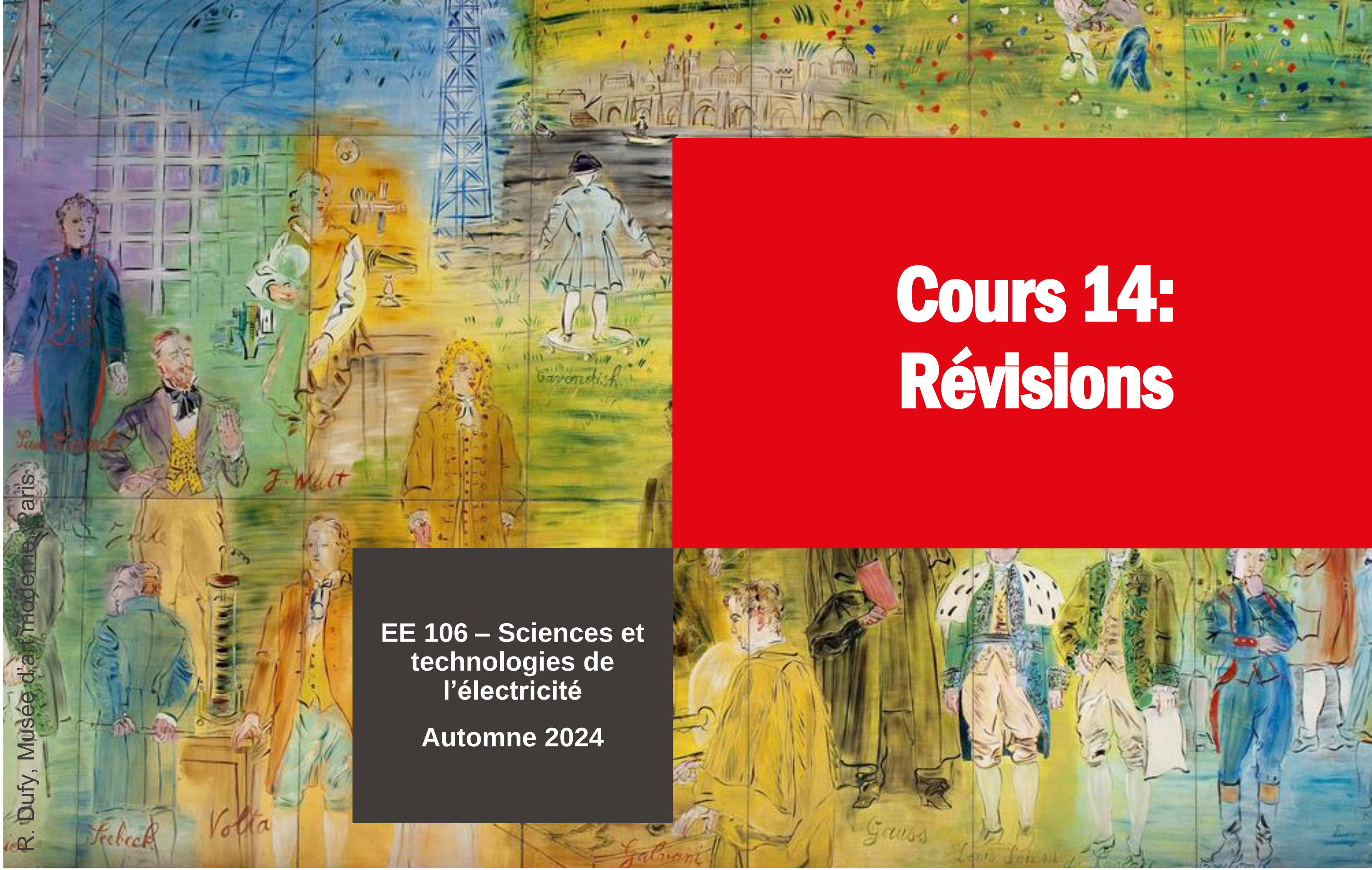
EPFL

Cours 14: Révisions

EE 106 – Sciences et technologies de l’électricité

Automne 2024

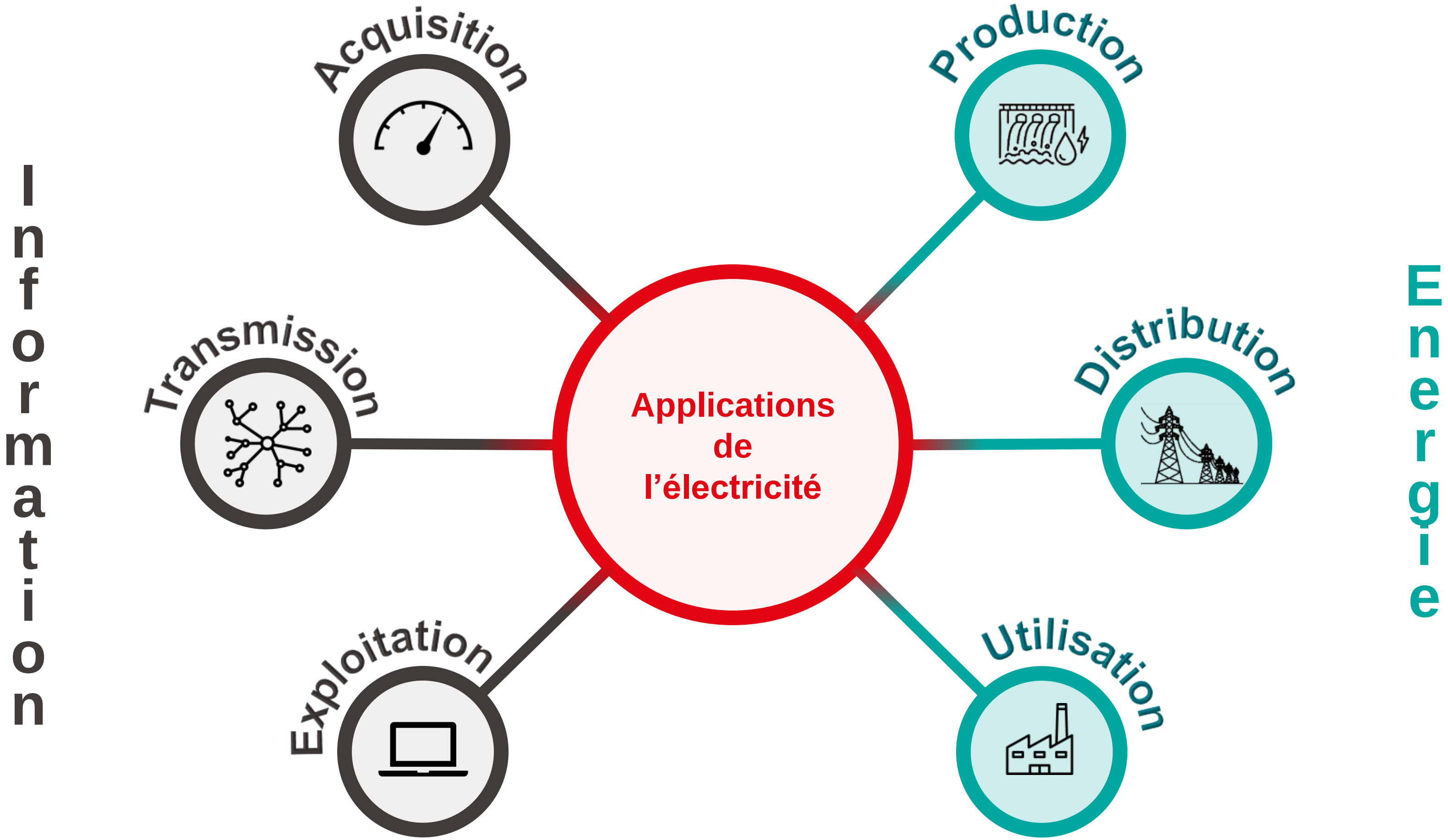


R. Dufy, Musée d’art moderne, Paris

Dr. Christian Lafforgue – christian.lafforgue@epfl.ch

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

A quoi sert l'électricité?



C. Lafforgue

Définitions de base

Force électrostatique

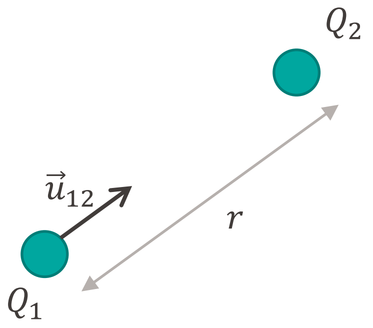
- Loi de Coulomb:

Valeur des charges électriques

Vecteur unitaire

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_{12}}$$

Unité: newton (N)



Force subie par Q_2 due à Q_1

Distance entre les charges

Permittivité diélectrique

- La permittivité est une propriété du matériau. Dans le vide, elle vaut: $\varepsilon_0 \simeq 8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$
- Dans un matériau diélectrique, elle s'écrit: $\boxed{\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r}$

Force électrostatique – champ électrique

- Comment représenter l'influence d'un environnement sur une charge?

$$\boxed{\vec{F}_{12} = \underbrace{Q_2}_{\text{Dépend de la particule étudiée}} \cdot \underbrace{\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_{12}}_{\text{Dépend de l'environnement}}}$$

- Le champ électrique d'une charge ponctuelle:

$$\boxed{\vec{E}_1 = \frac{\vec{F}_{12}}{Q_2} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{u}_1}$$

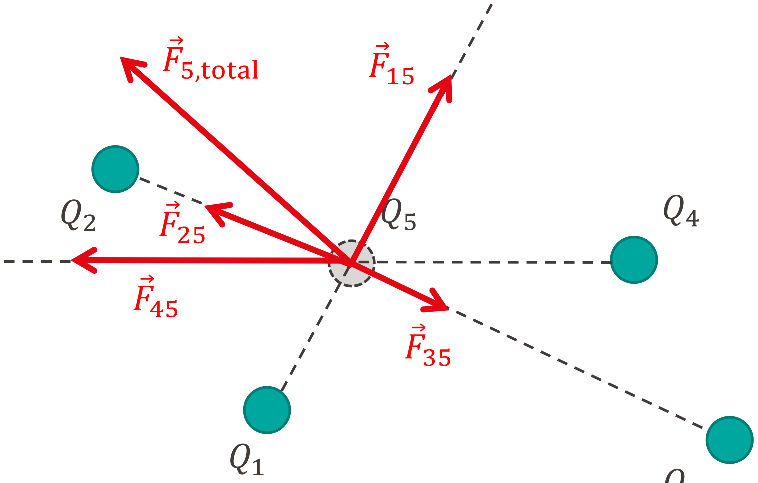
Unité: volt par mètre (V/m)

EPFL

Force électrostatique – superposition

C. Lafforgue

- Que se passe-t-il lorsqu’il y a plusieurs charges?
  - Les forces de plusieurs sources s’additionnent (et donc les champs électriques aussi!)



$$\boxed{\vec{F}_{j,\text{total}} = \sum_{k=1}^{N} \vec{F}_{kj} = Q_j \sum_{k=1}^{N} \frac{Q_k}{4\pi\varepsilon r_k^2} \vec{u}_{kj}}$$

$$\boxed{\vec{E}_j = \frac{\vec{F}_{j,\text{total}}}{Q_j} \Rightarrow \vec{E}_j = \sum_{k=1}^{N} \frac{Q_k}{4\pi\varepsilon r_k^2} \vec{u}_{kj}}$$

Force électrostatique – potentiel électrique

- Le travail mécanique correspond à une variation d'**énergie potentielle**
- L'énergie potentielle dépend de la charge et du champ électrique environnant
- On définit la différence de **potentiel électrique** comme la circulation du champ électrique entre A et B

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} E(r)dr$$

- Potentiel électrique d'une charge ponctuelle à une distance r:

$$\boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} + V_{\mathrm{ref}}}$$

Unité: volt (V)

Force électrostatique – potentiel électrique

$$\boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} + V_{\mathrm{ref}}}$$

- Le potentiel est défini par rapport à une référence.
  - En électromagnétisme, on prend l'infini comme référence, en posant: $\lim_{r\to+\infty} V(r) = 0$

$$\boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}}$$

  - Dans un circuit, on choisit un point arbitraire comme référence, appelé « masse ».

Tension électrique

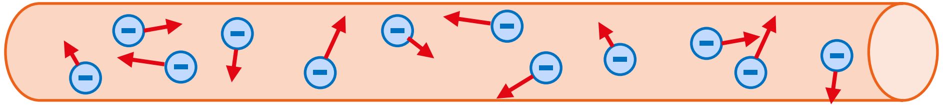
- La tension est la différence de potentiel électrostatique aux bornes d’un composant

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Courant électrique

C. Lafforgue

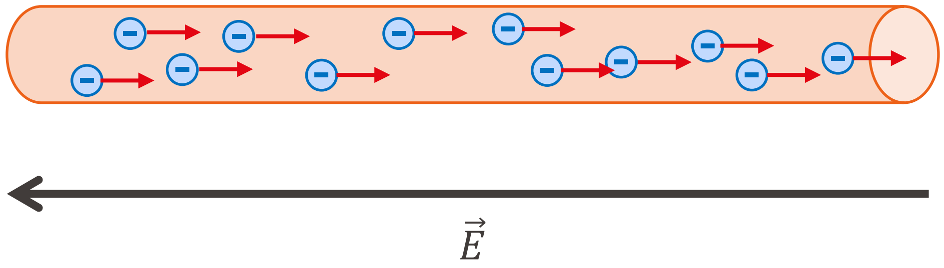
- Pas de champ électrique: pas de déplacement moyen des charges



Courant électrique

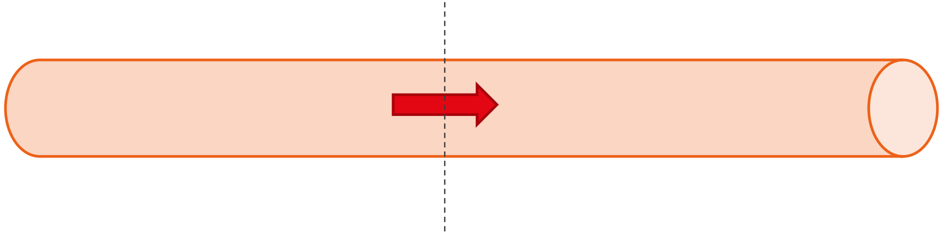
C. Lafforgue

- Champ électrique: déplacement directionnel des charges



Courant électrique

- On définit le courant électrique comme le flux de charges traversant le matériau (combien de charges passent à un endroit donné pendant un temps donné)

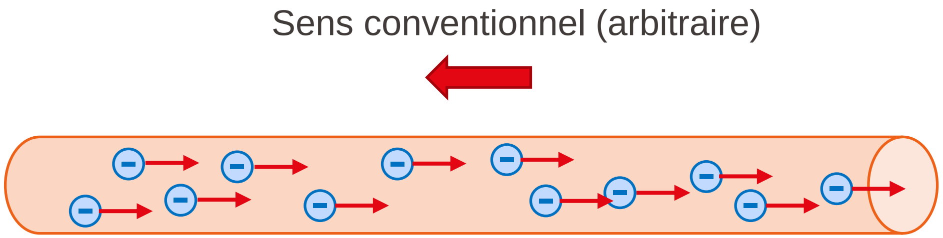


$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}}$$

Unité: ampère (A)

Courant électrique

- Par convention, le courant électrique est définit comme le **flux de charges positives**
- On définit un sens conventionnel pour représenter le courant graphiquement
  - Le sens conventionnel n'est pas forcément le sens physique de déplacement des charge!

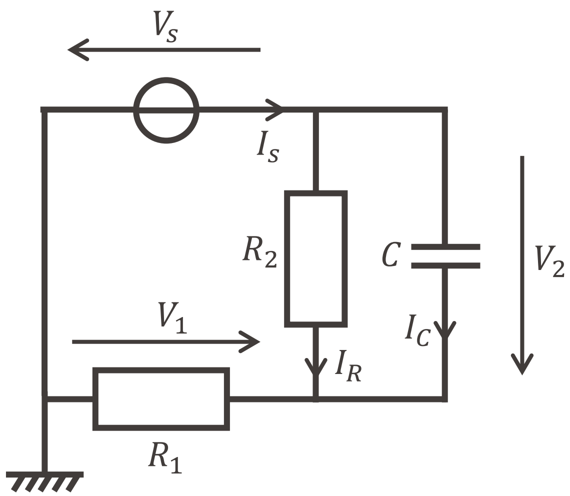


$$I > 0$$

Courant électrique

- Le courant électrique définit le flux de charge traversant un composant

Exemple de schéma électrique



- Chaque grandeur peut être positive ou négative
- Le choix des sens conventionnels est arbitraire et libre

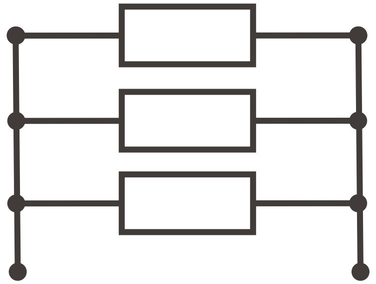
Circuits électriques

- Un dipôle électrique a deux bornes

- Connexion en série: les éléments sont connectés les uns à la suite des autres

Les éléments sont parcourus par le même courant

- Connexion en parallèle: les éléments sont connectés aux mêmes bornes

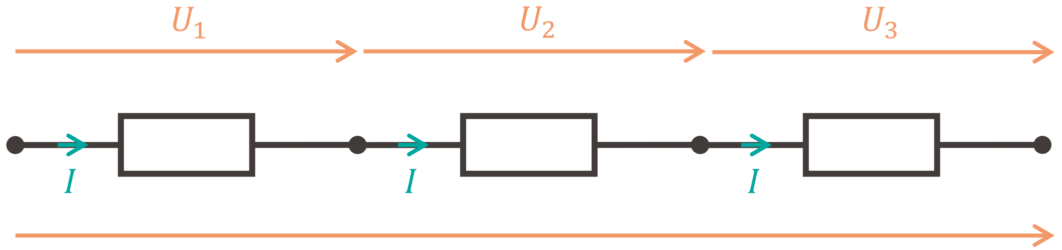


Les éléments partagent la même tension à leurs bornes

C. Lafforgue

Circuits électriques

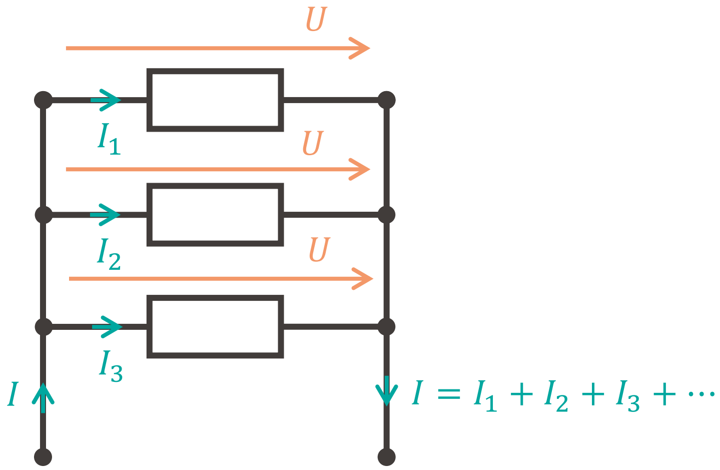
- Connexion en série: les éléments sont connectés les uns à la suite des autres
  - Le courant est le même dans chaque élément (pas de courant sortant)
  - La tension totale est la somme des tensions individuelles



$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \cdots$$

Circuits électriques

- Connexion en parallèle: les éléments sont connectés aux mêmes bornes
  - Le courant total est la somme des courants individuels
  - La tension est la même aux bornes de chaque élément individuel (même différence de potentiel)



Puissance électrique

- La puissance électrique est une grandeur relative à la capacité qu'un composant ou un circuit a à fournir de l'énergie

- Elle est simplement donnée par:

$$P = UI$$

- Plus généralement, on peut écrire:

$$p(t) = u(t)i(t)$$

Composants passifs

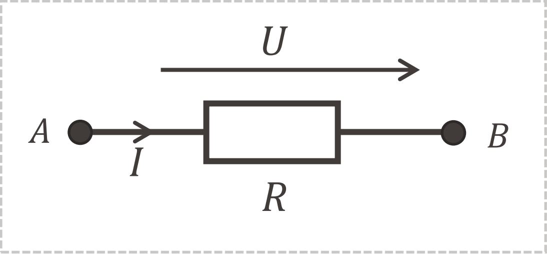
La résistance

Symbole	Signification	Grandeur	Unité
	Résistance	R (résistance)	ohm (Ω)

- La résistance est un composant de base utilisé pour:
  - Contrôler tension/courant
  - Convertir l'énergie électrique en chaleur
  - …
- C'est un dipôle passif

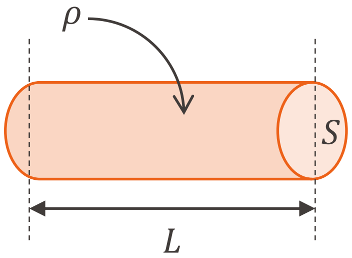
Résistance

$\boxed{\text{Loi d'Ohm: } U = RI}$



- La résistance dépend:
  - Du matériau → **résistivité** ρ (unité: $\Omega \cdot \mathrm{m}$)
  - De la distance parcourue → **longueur** L (unité: m)
  - De la section transversale → **surface** S (unité: m^2)

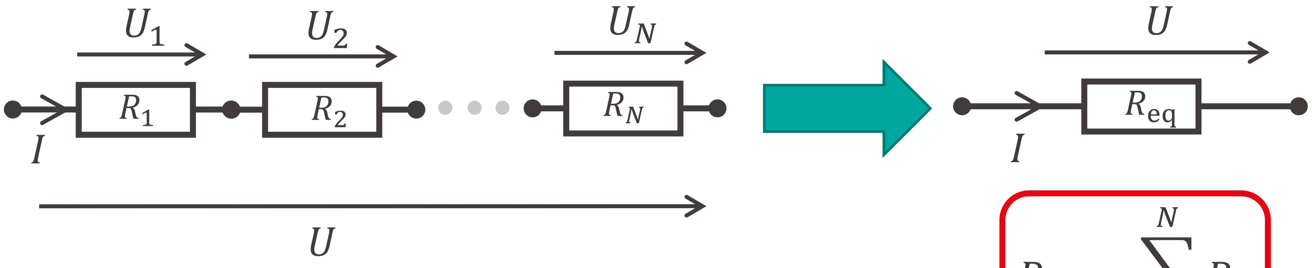
$$R = \frac{\rho L}{S}$$



C. Lafforgue

Agencement en série

- Plus généralement:

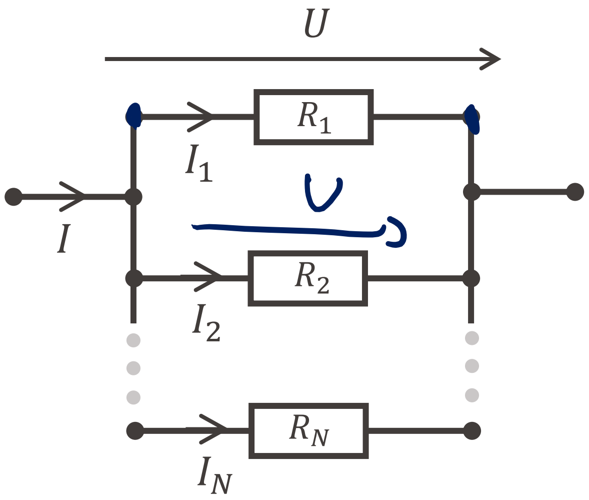


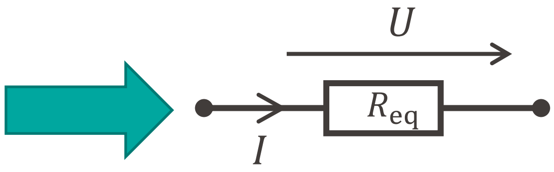
$$\boxed{R_{eq} = \sum_{k=1}^{N} R_k}$$

- **Remarque:** la résistance équivalente est plus grande que la plus grande des résistances individuelles en série

Agencement en parallèle

- Plus généralement:





$$\frac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k} \quad / \quad G_{\mathrm{eq}} = \sum_{k=1}^{N} G_k$$

- **Remarque:** la résistance équivalente est plus petite que la plus petite des résistances individuelles en parallèle

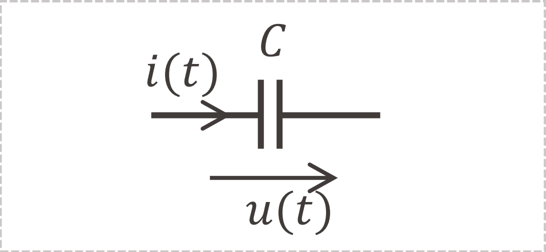
Le condensateur

Symbole	Signification	Grandeur	Unité
	Condensateur	C (capacité)	farad (F)

- Le condensateur est un composant de base utilisé pour:
  - Le stockage d'énergie
  - Le filtrage de signaux parasites
  - La protection de systèmes électriques sensibles
  - …
- C'est un dipôle passif

Le condensateur plan

$\boxed{\textbf{Equation: } i(t) = C\frac{du}{dt}(t)}$

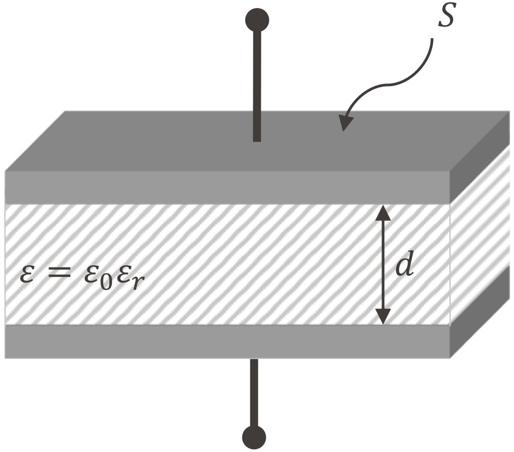


en DC

$\Leftrightarrow$

en DC : $\frac{du}{dt} = 0 \Rightarrow i(t) = 0$

- Le condensateur est caractérisé par:
  - Une surface S
  - Une séparation d
  - Une permittivité diélectrique $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$



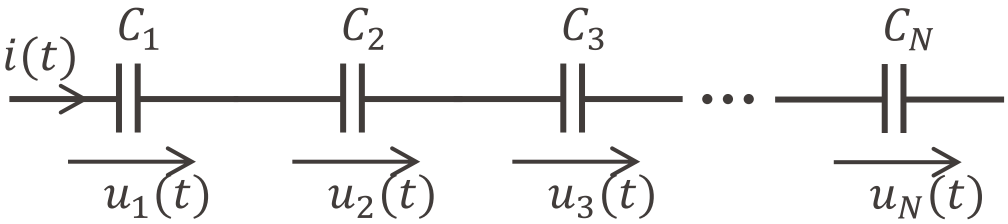
$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}CU^2$

Agencement de condensateurs

C. Lafforgue

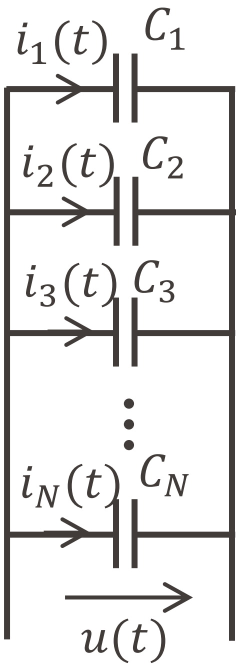
Condensateurs en série



$$\boxed{\frac{1}{C_{\mathrm{eq}}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{C_k}}$$

Agencement de condensateurs

Condensateurs en parallèle



$$\boxed{C_{\mathrm{eq}} = \sum_{k=1}^{N} C_k}$$

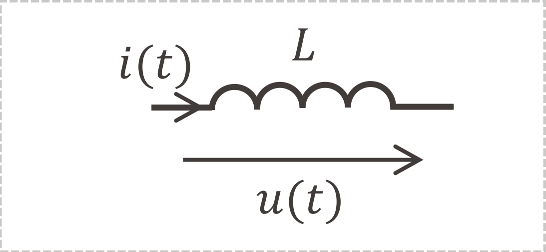
L’inductance

Symbole	Signification	Grandeur	Unité
	Inductance, bobine	L (inductance)	henry (H)

- L’inductance est un composant de base utilisé pour:
  - Le stockage d’énergie
  - Le filtrage de signaux parasites
  - La protection de systèmes électriques sensibles
  - …
- C’est un dipôle passif

L'inductance

C. Lafforgue

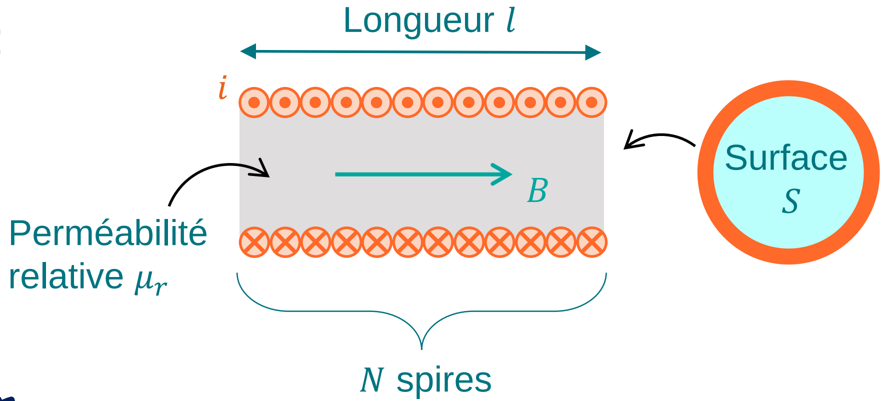


en DC. $\Leftrightarrow$ ⟶

Equation: $u(t) = L\frac{di}{dt}(t)$

en DC : $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u(t) = 0$

- L'inductance est caractérisée par:
  - Sa longueur l
  - Son nombre de spire N
  - Sa surface (d'une spire) S
  - Le matériau de son cœur



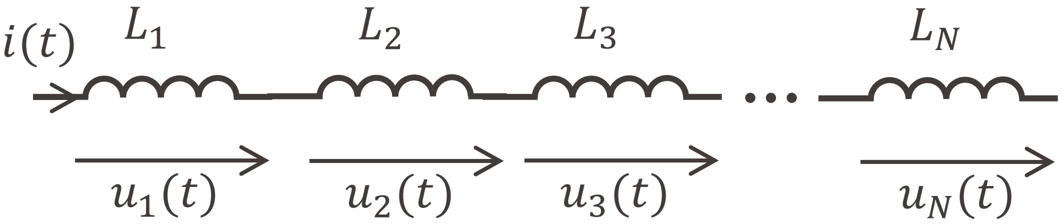
$$L = \frac{\mu N^2 S}{l}$$

$\mu = \mu_0 \mu_r$

$E = \frac{1}{2} L I^2$

Agencement d'inductances

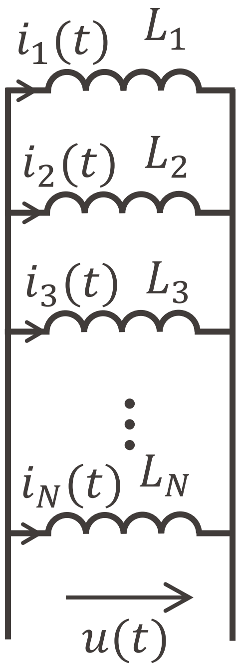
inductances en série



$$\boxed{L_{\mathrm{eq}} = \sum_{k=1}^{N} L_k}$$

Agencement d'inductances

Inductances en parallèle



$$\boxed{\frac{1}{L_{\text{eq}}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{L_k}}$$

Lois et théorèmes

Lois de Kirchhoff

- Les lois de Kirchhoff complètent la définition mathématique du problème
- Deux lois sont formulées:
  - Loi des nœuds
  - Loi des mailles
- Il est important de faire un schéma clair pour ne pas s'emmêler les pinceaux!

N branches

$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} i_k(t) = 0}$$

Courant dans la branche k

N dipôles dans la maille

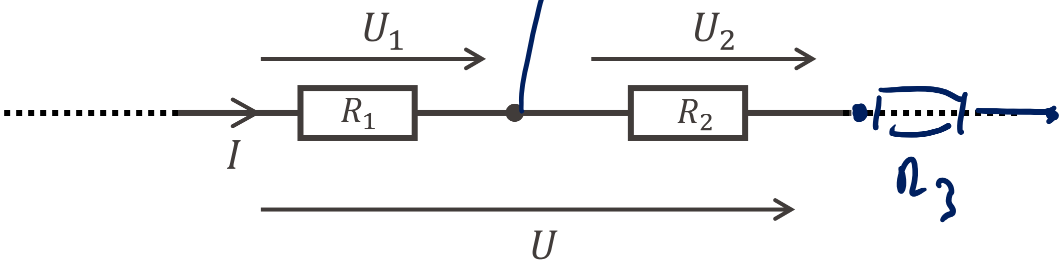
$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} u_k(t) = 0}$$

Tension aux bornes du dipôle k

Diviseurs de tension

C. Lafforgue

- On fixe U. Que valent U_1 et U_2?



<u>Loi des mailles:</u>

$$U = U_1 + U_2$$

<u>Loi d'Ohm:</u>

$$U_1 = R_1 I$$
$$U_2 = R_2 I$$

<u>Résistance équivalente:</u>

$$U = (R_1 + R_2) I$$
$$\Rightarrow I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

<u>En substituant:</u>

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

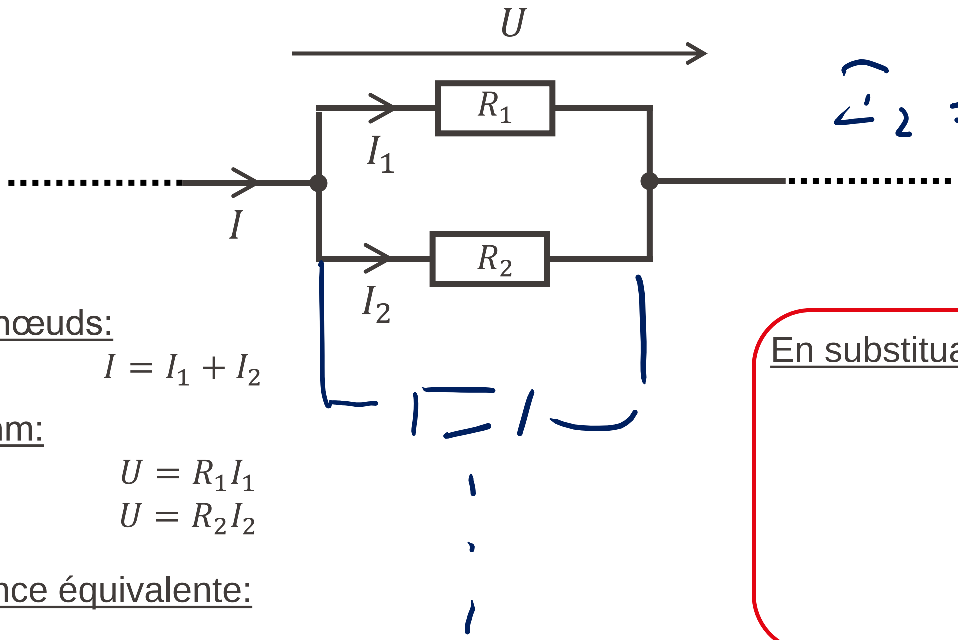
Diviseurs de courant

C. Lafforgue

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I$$

$$I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I$$

- On fixe I. Que valent I_1 et I_2?



Loi des nœuds:

$$I = I_1 + I_2$$

Loi d'Ohm:

$$U = R_1 I_1$$
$$U = R_2 I_2$$

Résistance équivalente:

$$U = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I$$

En substituant:

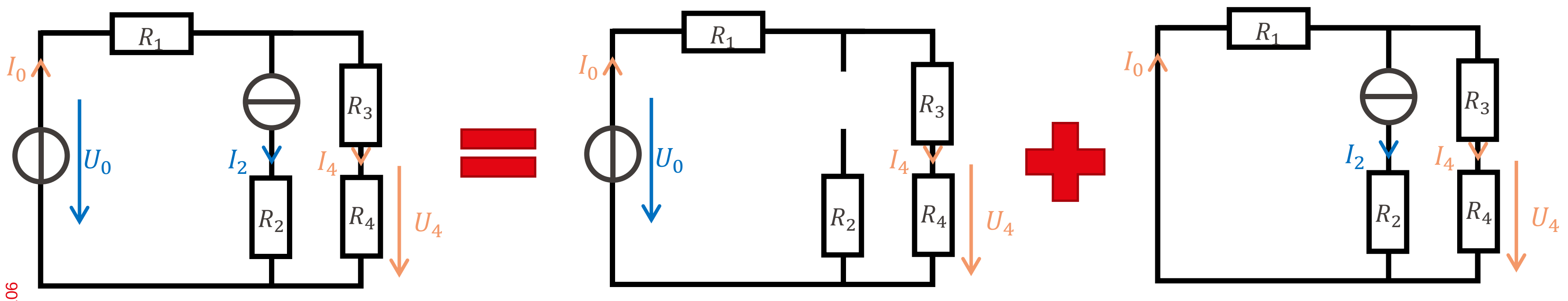
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

C. Lafforgue

Principe de superposition

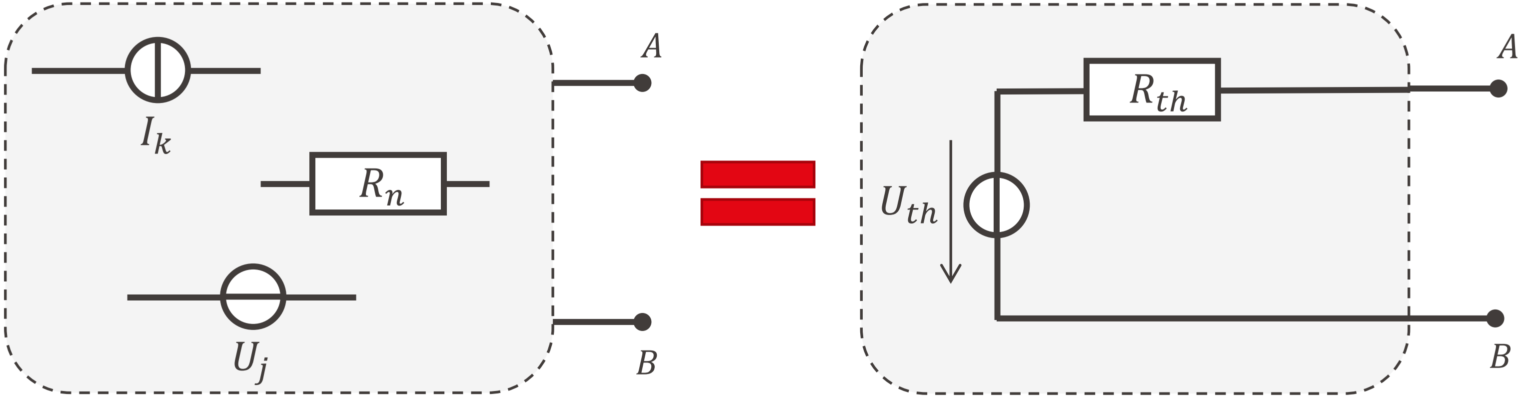
- Le principe de superposition permet de séparer un problème à N sources en N problèmes à une source
  - Particulièrement utile pour résoudre les systèmes à plusieurs sources
- Une source de tension éteinte est un « court-circuit »
- Une source de courant éteinte est un « circuit ouvert »



C. Lafforgue

Théorème de Thévenin

- **Objectif:** Remplacer un circuit complexe par une source de tension et une résistance en série



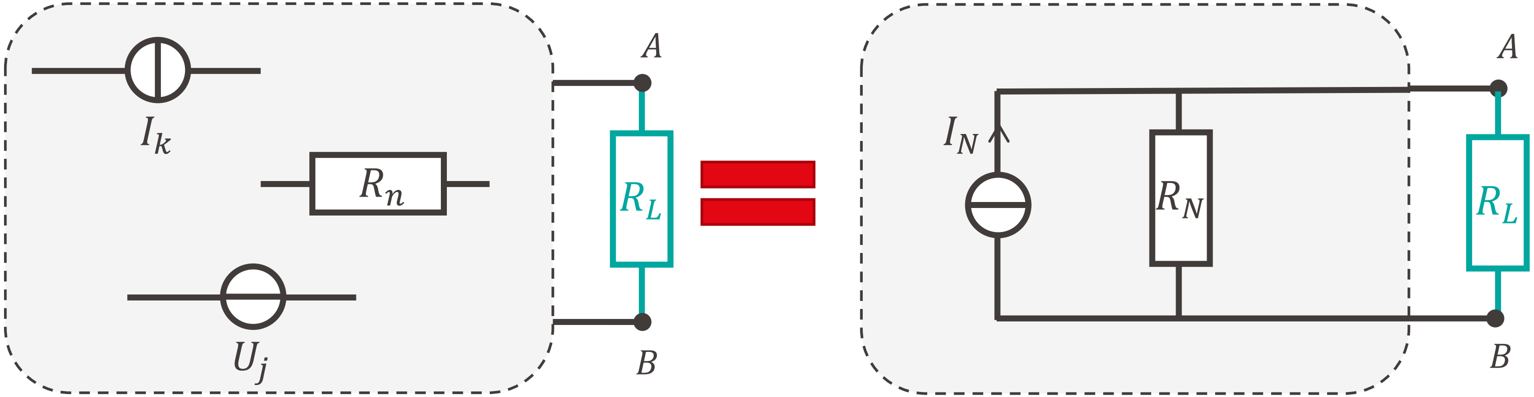
Théorème de Thévenin

- **Objectif:** Remplacer un circuit complexe par une source de tension et une résistance en série

- **Procédure:**
  - Identifier clairement les bornes de sortie du circuit à remplacer
  - Calculer ou mesurer la **tension à vide** (tensions entre A et B **sans charge**)
  - Calculer ou mesurer la résistance **vue par les bornes A et B** (en éteignant toutes les sources)

Théorème de Norton

- **Objectif:** Remplacer un circuit complexe par une source de courant et une résistance en parallèle



Théorème de Norton

- **Objectif:** Remplacer un circuit complexe par une source de courant et une résistance en parallèle

- **Procédure:**
  - Identifier clairement les bornes de sortie du circuit à remplacer
  - Calculer ou mesurer le **courant de court-circuit** (courant dans la branche AB pour une **charge nulle**)
  - Calculer ou mesurer la résistance **vue par les bornes A et B** (en éteignant toutes les sources)

Régime transitoire

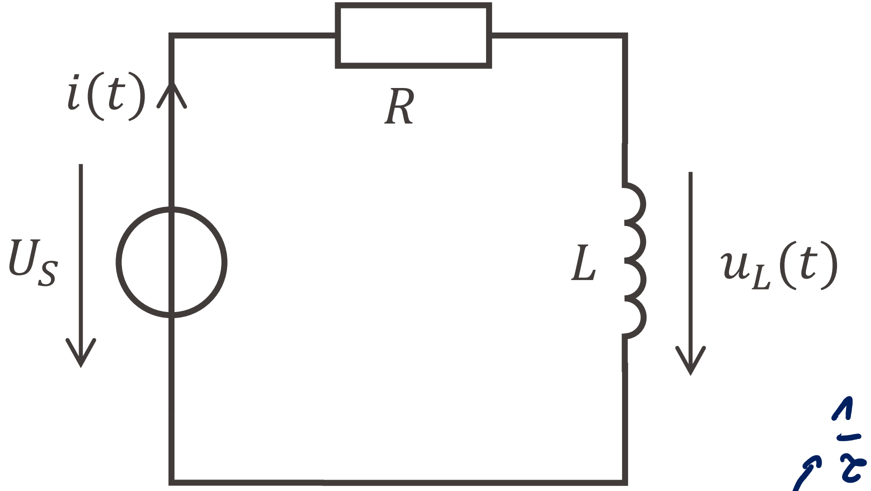
Régime transitoire

- Les condensateurs et inductances ont une réaction dynamique: les évolutions de courant et tension ne sont pas instantanées
- Les circuits sont régis par des équations différentielles

C. Lafforgue

Circuit RL

- On modélise un circuit dépendant du temps t:



Loi des mailles:

$$U_S = Ri(t) + u_L(t)$$

Relation caractéristique de l'inductance

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}(t)$$

Donc on obtient:

$$U_S = L\frac{di}{dt}(t) + Ri(t)$$

$\frac{1}{\tau}$

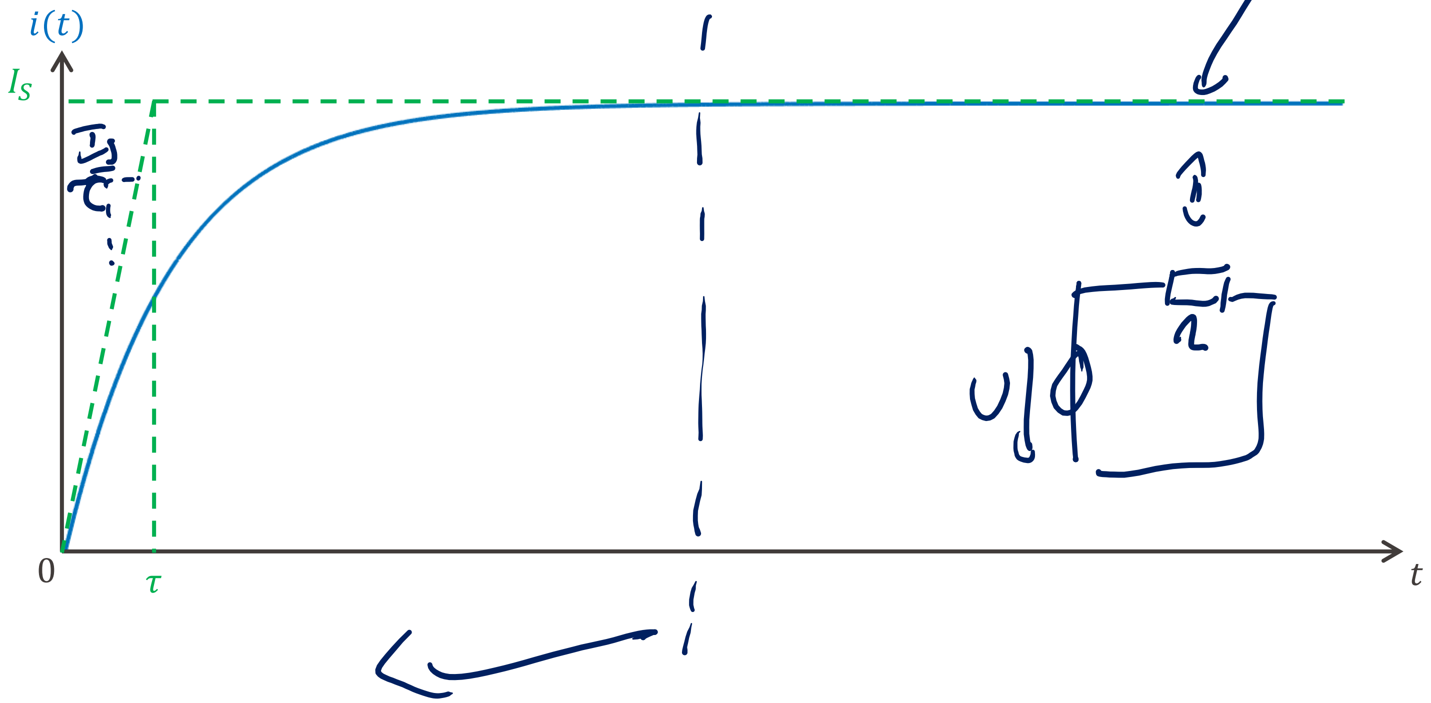
$$\boxed{\frac{di}{dt}(t) + \frac{R}{L}i(t) = \frac{1}{L}U_S}$$

Circuit RL

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

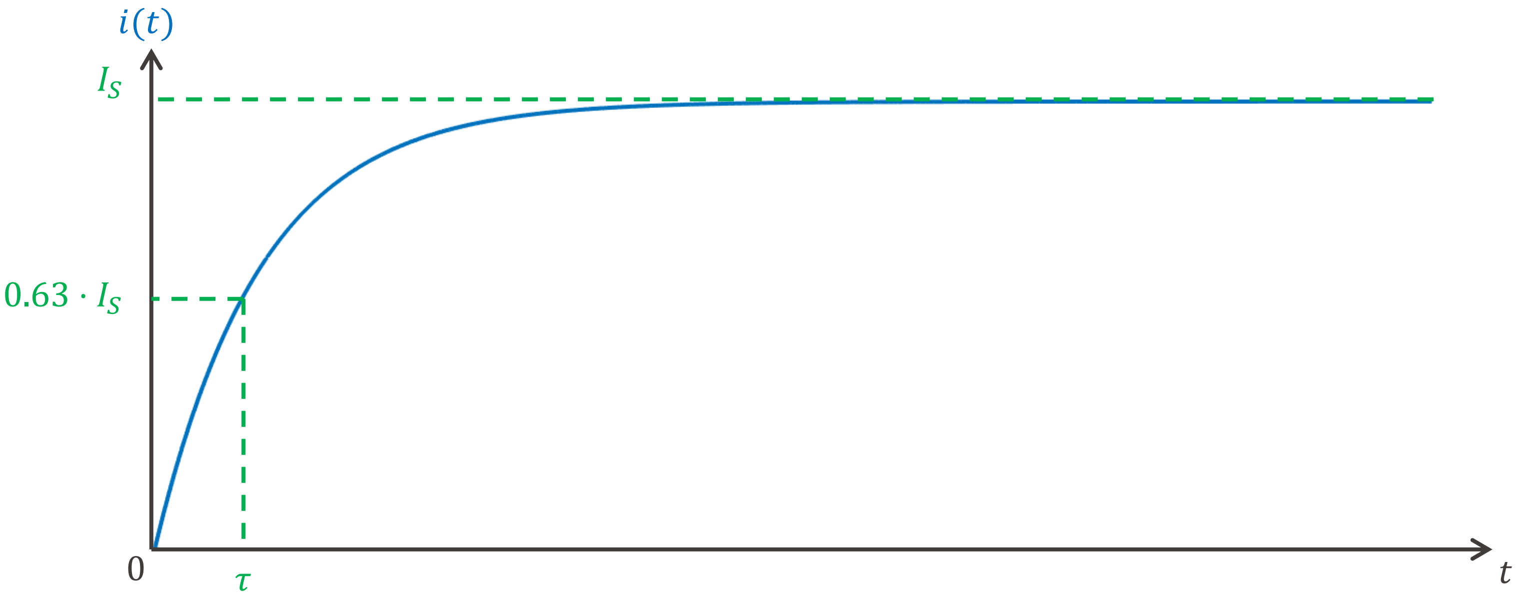
$\tau = \frac{L}{R}$

en DC



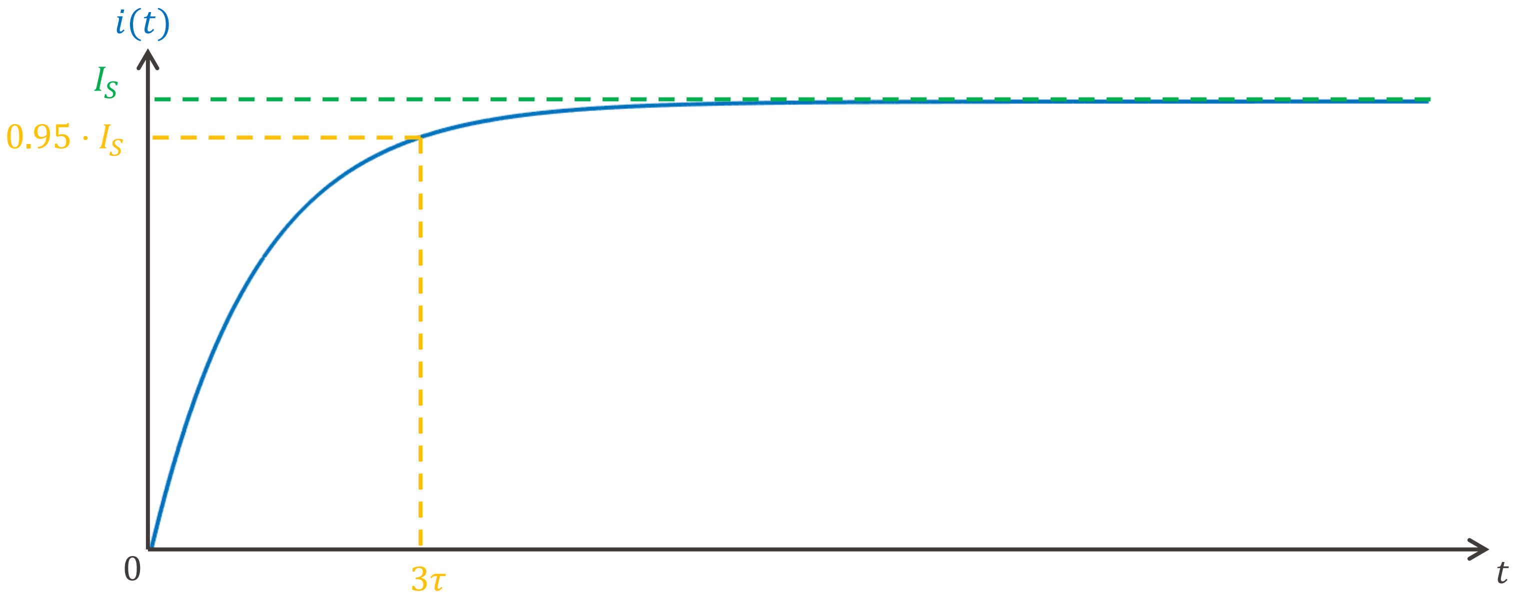
Circuit RL

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



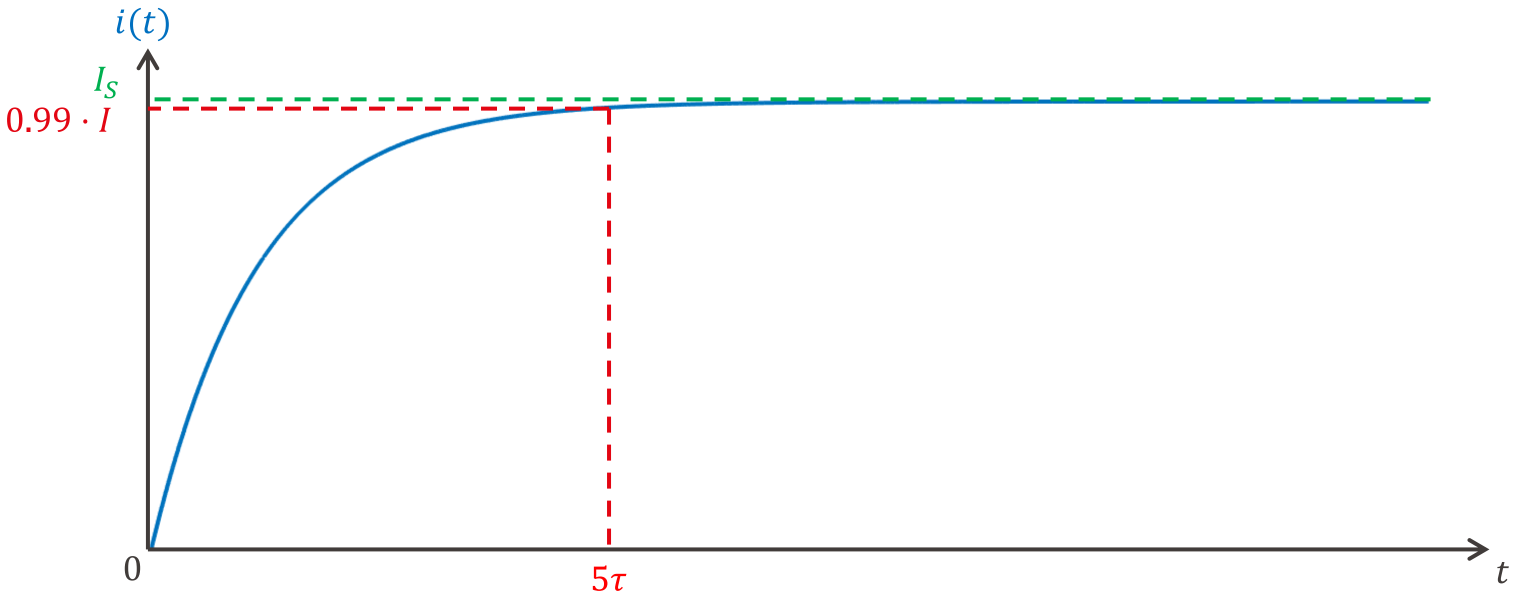
Circuit RL

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



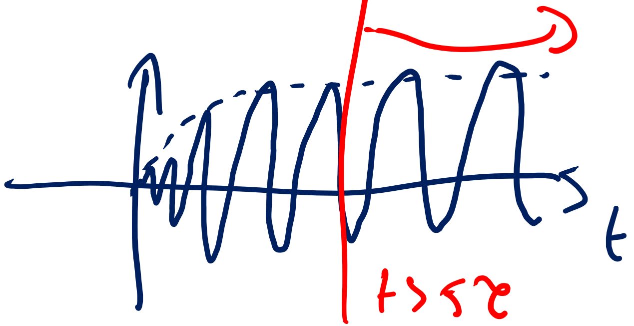
Circuit RL

$$\boxed{i(t) = I_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



Régime permanent sinusoïdal

Signaux alternatifs



- **<u>Définition:</u>** On appelle régime permanent sinusoïdal un régime dans lequel courants et tensions évoluent périodiquement sous forme de signaux sinusoïdaux **une fois le régime transitoire passé.**
  - Par exemple, dans les circuits vus précédemment, le régime transitoire est passé lorsque $t > 5\tau$

C. Lafforgue

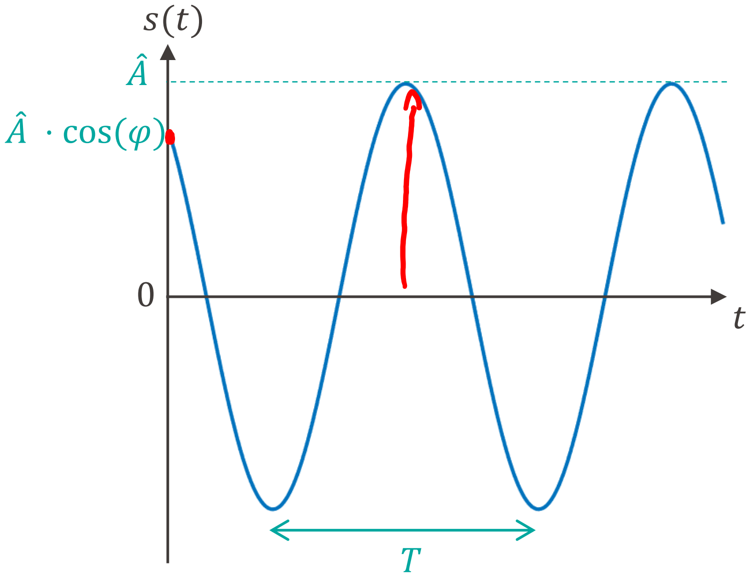
Signaux alternatifs

Pulsation ($= 2\pi f$)

$$s(t) = \hat{A} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Amplitude (crête)

Phase



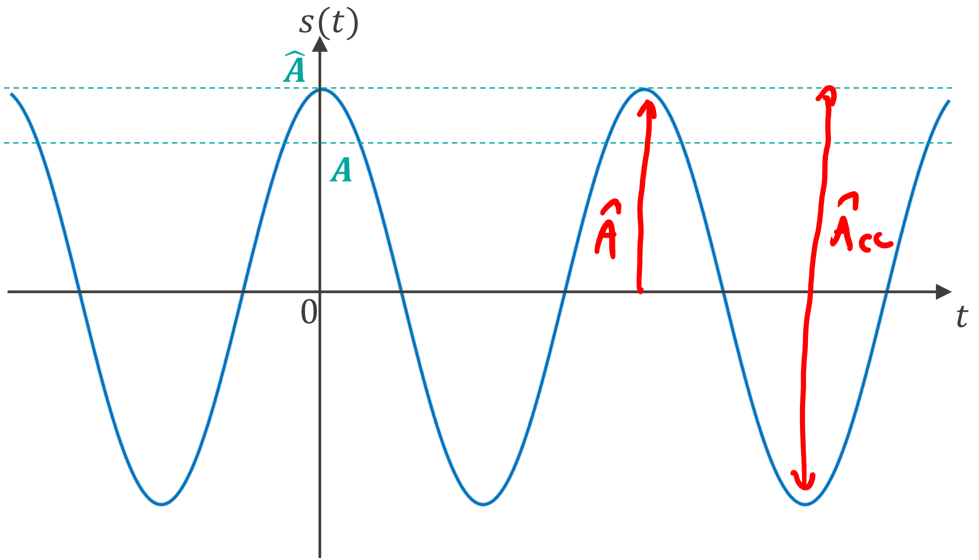
Signaux alternatifs

$\hat{A}_{cc} = 2\hat{A}$

- L'amplitude:
  - Aussi appelée valeur crête
  - Correspond à la valeur maximale du signal

- Autre paramètre lié: la valeur efficace

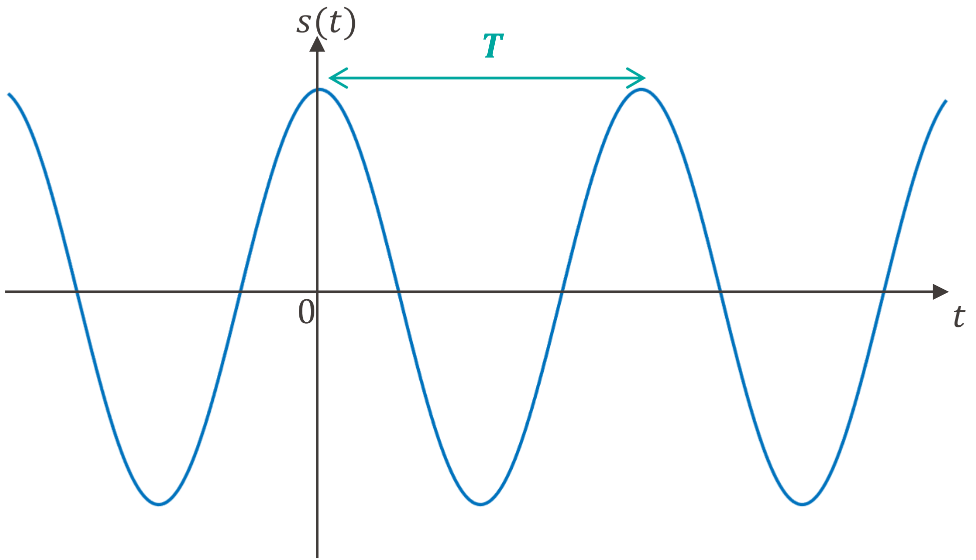
$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s(t)^2 dt} = \frac{\hat{A}}{\sqrt{2}}$$



Signaux alternatifs

- La pulsation:
  - Liée à la périodicité du signal

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

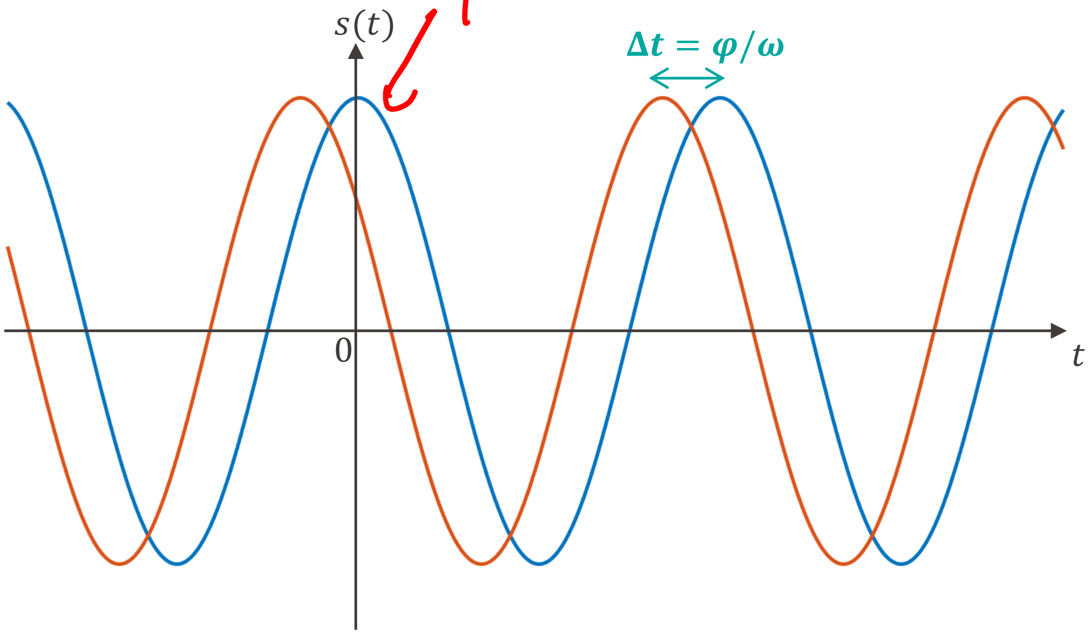


  - T s’exprime en seconde (s)
  - f s’exprime en hertz (Hz)
  - ω s’exprime en radian par seconde (rad/s, ou s^{-1})

Signaux alternatifs

- La phase:
  - Traduit le retard d'un signal
  - φ s'exprime en radian (rad)

$\varphi = 0$



C. Lafforgue

Signaux alternatifs – Formalisme complexe

- Que pouvons-nous faire?
  - Les fonctions trigonométriques ont d'autres propriétés intéressantes…
  - … liées aux **nombres complexes**

- Nombres complexes:
  - On considère $\underline{x} \in \mathbb{C}$
  - Le cours de maths nous dit que $\underline{x} = \hat{X}(\cos(\theta) + j\sin(\theta)) = \boxed{\hat{X}e^{j\theta}}$
  - Donc $Re[\underline{x}] = \hat{X}\cos(\theta) = Re[\hat{X}e^{j\theta}]$
  - En appliquant à notre cas: $\hat{A}\cos(\omega t + \varphi) = Re[\hat{A}e^{j(\omega t+\varphi)}]$

Signaux alternatifs – Formalisme complexe

- Exemple:
  - $u(t) = \hat{U}\cos(\omega t + \varphi)$
  - On définit une tension complexe assosciée:

$$\underline{u}(t) = \hat{U}e^{j(\omega t+\varphi)}$$

  - On a alors:

$$u(t) = Re\left[\underline{u}(t)\right]$$

  - On peut alors étudier les circuits avec les grandeurs sous forme complexe, et on prend la partie réelle du résultat.

Signaux alternatifs – Formalisme complexe

- On voit qu'en régime permanent sinusoïdal il y a deux grandeurs à déterminer:
  - L'amplitude $\hat{X}$
  - La phase φ

- On définit alors les **phaseurs:**

Phaseur instantané:	Phaseur crête:	Phaseur efficace:
$\underline{x}(t) = \hat{X} e^{j(\omega t + \varphi)}$	$\underline{\hat{X}} = \hat{X} e^{j\varphi}$	$\underline{X} = X e^{j\varphi}$

$e^{j(\omega t + \varphi)} = e^{j\omega t} \times e^{j\varphi}$

$\underline{x}(t) = \underline{\hat{X}}\, e^{j\omega t}$

$\underline{X} = \frac{\underline{\hat{X}}}{\sqrt{2}}$

L'impédance

C. Lafforgue

- On remarque que dans tous les cas, tension et courant **sous leur forme de phaseur** sont proportionnels
  - En formalisme complexe, on obtient aussi une forme de loi d'Ohm!
  - Cette loi s'écrit $\underline{U} = \underline{Z}\ \underline{I}$
  - $\underline{Z}$ est appelée **impédance**
  - Pour une résistance:

$$\underline{Z} = R$$

  - Pour un condensateur:

$$\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}$$

  - Pour une inductance:

$$\underline{Z} = jL\omega$$

L'impédance

- Propriétés
  - L'impédance $\underline{Z}$ **est un nombre complexe**
  - Elle depend de la pulsation (et donc de la fréquence)
  - Elle est homogène à des ohms (Ω)

L'impédance

- Grandeurs associées:
  - On peut aussi écrire

$$\underline{I} = \underline{Y}\,\underline{U}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

  - $\underline{Y}$ est appelée **admittance**
  - L'impédance $\underline{Z}$ peut avoir une partie réelle et/ou une partie imaginaire

$$\underline{Z} = R + jX$$

  - La partie réelle R est appelée **résistance**
  - La partie imaginaire X est appelée **réactance**

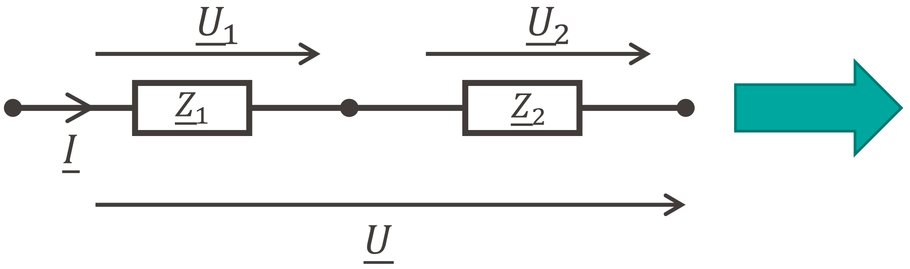
L'impédance

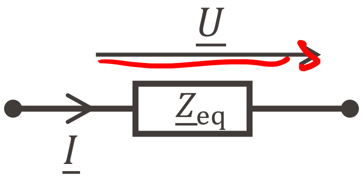
Composant	Loi	$\underline{Z}$	$\lvert\underline{Z}\rvert$	$\arg(\underline{Z})$
Résistance  R	$u(t) = Ri(t)$	R	R	0
Condensateur  C	$i(t) = C\dfrac{du}{dt}(t)$	$\dfrac{1}{jC\omega}$	$\dfrac{1}{C\omega}$	$-\dfrac{\pi}{2}$
Inductance  L	$u(t) = L\dfrac{di}{dt}(t)$	$jL\omega$	$L\omega$	$\dfrac{\pi}{2}$

Agencement en série

C. Lafforgue

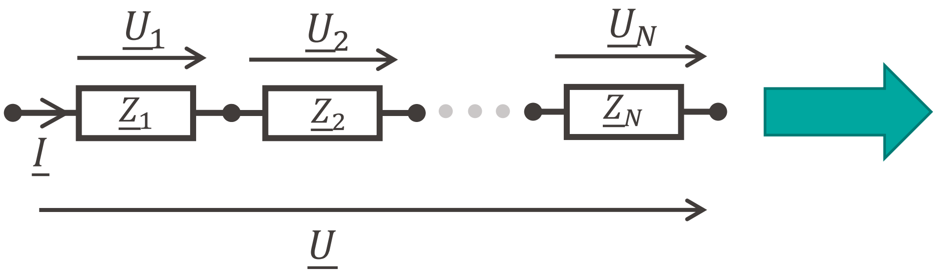
- Deux résistances en série s'additionnent:

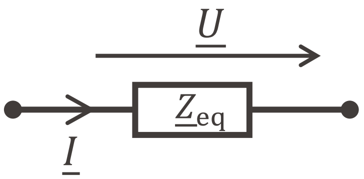




$$\underline{Z}_{\text{eq}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

- Plus généralement:

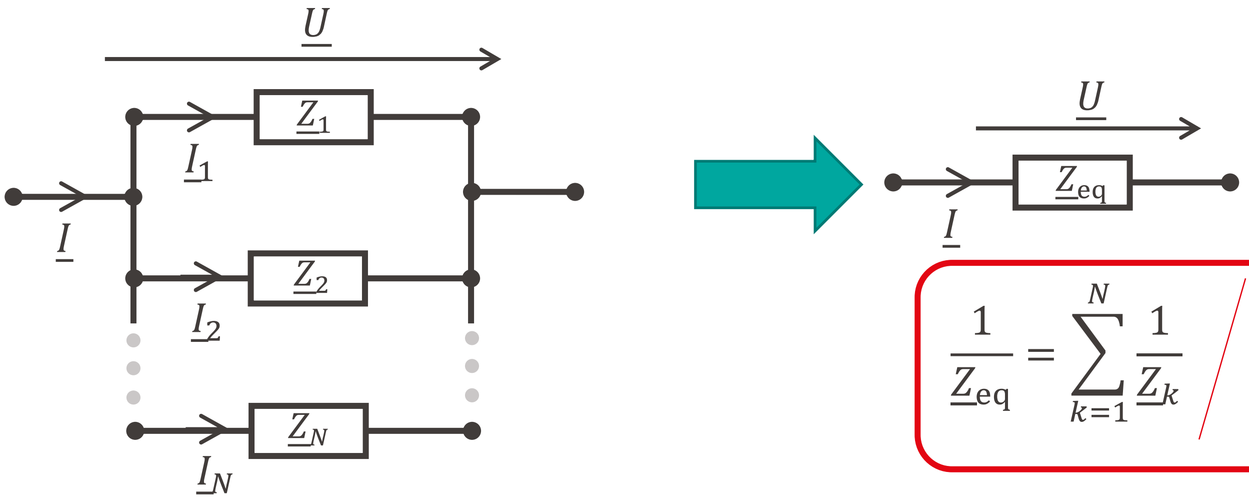




$$\boxed{\underline{Z}_{\text{eq}} = \sum_{k=1}^{N} \underline{Z}_k}$$

Agencement en parallèle

- Plus généralement:

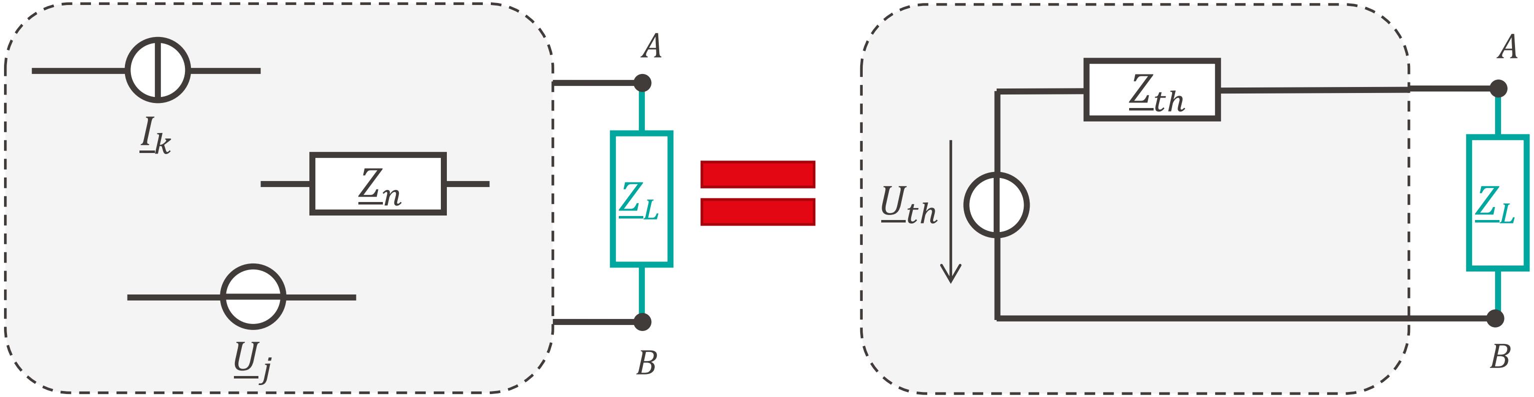


$$\frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{eq}}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{\underline{Z}_k} \quad / \quad \underline{Y}_{\mathrm{eq}} = \sum_{k=1}^{N} \underline{Y}_k$$

- **Remarque:** la résistance équivalente est plus petite que la plus petite des résistances individuelles en parallèle

Théorème de Thévenin

- **Objectif:** Remplacer un circuit (à une fréquence donnée) par une source de tension et une impédance en série



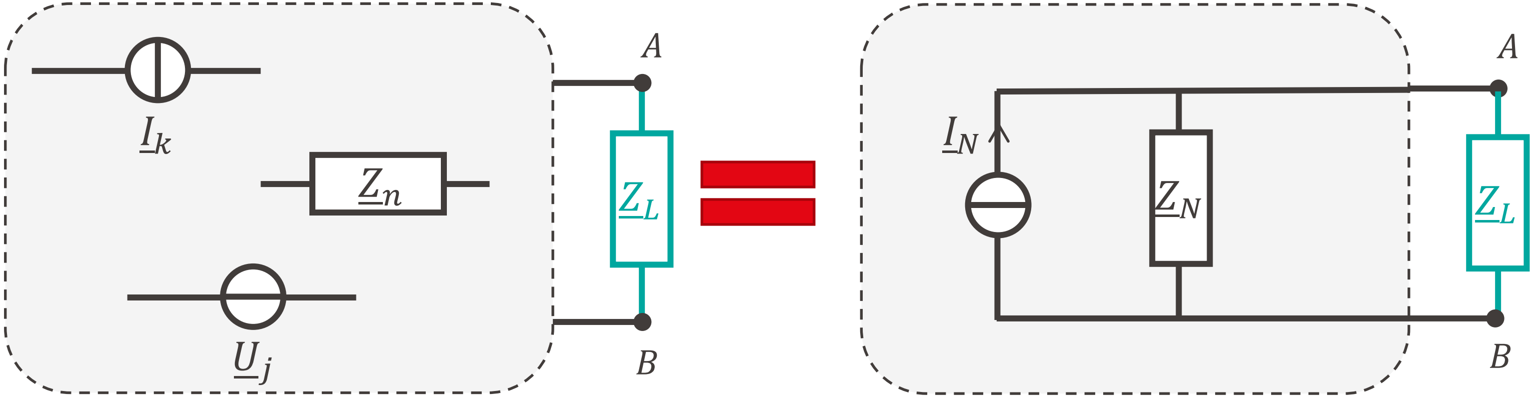
Théorème de Thévenin

- **Objectif:** Remplacer un circuit (à une fréquence donnée) par une source de tension et une impédance en série

- **Procédure:**
  - Identifier clairement les bornes de sortie du circuit à remplacer
  - Calculer ou mesurer la **tension à vide** (tensions entre A et B **sans charge**)
  - Calculer ou mesurer l'impédance **vue par les bornes A et B** (en éteignant toutes les sources)

Théorème de Norton

- **Objectif:** Remplacer un circuit (à une fréquence donnée) par une source de courant et une impédance en parallèle



Théorème de Norton

C. Lafforgue

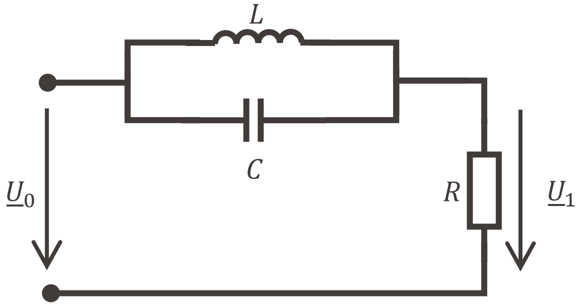
- **Objectif:** Remplacer un circuit (à une fréquence donnée) par une source de courant et une impédance en parallèle

- **Procédure:**
  - Identifier clairement les bornes de sortie du circuit à remplacer
  - Calculer ou mesurer le **courant de court-circuit** (courant dans la branche AB pour une **charge nulle**)
  - Calculer ou mesurer l'impédance **vue par les bornes A et B** (en éteignant toutes les sources)

Méthodes de résolution en régime permanent sinusoïdal

- Les mêmes méthodes qu'en régime statique sont applicables en régime sinusoïdal:
  - Agencement d'impédances
  - Théorèmes de Thévenin et de Norton
  - Equivalence de sources
  - Principe de superposition

- Les grandeurs dans le circuit dépendent de la fréquence

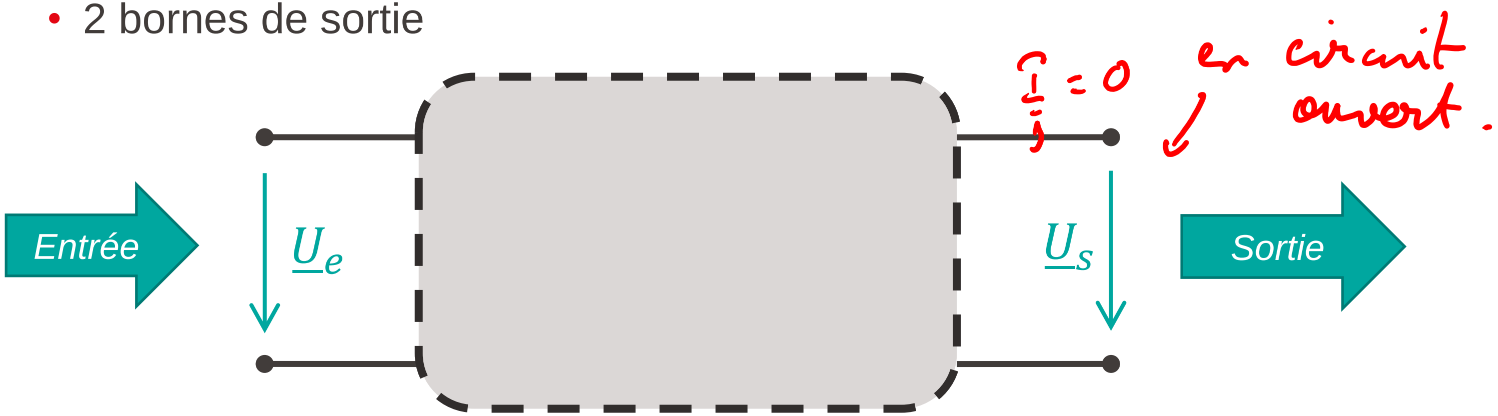


$$\underline{U}_1 = \frac{R(1 - LC\omega^2)}{R + jL\omega - RLC\omega^2}\underline{U}_0$$

C. Lafforgue

Quadripôles

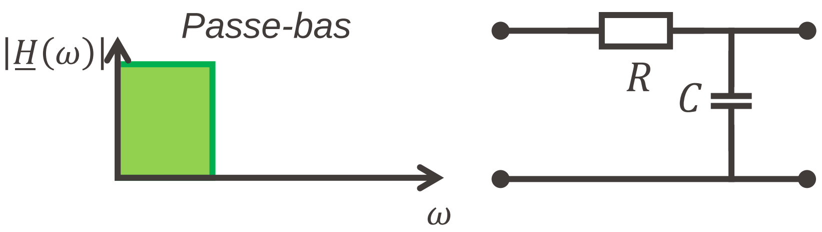
- On a étudié avant des dipôles:
  - Résistance
  - Condensateur
  - Inductance
- Les Quadripôles sont des systèmes avec 4 bornes
  - 2 bornes d'entrée
  - 2 bornes de sortie

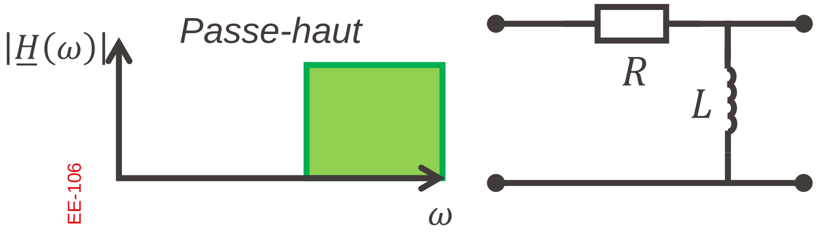


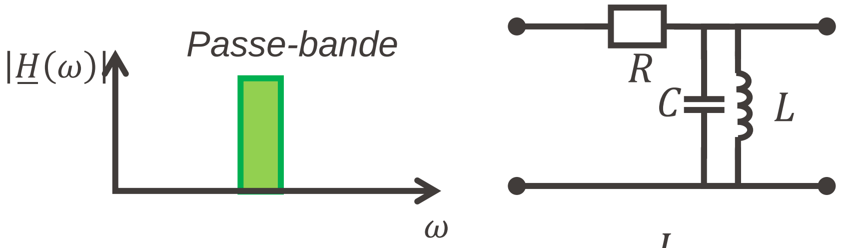
Quadripôles

- Il est possible de créer n'importe quelle forme de filtre avec des résistances, des condensateurs et des inductances

- Il y a 4 familles principales de filtres







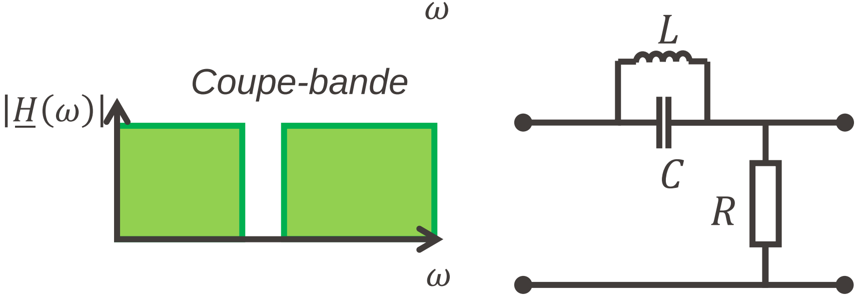
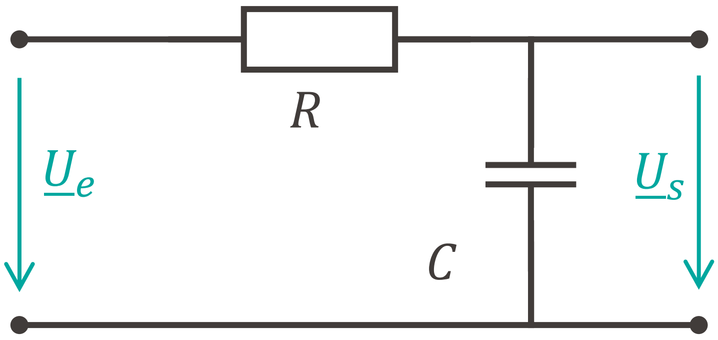


Diagramme de Bode

- Les fonctions de transfert peuvent rapidement être compliquées

- Le diagramme de Bode est un moyen de représenter le comportement fréquentiel d’un système
  - Il permet une résolution graphique simplifiée
  - Il sert à visualiser rapidement le gain et la phase en fonction de la fréquence
  - Il se trace en échelle logarithmique

Diagramme de Bode - Exemple



$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \\ \phi(\omega) = -\arctan(RC\omega) \end{cases}$$

compliqué

Diagramme de Bode - Exemple

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega} \Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \\ \phi(\omega) = -\arctan(RC\omega) \end{cases}$$

$\rightarrow G_{dB} = 20\log_{10}(|\underline{H}(\omega)|)$

Diagramme réel

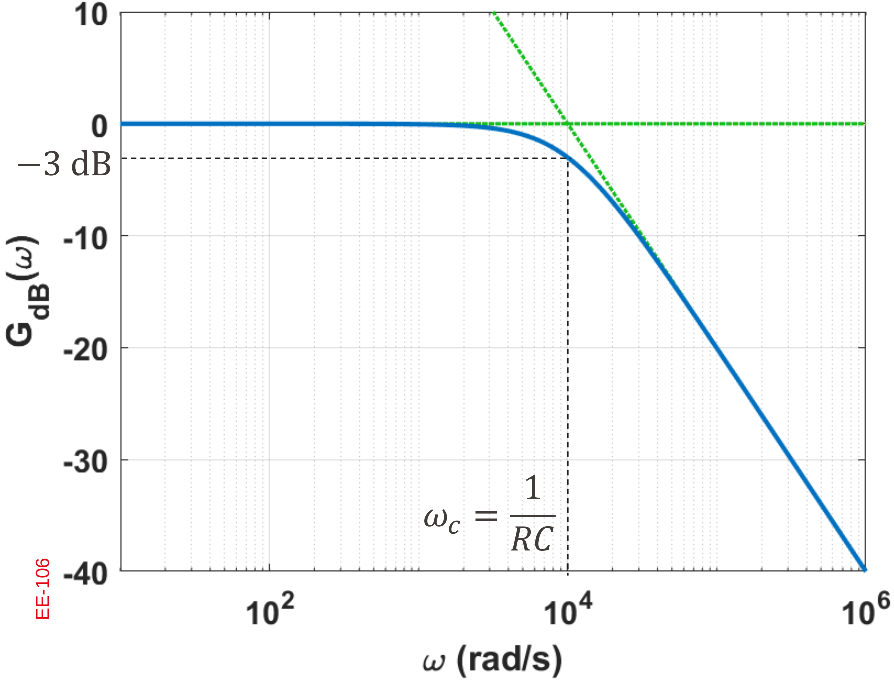
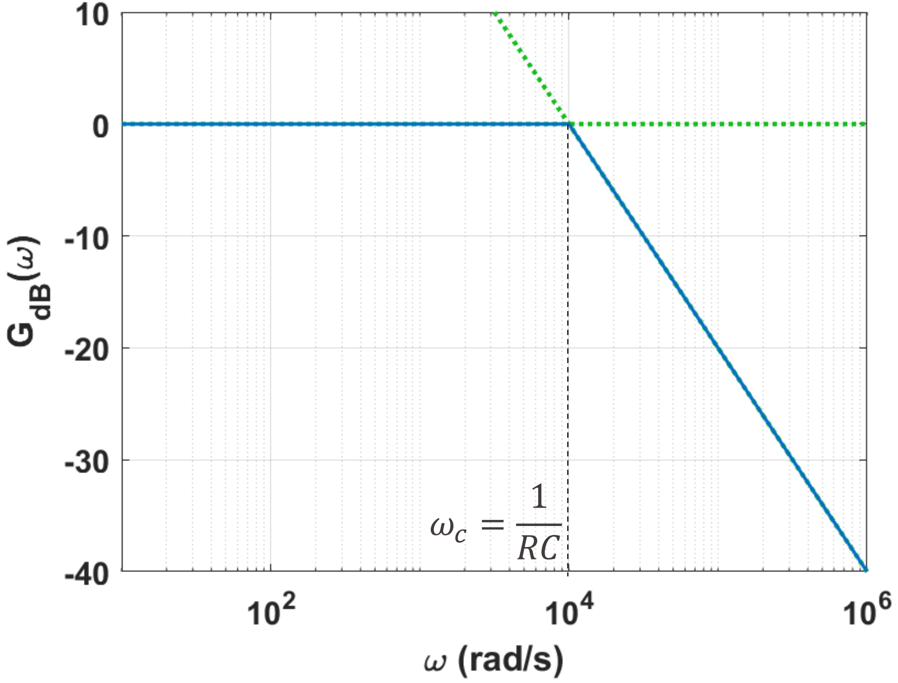


Diagramme asymptotique



Puissance active

$$p(t) = \overbrace{UI\cos(\phi)[1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)]}^{>0} + \overbrace{UI \sin(\phi) \sin(2\omega t + 2\alpha)}^{\sim 0}$$

Composante pulsée *Composante alternative*

- On appelle **puissance active** $\boldsymbol{P}$ la valeur moyenne de la puissance instantanée

- En régime sinusoïdal, on a donc:

$$P = UI \cos(\phi)$$

- L'unité est le watt (W)

- Elle correspond à l'énergie convertible en travail ou en chaleur
  - Elle est maximale pour $\phi = 0$
  - Elle est nulle pour $\phi = \pm\pi/2$

Puissance réactive

$$p(t) = UI\cos(\phi)[1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)] + UI\sin(\phi)\sin(2\omega t + 2\alpha)$$

Composante pulsée *Composante alternative*

- On appelle **puissance réactive Q** l'amplitude de composante alternative

- En régime sinusoïdal, on a donc:

$$Q = UI\sin(\phi)$$

- L'unité est le volt-ampère réactif (VAr)

- Elle correspond une énergie non convertible
  - Elle est maximale pour $\phi = \pm\pi/2$
  - Elle est nulle pour $\phi = 0$

C. Lafforgue

Puissance apparente

$$p(t) = \underbrace{UI\cos(\phi)[1+\cos(2\omega t+2\alpha)]}_{\text{Composante pulsée}} + \underbrace{UI\sin(\phi)\sin(2\omega t+2\alpha)}_{\text{Composante alternative}}$$

- On appelle **<u>puissance apparente *S*</u>** l'amplitude de des fluctuations de la puissance instantanée par rapport à sa valeur moyenne

- En régime sinusoïdal, on a donc:

$$S = UI$$

- L'unité est le volt-ampère (VA)

- Elle est liée à P et Q par:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Puissance complexe

- On définit la puissance complexe par:

$$\underline{S} = P + jQ$$

- On peut aussi écrire:

$$\underline{S} = UI\cos(\phi) + jUI\sin(\phi) = UIe^{j\phi}$$

- Cette grandeur contient toutes les informations sur la puissance instantanée:
    - $\mathrm{Re}(\underline{S}) = P \; ; \; \mathrm{Im}(\underline{S}) = Q$
    - $|\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = S$
    - $\arg(\underline{S}) = \phi$

Puissance complexe

- Enfin, on a aussi:

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^*$$

- Pour une impédance $\underline{Z}$:

$$\underline{S} = \underline{Z}\ I^2 = \frac{U^2}{\underline{Z}^*}$$

- En posant $\underline{Z} = R + jX$:

$$\underline{S} = RI^2 + jXI^2$$

Facteur de puissance

- Le facteur de puissance est le rapport de la puissance active et de la puissance apparente:

$$FP = \frac{P}{S} = \cos(\phi)$$

- Pour une charge purement résistive, $\phi = 0$ donc $FP = 1$

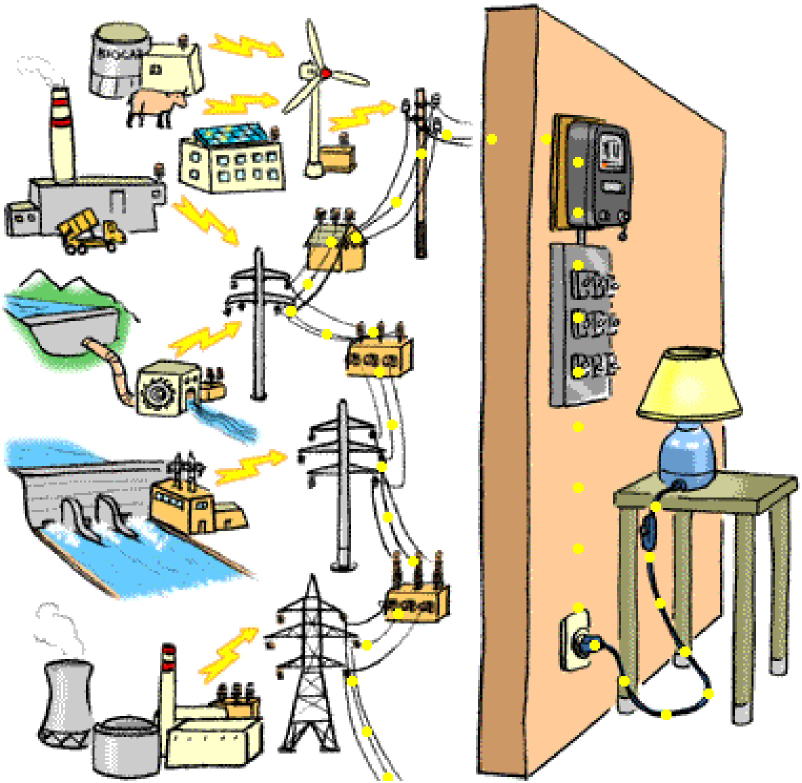
- En présence d’une charge réactive, le facteur de puissance diminue

- Cela augmente les pertes au niveau du réseau électrique (et peut alors augmenter les coûts de l’électricité)

C. Lafforgue

Réseau électrique

Systèmes de production d'électricité



- Il existe de nombreux moyens de produire de l'électricité
- La majorité des systèmes sont basés sur des machines tournantes
- L'ingénierie des systèmes de production joue un rôle majeur dans notre société
  - Demande de plus en forte
  - Doit être stable
  - Doit polluer le moins possible

Puissance et énergie

- La puissance instantanée $p(t)$ défini l'énergie que le système peut donner (ou consommer) pendant un instant infinitésimal à un instant donné

- L'énergie traduit la consommation de puissance pendant une certaine durée T

$$E = \int_0^T p(t)dt$$

Unité: joule (J), ou watt-heure (Wh)

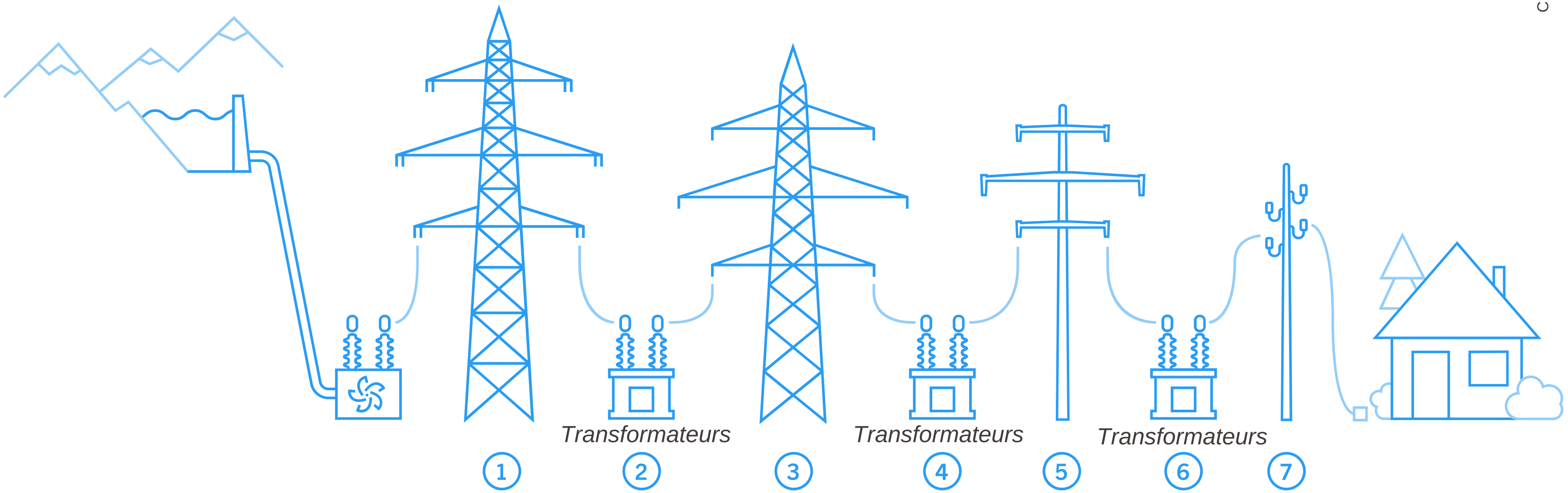
- La puissance moyenne P est l'énergie consommée (ou fournie) divisée par la durée

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{E}{T}$$

EPFL

Transport de l'électricité – Les niveaux du réseau

C. Lafforgue



1) Réseau très haute tension

Transport de l'électricité depuis les grandes centrales et l'étranger

Tension: 380/220 kV

3) Réseau haute tension

Transport de l'électricité suprarégional

Tension: de 36 kV à 220 kV

5) Réseau moyenne tension

Transport de l'électricité régional

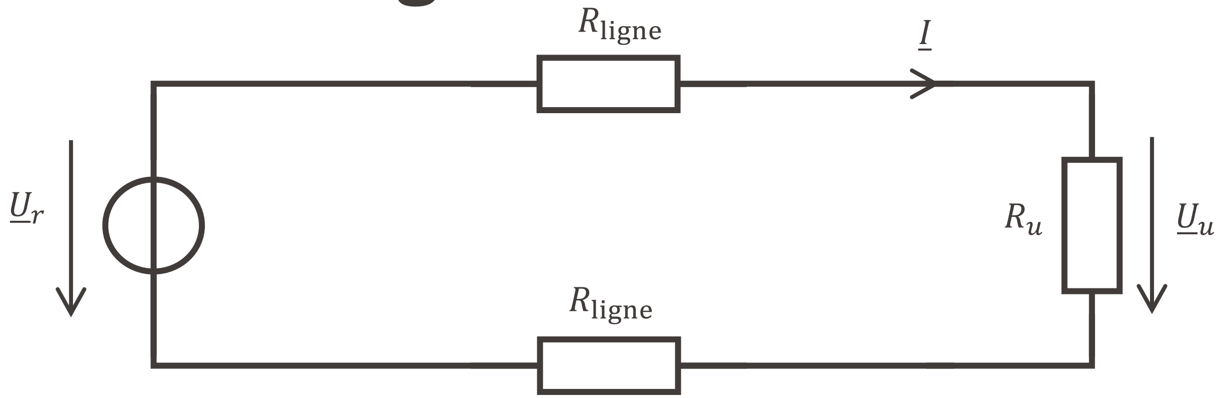
Tension: de 1 kV à 36 kV

7) Réseau basse tension

Acheminement domestique

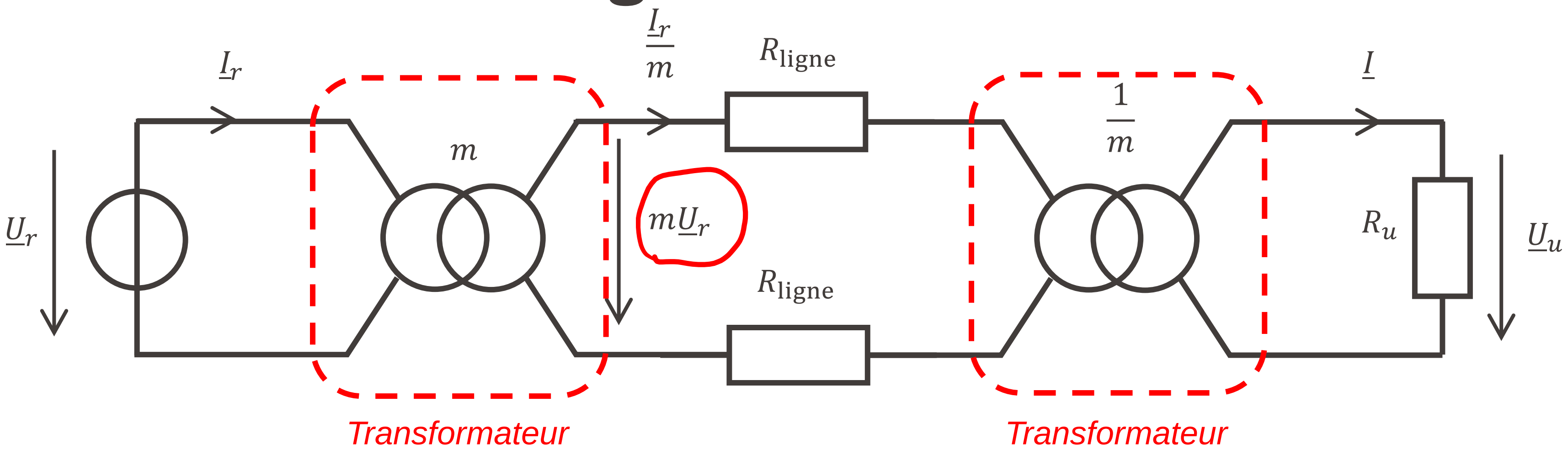
Tension: 220/400 V

Pertes dans les lignes



$$P_{\text{pertes}} = 2R_{\text{ligne}} I^2$$

Pertes dans les lignes



$$P_{pertes} = \frac{2R_{ligne}}{m^2} I^2$$

Transport e l'électricité

- Les transformateurs permettent d'augmenter la tension et de réduire le courant
  - Moins de pertes dans les lignes sur les longues distances!

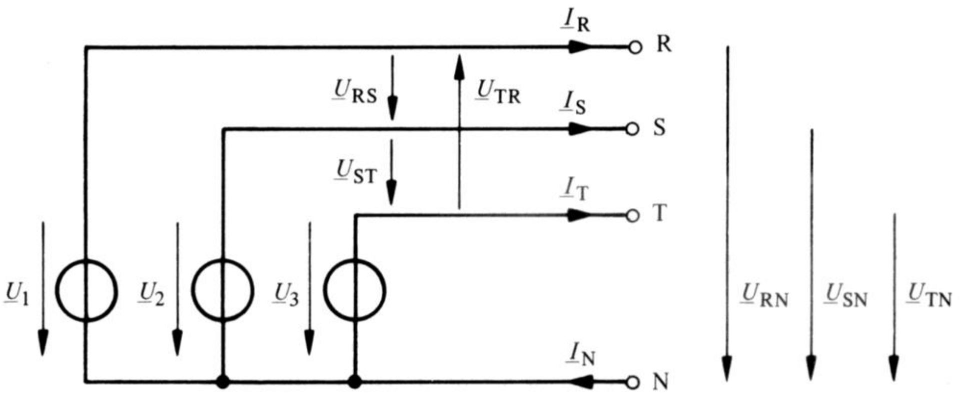
- Les transformateurs fonctionnent **uniquement en régime alternatif (AC)**

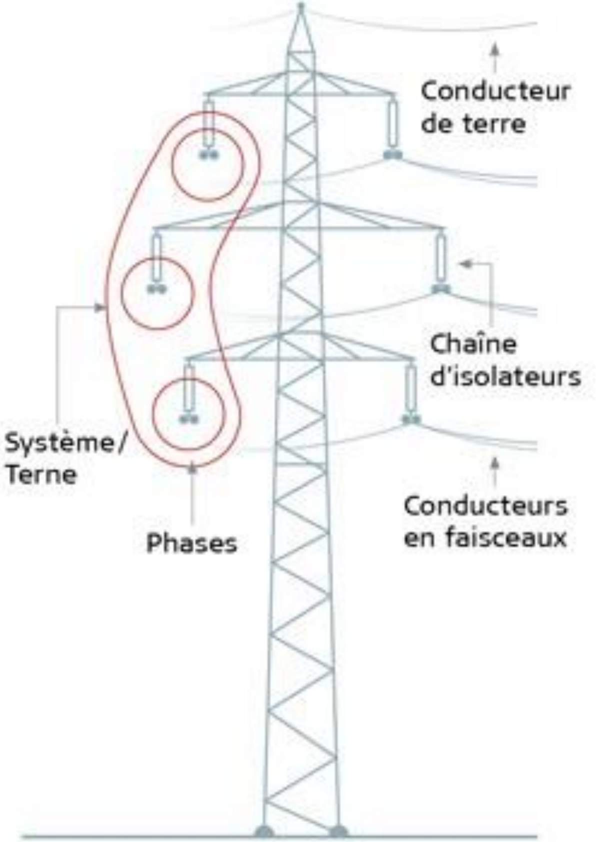
- Mais les hautes tensions sont effectivement dangereuses
  - Solutions: mettre les lignes hors de portée (sous terre par exemple)

Transport de l'électricité: le triphasé

- On utilise un réseau triphasé
  - Les machines électriques ont un fonctionnement optimal en polyphasé
  - On peut montrer que dans ce cas la puissance instantanée totale est constante

Schéma d'une source triphasée:





Pour aller plus loin: systèmes triphasés

C. Lafforgue

- ***Système polyphasé***
  Un système polyphasé est un ensemble de m grandeurs (tensions ou courants) sinusoïdales de **même fréquence**, déphasées les unes par rapport aux autres et appelées **phases**.

- ***Système polyphasé symétrique***
  Un système polyphasé symétrique à m phases et d'ordre k est un ensemble de m grandeurs sinusoïdales (tensions ou courants) de **même fréquence**, de **même valeur efficace** et telles que le **déphasage** entre deux grandeurs consécutives vaut:

$$\frac{k2\pi}{m}$$

k est appelé **ordre de succession des phases**

Pour aller plus loin : systèmes triphasés

- ***Système direct***
  On appelle **direct** un système dont le diagramme des phaseurs est ordonné dans le sens trigonométrique négatif (sens des aiguilles d'une montre).

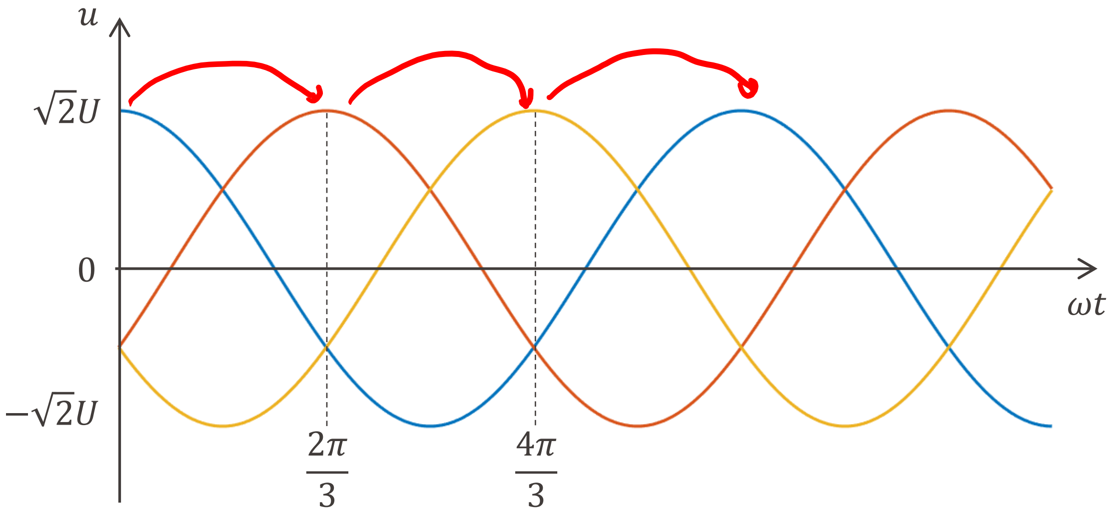
- ***Système inverse***
  On appelle **inverse** un système dont le diagramme des phaseurs est ordonné dans le sens trigonométrique positif (sens inverse des aiguilles d'une montre).

- ***Système homopolaire***
  On appelle **homopolaire** un système dans lequel toutes les grandeurs sont en phase.

C. Lafforgue

Systèmes triphasés

- Système triphasé direct d’ordre $\mathbf{1}$ ($\boldsymbol{m} = \mathbf{3}$, $\boldsymbol{k} = \mathbf{1}$).



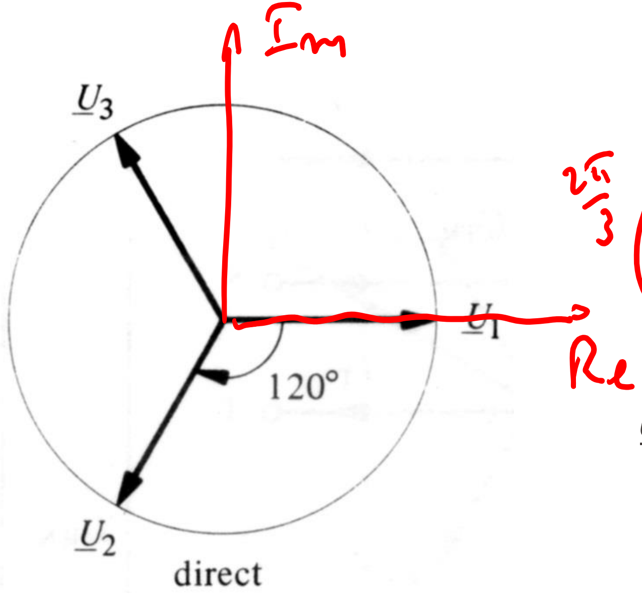
$$u_1(t) = \sqrt{2}U\cos(\omega t)$$

$$u_2(t) = \sqrt{2}\dot{U}\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_3(t) = \sqrt{2}U\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Systèmes triphasés

- Système triphasé ***direct*** d'ordre **1** (***m*** **= 3**, ***k*** **= 1**)



$$\underline{U}_1 = U$$

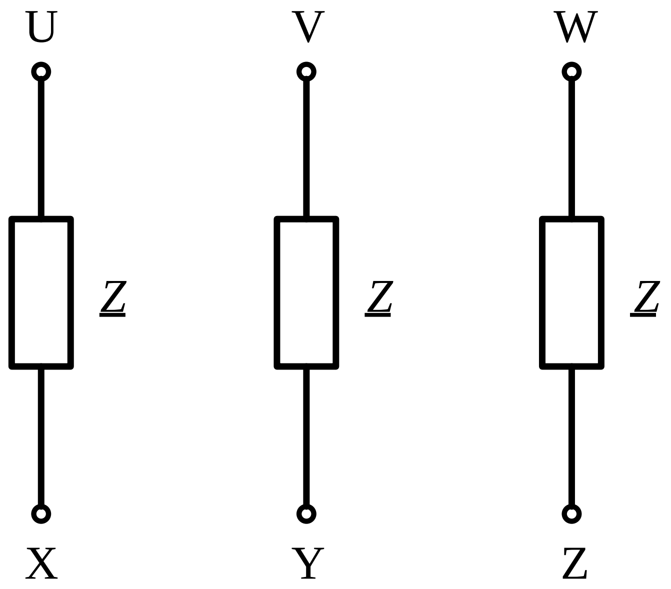
$$\underline{U}_2 = U e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{U}_3 = U e^{-j\frac{4\pi}{3}}$$

$\frac{2\pi}{3}$ $\frac{2\pi}{3}$ $\frac{2\pi}{3}$

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0$$

Charge triphasée équilibrée

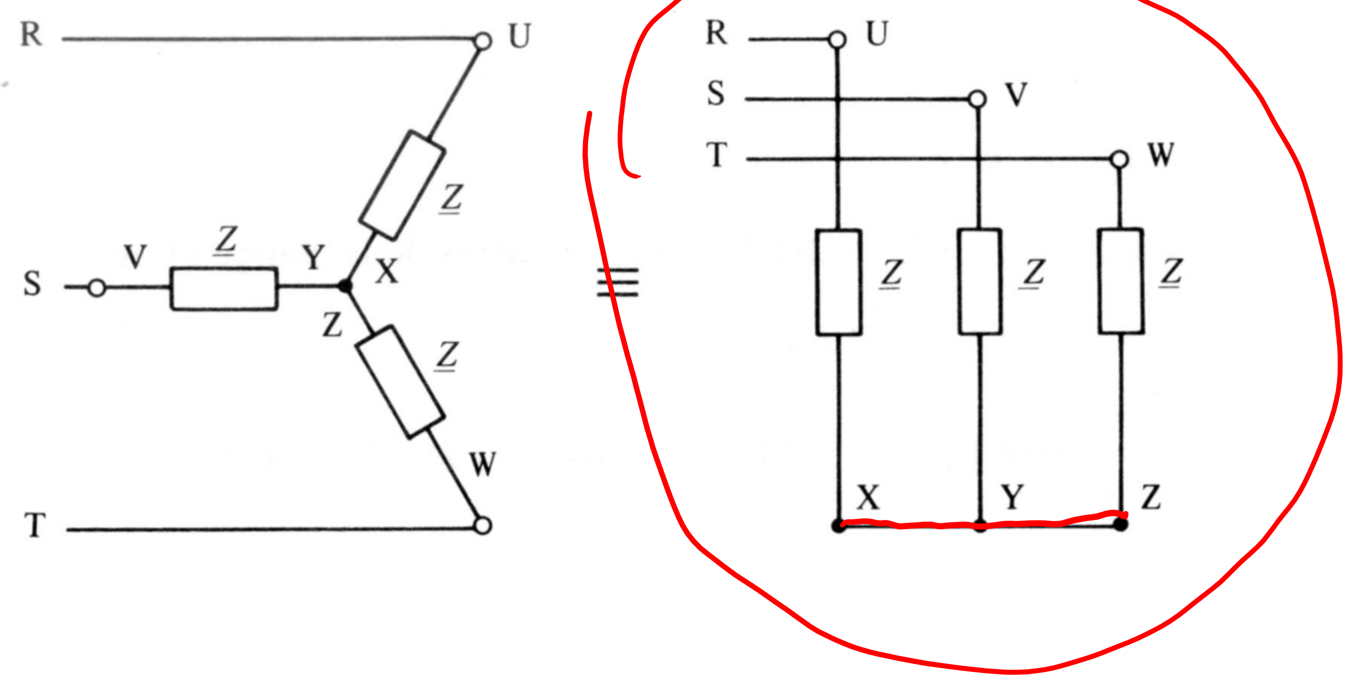


- Trois impédances identiques
- Ces trois impédances peuvent être connectées en **étoile** ou en **triangle**

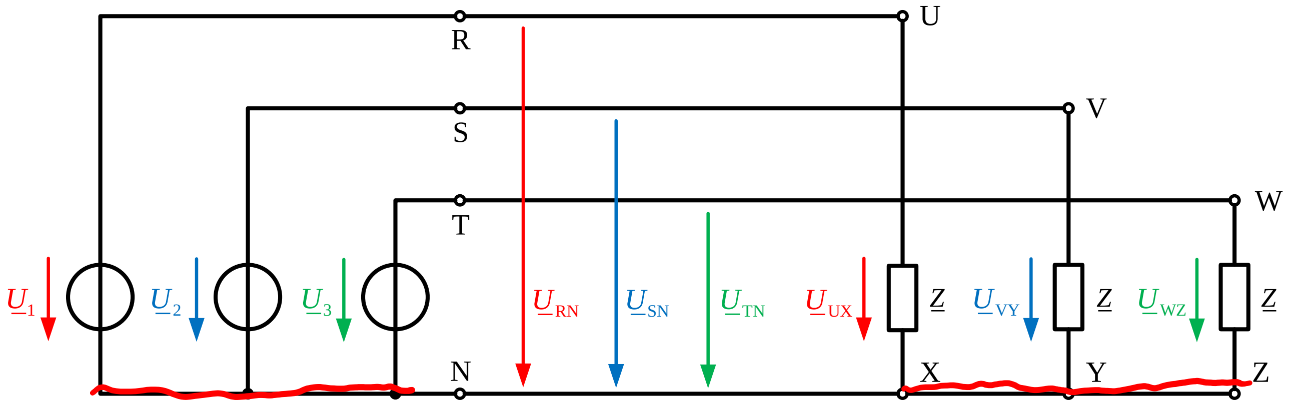
Connexion en étoile

C. Lafforgue

- Montage symbolisé par le signe **Y**
- Le point commun (XYZ) est appelé **point neutre de la charge**



Connexion en étoile

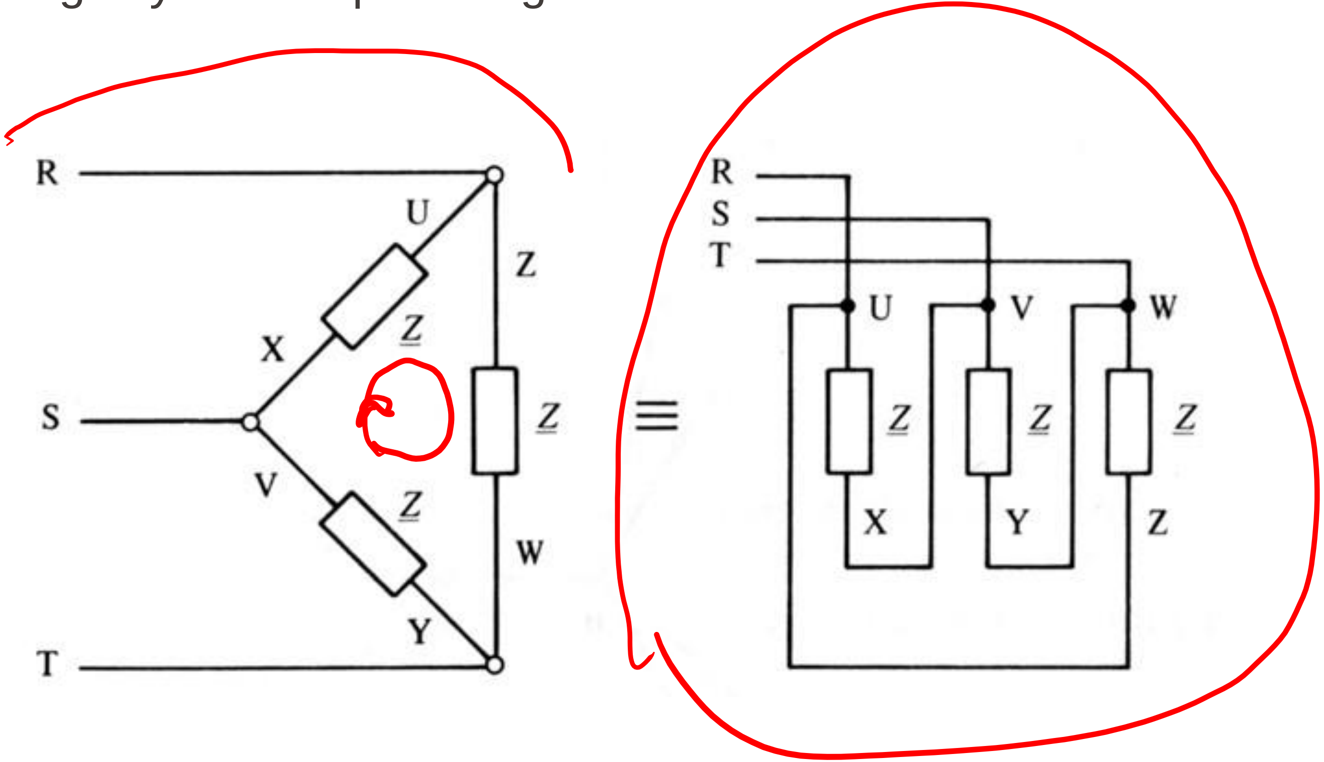


$\underline{U}_{ux} = \underline{U}_1$

Connexion en triangle

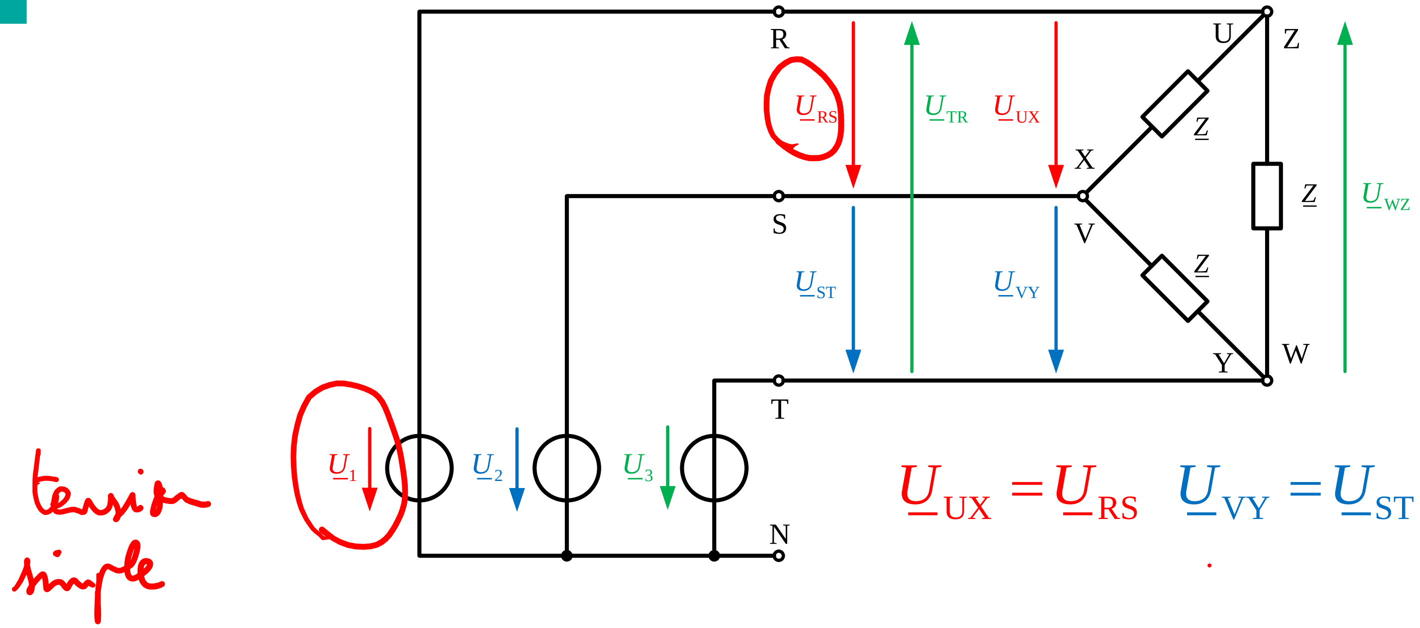
C. Lafforgue

- Montage symbolisé par le signe **Δ**



Connexion en triangle

tension composée : $\underline{U}_{RS} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2$



$$\underline{U}_{UX} = \underline{U}_{RS} \quad \underline{U}_{VY} = \underline{U}_{ST} \quad \underline{U}_{WZ} = \underline{U}_{TR}$$

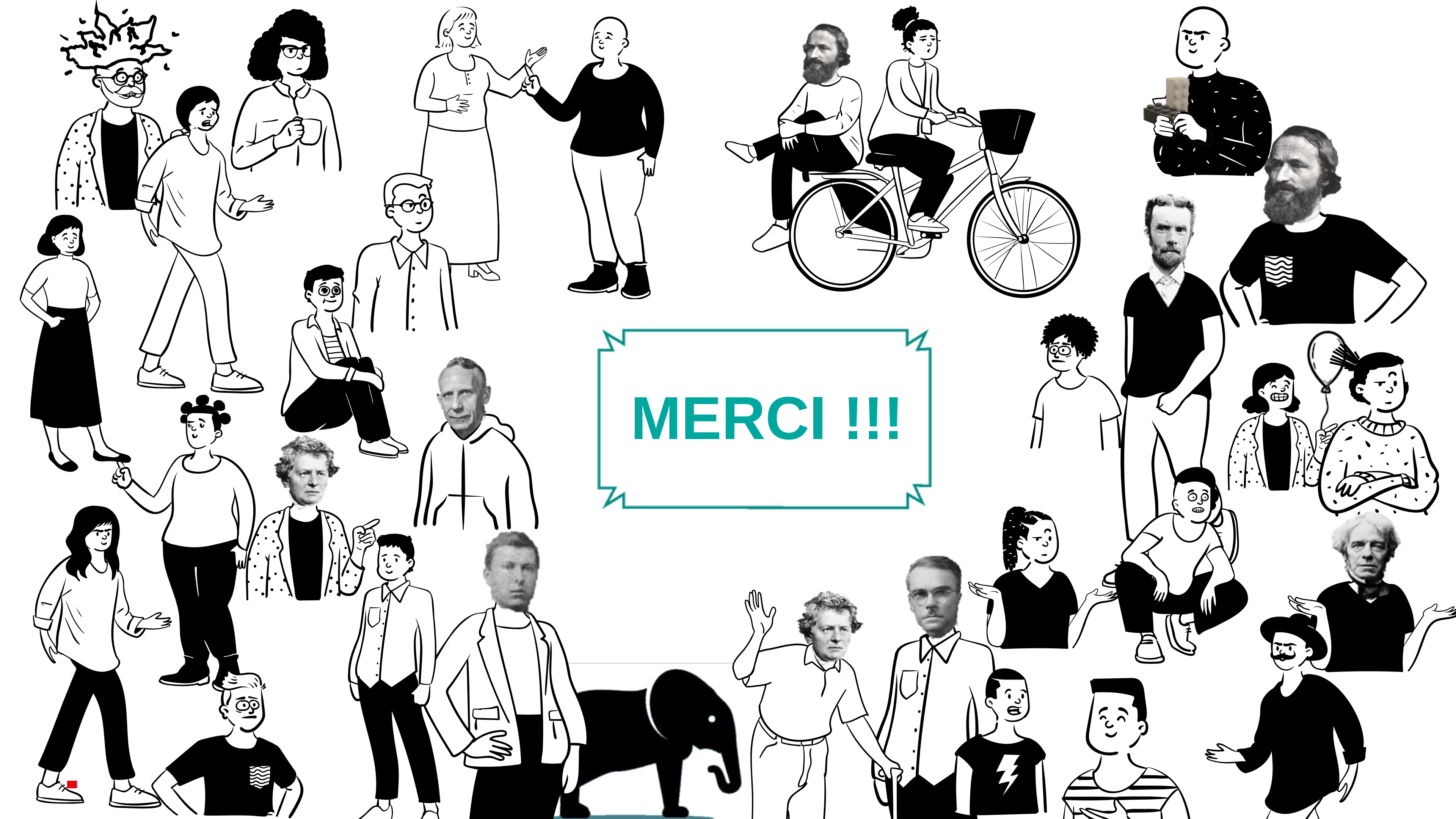
Conversion triangle - étoile

Le passage d’un montage en ***triangle*** à celui en ***étoile*** d’une charge d’impédances est utilisé pour :

- Obtenir une réduction momentanée de la puissance.

  Technique largement utilisée pour le démarrage de moteurs asynchrones

- Permettre l’adaptation à un réseau ayant une tension plus élevée.


MERCI !!!

Merci pour votre attention

R. Dufy, « La fée électricité »
Musée d'art moderne, Paris

C. Laffargue