

# Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Beulen von dünnen Scheiben aus UHPFRC unter Druckbeanspruchung

Ultrahochfester faserbewehrter Beton (UHPFRC) ermöglicht das Bauen mit äußerst dünnwandigen Elementen, die sowohl in der Architektur als auch im Konstruktiven Ingenieurbau viele Vorteile mit sich bringen. Die Schlankheit derartiger Bauteile übersteigt den gewohnten Bereich. Dies führt zu stark erhöhter Beulgefahr, weshalb neue Bemessungsregeln erarbeitet werden müssen. Der hier vorgestellte Beitrag zielt darauf ab, die grundsätzlichen Zusammenhänge im Tragverhalten von dünnwandigen UHPFRC-Scheiben unter Druckbeanspruchung systematisch darzustellen, um eine Grundlage für die Ableitung geeigneter Ansätze für Berechnungsmodelle zu erhalten. Im Mittelpunkt der Arbeit stehen umfangreiche, experimentelle Untersuchungen, die einen großen Schlankheitsbereich abdecken. Um verlässliche Traglastergebnisse zu bekommen, wird eine spezielle Regelungstechnik entwickelt, mit der das an sich plötzlich eintretende Stabilitätsversagen so langsam abläuft, dass es sowohl messtechnisch als auch visuell über die Traglast hinaus erfasst werden kann. Für die Erleichterung der Auswertung und der Ergebnisinterpretation werden die Versuche mit detaillierten FE-Simulationen untermauert und ergänzt.

## Experimental and Numerical Investigation on Compressive Buckling of Thin Panels Made of UHPFRC

*Fibre reinforced ultra high performance concrete allows for thin-walled construction elements which provide aesthetic as well as structural advantages. Compared to conventional reinforced concrete walls the slenderness of such plates will grow significantly and as a consequence the buckling failure will become more relevant. Thus, new rules for its structural design have to be developed. This paper aims at the fundamental understanding of the load carrying behaviour of thin-walled UHPFRC panels under compression in order to show adequate ways for deriving calculation models. The main item of the work are buckling experiments covering a wide range of slenderness. The test setup as well as the loading control are designed in a way that abrupt collapse is avoided, which leads to absolutely reliable results of the ultimate load. Extensive and sophisticated numerical investigation complete the measurements and makes interpretation easier.*

## 1 Einleitung

Die mechanischen Eigenschaften von ultrahochfestem Beton haben sich von jenen des Normalbetons so weit entfernt, dass bei der Bemessung von Tragstrukturen aus UHPC aufgrund ihrer neuen, materialgerechten Formen und Abmessungen auch neue Versagensmechanismen zu-

grunde gelegt werden müssen, vor allem dann, wenn es sich um faserbewehrten UHPC handelt. Spezielle Aufmerksamkeit der entwerfenden Ingenieure erfordert die Dünnwandigkeit solcher Konstruktionen. Einerseits ergeben sich neue Randbedingungen für die Bewehrungsführung, die manchmal sogar den völligen Verzicht auf herkömmliche, schlaffe Bewehrung erfordern, und andererseits gewinnen klassische Stahlbauversagensszenarien, wie das Stabilitätsversagen von Scheiben oder Kerbspannungen in Kanten, an Bedeutung. Im vom Austrian Science Fund geförderten Projekt „UHPC-Panels“ (L280-N07) werden die notwendigen Grundlagen zu dieser Thematik erforscht. Gedanklicher Ausgangspunkt der Untersuchungen sind dünnwandige Brückenquerschnitte, wo sowohl die Bodenplatte im Stützbereich als auch die Stege nicht nach bestehenden Vorschriften bemessen werden können. Das Forschungsprogramm dieses Projekts gliedert sich in drei Teile: Schub, Normalkraft-Beulen und Schub-Beulen. In der hier präsentierten Veröffentlichung werden die aktuellen Ergebnisse zum Normalkraft-Beulen abgehandelt.

Das übergeordnete Ziel ist es, das Last-Verformungsverhalten von stabilitätsgefährdeten Scheiben aus UHPFRC verstehen zu lernen. Besonderes Interesse gilt den Versagensmechanismen und -ursachen. Um die experimentell gewonnenen Erkenntnisse auf beliebige Belastungen und Lagerungsbedingungen übertragen zu können, bedarf es verlässlicher numerischer Simulationen. Deshalb soll in dieser Arbeit auch die Tauglichkeit bestehender FE-Software für ein realitätsnahes Bild der gegenständlichen Phänomene geprüft werden.

## 2 Theoretische Grundlagen – Stand der Technik

Unter Beulen versteht man eine vor dem Materialversagen eintretende Versagensart von plattenartigen Strukturen, die hauptsächlich in ihrer Ebene auf Druck und/oder Schub belastet werden. Unter idealisierten Voraussetzungen, sprich linear-elastischem Material und perfekt planer Geometrie, existiert ein bestimmter Belastungslevel, bis zu dem Auslenkungen in Querrichtung die Stabilität der Scheibe nicht gefährden, weil die durch die Auslenkung und die damit verbundene Verkrümmung entstehenden rücktreibenden Kräfte größer sind als die auslenkenden Kräfte selbst. Es liegt ein stabiler Gleichgewichtszustand vor. Jene Belastung, bei der der stabile in einen labilen

Gleichgewichtszustand übergeht, wird als kritische Beulast oder Verzweigungslast bezeichnet und lässt sich mit Hilfe der Theorie II. Ordnung rechnerisch ermitteln [1]. Entspräche die Theorie II. Ordnung der Wirklichkeit, wäre die Verzweigungslast in jedem Fall eine obere Belastbarkeitsgrenze, weil nach Überschreiten derselben schon die kleinste seitliche Auslenkung oder Imperfektion zum Kollaps führen würde. Im Falle von knickenden Stäben entspricht das auch der Realität. Im Unterschied dazu kann die Verzweigungslast von Scheiben, deren Ränder gehalten sind, in Wirklichkeit überschritten werden, ohne dabei zu versagen. Man spricht von überkritischen Tragreserven. Durch das Auftreten großer Verformungen verlagern sich die Druckspannungen von den ausgebeulten Bereichen zu den gehaltenen Rändern hin, und entstehende Membranzugspannungen stabilisieren die Beule. Bei zunehmender Belastung verändert sich nicht nur das Ausmaß sondern auch die Form der Beule. Solche geometrischen Nichtlinearitäten können mit der Theorie II. Ordnung nicht mehr abgebildet werden. Die Verzweigungslast ändert sich dadurch aber nicht [1]. Bezieht man schließlich auch die materiellen Nichtlinearitäten in die Überlegungen mit ein, spricht man von Traglasttheorien. Bild 1 veranschaulicht die Ausnutzung überkritischer Tragreserven im Stahlbau [2]. Mit zunehmender Schlankheit ( $\bar{\lambda}_p$ ) liegen die Traglasten nach *Winter* und *Kármán* immer deutlicher über der Verzweigungslast nach *Euler*.

Im klassischen Stahlbetonbau beschränkte sich die Gefahr eines Beulversagens im Großen und Ganzen auf schlanke Wände. Die meisten wissenschaftlichen Untersuchungen dazu stammen aus den 1970er-Jahren [3 bis 6], als sich die Betondruckfestigkeit nach oben entwickelte und dadurch geringere Wandstärken möglich wurden. Das vordergründige Ziel war es, die nichtlinearen Materialeigenschaften mittels geeigneter Näherungen in der Berechnung der kritischen Traglasten so zu berücksichtigen, dass mit den damals vorhandenen Kapazitäten der EDV ausreichend genaue Lösungen zu erzielen waren. Heute ist es wieder eine Steigerung der Druckfestigkeit, die wissenschaftliche Untersuchungen notwendig macht. Aufgrund der nahezu unbegrenzten Leistungsfähigkeit der heutigen Computer verschiebt sich der Fokus von mathematisch einfachen Näherungen hin zur wirklichkeitsna-

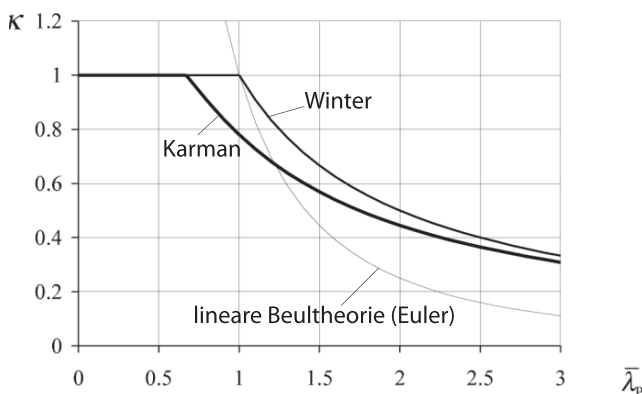


Bild 1. Vergleich der Winter- und Kármán-Kurven mit der Eulerhyperbel [2]

Fig. 1. Comparison between curves according to Winter and Kármán and the hyperbola of Euler [2]

hen Erfassung der veränderten Werkstoffeigenschaften im Zug- und Druckbereich.

### 3 Methodik – Untersuchungsprogramm

Analog zum eindimensionalen Grundfall des beidseitig gelenkig gelagerten Knickstabes kann die rundum gelenkig gelagerte, quadratische Scheibe als Grundfall des Beulens betrachtet werden. Experimente an solch einfachen Grundfällen haben den Vorteil, dass in Hinblick auf abzuleitende Rechenmodelle auch analytische Lösungen den Versuchsergebnissen gegenübergestellt werden können. Da in diesem zweidimensionalen Grundfall die Realisierung der gelenkigen Lagerung jedoch sehr aufwendig ist, wird mittels FE-Analyse ein Ersatzsystem, analog zum beidseitig eingespannten Stab mit doppelter Länge, gesucht.

Um das Last-Beul-Verformungsverhalten des Grundfalles näherungsweise im Versuch abzubilden, werden die Höhe entsprechend vergrößert und die belasteten Ränder (oben und unten) verdrehungsbehindert gelagert. Die vertikalen Ränder werden durch die Anordnung dünner Flansche gegen horizontale Verschiebungen aus der Ebene gehalten (Bild 2). Verdrehungen können sich entsprechend der Torsionssteifigkeit der Flansche einstellen. Es ergeben sich folgende geometrische Verhältnisse zwischen dem Ausgangs- und dem Ersatzsystem:

$$b = 1,35 \cdot d \quad a = 1,6 \cdot b \quad h = b/5$$

Bild 3 verdeutlicht die Übereinstimmung des Tragverhaltens beider Fälle. Die dargestellten Normalkräfte (Ordinate) entsprechen der Gesamtbelastung im Falle des Aus-

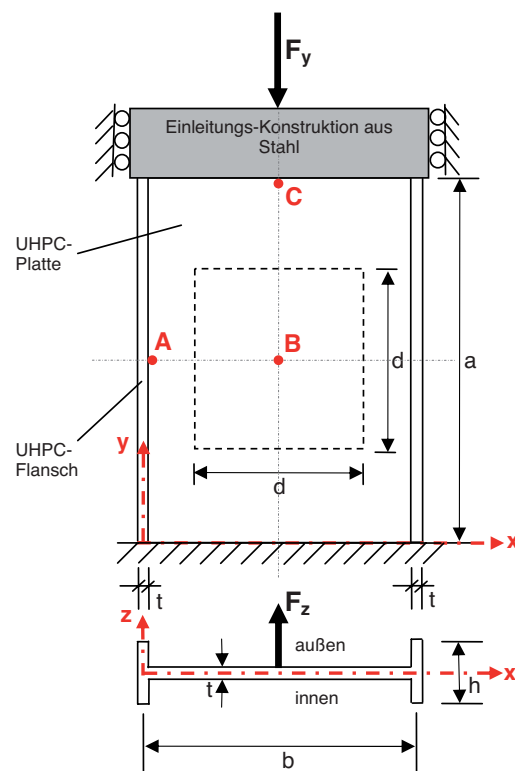


Bild 2. Versuchskonfiguration  
Fig. 2. Test setup

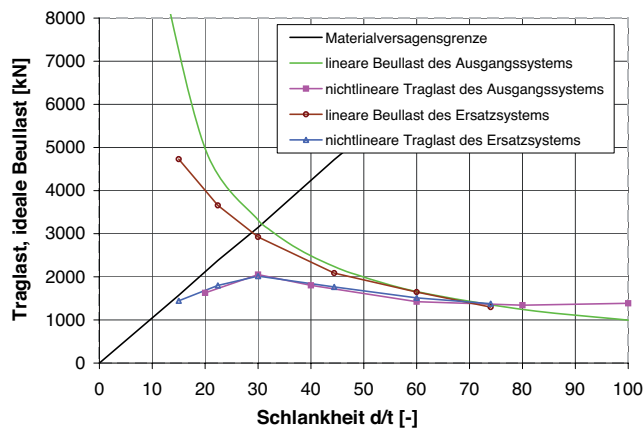


Bild 3. Berechnete Traglasten und ideale Beullasten am Ausgangs- und Ersatzsystem

Fig. 3. Ultimate loads and bifurcation loads calculated from the basic system as well as from the equivalent system

gangssystem und dem Integral der vertikalen Normalspannungen im Schnitt auf halber Höhe über die Breite  $d$  im Ersatzsystem. Um die gewünschten Erkenntnisse zu erlangen, muss das Versuchsprogramm eine repräsentative Variation der Schlankheit (Abszisse) abdecken.

Wie aus der Übersicht in Tabelle 1 hervorgeht, werden fünf unterschiedliche Schlankheiten für die experimentellen Untersuchungen gewählt. Die Schlankheit wird bei konstanter Dicke durch Variation der Scheibengröße variiert. So soll sichergestellt werden, dass die Faserorientierung, die von der Dicke stark beeinflusst wird, in allen Versuchskörpern annähernd gleich ist.

## 4 Versuche

### 4.1 Herstellung der Probekörper

Die Versuchskörper werden aus Ductal®, einem Fertigprodukt der Lafarge-Gruppe, hergestellt. Dieses wird in einem

R09T Intensivmischer gemischt. Die Konsistenz wird so weich gewählt, dass sich die Stahlfasern gerade nicht absetzen, die Mischung aber möglichst selbstentluffend ist. Die wichtigsten Eigenschaften sind in Tabelle 2 zusammengefasst. Der Formenbau für die im Grundriss als I-Querschnitt ausgeführten Versuchskörper wird mit herkömmlichen Schalelementen bewerkstelligt. Die einspringenden Kanten werden stark ausgerundet, um einerseits Störungen in der Faserverteilung und -orientierung und andererseits Kerbspannungen zu vermeiden (Bild 4).

Aufgrund der sehr fließfähigen Konsistenz der Mischung bewirkt der Betonierdruck Verformungen der Schalung und folglich Wandstärkenabweichungen der Probekörper, die angesichts der geringen Soll-Wandstärke in den weiteren Überlegungen nicht vernachlässigt werden können. Aus diesem Grund wird die tatsächliche Wandstärkenverteilung über die ganze Scheibe messtechnisch erfasst und bei der numerischen Simulation jedes einzelnen Versuchs berücksichtigt.

### 4.2 Versuchs- und Messaufbau

Die experimentelle Umsetzung von „Stabilitäts-Versuchen“ stellt eine besondere Herausforderung dar. Die Zielsetzung in diesem Fall ist es, eine planmäßige Vorverformung (Imperfektion) einerseits so gering auszubilden, dass sich das Lastniveau der Verzweigungslast in einer Last-Verformungskurve deutlich abbildet, aber andererseits so groß zu wählen, dass die Richtung der Beule vorweg bekannt ist, um die messtechnische Ausrüstung nicht zu gefährden. Darüber hinaus soll das in natura plötzlich auftretende Ereignis des Versagens im Versuch ein verfolgbare Prozess sein, der über die Höchstlast hinausreicht.

FE-Simulationen (Bild 5) für die Versuchsvorbereitung zeigen, dass eine 1 mm große Vorverformung in der Form der 1. Eigenform diesen Anforderungen gerecht wird. Da es undenkbar ist, einen Versuchskörper mit dieser Geometrie plangemäß herzustellen, wird im Versuch

Tabelle 1. Dimensionen der Versuchskörper

Table 1. Dimensions of the specimens

Serienbezeichnung	Anzahl der Versuchskörper	b [cm]	a [cm]	t [cm]	h [cm]	d [cm]	Schlankheit $d/t$ [-]
50	3	50	80	2,5	10	37	15
75	3	75	120	2,5	15	56	22
100	3	100	160	2,5	20	74	30
150	2	150	240	2,5	30	111	44
200	3	200	320	2,5	40	148	60

Tabelle 2. Materialeigenschaften des UHPFRC

Table 2. Material properties of the UHPC in use

Druckfestigkeit (10 cm Würfel) [kN/cm <sup>2</sup> ]	Matrixzugfestigkeit (5 cm Bohrkern) [kN/cm <sup>2</sup> ]	Nachrisszugfestigkeit (5 cm Bohrkern) [kN/cm <sup>2</sup> ]	E-Modul (4/4/16 Prisma) [kN/cm <sup>2</sup> ]	Querdehnzahl [-]	Fasergehalt [Vol.-%]
17,8 bis 20,7	0,91	1,1 bis 1,23	5.300 bis 6.000	0,15	2,0



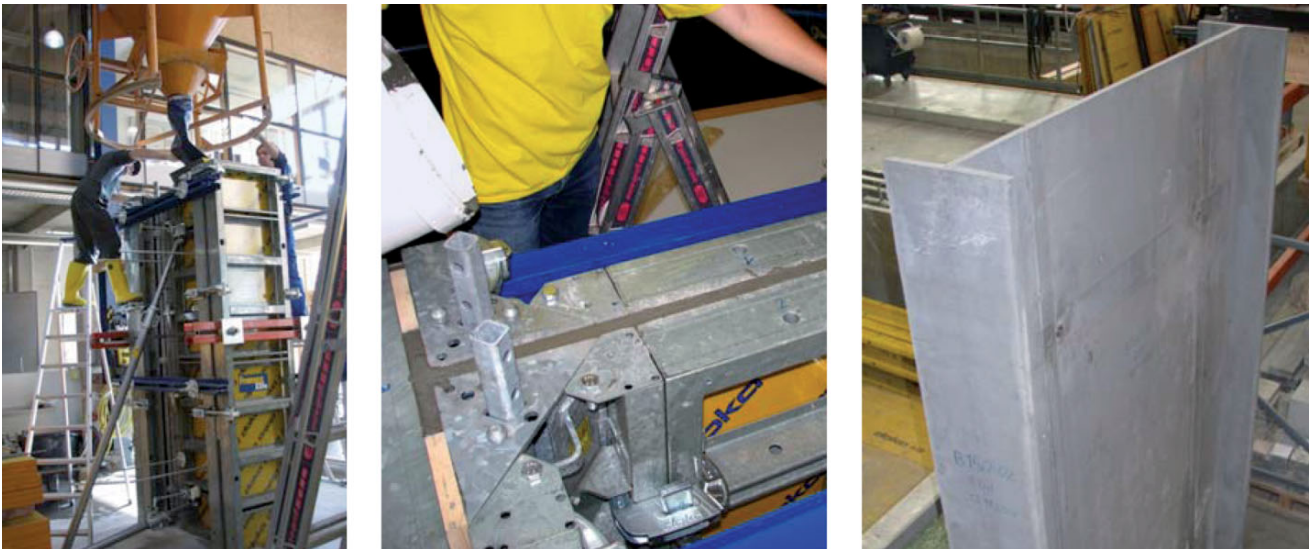


Bild 4. Herstellung der Probekörper

Fig. 4. Fabrication of the specimens

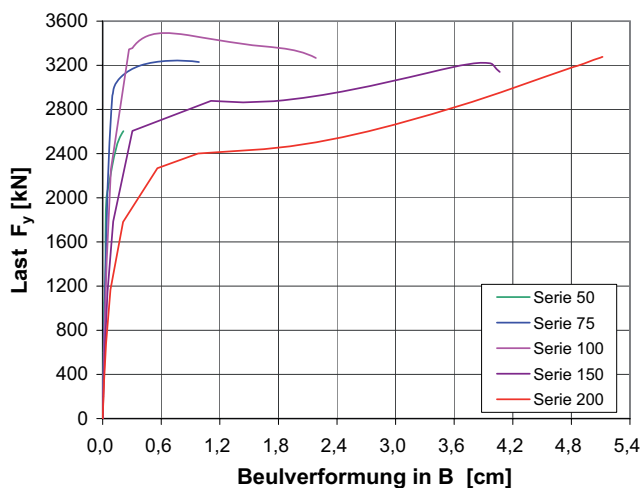


Bild 5. Last-Beul-Verformungskurven aus FE-Simulationen

Fig. 5. Load-buckle behaviour from FE simulations

eine vereinfachte, nahezu gleichwertige Lösung mittels einer Auslenkungskraft gewählt. Die Größe der Auslenkungskraft  $F_z$  (Bild 6) wird so festgelegt, dass sich die gewünschte Vorverformung der Scheibe einstellt. Da diese Vorverformung im Gegensatz zu einer echten Imperfektion ein elastisch verformter Zustand ist, muss die Auslenkungskraft über die gesamte Dauer des Versuches erhalten bleiben. Dies wird versuchstechnisch dadurch erreicht, dass die Horizontalkraft  $F_z$  durch Umlenkung der Gewichtskraft eines Stahlteils mittels Seil und Rolle realisiert wird. Die Tauglichkeit dieser Methode wird wiederum mittels numerischer Simulation unter Berücksichtigung der Rissbildung verifiziert.

Für eine über den gesamten Querschnitt gleichmäßig verteilte Einleitung der vertikalen Druckkraft sorgt eine 1 m hohe, mechanisch gefertigte Lastverteilkonstruktion aus Stahl, die starr mit dem Prüfzylinder verbunden ist.

Maßtoleranzen zwischen dem Prüfkörper und der Einleitungskonstruktion werden mittels ultrahochfestem Schnellmörtel (24 Stunden Aushärtezeit) ausgeglichen. Dieser nicht faserbewehrte Mörtel muss allerdings auch im erhärteten Zustand am seitlichen Austreten aus der Fuge gehindert werden, was die in Bild 6 ersichtlichen, durchgeschraubten Stahlbleche (Einleitungsmanschetten) übernehmen.

Der Versuchsablauf gliedert sich in drei Phasen. In der ersten wird eine geringe Normalkraft ( $F_y = 300$  kN) aufgebracht, um in den Lasteinleitungsfugen ausreichend Reibung zu aktivieren, sodass die Auslenkungskraft  $F_z$  aufgenommen werden kann. Danach (Phase 2) wird die gewünschte Auslenkung durch Aufbringen von  $F_z$  erzeugt und die endgültige Belastung  $F_y$  aufgebracht (Phase 3). Trotz sorgfältigen Einbaus unter Rücksichtnahme auf die gemessenen geringen Vorkrümmungen der Probekörper ergibt sich fallweise eine Umkehrung der Beulrichtung. In diesen Fällen wird das Prozedere in Phase 3 abgebrochen, entlastet und nach Erhöhung der Auslenkung wiederholt. Diese Vorgehensweise zeigt einerseits keine erkennbare Beeinflussung der Ergebnisse und wird andererseits in den zugehörigen FE-Berechnungen berücksichtigt.

Ein Stabilitätsversuch mit einer, wie in Bild 5 dargestellt, annähernd bilinearen Last-Verformungscharakteristik kann weder über die Kraft noch über den Maschinenweg geregelt werden. Es käme immer im Bereich der Verzweigungslast zu einem schlagartigen Versagen. Der anfänglich nahezu senkrechte Anstieg der Belastungs-Beul-Verformungskurve lässt auch eine Regelung über die Beul-Verformung nicht zu. Die Lösung wird in der Kombination der senkrechten und waagrechten Weggrößen gefunden. Als Regelgröße für die Ansteuerung des servohydraulischen Prüfzylinders wird die Summe aus dem Maschinenweg  $u_z$  und der horizontalen Verformung  $u_y$  gewählt und mit einer Belastungsrate von  $d(u_z + u_y)/dt = 5 \mu\text{m/s}$  angewendet. Mit dieser Methode kann auf die totale Zerstörung der Versuchskörper verzichtet werden, und die Messaufnehmer können gefahrlos über das Erreichen der Höchstlast hinaus in Betrieb bleiben. Es werden

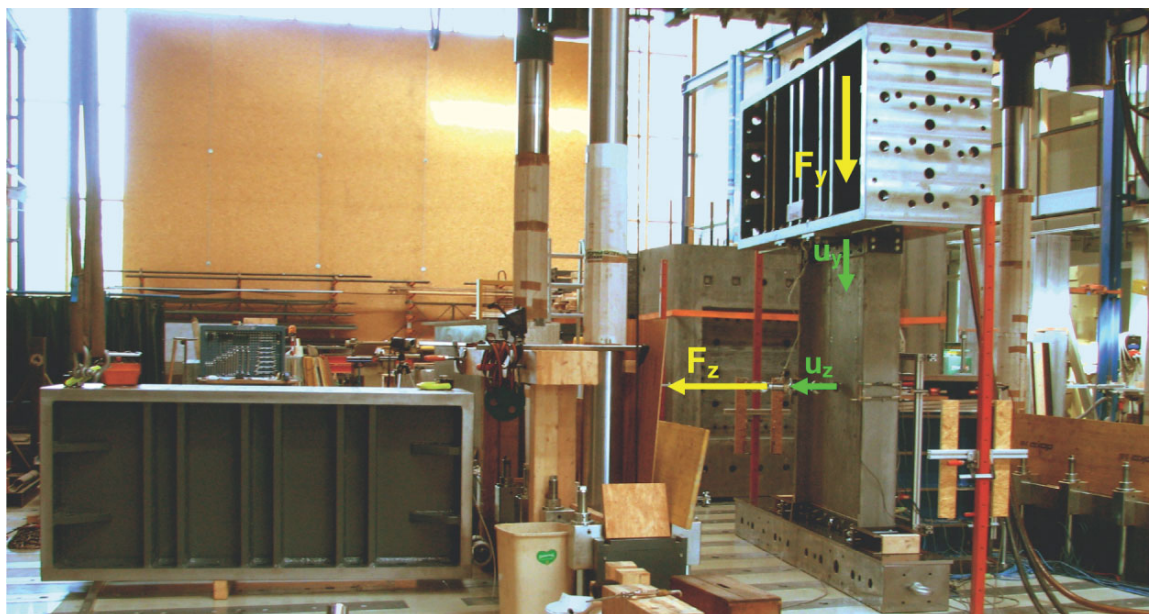


Bild 6. Versuchsaufbau

Fig. 6. Experimental arrangement

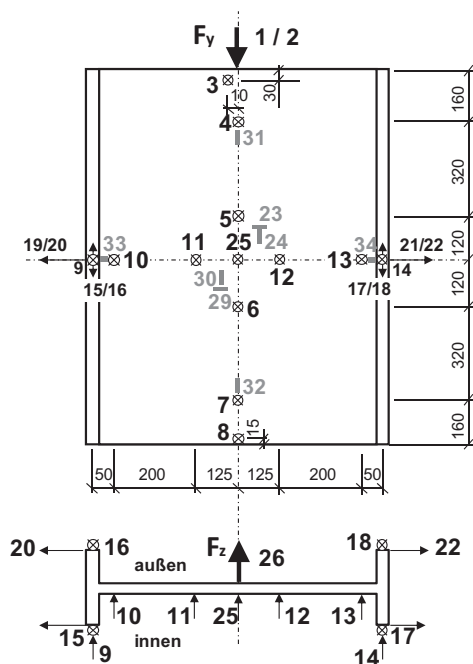


Bild 7. Messanordnung

Fig. 7. Measuring setup

Messstelle	Beschreibung	Aufnehmer	Messgröße
1	Belastung $F_y$	KMD RF4000 (GTM)	Kraft [kN]
26	Auslenkungskraft $F_z$	U2B (HBM)	Kraft [kN]
2	Maschinenweg	Temposonics R (MTS)	Weg [mm]
25	Auslenkung $u_z$	Temposonics R (MTS)	Weg [mm]
3, 4, 5, 6, 7, 8, 25	vertikale Biegelinie	WA induktiv (HBM)	Weg [mm]
9, 10, 11, 12, 13, 14, 25	horizontale Biegelinie	WA induktiv (HBM)	Weg [mm]
23, 29, 33, 34	horizontale Dehnungen der Platte, innen	DMS (HBM)	Dehnung [%]
24, 30, 31, 32	vertikale Dehnungen der Platte, innen	DMS (HBM)	Dehnung [%]
15, 16, 17, 18	vertikale Dehnungen der Flansche	DD1 (HBM)	Dehnung [%]
19, 20, 21, 22	Verschiebung der Flansche	WA induktiv (HBM)	Weg [mm]

die Dehnungen und Verformungen an den wichtigsten Stellen entsprechend Bild 7 gemessen.

## 5 Numerische Simulation

Als Finite-Elemente-Software dient in der vorliegenden Arbeit das Programm Abaqus Version 6.6.1.

### 5.1 Modellierung der Versuche

Die Modellierung der Versuche erfolgt mit achtknotigen 3D-Scheibenelementen (S8R5) und reduzierter Integra-

tion über vier Integrationspunkte. Um Modellunsicherheiten auszuschließen, werden auch die stählerne Lasteinleitungskonstruktion und die Stahl-Manschetten im Modell berücksichtigt. Jene FE-Modelle, die für den Entwurf der Versuchskörper und des Versuchsaufbaus verwendet wurden, beinhalten eine Imperfektion gemäß ihrer ersten Eigenform mit einem Maximalwert von 1 mm. In den Modellen, die den Versuch bestmöglich wiedergeben sollen, wird die jeweils im Versuch aufgebrachte Auslenkungskraft als solche auch am Modell angesetzt. Tatsächliche Abweichungen der Probekörper von der idealen Ebene bleiben im Modell unberücksichtigt, während die herstel-

lungsbedingten Variationen der Wandstärken auch auf das Modell übertragen werden.

## 5.2 Modellierung des Materials

Für die Modellierung des Materials wird ein in Abaqus zur Verfügung gestelltes Modell verwendet, bei dem sowohl die Zug- als auch die Druckarbeitslinie für einaxiale Beanspruchung als Polygon im Spannungs-Dehnungs-Raum angegeben werden kann. Die Form der Druckarbeitslinie für das verwendete Material Ductal® wird eigenen Vorarbeiten entnommen [9] und mittels Druckversuchen an Würfeln (Kantenlänge 10 cm) sowie E-Modul-Prüfungen an Prismen (4/4/16 cm) entsprechend den Vorgaben in [10] an die vorhandenen Gegebenheiten angepasst. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Zugseite wird durch numerische Nachrechnung von 4-Punkt-Biegeversuchen an 5 cm dicken Plattenstreifen aus demselben Material iterativ ermittelt.

Das biaxiale Risskriterium wird in Abaqus durch einen Verlauf nach Lubliner [7], ergänzt durch Änderungen von Lee und Fenves [8], beschrieben. Für UHPFRC gibt es zwar erste experimentelle Untersuchungen im Zug-Druck-Bereich [10], eine Versagenskurve lässt sich daraus aber nicht ableiten, da von der im Experiment aufgetragenen Zugbeanspruchung nur die Dehnung bekannt ist. Aus diesem Grund werden mit Ausnahme der Berechnung der Serie 200 (siehe auch Abschn. 6.5) die im Programm für Normalbeton vorgeschlagenen Werte verwendet. Für den Druck-Druck-Bereich wird auf Angaben für UHPFRC in [12] zurückgegriffen. Bild 8 zeigt die komplette Materialbeschreibung in den FE-Berechnungen.

## 6 Ergebnisse und Erkenntnisse

Die Ergebnisse der messtechnischen Erfassung der horizontalen und vertikalen Biegelinien bringen in erster Linie Aufschlüsse über die prinzipielle Qualität der numerischen Simulationen. Aufgrund umfangreicher Vergleiche zwischen den Simulationen und den Versuchen in [13] sind die FE-Ergebnisse generell als sehr verlässlich einzustufen und können als vollwertige Ergänzung der Versuchsergebnisse zur Interpretation herangezogen werden. Auf ausgedehnte Darstellungen der Übereinstimmung zwischen FE-Berechnung und Versuch wird hier verzichtet. Für ein gutes Verständnis der nun folgenden Erläuterungen sei nochmals auf Bild 2 verwiesen, in dem sowohl Koordinatenachsen als auch drei relevante Punkte A, B und C definiert werden.

Wie schon in Abschn. 2 beschrieben, wirken dem Ausbeulen einerseits der Biege Widerstand der Platte und andererseits die bei großen Verformungen auftretenden Zugmembranspannungen entgegen. Vereinfachend kann man sich ein in Punkt B gekoppeltes System, bestehend aus einem vertikalen Tragsystem (beidseits eingespannter Knickstab) und einem horizontalen Tragsystem (elastisch eingespannter Plattenstreifen), vorstellen. Dieses gekoppelte System wird nicht modelliert; es dient ausschließlich der Vereinfachung der nun folgenden verbalen Beschreibung des Beulverhaltens. Die Beschreibung, die vor allem den Einfluss der nichtlinearen Eigenschaften von UHPFRC und des lokalen Querschnittswiderstands auf die Traglast beleuchten soll, baut auf Interaktionsdiagrammen auf, deren Darstellungsweise vorab kurz erklärt wird. Sie zeigen die Entwicklung der inneren Normalkräfte ( $\mathbf{n}_x$ ,

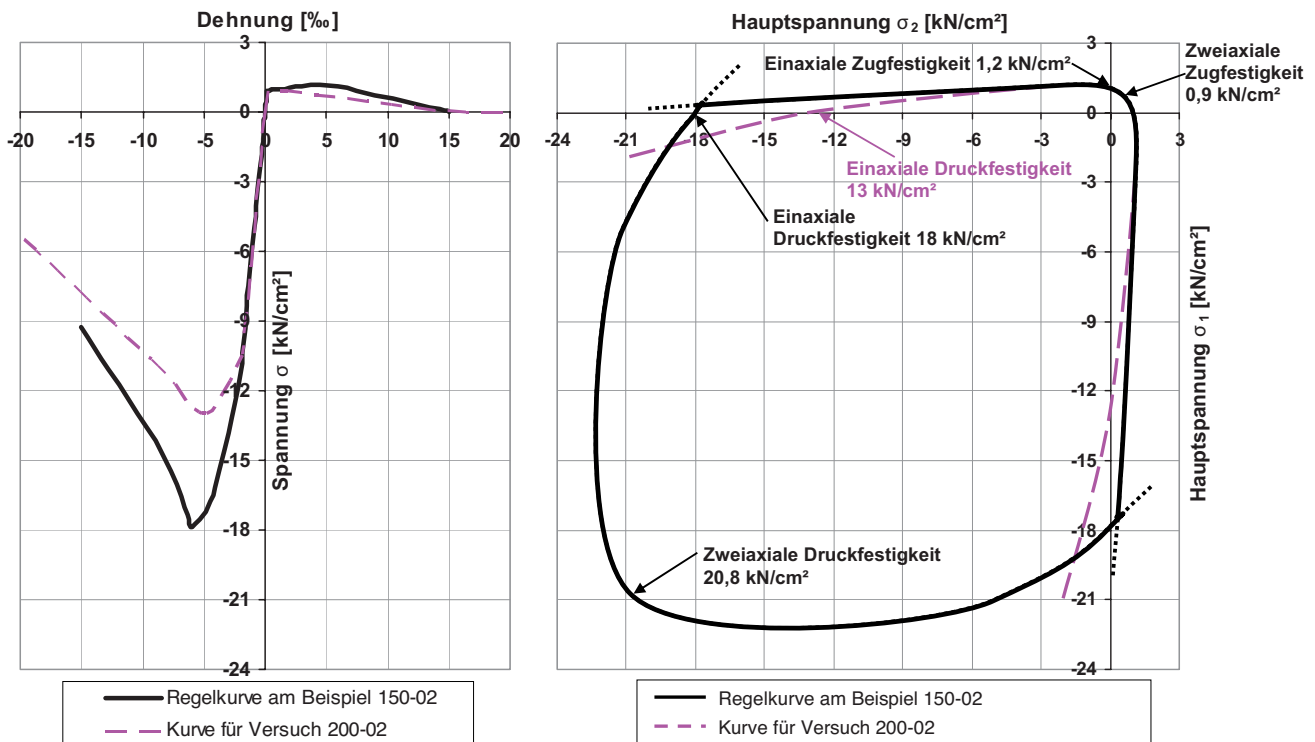


Bild 8. Einaxiale Stoffgesetze und biaxiale Riss- bzw. Versagenskriterien

Fig. 8. Uniaxial material laws and biaxial criteria for both crack detection and failure



$n_y$ ) und Biegemomente ( $m_{yx}$ ,  $m_{xy}$ ) in den (auch für die gedachten Teilsysteme) relevanten Punkten der Platte (A, B, C). Um die inneren Kraftgrößen auf anschauliche Art und Weise der symmetrischen Querschnittstragfähigkeit ( $m$ ,  $n$ ) gegenüberstellen zu können, werden die Biegemomente vorzugsweise als Absolutwert (positives Vorzeichen) eingetragen. Der Zusammenhang der einzelnen Beanspruchungslinien untereinander wird durch Markierung einzelner „Zeitpunkte“ des Versuches hergestellt. Diese Zeitpunkte werden rechts in einem Last-Beul-Verformungsdiagramm definiert und sind fortlaufend nummeriert. Als Beul-Verformung wird hier die gesamte Durchbiegung des Versuchskörpers im Punkt B bezeichnet. Die Versagenskurve (Querschnittstragfähigkeit) wird in erster Linie unter Verwendung von Arbeitslinien für einaxiale Belastungen per Handrechnung bestimmt. Aufgrund der tatsächlich aber zweiaxialen Spannungszustände in der Scheibe ist die Versagenskurve veränderlich in Abhängigkeit von der jeweils vorhandenen Quernormalspannung. Zur besseren Veranschaulichung einzelner Punkte des Versagens werden zusätzliche Versagenskurven für ausgewählte, im Versuch relevante Querspannungen dargestellt. Jene Schnittkraftkombinationen, die zur Rissbildung führen, werden durch eine Gerade im  $n$ - $m$ -Diagramm dargestellt. Alle Diagramme enthalten zusätzlich die Schnittkraftentwicklung aus der materiell linearen aber geometrisch nichtlinearen Lösung an denselben Stellen. Dadurch lassen sich die Einflüsse der Nichtlinearität des Materials gut von den geometrischen Nichtlinearitäten (große Verformungen) trennen.

### 6.1 Schlankheit 15, Serie 50

Aus Bild 9 rechts geht hervor, dass sich die materiell nichtlineare Lösung erst zum Zeitpunkt 3 deutlich von der linearen Lösung trennt. Dies ist jener Zeitpunkt, zu dem das horizontale System in Plattenmitte schon an seiner

Querschnittstragfähigkeit angelangt ist (Bild 9: die orange Beanspruchungskurve nähert sich der blauen Versagenskurve des Querschnitts). Es verliert dadurch viel von seiner Steifigkeit, was zur verstärkten Ausbeulung führt (Bild 9 rechts). Die verstärkte Ausbeulung bewirkt aber nur einen sehr geringen zusätzlichen Momentenzuwachs im vertikalen System in Punkt B (vergleiche durchgezogene mit strichpunktierter lila Kurve in Bild 9), wo das Versagen letztendlich eintritt. Der Einfluss des Steifigkeitsverlustes auf die Traglast ist dementsprechend gering. Da bei dieser Serie die im Versuch tatsächlich aufgetragene Vorauslenkung in der FE-Simulation nicht genau abgebildet wurde, haben die numerischen Traglastberechnungen entsprechend verminderte Aussagekraft. Unabhängig davon ist die Versagensform sehr klar. Es handelt sich um ein Druckversagen mit leichter Biegung.

### 6.2 Schlankheit 22, Serie 75

Die Serie 75 zeigt, dass mit zunehmender Schlankheit die Bedeutung der Einspannstelle des horizontalen Systems (A) zunimmt. Während die Plattenmitte bereits durch das planmäßige Auslenken stark gerissen bzw. nahe der Querschnittstragfähigkeit ist, bleibt die Einspannstelle vorerst ungerissen. Von Zeitpunkt 1 bis 3 nimmt die Beul-Verformung nur wenig zu und unterscheidet sich von der linearen Lösung nur unwesentlich. In dieser Phase nehmen die Biegemomente in der Einspannstelle (A) stetig zu, bis es zwischen 3 und 4 zur Rissbildung kommt (Schnittpunkt zwischen der grünen Linie und der Rissbildungsgeraden in Bild 10). Ebenfalls zum Zeitpunkt 3 wird in Plattenmitte (B) die horizontale Querschnittstragfähigkeit erreicht. Beides gemeinsam führt zum progressiven Ausbeulen zwischen 3 und 4. Im Gegensatz zu den aus der materiell linearen Lösung bekannten Membranzugspannungen bauen sich im horizontalen System in der Mitte (B) nach Erreichen der Querschnittstragfähigkeit allmählich Druck-

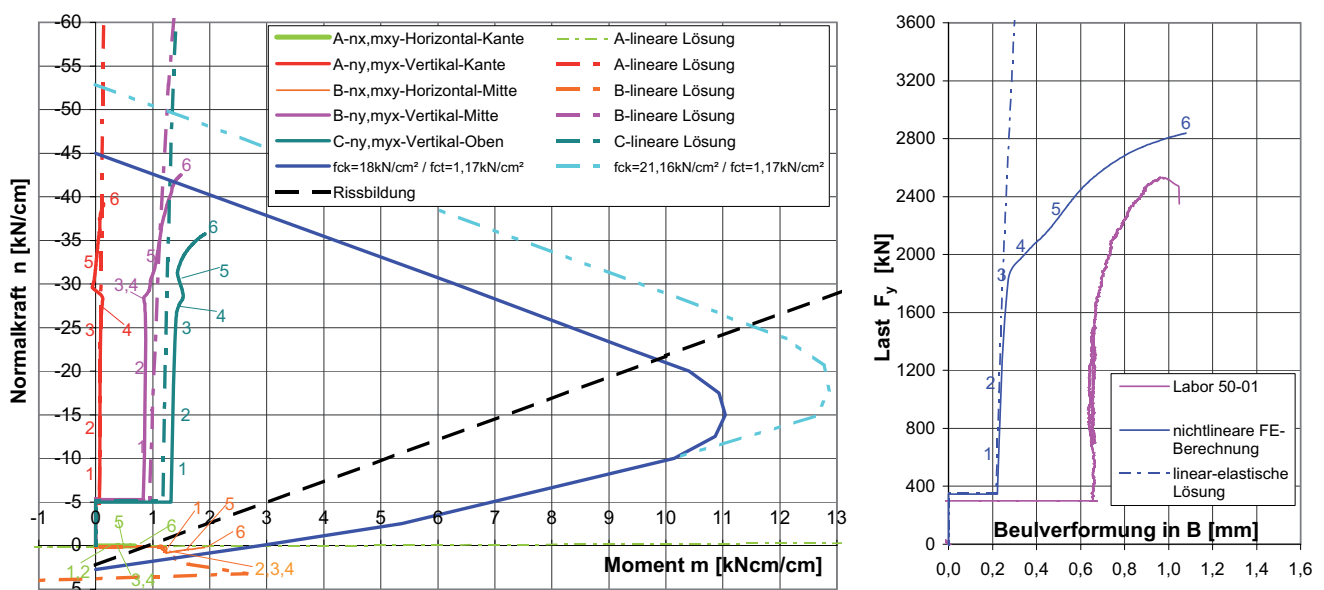


Bild 9. Schnittkraftentwicklung und Last-Beul-Verformungskurve des Versuchs 50-01  
Fig. 9. Development of section forces and load buckle curves of the experiment 50-01

kräfte auf. Diese stellen sich durch die fortschreitende Verkrümmung (zunehmende Beul-Verformung) aber gleichzeitig abnehmenden Zugspannungen am Biegezugrand (Entfestigungsast) ein. Sie wirken destabilisierend.

Das endgültige Versagen tritt sowohl im FE-Modell als auch im Versuch bei Erreichen des vertikalen Querschnittstragvermögens in Plattenmitte ein. Aus der FE-Simulation ergibt sich ein Bruchspannungszustand im Bereich der maximalen Druckfestigkeit im Druck-Druck-Bereich. Da sich die Last im Versuch nach dem Zeitpunkt 3 nicht mehr wesentlich steigern lässt, sind die Druckfestigkeiten der Versuchskörper offensichtlich deutlich geringer als jene der begleitenden Prüfkörper. Im Versuch wird ein klassischer Druckbruch mit typischem Schubversagen schräg aus der Ebene beobachtet. Diese Versagensform wird durch die aufgrund der geringen Wandstärke bevorzugt in Scheibenebene orientierten Fasern stark begünstigt. Bei den Würfeln für die Druckfestigkeitsprüfung beschränkt sich dieser schwächende Faserorientierungszustand auf die Randzonen, womit die deutlich höheren Festigkeiten erklärt werden können. Abschließend wird festgehalten, dass sich der Last-Verschiebungspfad der FE-Berechnung (Bild 10 rechts) bereits der Horizontalen annähert und die lokale Normalkraftzunahme in Plattenmitte sowohl in Punkt B als auch in Punkt C (Bild 10 links) bereits stagniert. Dies zeigt, dass auch ohne vertikales Materialversagen zumindest ein lokales Maximum der aufnehmbaren Last erreicht ist.

### 6.3 Schlankheit 30, Serie 100

Eine ähnliche Situation beim Erreichen der Traglast ist auch bei der nächsten Schlankheitsstufe zu beobachten (Bild 11). In Plattenmitte nehmen die lokalen Normalkräfte vor dem Erreichen der Traglast sogar schon ab, während an den Rändern vermehrt Normalkräfte aufgenommen werden. Die Last-Verformungskurve hat nicht mehr

den bei den Serien 50 und 75 beobachteten ausgeprägten Knick, sondern eine stetige Zunahme der Verformungsrate ähnlich der materiell linearen Lösung. Der Grund liegt darin, dass nun die Schlankkeitseinflüsse gegenüber den Festigkeitseinflüssen dominanter werden, was auch in Bild 15 zu sehen (mit einem Pfeil markiert) ist. Die ideale Beullast liegt erstmals unter dem reinen Materialversagen. Die Bildung von vertikalen Rissen in Plattenmitte findet bereits beim Auslenken statt, was sich in einem generell weichen Verhalten äußert. Es treten auch erstmals horizontale Risse in Punkt B auf (Bild 12), die aber mit steigender Belastung wieder überdrückt werden (schwarzer Kreis in Bild 11). Die Rissbildung an der Einspannstelle (A) zum Zeitpunkt 4 wird als Auslöser für die Trennung der linearen und der nichtlinearen Kurve im oberen Bereich (C) detektiert. Das horizontale System verliert an Steifigkeit, wodurch die Einspannmomente des vertikalen Systems anwachsen müssen. Das Erreichen der Höchstlast zum Zeitpunkt 6 steht bei dieser Schlankheit auf keinen Fall mehr in Verbindung mit der vertikalen Querschnittstragfähigkeit in Scheibenmitte. Die Einspannstelle (A) hat ihre horizontale Tragfähigkeit bereits überschritten, was auch im Versuch durch die eintretende Risslokalisierung bestätigt wird. Im Versuch kündigt sich der endgültige Bruch (bereits unter der Traglast) durch einen Lastabfall an, der mit großer Wahrscheinlichkeit durch das Versagen der Einspannstelle und der damit verbundenen signifikanten Änderung der Lagerungsbedingungen des horizontalen Systems hervorgerufen wird. Es lagern sich die Normalkräfte sehr rasch auf einen der Flansche um, der dann auf Druck versagt.

Von Interesse für die Bemessung bleibt aber der Traglastzustand zum Zeitpunkt 6, der hauptsächlich von den veränderten Steifigkeiten des horizontalen Tragsystems abhängt (vertikale Risse in A und B). In geringem Ausmaß sind Umlagerungen der Normalkräfte von der Mitte zu den Rändern festzustellen.

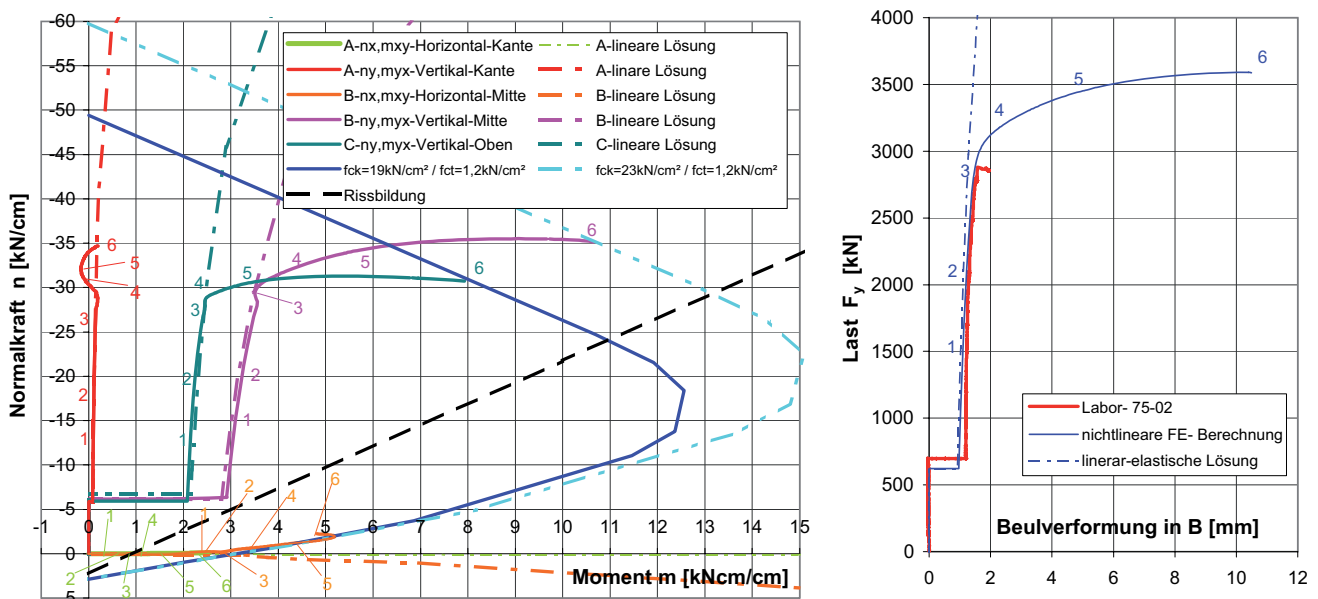


Bild 10. Schnittkraftentwicklung und Last-Beul-Verformungskurve des Versuchs 75-02  
Fig. 10. Development of section forces and load buckle curves of the experiment 75-02



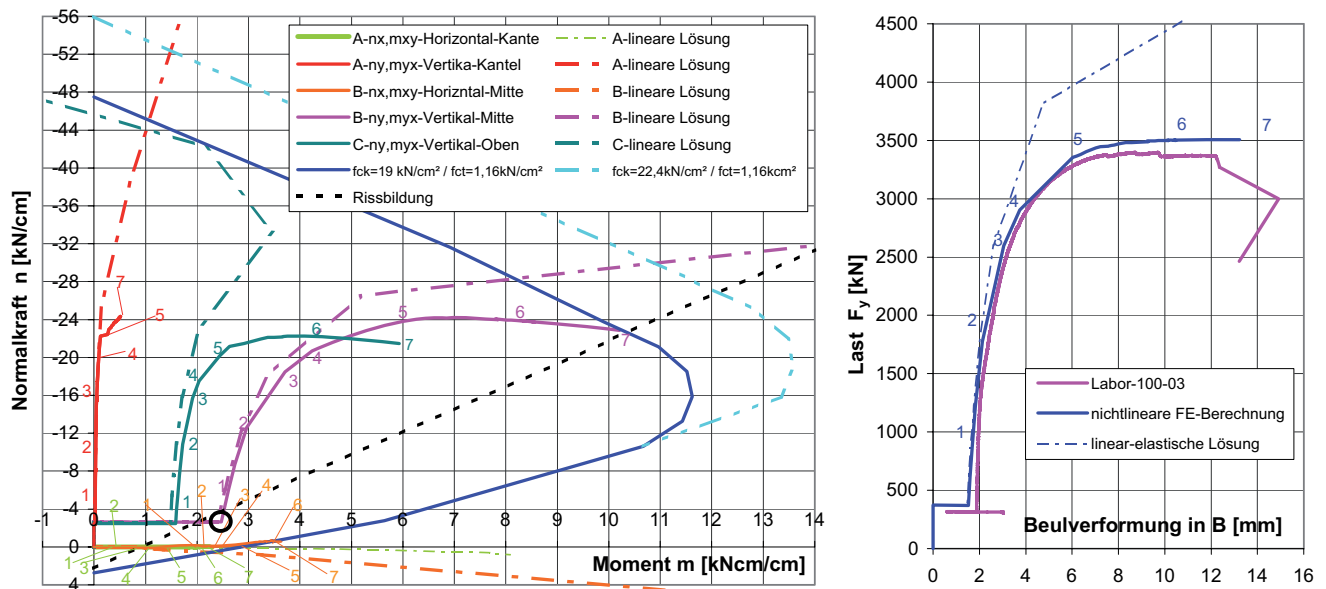


Bild 11. Schnittkraftentwicklung und Last-Beul-Verformungskurve des Versuchs 100-03  
Fig. 11. Development of section forces and load buckling curves of the experiment 100-03

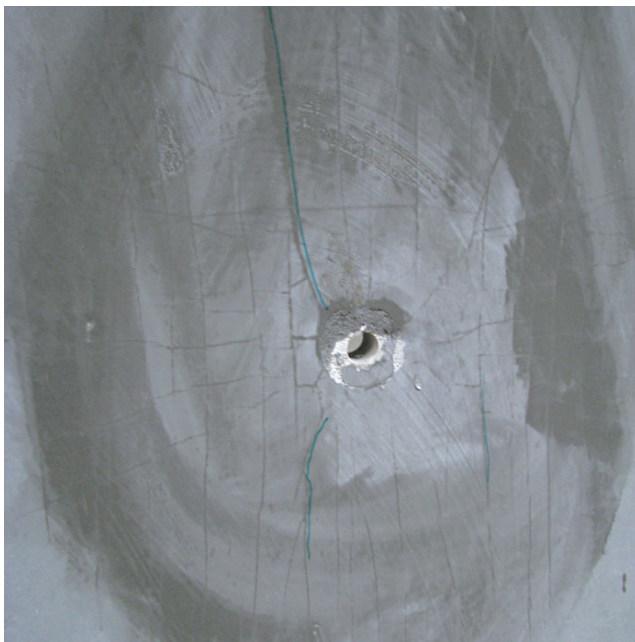


Bild 12. Rissbild beim Versuch 100-01  
Fig. 12. Crack pattern of the experiment 100-01

#### 6.4 Schlankheit 44, Serie 150

Die Versuchskörper der Serie 150 reißen während des Auslenkens nicht, wodurch sich der gewünschte, nahezu senkrechte Last-Verformungspfad ergibt (Bild 13). Das Stagnieren der Lastaufnahme zum Zeitpunkt 3 ähnelt einem klassischen Verzweigungspunkt und fällt mit der Bildung vertikaler Risse an der Einspannstelle (A) zusammen. Die Plattenmitte (B) reißt schon früher (etwa zum Zeitpunkt 2), was jedoch vorerst kaum Wirkung zeigt. Einzig die Momentenzunahme ( $m_{xy}$ ) in Plattenmitte eilt der linearen Lösung voraus, beeinflusst jedoch nicht die

vertikale n-m-Entwicklung in Plattenmitte. Erst zum Zeitpunkt 3 trennt sich die nichtlineare von der linearen Lösung, und die maximal aufnehmbare Normalkraft in Scheibenmitte ist erreicht. Die folgende Umlagerung der Normalkräfte zu den Rändern hin kann bei den nun vorhandenen Steifigkeitsverhältnissen nur unter leicht abnehmender Gesamtbelastung erfolgen. In dieser Phase nehmen die Momente  $m_{xy}$  in Punkt B solange zu, bis in diesem Punkt die lokale Tragfähigkeit erreicht wird. Im Gegensatz zu den bisher behandelten, kleineren Schlankheiten führt das weitere Ausbeulen erstmals zur Entstehung von stabilisierenden Membranzugspannungen, verbunden mit einer Abnahme der Biegemomente im horizontalen System. Zur gleichen Zeit überschreitet der Schnittkraftpfad des vertikalen Systems in der Mitte (B) die Rissbildungsgerade. Wie im Stahlbau beginnt nun dieser Bereich zu plastizieren, wodurch die entstehenden destabilisierenden Kräfte bei weiterem Ausbeulen immer weniger zunehmen und damit eine erhöhte Normalkraftumlagerung zu den Rändern hin möglich wird. Dies bringt eine erneute Steigerung der Gesamtbelastung mit sich und findet in der Phase zwischen den Zeitpunkten 4 und 6 statt. In der FE-Berechnung fällt diese Steigerung etwas höher aus als im Versuch, wobei festzuhalten ist, dass der Versuch bei einer Beul-Verformung von 32 mm abgebrochen wurde, um die entstandenen Rissbilder auswerten zu können.

Die endgültige Traglast der FE-Simulation tritt zum Zeitpunkt 6 auf und wird mit großer Wahrscheinlichkeit durch das Erreichen der Biegetragfähigkeit  $m_{xy}$  an der Einspannstelle (A) eingeleitet. Auch in den Versuchen zeigt sich dies durch ausgeprägte Risslokalisation entlang der Steg-Flansch-Anschlüsse. Das beobachtete „Durchreißen“ durch die Biegedruckzone bestätigt das lokale Querschnittsversagen. Wie bei der Serie 100 wird das horizontale System dadurch sehr schnell weicher, wodurch die stabilisierende Wirkung stark nachlässt. In Plat-

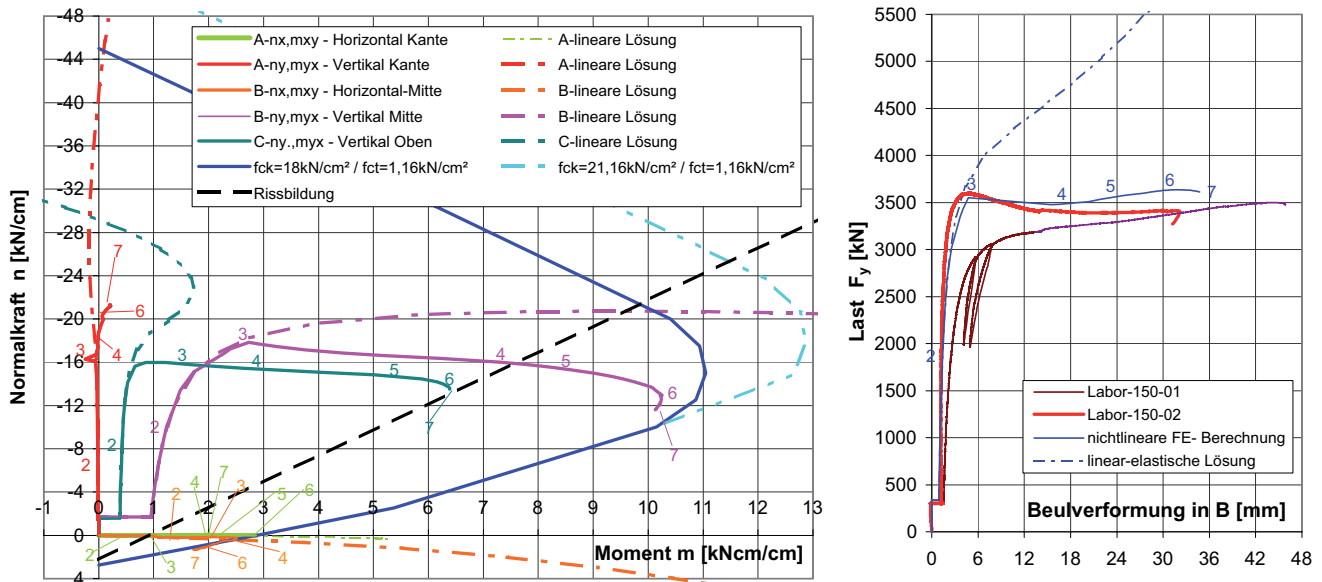


Bild 13. Schnittkraftentwicklung und Last-Beul-Verformungskurve des Versuchs 150-02  
 Fig. 13. Development of section forces and load buckle curves of the experiment 150-02

tenmitte (B) kommt die Beanspruchungskurve der Versagenskurve bereits sehr nahe (Bild 13), obwohl im Versuch zum Zeitpunkt des Abbruchs noch keine Anzeichen eines Bruchs zu erkennen sind. Im Großen und Ganzen zeigt dieses Experiment ein klassisches Beulverhalten mit ausgeprägter Verzweigungslast, die natürlich aufgrund des Steifigkeitsabfalls durch vertikale Rissbildung unter der idealen Beullast liegt. Darüber hinaus zeigen sich bei dieser Schlankheit ansatzweise sogar überkritische Tragreserven, die durch die Bildung horizontaler Risse in der Mitte des Versuchskörpers verstärkt aktiviert werden können. Zur Veranschaulichung der Auswirkung der Ausgangsauslenkung auf die Last-Verformungskurve ist in Bild 13 ein weiterer Versuch mit größerer Ausgangsauslenkung eingetragen. Es ist der Übergang vom Stabilitätsproblem zum so genannten Spannungsproblem II. Ordnung sehr schön zu erkennen. Die Traglast bleibt davon unberührt.

### 6.5 Schlankheit 60, Serie 200

Mit einer weiteren Steigerung der Schlankheit soll überprüft werden, ob das in Abschn. 4.3 errechnete überkritische Tragverhalten auch im Experiment aktiviert werden kann. Wie Bild 6 zeigt, zeichnet sich die kritische Beullast im Sinne der obigen Definition nicht mehr so klar als horizontaler oder sogar fallender Teil der Last-Beul-Verformungskurve ab. Das Überschreiten der kritischen Beullast und der Übergang in den überkritischen Bereich zeigen sich in Form eines Wendepunktes. Ein Vergleich der Schnittkraftentwicklungen aller Schlankheiten lässt den Schluss zu, dass die kritische Beullast im gerissenen Zustand der Belastung zu jenem Zeitpunkt entspricht, bei dem die vertikale Normalkraft in der Mitte der Scheibe ( $n_y$  in B) ihr Maximum hat. Beim Versuch 200-02 ist das der Zeitpunkt 3, der wieder mit der Rissbildung an der Einspannstelle A zusammenfällt. Zum Zeitpunkt 4 entstehen wieder horizontale Risse in der Mitte der Platte und

gleichzeitig wird das horizontale Zugband aktiv, was zur stärker zunehmenden Lastaufnahme führt. Mit den anfänglich gewählten Materialkennwerten (siehe Abschn. 5.2) überschätzt die FE-Simulation den überkritischen Lastanstieg deutlich. Um den Grund dafür zu finden, werden sowohl die Druck- als auch die Zugeigenschaften im Modell variiert. Ausreichend gute Übereinstimmung zwischen FE-Berechnung und Versuch ist dann gegeben, wenn die Matrixzugfestigkeit unverändert bleibt aber der Nachrissbereich entfestigend modelliert wird und gleichzeitig auch die einaxiale Druckfestigkeit gegenüber den geprüften Ausgangswerten deutlich (25%) reduziert wird (Bild 8). Diese materiellen Veränderungen wirken sich vor allem in jenem Bereich der Querschnittsversagenskurve aus, zu dem sich die vertikalen Schnittkräfte in Plattenmitte hinentwickeln (Bild 14, B6). Es wird daraus geschlossen, dass, solange das horizontale, stabilisierende System nicht versagt, der überkritische Anstieg mit der Querschnittstragfähigkeit in Plattenmitte begrenzt ist. Dies bestätigt auch die beobachtete Bruchform des Versuchs 200-02, der bis zum Totalversagen gefahren wurde. Wie schon in Abschn. 6.2 bezüglich der Druckfestigkeit festgestellt, entspricht offensichtlich auch die Zugarbeitslinie der Versuchskörper nicht genau der in Abschn. 5.2 beschriebenen Regelkurve; zumindest nicht in vertikaler Richtung. Der Grund ist wiederum in der Faserorientierung zu finden. Die Faserorientierung wurde zwar messtechnisch nicht bestimmt, jedoch ist bekannt, dass sich bei herkömmlicher Befüllung der Schalung die Fasern bevorzugt horizontal orientieren, wodurch sich in vertikaler Richtung das entfestigende Zugtragverhalten ergibt. Auch die Versuchskörper geringerer Schlankheit werden in Wirklichkeit diese adaptierten Eigenschaften aufweisen. Auf eine Korrektur derselben wird aber verzichtet, weil das vertikale Zugtragverhalten bei den geringeren Schlankheiten nicht maßgebend ist. Der in Bild 14 rechts zusätzlich dargestellte Versuch bestätigt nochmals, dass

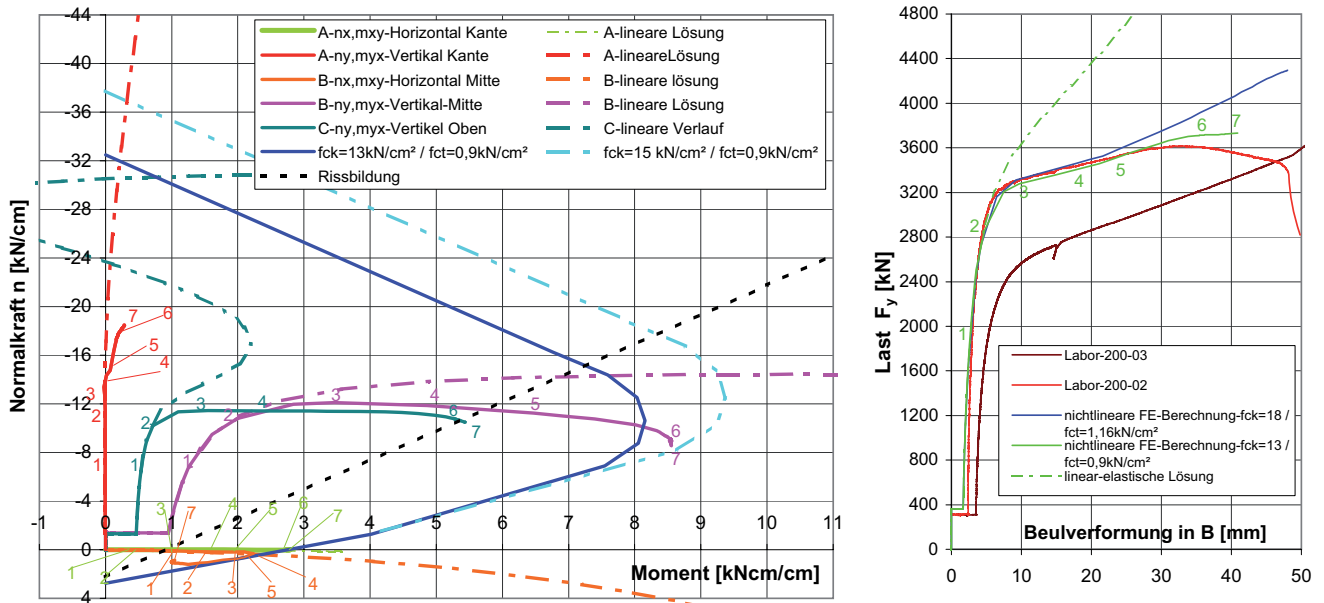


Bild 14. Schnittkraftentwicklung und Last-Beul-Verformungskurve des Versuchs 200-02  
Fig. 14. Development of section forces and load buckle curves of the experiment 200-02

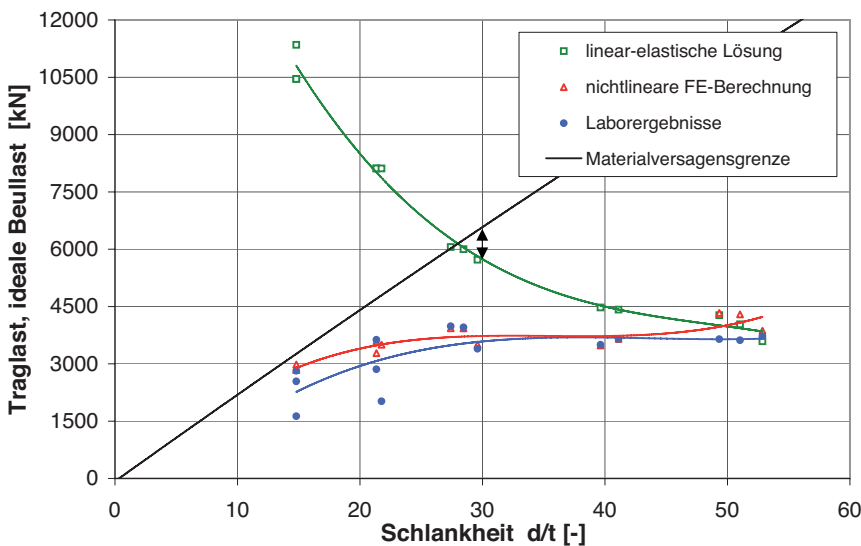


Bild 15. Traglasten, ideale Beullasten und Materialversagen in Abhängigkeit von der Schlankheit  
Fig. 15. Ultimate loads, bifurcation loads and failure of material versus slenderness

die Variation der Anfangsauslenkung in diesem Größenordnungsbereich keine Auswirkung auf die Traglast hat.

## 6.6 Ergebnisübersicht und Schlussfolgerungen

In Bild 15 sind die Traglasten aus allen 14 Versuchen und den jeweiligen Nachrechnungen über die Schlankheit aufgetragen. Die Darstellung ist ergänzt mit den nach linearer Beultheorie ermittelten kritischen Beullasten und dem idealen Materialversagen auf zentrischen Druck. Es geht ganz klar hervor, dass weniger schlanke Scheiben einer größeren Streuung unterliegen. Dies lässt sich auf die spannungsmäßig wesentlich höhere Auslastung des Querschnitts und der damit verbundenen geringen Umlagemöglichkeit zurückführen, woraus sich eine erhöhte Empfindlichkeit auf unvermeidbare Ungleichmäßigkeiten

bei der Herstellung oder der Lasteinleitung ergibt. Je größer der Einfluss der Beul-Verformung auf die Traglast wird, desto weniger streuen die Versuchsergebnisse.

Ein Blick auf die Gesamtheit der Ergebnisse lässt erkennen, dass es bei Scheiben aus UHPFRC eine Verzweigungslast gibt, die aufgrund der charakteristischen Rissbildung kleiner ist als jene nach linear elastischer Beultheorie. Sie wird im Folgenden als „Verzweigungslast im Zustand II“ bezeichnet. In diesem Kontext verschiebt sich auch das überkritische Tragverhalten. Es beginnt bereits bei Überschreiten der „Verzweigungslast im Zustand II“. In den Experimenten zeigt sich derartige Verhalten bereits ab einer Schlankheit von 30. Indikator für das überkritische Tragverhalten sind Normkraftumlagerungen von der Mitte zu den Rändern, charakterisiert durch einen peak in den **m-n**-Linien der Interaktionsdiagramme. Da



aufgrund der relativ geringen Zugfestigkeit von Beton keine besonders großen Verformungen vor dem Erreichen lokalen Materialversagens möglich sind, wird die Umlagerung hauptsächlich durch den Steifigkeitsverlust bei der Bildung horizontaler Risse in Plattenmitte (normal auf die Belastungsrichtung) ermöglicht. Diese Art der Rissbildung tritt bei den untersuchten Schlankheiten erst nach Überschreiten der „Verzweigungslast im Zustand II“ auf. Die Steigerung der Last im überkritischen Bereich ist ein flacher Anstieg im Last-Beul-Verformungsdiagramm, dessen Steigung von der Schlankheit abhängt. Eine endgültige obere Grenze der Belastbarkeit ergibt sich entweder aus dem Versagen des horizontalen, stabilisierenden Tragsystems oder aus dem vertikalen Querschnittsversagen in Plattenmitte.

Neben der Möglichkeit der Erstellung von Bemessungsdiagrammen wie im Stahlbau sollte es mit den hier gewonnenen Erkenntnissen möglich sein, ein Verfahren zur Berechnung der Traglast zu entwickeln, das auf der Ermittlung der kritischen Beullast im Zustand II unter Anwendung linearer Beultheorie kombiniert mit orthotropen Steifigkeiten basiert.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Beulstabilität ist ein Begriff des Leichtbaus, der aufgrund der Weiterentwicklung des Betons bis zum ultrahochfesten Faserbeton nun auch im Betonbau an Bedeutung gewinnt. Flächige, dünnwandige Konstruktionsteile aus UHPFRC wie z. B. Stege oder Bodenplatten von Kastenbrücken müssen nun auch nach den Regeln der Stabilitätstheorie bemessen werden. Den großen Unterschied zu der im Stahlbau bestens bekannten Thematik macht die mit fortschreitender Entwicklung immer größer werdende Spreizung zwischen Zug- und Druckfestigkeit von UHPFRC.

Anhand von 14 Beulversuchen und paralleler FE-Simulation können die grundlegenden Merkmale des Stabilitätsversagens von UHPFRC-Scheiben unter reiner Druckbeanspruchung gefunden werden. Die für die Versuche entwickelte Regelungsart, basierend auf einer kombinierten Maschinenweg-Beul-Verformungs-Regelung, ermöglicht ein kontrolliertes „An- bzw. Überfahren“ der Traglast. Mit dieser Methode werden alle Messungen und Beobachtungen gefahrlos bis zum Ende des Versuchs geführt. Eine planmäßige „Imperfektion“ wird mittels einer normal auf die Scheibenebene stehenden, in der Mitte der Versuchskörper angreifenden Kraft aufgebracht.

Die Auswertung und Interpretation der Versuche lässt sich nicht ohne das Wissen der Spannungs- bzw. Kraftflussentwicklung bewerkstelligen. Dafür wird jeder Versuch unter Berücksichtigung seiner eigenen imperfekten Wandstärken mittels Finite Elemente Methode nachgerechnet. Bei ausreichender Übereinstimmung mit den Dehnungsmessungen werden die Schnittkräfte der FE-Berechnung zur Interpretation herangezogen. Als übersichtliche und einfache Darstellung der komplexen Zusammenhänge wird das Normalkraft-Momenten-Interaktionsdiagramm gewählt. Es kann gezeigt werden, dass für UHPFRC-Scheiben eine Verzweigungslast existiert, die kleiner ist als die linear elastisch ermittelte kritische Beullast. Ihre Höhe wird ganz wesentlich von den parallel zur

Druckrichtung entstehenden Rissen beeinflusst, weshalb ein Berechnungsansatz nach linearer Beultheorie, aber orthotroper Steifigkeit einfach und zielführend zu sein scheint. Im unteren Schlankheitsbereich stellt sich das Versagen als einfaches Querschnittsversagen in Scheibenmitte unter Berücksichtigung der Exzentrizität nach Theorie II. Ordnung dar.

Große Streuungen bei den Versuchen mit sehr kleiner Schlankheit zeigen, dass die Druckfestigkeit aufgrund der Dünnwandigkeit eine sehr sensible Größe ist. Die Berücksichtigung der Abnahme der Druckfestigkeit aufgrund der überwiegend parallel zur Scheibenebene ausgerichteten Fasern in Abhängigkeit von Wandstärke und Faserlänge darf in künftigen Bemessungsregeln nicht fehlen. Zur Vervollständigung der grundlegenden Studien zum Beulen sind bereits Versuchskörper mit Abmessungen bis zu  $3 \times 6$  m und einer Wandstärke von 15 mm produziert worden, die unter Schubbeanspruchung untersucht werden. Abschließend wird festgehalten, dass FE-Simulationen, wie sie in dieser Arbeit gemacht wurden, bestens geeignet sind, um andere Lagerungsbedingungen und Belastungsfälle mit dem Ziel der Verallgemeinerung zu studieren.

## Danksagung

Die Autorenschaft bedankt sich herzlich bei all jenen, die diese Forschungsarbeit ermöglichten bzw. unterstützten, im Besonderen bei

- dem Austrian Science Fund (FWF)
- den Französischen und Österreichischen Repräsentanten der Lafarge-Gruppe
- der Gustav Eirich GmbH
- der Fachhochschule Kärnten.

## Literatur

- [1] Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen: elasto- u. plasto-stat. Berechnungsverfahren druckbeanspruchter Tragwerke; Nachweisformen gegen Knicken, Kippen, Beulen; Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden 1980.
- [2] Spiegelhalter, U.: Zur Materialermüdung infolge Steg-atmung. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität Stuttgart, Stuttgart 2000.
- [3] Wiegand, E.: Ein Beitrag zur Beulstabilität von Stahlbetonwänden mit nichtlinear-elastischem Werkstoffgesetz. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurwesen, Technische Hochschule Darmstadt, Darmstadt 1970.
- [4] Kesting, K.: Berechnung von Stahlbetonwänden und Platten unter Berücksichtigung geometrischer und physikalischer Nichtlinearität. Dissertation, Dortmund 1978.
- [5] Bishay, G. H.: Ein Beitrag zur Stabilität von Stahlbetonwänden. Dissertation, Darmstadt 1981.
- [6] Bergmann, H. V.: Ein Beitrag zur Tragfähigkeitsermittlung schlanker Stahlbetonwände. Dissertation, Darmstadt 1985.
- [7] Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. and Onate, E.: A plastic-damage model for concrete. International Journal of Solids and Structures, 25 (1989), (3), pp. 299–326.
- [8] Lee, J. and Fenves, G. L.: Numerical implementation of plastic-damage model for concrete under cyclic loading: Application to Concrete dam. Rep. No. UCB/SEMM-94/03, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley 1994.
- [9] Freytag, B.: Die Glas-Beton-Verbundbauweise. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurwissenschaften, Technische Universität Graz, 2002.

- [10] Österreichisches Normungsinstitut: ONR 23303 Prüfverfahren Beton (PVB) Nationale Anwendung der Prüfnormen für Beton und seiner Ausgangsstoffe. 2010.
- [11] Fehling, E., Leutbecher, T., Röder, F.-K. and Stürwald, S.: Structural behavior of UHPC under biaxial loading. In: Ultra High Performance Concrete (UHPC), Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete, pp. 569–576, Kassel 2008.
- [12] Curbach, M. und Speck, K.: Zweiaxiale Druckfestigkeit von ultrahochfestem Beton. Beton- und Stahlbetonbau 102 (2007), Heft 10, S. 664–673.
- [13] Escobar Castillo, M. N.: Beulen von dünnen UHPFRC Scheiben unter Normalkraft. Dissertation in Vorbereitung, Fakultät für Bauingenieurwissenschaften, Technische Universität Graz, 2011.



Dipl.-Ing.  
Martha Nerida Escobar-Castillo  
Technische Universität Graz  
afie@sbox.tugraz.at



Dipl.-Ing. Dr.techn.  
Bernhard Freytag  
freytag@tugraz.at



Dipl.-Ing. Josef Linder  
linder@tugraz.at

Technische Universität Graz  
Labor für Konstruktiven  
Ingenieurbau  
Inffeldgasse 24  
8010 Graz, Österreich



Em.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn.  
Lutz Sparowitz  
Technische Universität Graz  
Institut für Betonbau  
Lessingstraße 25  
8010 Graz, Österreich  
lutz@sparowitz.at