

Formulation et propriétés des BFUP – du matériau aux structures

Emmanuel Denarié

Dr. ès sc. techn., Ing. civ. dipl. EPFL/SIA, MER
MCS-IIC-ENAC, Ecole Polytechnique Fédérale
de Lausanne, CH-1015 Lausanne

Résumé

Les BFUP sont constitués en grande majorité de matériaux courants du chantier. Leurs propriétés uniques viennent essentiellement de leurs recettes et d'une mise en œuvre adaptée qui permettent de couvrir une palette de plus en plus vaste d'applications. On distinguera la formulation (matrice et fibrage) des BFUP destinés à la préfabrication de celle des BFUP adaptés au coulage sur chantiers, dans des cas parfois extrêmes de conditions météorologiques ambiantes (été, hiver) ou de pentes (jusqu'à 10 %). Les propriétés des BFUP à l'état frais (rhéologie) et à l'état durci (performances mécaniques et de protection) seront reliées à leur composition. Les résultats scientifiques les plus récents seront synthétisés sous la forme d'informations directement utilisables par la pratique en mettant l'accent sur les facteurs à prendre en considération en passant des résultats d'essais de laboratoire aux valeurs de dimensionnement.

Mots-clés: BFUP, formulation, écrouissage, traction, flexion, volume de pâte, compacité, durabilité, fibrage, flUAGE, retrait, coefficient de passage, effets d'orientation de fibres

1. Introduction

Les Bétons Fibrés Ultra Performants (BFUP) constituent un saut technologique majeur dans le domaine de la construction. Leurs propriétés mécaniques et de durabilité exceptionnelles ouvrent la voie à de nouveaux champs de conception de l'ingénierie des structures nouvelles et existantes et de l'architecture, dans les conditions les plus défavorables de sollicitations mécaniques et environnementales.

Leur matrice peut être comparée à une céramique préparée à froid avec tous les avantages de compacité et de haute résistance de la céramique et la facilité de coulage du béton. Leur réseau dense de fibres courtes leur confère une déformabilité comparable à celle des métaux. Leur technologie de mise en œuvre progresse très rapidement aussi bien sur le plan de la préfabrication avec des formes de plus en plus complexes et évidées (résilles) [1], que sur celui du coulage sur ouvrages en couches minces, seuls ou combinés à des armatures passives pour le renforcement, sur des surfaces inclinées de plus de 10 %, par basses ou hautes températures ambiantes (entre 5 et 35 °C) [2].

On trouve les racines des BFUP contemporains dans les travaux de Bache [3], qui a été le premier à lancer une lignée de Matériaux Cimentaires à Ultra Haute Performances (matrices de type DSP: Densified Systems containing homogeneously arranged ultrafine Particles) et à l'appliquer sur chantier (CRC®, Densit®).

Les BFUP actuels sont issus des travaux réalisés en France dans les années 1980/1990 sur l'optimisation de la compacité de matrices cimentaire par de Larrard et al. [4], puis industriellement à l'initiative de Bouygues, Lafarge et Rhodia (BPR puis DUCTAL®) [5] d'une part, et de Quillery, (BSI) [6] d'autre part, et plus récemment en Allemagne [7, 8].

A l'origine, les BFUP étaient destinés à être combinés à de la précontrainte, sans armatures passives, en préfabrication. Depuis lors, les avantages de la combinaison des BFUP écrouissants en traction avec des armatures passives et de leur coulage sur chantier ont été mis en évidence par Brühwiler pour le renforcement des ouvrages existants (ponts et dalles de bâtiments) [9] et constituent actuellement un champ d'investigation et d'application en plein développement [9-13].

Faute de place il est impossible de couvrir tous les aspects liés à la formulation et aux propriétés des BFUP dans ce document. On se concentrera donc sur quelques aspects principaux, importants pour l'application de ces matériaux : composants, structure, bases de formulation, mise en œuvre, propriétés de transport et durabilité, comportement mécanique en traction et compression, fluage et retrait, en insistant sur le comportement écrouissant en traction ou en flexion et ses liens avec le fibrage et les effets d'orientation de fibres.

On trouvera des informations complémentaires sur des sujets particuliers comme l'évolution dans le temps des propriétés mécaniques des BFUP dans [14], et sur leur résistance au feu dans [15].

Le rapport [7] donne une compilation étendue et récente d'informations sur de nombreux aspects particuliers de la technologie des BFUP et de leurs propriétés.

2. Formulation des BFUP

2.1. Bases

Les principes de formulation des BFUP sont inspirés des principes généraux mis en avant en particulier par Bache [3] avec les DSP et par de Larrard et al [4] :

1. Réduction de la taille des granulats.
2. Augmentation de la quantité de pâte liante (ciment + additions minérales pouzzolaniques et/ou hydrauliques latentes + farines inertes).
3. Optimisation de la distribution granulométrique granulats + liants + additions minérales pour aboutir à une compacité élevée.
4. Réduction du rapport Eau/Liant (Eau/Farines) à une valeur de l'ordre de 0.15 à 0.20.
5. Utilisation de superfluidifiants à hauts dosages (1 % de masse de ciment en extrait sec typiquement).
6. Ajout de fibres à hauts dosages pour augmenter la capacité de déformation et la résistance à la fissuration, voire obtenir un comportement écrouissant en traction uniaxiale.

La figure 1a) présente la coupe verticale d'une carotte prélevée dans une couche de BFUP appliquée sur un substrat en béton. Dans le béton, le composant dominant est le squelette granulaire bien visible à l'œil nu. Au contraire, dans le BFUP, le granulat le plus grossier est de l'ordre de 0.5 mm (pour certains BFUP les granulats les plus grossiers sont de l'ordre de quelques mm). Le caractère le plus visible à l'œil nu est la présence d'une grande quantité de fibres métalliques (points clairs) qui constituent l'ossature du BFUP.

La figure 1b) montre une section de BFUP à l'échelle microscopique avec: (1) - des microfibres de laine d'acier (coupes blanches irrégulières), (2) - une macrofibre métallique en coupe elliptique (diamètre 0.2 mm = petit axe de l'ellipse), (3) - de nombreux grains de ciment non-hydratés (gris clair), et (4) - des grains de sable de quartz (grains gris foncé), entourés par la pâte cimentaire hydratée du BFUP (gris moyen).

Les BFUP contiennent 3 à 5 fois plus de liants que les bétons usuels (environ 1000 à 1700 kg/m³ au lieu de 250 à 550). Par contre la quantité d'eau ajoutée plus celle contenue dans le superfluidifiant est dans la gamme de celles trouvées dans les bétons usuels ou autoplaçants (entre 150 et 250 kg/m³). Le rapport Eau/Ciment des BFUP est donc très bas (entre 0.15 et 0.20) et le degré d'hydratation à long terme de leurs liants est bas (entre 30 et 60 % selon les types de liants et d'additions minérales utilisés). Ceci leur confère des propriétés d'autocicatrisation plus ou moins prononcées, grâce à l'hydratation possible du clinker résiduel en cas d'accès d'eau par des microfissures.

Une grande partie des farines (particules de diamètre inférieur à 0.125 mm - liants compris) des BFUP est donc principalement utile d'une part pour augmenter le volume de pâte en desserrant le squelette granulaire et le fibrage (comme on le fait avec les bétons autoplaçants) ce qui a pour effet améliorer l'ouvrabilité à l'état frais et de prévenir les autocontraintes internes induites par un squelette granulaire jointif comme dans les bétons classiques, et d'autre part d'agir comme élément résistant en compression.

Les poudres composant les BFUP peuvent donc être selon les cas partiellement ou majoritairement composées de matériaux inertes et peu coûteux en termes économiques et environnementaux comme le filler calcaire [2, 16], la poudre de quartz [17], ou avec un caractère pouzzolanique ou hydraulique latent comme le laitier de haut-fourneaux [18, 19].

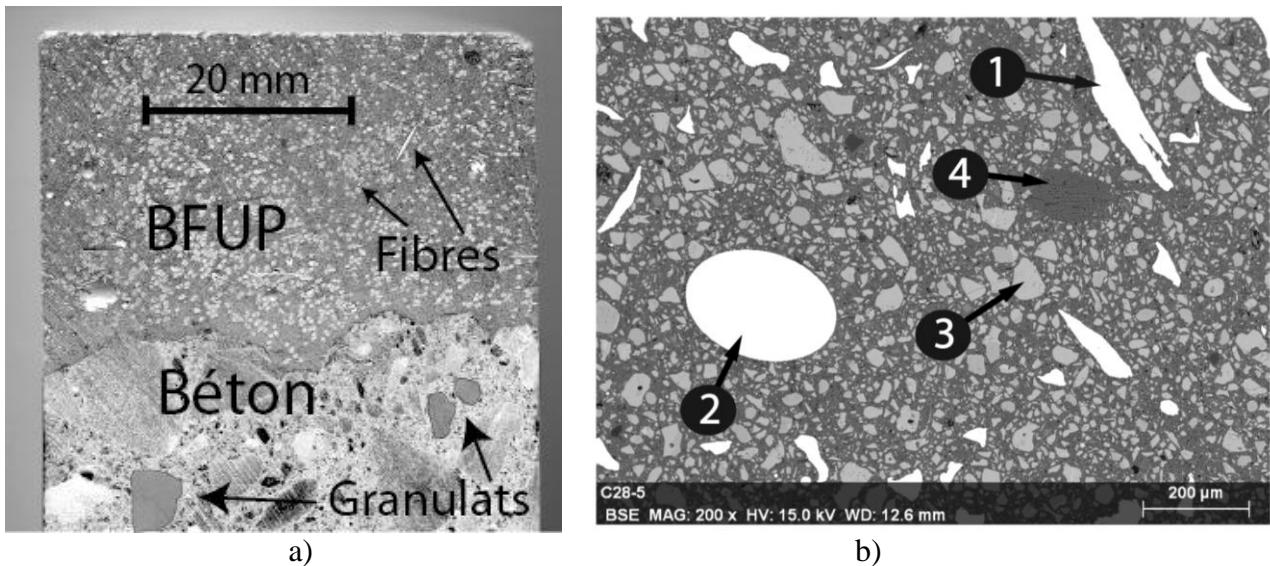


Fig. 1 a) Vue en coupe d'une carotte BFUP/Béton, b) Image SCAN par Microscope Electronique à Balayage (MEB) d'un BFUP.

On relèvera que les nouvelles matrices de BFUP à faible dosage en clinker présentent un bilan d'émissions CO₂ induites très favorable en comparant les systèmes de maintenance traditionnels ou avec des BFUP, sur le cycle de vie d'un ouvrage, [2, 20, 21]. Compte tenu de leurs performances, les BFUP permettent donc globalement d'utiliser le clinker très efficacement et de contribuer à l'objectif de réduction des émissions de CO₂.

Un aspect important à souligner est la nécessité d'avoir des composants de base des BFUP dont les caractéristiques sont peu variables selon les livraisons. Ainsi les granulats des BFUP sont le plus souvent des sables de quartz fin calibrés entre 0.1 et 0.5 mm par exemple. Il serait difficile d'arriver au niveau de performance des BFUP connus en utilisant des sables usuels pour les bétons dont on connaît la grande variabilité de la granulométrie.

A titre comparatif, la Figure 2 ci-dessous, montre l'étendue des tailles des composants des bétons traditionnels et de BFUP. Ces composants présentent une étendue granulométrique répartie sur 8 ordres de grandeur. On constate que la gamme de taille des composants des BFUP est limitée vers le haut à environ un mm (à quelques exceptions près).

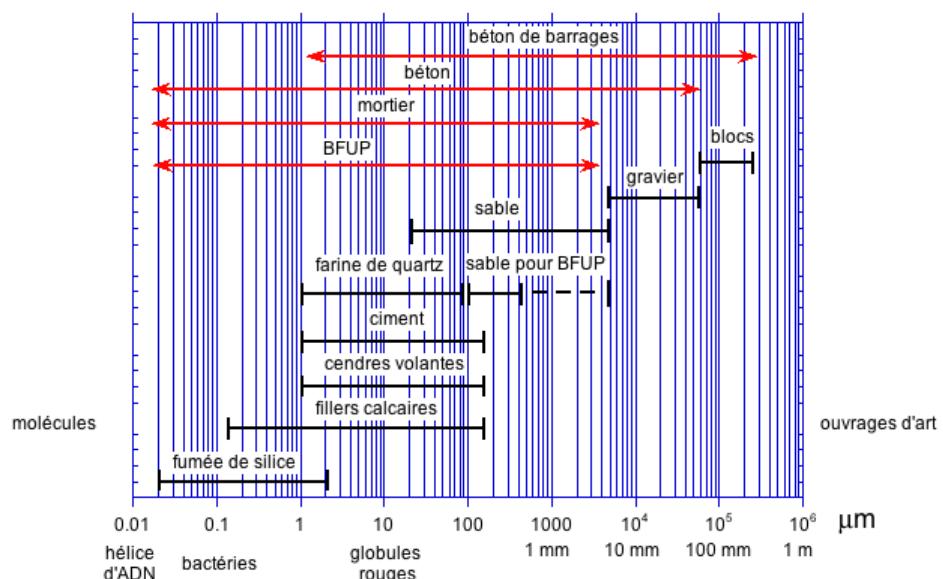


Fig. 2 Etendue de taille de composants des bétons et des BFUP.

2.2. Fibrage

La matrice cimentaire des BFUP est un matériau fragile avec une très faible déformabilité. L'ajout de fibres dans les matériaux cimentaires tels que les BFUP a pour but d'améliorer leur résistance à la fissuration et leur capacité de déformation. Les fibres utilisées sont le plus souvent métalliques s'il s'agit d'applications structurales et synthétiques dans le cas contraire.

Les caractéristiques du composite, à l'état frais et à l'état durci sont essentiellement fonction de la fluidité ou thixotropie de leur matrice, de l'élancement des fibres (rapport longueur sur diamètre), de leur type d'ancrage, de la quantité de fibres (dosage en kg/m^3 et également quantité de fibres par kg) et à l'état durci, de leur orientation.

Le choix du type et du pourcentage volumique de fibres est conditionné d'une part par l'effet recherché (accroissement de la résistance maximale en traction, accroissement de la déformabilité en flexion et/ou traction ou combinaison de ces deux effets), d'autre part par les caractéristiques de la matrice (résistance et adhérence) et finalement par l'ouvrabilité exigée.

Dans les bétons normaux et les BHP (Bétons à Hautes Performances), les fibres droites en acier n'ont pas une adhérence suffisante pour procurer un effet de renforcement satisfaisant avec les pourcentages que l'ouvrabilité de ces bétons autorise. On utilise donc préférentiellement dans ces matériaux des fibres avec ancrages. Au contraire, dans les BFUP, l'extrême compacité de la matrice cimentaire et l'effet de la fumée de silice utilisée à haute dose permettent d'obtenir une adhérence suffisante (environ 6 MPa contre moins de 2 dans les bétons normaux et BHP) pour utiliser des fibres droites assez courtes (6 à 20 mm). Le choix de telles fibres permet d'en inclure un pourcentage très élevé (de 150 à plus de 400 kg/m^3). Un tel pourcentage serait impossible à utiliser dans un béton de granularité plus traditionnelle ou même un BHP.

On peut également envisager avec les BFUP, de travailler avec des « cocktails » de différentes fibres agissant à différents niveaux de microstructure et permettant d'augmenter sensiblement la résistance à la traction des BFUP [22-24].

La Figure 3a) présente le fibrage d'un BFUP vu au travers de sa matrice cimentaire par radiographie. Il s'agit de la vue en plan de la face supérieure d'une carotte de 48 mm de diamètre extraite de la bordure amont du Pont sur la Morge, réhabilitée en 2004 avec du BFUP. On constate que l'enchevêtrement des fibres est très dense et que leur orientation est plus ou moins aléatoire dans un plan. La Figure 3b) montre la surface de rupture d'une éprouvette de traction uniaxiale du même BFUP, de 50 x 100 mm de section. Les fibres sont distribuées de manière homogène dans la section et elles sont arrachées.

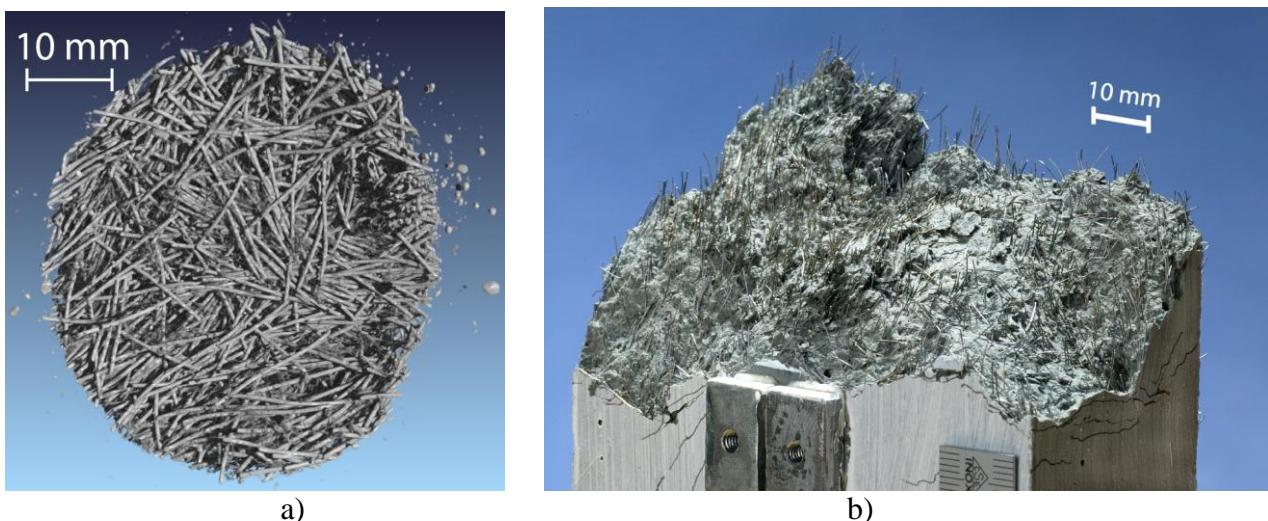


Fig. 3 a) Radiographie du fibrage d'une carotte de BFUP, b) Surface de rupture d'une éprouvette de BFUP soumise à la traction uniaxiale.

C'est la superposition de la résistance à l'arrachement progressif de toutes les fibres qui confère au BFUP ses performances de déformabilité très prononcées (comportement écrouissant en flexion et/ou traction, et énergie spécifique de rupture proche de celle d'un métal) comme on le verra par la suite.

L'orientation des fibres gouverne dans une large mesure les propriétés mécaniques des composites cimentaires fibrés comme les BFUP [25]. Ce facteur doit être pris en compte dans la méthodologie de coulage sur chantier et pour les éprouvettes de caractérisation du BFUP et dans la détermination des valeurs de calcul pour le dimensionnement. Il peut également être mis à profit en optimisant la longueur des fibres par rapport à l'épaisseur de couche de BFUP à appliquer pour maximiser le rendement mécanique des fibres. On considère que l'application est de type couche mince si l'épaisseur est inférieure ou égale à 3 fois la longueur des fibres [26].

Les effets d'orientation sont la justification principale du « facteur de passage K » [26], minorant la résistance à la traction déterminée sur la base essais de laboratoire en traction ou flexion, par rapport aux valeurs de dimensionnement.

Enfin, au niveau de la formulation, on notera la complémentarité entre le dosage en fibres et la quantité de granulats fins dans un BFUP. Pour un même élancement des fibres, si leur dosage augmente, la quantité de granulats fins doit être diminuée pour conserver une ouvrabilité équivalente. Ceci revient à augmenter le volume de pâte. Dans les cas extrêmes de dosages en fibres élevés, on peut être amené à éliminer totalement les granulats fins et à ne conserver que des farines (poudres) [16].

3. Mise en œuvre et comportement à l'état frais des BFUP

Les BFUP peuvent être produits en usine de préfabrication, en centrale à béton, ou sur chantier et transportés au besoin par camion malaxeur. Les moyens usuels de fabrication des bétons suffisent à les produire, aucun équipement particulier n'est nécessaire au niveau malaxeur. Seul le dosage et l'introduction des fibres dans le malaxeur demandent selon les cas des équipements spécifiques.

La composition particulière des BFUP (mélange de poudres et de fibres, rapport eau/liant très bas, grande quantité de fluidifiant) impose une procédure de fabrication spécifique avec un temps total de malaxage plus long que pour un béton normal (environ 10 à 20 minutes au lieu de 2 minutes), dépendant de la puissance du malaxeur à disposition et du type de BFUP. On prendra garde au fait que les composants secs des BFUP occupent un espace nettement plus important par rapport au volume fini que pour des bétons usuels. La différence est d'autant plus grande que le BFUP comporte plus de fumée de silice. Les volumes de BFUP réalisables avec un malaxeur donné sont en général 1.5 à 2 fois plus faibles que ceux que l'on pourrait réaliser avec un béton dans le même malaxeur.

Au cours du malaxage, le matériau passe par différents stades, d'abord pulvérulent, puis formation de boulettes pour arriver finalement à une consistance plus ou moins fluide. On recherche le plus souvent un comportement autocompactant. La consistance des BFUP varie de fluide (étalement final slump flow de 700 mm) à thixotrope (étalement final de 400 à 550 mm à l'essai de slump flow).

Le chantier de remise en état du pont de Log Čezsoški en Slovénie en 2009 [20] a été l'occasion d'appliquer pour la première fois des BFUP coulés en place sur un support avec 5 % de pente longitudinale, grâce à l'addition d'un agent thixotropant au mélange. Ce chantier a également permis de valider la très bonne complémentarité entre les membranes de coffrage drainantes et les BFUP pour aider le dé-airage dans des géométries difficiles et assurer un rendu de surface uniforme sans fibres protubérantes, permettant la marche pieds nus sur les trottoirs.

Enfin, il est maintenant également possible en jouant sur la thixotropie des mélanges de couler à la suite sans joints « secs » une couche de protection continue sur toute la section transversale d'un pont y compris trottoirs et retombées sur parements extérieurs des bordures.

On trouvera dans [2] un compte rendu des applications les plus récentes en Suisse suivant ces concepts, avec des coulages sur des pentes dépassant parfois 10 % comme illustré à la Figure 4 ci-dessous (chantier du Pont sur le ruisseau des Farettes, route du Col des Mosses, VD, Suisse, 2011).



Fig. 4 application d'un BFUP thixotrope (épaisseur 25 mm) sur un ouvrage existant avec une pente combinée de 10.6 %.

4. Durabilité des BFUP

4.1. Propriétés de transport et de protection

Les propriétés de transport des BFUP sont directement reliées à leur microstructure particulièrement dense. En particulier, leur structure poreuse très fine leur confère une très faible perméabilité à l'eau, aux gaz et aux substances agressives telles que les chlorures.

Les BFUP neutralisent à la racine tous les phénomènes de détérioration du béton armé, comme barrière à la pénétration des liquides et des gaz. L'application d'une étanchéité collée devient donc superflue avec les BFUP grâce à leur très faible perméabilité et à leur durabilité exceptionnelle.

La Figure 5 ci-dessous présente les résultats d'essais de perméabilité à l'air selon Torrent [27], réalisés au laboratoire sur des bétons et un BFUP et sur le BFUP appliqué en 2004 sur le pont sur la Morge, SAMARIS D22. On constate que le BFUP a une perméabilité à l'air kT un ordre de grandeur plus faible que celle d'un bon béton adapté à une classe d'exposition XD3 et que les résultats obtenus sur ouvrage sont proches de ceux obtenus au laboratoire.

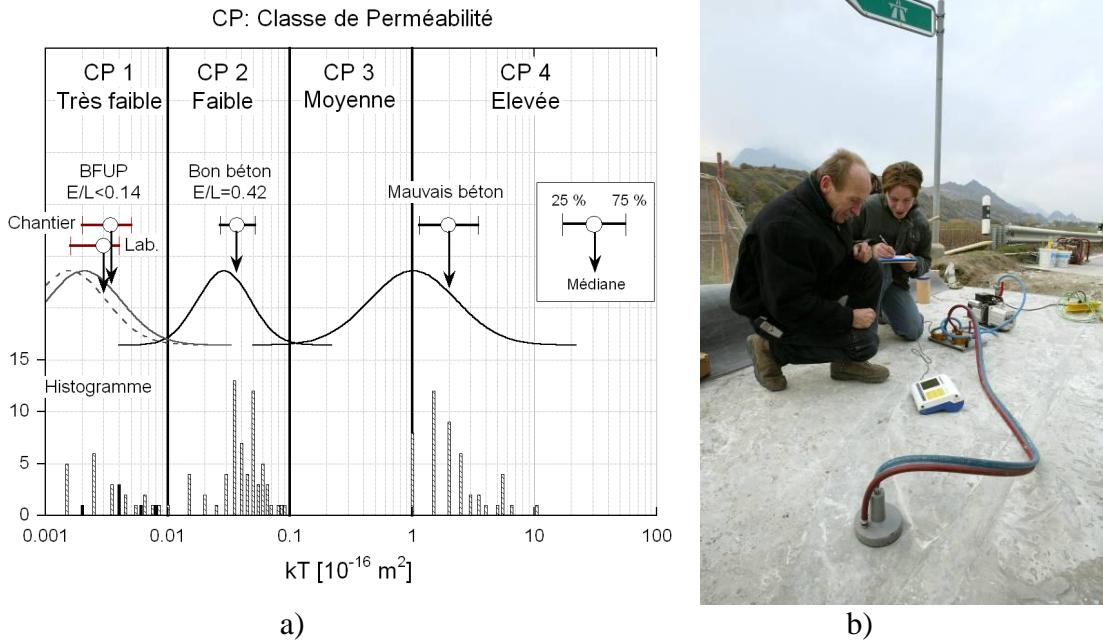


Fig. 5 a) Perméabilité à l'air kT pour des bétons et un BFUP, b) essai de perméabilité à l'air selon Torrent, sur ouvrage.

Tous les autres paramètres de transport de liquides ou d'ions montrent également des valeurs extrêmement basses par rapport aux bétons usuels (absorption d'eau par capillarité, migration d'ions chlorures par exemple) [28].

On relèvera que les résultats présentés à la Figure 5a) concernent un BFUP non traité thermiquement. Ceci démontre le niveau de qualité qui est atteint par les BFUP coulés en place.

4.2. Retours d'expérience sur ouvrages

On dispose maintenant de résultats très probants sur la tenue des BFUP sous sollicitations environnementales sévères, sur des périodes allant de 3 à 10 ans. Entre autres on peut citer :

- Dans le cadre de la rénovation de la structure interne des aéroréfrigérants de la centrale nucléaire de Cattenom, France, l'exploitant (EDF) a décidé de remplacer les poutres et poutrelles existantes par des éléments préfabriqués en BFUP. Deux types de matériaux ont été mis en œuvre, le BPR [29] et le BSI. Les poutres de 14 m de long supportent chacune 9 poutrelles ayant une longueur comprise entre 6 et 6.9 m. Ces éléments sont précontraints et ne comportent aucune armature passive. Ils sont préfabriqués en BPR (resp. BSI) avec un traitement de cure thermique à 90 °C pendant 48 h. A l'issue de ce traitement, le BFUP atteint une résistance à la compression de 220 MPa. Dans cette application, en plus des performances du BFUP précontraint en termes de durabilité, on a pu diminuer le poids propre de la structure de support du système d'aspersion par un facteur 3, ce qui a permis de respecter un des points critiques du cahier des charges de cette application.

Après 10 ans de service, des poutres témoin en BPR ont été analysées par carottages [30]. Les résultats démontrent l'absence de pénétration d'agents agressifs dans le BFUP et de détériorations.

- Le Pont sur la Morge, premier ouvrage remis en état avec des BFUP en Suisse en 2004 [31], est régulièrement suivi. Les mesures réalisées sur des carottes prélevées en 2007 dans les parties exposées (face extérieure de la bordure amont) de l'ouvrage ont confirmé l'absence totale de pénétration de chlorures dans le BFUP, après 3 saisons d'exposition aux sels de dé verglaçage.

5. Comportement mécanique

5.1. Traction

La réponse en traction uniaxiale des BFUP est représentée à la Figure 6. On distingue 3 domaines : (1) la partie élastique jusqu'à f_{Ute} , avec un module E_{Ut} , (2) la partie écrouissante entre la fin de la partie élastique et la fin du domaine écrouissant marquée par la résistance maximale f_{Ut} et la déformation maximale d'écrouissage ε_U , et (3), la partie adoucissante qui suit la partie écrouissante et se prolonge jusqu'à une ouverture de fissure $W_{Ut,2}$ pour laquelle le BFUP ne transmet plus d'efforts de traction.

- La partie écrouissante, Figure 6a), est caractérisée par un mécanisme d'endommagement graduel du BFUP avec la création progressive de multiples microfissures finement réparties, invisibles à l'œil nu, avec des ouvertures inférieures à 0.1 mm. Le module d'élasticité résiduel du BFUP à la fin du domaine écrouissant vaut entre 1/5 et 1/10 de la valeur élastique E_{Ut} [32]. Selon les recettes et fibrages utilisés la résistance à la traction des BFUP à la fin du domaine élastique f_{Ute} varie entre 7 et 11 MPa, leur résistance maximale f_{Ut} varie entre 9 et 15 MPa et leur déformation à la fin de écrouissage varie entre 0 et 3 %, et plus exceptionnellement 5 %. Enfin la combinaison de BFUP avec des barres d'armature passives en acier conduit à une déformation maximale apparente BFUP ε_U nettement plus élevée que sans armatures [32].

- La partie adoucissante, Figure 6b) est caractérisée par le pontage par les fibres d'une zone de rupture localisée avec une dissipation d'énergie qui peut être considérée comme agissant sur un plan. L'énergie spécifique de rupture G_{FU} qui est une mesure de la capacité de dissipation d'énergie du BFUP est donnée par l'aire hachurée sous le diagramme d'adoucissement. Les fibres étant arrachées hors de la matrice dans les BFUP et non pas rompues, la valeur finale de l'adoucissement $W_{Ut,2}$ peut être estimée égale à la moitié de la longueur des fibres $l_f/2$, en moyenne. Ainsi pour un BFUP avec des fibres de 10 mm de long, on obtient $W_{Ut,2}=5$ mm.

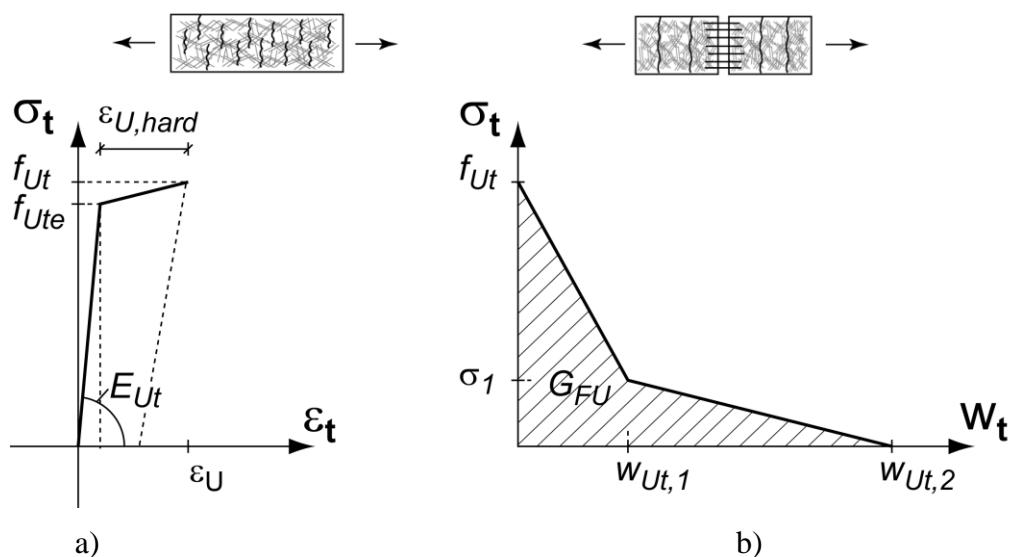


Fig. 6: Réponse en traction d'un BFUP, a) partie élastique et écrouissante, b) partie adoucissante.

La Figure 7a) présente la comparaison des réponses en traction uniaxiale d'un BFUP, d'un béton et d'un béton fibré renforcé avec 74 kg/m^3 de fibre métalliques à crochets. Le déplacement indiqué pour l'axe des abscisses correspond au déplacement total sur la base de mesure des éprouvettes, cintrée sans entaille pour le BFUP et plaque rectangulaire entaillée pour le béton et béton fibré. Pour ces deux derniers, le déplacement indiqué correspond directement à une ouverture de fissure. Seul le BFUP présente un comportement écrouissant entre les points (1) et (2). Le béton et le béton fibré présentent un comportement adoucissant avec une fissuration localisée dès la fin de la partie élastique. L'adoucissement du béton fibré se prolonge sur de grandes ouvertures de fissure grâce à l'effet de pontage et à l'arrachement progressif des fibres. La résistance à la traction du BFUP (ici 13.5 MPa) est 4.5 fois plus élevée dans ce cas que celle du béton et du béton fibré (3 MPa).

La Figure 7b) montre la réponse en traction d'un BFUP écrouissant et celle de barres d'armatures en acier. La fin de l'écrouissage du BFUP est dans le même domaine de déformation que le début du palier plastique de l'acier B500.

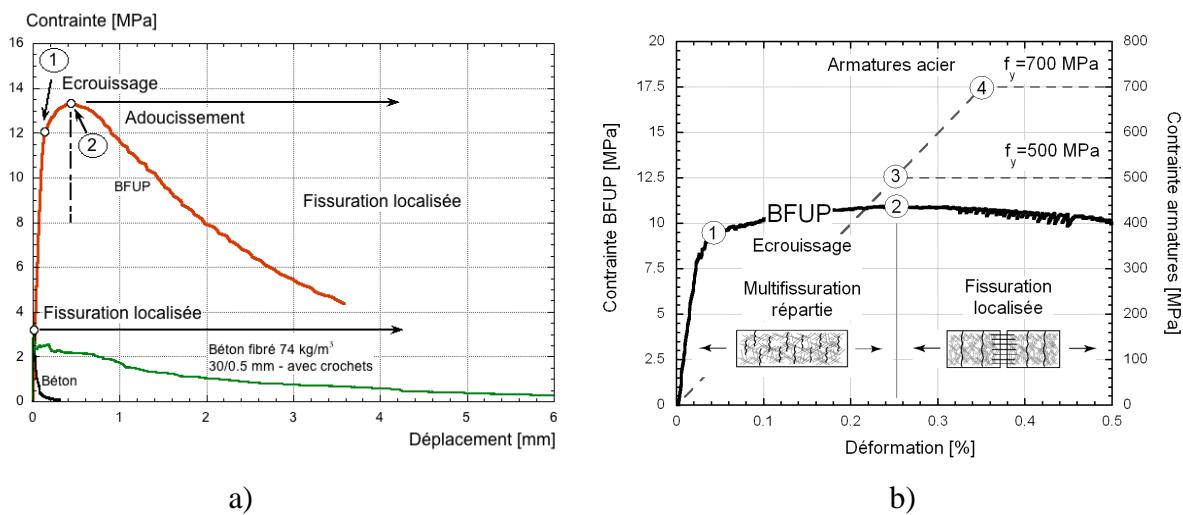


Fig. 7 a) réponses en traction (courbes moyennes) comparées d'un BFUP, d'un béton et d'un béton fibré, b) réponses en traction comparées d'un BFUP et de barres d'armature passives en acier.

→ Tous les BFUP du marché présentent en tout cas un comportement adoucissant étendu en traction uniaxiale, comme les bétons fibrés, avec une énergie spécifique de rupture G_{FU} de l'ordre de 15 à 30 kJ/m^2 , contre 0.1 à 0.3 pour un béton et entre 4 et 20 environ pour un béton fibré.

Le choix de leur fibrage (matériau, géométrie et dosage) des BFUP est toujours tel que le Moment résistant ultime M_{RU} d'un élément fléchi en BFUP soit nettement supérieur au Moment résistant M_{Re} pour lequel la résistance à la traction en fin de phase élastique f_{Ute} est atteinte à la fibre extrême tendue de l'élément fléchi (facteur $M_{RU}/M_{Re} = 2$ à 3, voire plus). On parle alors de matériau « écrouissant en flexion », ce qui peut être comparé à la notion d'armature minimale en flexion pour le béton armé. Les bétons fibrés sont pour la plus grande partie dans le même cas. Ce type de matériau procure un comportement de multifissuration répartie sous sollicitations de flexion jusqu'au moment résistant maximal. Par contre, il ne garantit pas le même type de réponse sous sollicitations de traction uniaxiale.

→ L'obtention d'un comportement écrouissant en traction uniaxiale tel qu'illustré aux Figures 4 et 7b) est nettement plus exigeante que pour le cas flexionnel quand à recette des BFUP et surtout à leur fibrage. Pour le même type et géométrie de fibres, un BFUP écrouissant en flexion demande la moitié moins de fibres en kg/m^3 qu'un BFUP écrouissant en traction uniaxiale [33].

La différence est la même pour l'armature minimale du béton armé, nettement plus faible en flexion simple qu'en traction uniaxiale.

On relèvera également que l'armature minimale dépend de la résistance à la traction du matériau à armer. La résistance à la traction très élevée des BFUP augmente donc l'ampleur du défi. Par contre l'adhérence de leur matrice ultracompacte sur les fibres métalliques lisses (environ $\tau=6$ MPa), 3 à 4 fois plus élevée que dans les bétons, est un facteur favorable.

Le dosage en fibres nécessaire pour obtenir un comportement écrouissant en traction dépend d'une part de l'élancement des fibres, de leur adhérence à la matrice qui gouverne le niveau de contrainte qu'elles peuvent atteindre avant l'arrachement et de leur orientation par rapport aux efforts appliqués (coefficients d'orientation), et d'autre part de la résistance de la matrice [33]. Pour une matrice de BFUP donnée, il existe en théorie de nombreuses combinaisons possibles d'élancements et de dosages satisfaisant à la condition d'écrouissage en traction. L'efficacité mécanique moyenne d'un mélange avec moins de fibres (donc moins coûteux) mais très élancées pourra être la même que celle d'un mélange avec beaucoup de fibres, mais peu élancées. Toutefois, la dispersion des performances mécaniques augmente si l'on diminue le nombre de fibres dans le composite, de la même manière qu'une armature minimale formée de plusieurs barres de « petit diamètre » est plus efficace pour contrôler la fissuration du béton armé que peu de barres de « gros diamètre » à taux d'armature égal. Ainsi on aura intérêt à chercher un compromis entre dosage en fibres et élancement pour obtenir un BFUP de coût raisonnable et suffisamment robuste vis à vis des conditions d'application. Depuis 2000, différents types de fibrages métalliques pour BFUP écrouissant en traction ont été validés et sont maintenant disponibles sur le marché Suisse.

➔ Continuité et orientation du fibrage : Enfin, on prendra garde au fait que la performance en traction des BFUP est totalement liée à l'action de leur ossature fibrée. En cas d'orientation défavorables des fibres par rapport aux efforts de traction ou de perte de la continuité du fibrage, cette performance peut être très fortement diminuée. Dans ces cas, il est impératif de compléter le fibrage par une armature passive permettant de « régulariser » cette réponse et/ou d'assurer la continuité de la transmission des efforts. A titre d'exemple, on peut citer la rencontre de deux fronts de coulage de BFUP frais à l'intérieur d'un coffrage de forme complexe ou la réalisation de joints de continuité entre étapes de coulage de BFUP sur ouvrages.

Au contraire, en cas d'orientation favorable des fibres, par exemple dans des éprouvettes de laboratoire, il est possible de surestimer nettement les performances réelles du matériau sur ouvrage. Ceci est couvert entre autres lors du dimensionnement par le coefficient de passage K mentionné plus haut (§ 2.2).

5.2. Compression

La résistance moyenne à la compression à 28 j f_{Uc} des BFUP varie entre 150 et plus de 200 MPa selon les compositions et les traitements de cure thermique utilisés. Le comportement des BFUP en compression simple est essentiellement linéaire élastique jusqu'à $0.85.f_{Uc}$.

Effet des additions minérales : Un facteur d'influence important à ce titre est le type de matrice du BFUP. Les BFUP basés sur des ciments de type I comportent une grande quantité de clinker non hydraté qui permet d'obtenir des résistances à la compression très élevées, au-dessus de 200 MPa. La tendance actuelle est toutefois à la substitution d'une partie plus ou moins importante du clinker par des additions minérales. Selon le type d'addition minérale substituées au clinker et leur dosage, la résistance à la compression reste proche de celle obtenue avec des ciments de type I purs (poudre de quartz par exemple) ou plus faible (laitier de haut fourneau et surtout filler calcaire).

Effet des fibres: On notera que les fibres jouent un rôle notable en augmentant la résistance à la compression des BFUP, par effet de confinement latéral [34].

Effet du type d'éprouvette : Le type d'éprouvette joue également un rôle important sur la résistance à la compression mesurée. On trouve souvent des résultats d'essais sur demi-prismes 4/4/16 cm ou sur cylindres type 11/22 cm (permettant d'utiliser les machines d'essai usuelles pour les bétons – presses de 5000 kN par exemple sans dépasser leur capacité). Les prismes 4/4/16 cm donnent toujours des résistances plus élevées que les cylindres 11/22 cm. Comme en traction ou flexion, le choix du type d'éprouvettes dépend du type d'application et de l'objectif des essais : convenance, contrôle de qualité ou vérification des performances par rapport aux valeurs de calcul de structures.

Le module d'élasticité des BFUP en compression vaut entre 40 et 65 GPa selon les recettes. Les valeurs les plus élevées sont obtenues pour des BFUP incorporant une fraction de granulats de quelques mm très durs (BSI par exemple).

5.3. Fluage

Les BFUP présentent une réponse viscoélastique qui dépend de leur traitement de cure. En cas de cure thermique au jeune âge (en général 48 h à 90°C sous atmosphère très humide, une fois la prise terminée), leur maturation est fortement accélérée et leur coefficient de fluage résiduel pour un chargement à un âge de 28 j vaut entre 0.2 et 0.3 [26, 35]. Sans traitement thermique, ce coefficient vaut entre 0.8 et 1 [26, 35]. Sans cure thermique, pour un chargement à 7 j, il vaut environ 1.5. Les BFUP présentent donc un comportement viscoélastique proche de celui des Bétons à Hautes Performances, plus faible que celui des bétons, mais efficace pour atténuer d'un facteur 2 par relaxation le développement des autocontraintes agissant dès le jeune âge quand le retrait du BFUP est entravé (comme c'est le cas en application de couches minces de BFUP sur un support en béton armé ancien) [32].

Le fluage des BFUP peut-être représenté par le modèle suivant, équation (1), avec $\varepsilon_{Uct}(t)$ la déformation de fluage au temps t , ε_{Uel} la déformation élastique correspondant au chargement imposé, $\varphi_U(t_\infty, t_0)$ le coefficient de fluage à l'infini pour un chargement au temps t_0 , et $\varphi_U(t, t_0)$ le coefficient de fluage au temps t pour un chargement au temps t_0 , avec α et β deux paramètres.

$$\varepsilon_{Uct}(t) = \varphi_U(t, t_0) \cdot \varepsilon_{Uel} \text{ avec } \varphi_U(t, t_0) = \varphi_U(t_\infty, t_0) \cdot \frac{(t - t_0)^\alpha}{(t - t_0)^\alpha + \beta} \quad (1)$$

La partie cinétique est tirée du modèle de Acker/Baral [36], validé par Loukili [26, 35] pour les BFUP. On trouvera dans [37] plus de détails sur l'application de ce modèle aux BFUP et les coefficients à utiliser.

A titre d'exemple, le coefficient de fluage propre (non-séchant) en compression à l'infini pour un chargement à l'âge t_0 et une résistance à la compression du BFUP f_{Uc} peut être décrit (jusqu'à 25 % de la résistance) selon le modèle de Loukili adapté par Kamen [37] par l'équation 2 :

$$\varphi_U(t_\infty, t_0) = 0.37 \cdot e^{(17.98 / \sqrt{f_{Uc}(t_0)})} \quad (2)$$

En traction, les valeurs de coefficients de fluage à l'infini sont proches de celles obtenues en compression et peuvent être admises égales en première approximation (niveau de charge inférieur à la limite élastique en traction du BFUP f_{Ute}) [38].

5.4. Retrait

Le retrait des BFUP est principalement de type endogène (lié aux phénomènes d'hydratation et d'autodessiccation se produisant à l'intérieur du matériau même sans contact avec le milieu extérieur) contrairement aux bétons pour lesquels la principale source de retrait est le séchage vers l'extérieur. Pour des rapports E/C en dessous de 0.42, le retrait endogène commence à se manifester de manière significative dans les bétons mais il devient dominant seulement dans les BFUP.

Le retrait de séchage existe dans les BFUP et est d'autant plus prononcé que cure est courte au jeune âge (3 J au lieu de 7 J), même si il reste minoritaire (1/3 à 1/4 du retrait endogène) [37].

En cas de cure thermique sous atmosphère humide au jeune âge, le retrait atteint rapidement sa valeur asymptotique et son évolution dans le temps devient ensuite négligeable [34].

Le retrait endogène à long terme $\varepsilon_{Us}(t)$ des BFUP n'est pas plus élevé que celui des bétons usuels ou autoplaçants (de l'ordre de 600 $\mu\text{m}/\text{m}$ sans traitement thermique avec un ciment CEM I et environ 850 $\mu\text{m}/\text{mm}$ avec un CEM III/B).

Le modèle de Loukili [26, 35], équation 3, permet d'estimer le retrait endogène à long terme des BFUP dans une gamme de températures de 20 à 40 °C [37], avec B et C coefficients dépendant du type de BFUP. Selon [37], à 20°C on peut admettre B=-3.9 et C=3.6.

$$\varepsilon_{Us}(t) = \varepsilon_{Us}(t_\infty) \cdot e^{\frac{B}{\sqrt{t+C}}} \quad (3)$$

5.5. Bilan déformationnel

La Figure 8 ci-dessous compare la déformabilité d'un BFUP représentée par son domaine écrouissant et d'un béton (schématiquement) en comparaison avec la fourchette des valeurs de retrait à long terme pour les bétons et les BFUP. On constate que le retrait libre maximal des BFUP écrouissants en traction est encore nettement inférieur à leur capacité de déformation par l'écrouissage. Au contraire, la capacité de déformation des bétons est très faible par rapport à leur retrait libre. Ce raisonnement simplifié permet de mettre en avant l'intérêt d'utiliser des BFUP écrouissants appliqués en couches minces sur un support existant en béton armé. Leur capacité de déformation par écrouissage permet de garantir l'absence de fissures localisées sous l'action du retrait entravé, au contraire des bétons. La résistance à la traction élevée des BFUP contribue elle-même de manière conséquente à leur déformabilité.

Ce raisonnement dans le cas le plus défavorable de l'entrave totale (reprise de la totalité du retrait libre) doit encore être complété par l'effet favorable de la relaxation des contraintes sous l'effet de la viscoélasticité des BFUP et des bétons et par le degré d'entrave effectif des couches de BFUP et de béton appliquées sur supports existants qui varie le plus souvent entre 0.5 et 0.8 (50 à 80 % seulement de la déformation de retrait libres est effectivement entravée, le reste est libéré par les degrés de liberté axiale et flexionnels de la structure composée de la nouvelle couche sur l'ancienne, [39]).

La conclusion générale suivante peut donc être tirée : contrairement aux bétons, les BFUP écrouissants en traction sont d'excellents matériaux pour éviter totalement la fissuration dans les structures formées d'anciens et de nouveaux bétons.

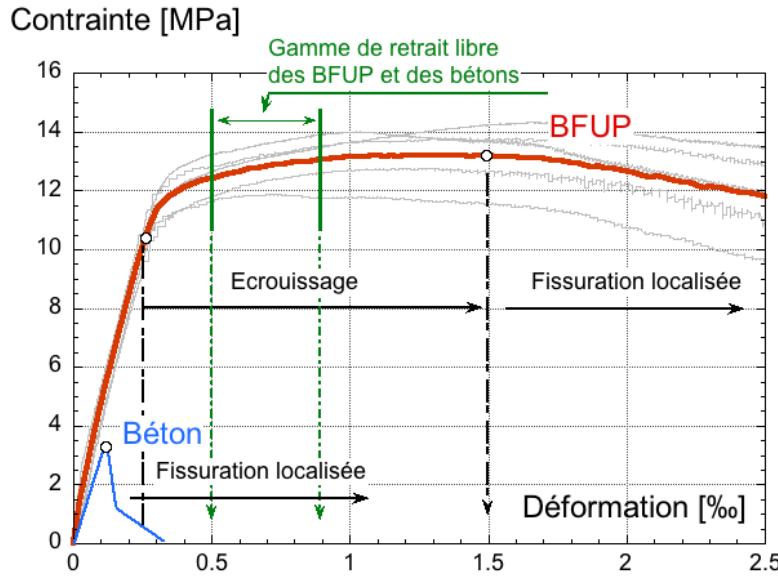


Fig. 8 Réponse écrouissante d'un BFUP sous traction uniaxiale (courbes de 5 essais et moyennes), réponse en traction schématique d'un béton et domaine de retrait libre des bétons usuels et des BFUP.

6. Conclusions

- Les BFUP présentent des propriétés mécaniques et de durabilité exceptionnelles.
- Leur fibrage leur confère un comportement écrouissant marqué en flexion et pour certaines formulations, avec un dosage en fibres plus élevé et adapté, en traction uniaxiale également.
- La mise en œuvre des BFUP peut se faire en préfabrication, associés à des armatures passives ou de la précontrainte, ou coulés sur chantier, seuls ou associés à des armatures passives.
- Le développement et l'application des BFUP coulés sur chantier a connu un développement important au cours des 10 dernières années, à l'initiative de la Suisse et plus particulièrement du MCS/EPFL, avec à ce jour 12 applications réalisées ou en cours de réalisation en Suisse et une réalisée en Slovénie, sur des ponts mais également pour le renforcement de dalles de bâtiments.
- Le recul de plus de 10 ans par rapport aux premières applications industrielles de BFUP et les retours d'expérience récents confirment pleinement la durabilité exceptionnelle de ces matériaux dans les ambiances les plus agressives.
- La tendance actuelle de la formulation est à la substitution de quantités importantes de clinker par des additions minérales qui peuvent également être des déchets de qualité bien maîtrisée (poudre de verre par exemple). Cette substitution permet également, par exemple avec du filler calcaire, de résoudre les problèmes d'ouvrabilité insuffisante liés à une mauvaise compatibilité entre ciments et adjuvants locaux à disposition.
- En parallèle, à côté des produits industriels les plus répandus, on assiste à l'émergence dans de nombreux pays de recettes de BFUP locales qui démultiplieront à terme l'utilisation de ces matériaux jusqu'à la rendre courante comme c'est pratiquement devenu le cas en Suisse.
- La composition et la rhéologie des BFUP peuvent être adaptées pour permettre leur mise en place sur chantier, dans une vaste gamme de conditions d'application : pentes de plus de 10 % et températures ambiantes entre 5 et 35 °C.

7. Remerciements

L'auteur tient à remercier l'ensemble des personnes qui ont contribué au développement, à la validation et à l'application de BFUP écrouissants coulables sur chantier, en Suisse et en Slovénie, aux maîtres d'ouvrage qui ont permis les applications et aux partenaires ayant assuré le financement des projets. Sans leur engagement, de l'ingénieur au mécanicien, du scientifique au maçon, ces travaux n'auraient pas pu être menés à terme aussi vite et bien.

MCS-EPFL et LMC/EPFL: Prof. E. Brühwiler, Prof. J.P. Charron, Dr. K. Habel, Dr. A. Herwig, Dr. A. Kamen, M. H. Kamyab, Mme T. Noshiravani, Dr. C. Oesterlee, Dr. H. Sadouki, Dr. A. Switek, Dr. J. Wuest, M. R. Gysler, M. S. Demierre, Mme F. Dubugnon, M. G. Rouge, M. P. Simonin, M. L. Sofia-Gabriol.

Partenaires dans les projets européens SAMARIS (WP 14) et ARCHES (WP 5): Dr A. Šajna, Mrs J. Šuput, Mme L. Resčič, M. V. Bras, Dr. P. Rossi, Dr. G. Habert, Mme L. Cernilogar, M. T. Wierzbicki, Dr. R. Woodward.

Avec un remerciement tout particulier pour le Dr. Pierre Rossi qui a fourni les bases de départ du développement des BFUP écrouissants en Suisse à partir de son CEMTEC_{multiscale®} et de son expertise des matériaux fibrés, et qui a accompagné les projets européens SAMARIS et ARCHES.

Soutien financier de: Fonds National Suisse de la recherche Scientifique, Secrétariat d'état Suisse à l'Education et à la Recherche, Commission Suisse pour la Technologie et l'Innovation, Cemsuisse, Holcim, Swiss Steel AG, Office Fédéral Suisse des Routes, Union Européenne.

Soutien pour les applications des administrations des cantons d'Argovie, Genève, Grisons, Vaud, Valais, Zürich, de la municipalité de Bovec (Slovénie), ainsi que des représentants de la ville de Genève, de l'Office Fédéral Suisse des Routes (OFROU), et des Chemins de fers Fédéraux (CFF) Suisses.

8. References

- [1] Francois Toulemonde; Jacques Resplendino, « Designing and building with UHPFRC : state of the art and development », London : ISTE ; Hoboken, NJ : Wiley, 2011.
- [2] Denarié E., Kazemi-Kamyab H., Haddad B., Nendaz S., Brühwiler E., « BFUP pour la maintenance – un nouvel élan », Bulletin technique de la Suisse Romande, Tracés, 12, 29 Juin 2011, pp. 20-23.
- [3] H. H. BACHE, "Densified cement/ultrafine particle-based materials", presented at the Second International Conference on Superplasticizers, June 1981, Ottawa, Canada.
- [4] de Larrard F., Sedran T., "Optimization of Ultra-High-Performance Concrete by the Use of a Packing Model", Cement and Concrete Research Vol. 24, N° 6, 1994, pp. 997-1009.
- [5] Richard P., Cheyrezy M., "Les Bétons de Poudres Réactives", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics (ITBTP) in Les Bétons de Poudres Réactives (BPR) à Ultra Haute Résistance (200 à 800 MPa), N° 532 - mars-Avril 1995, Série Béton 320, pp. 85-102.
- [6] Cheminot N., Thibaux T., "Centrale EDF de Cattenom (Moselle) – Rénovation des corps d'échange en Béton Ultra Hautes Performances (BSI)", Travaux, n° 752, avril 1999, pp. 63-68.
- [7] Schmidt M., et al, "Sachstandbericht Ultrahochfester Beton", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 561, Berlin, 2008.

- [8] Bornemann R., Fehling E., "Ultrahochfester Beton - Entwicklung und Verhalten", in Hybrides Bauen mit Hochleistungswerkstoffen - Höhere Effizienz durch geschicktes Zusammenfügen, Leiziger Massivbau-Seminar, Band 10, 2000, pp. 1-15.
- [9] Brühwiler E., « Entwurf, Bemessung und Ausführung von Stahl-UHFB – Stahlbeton Verbundbauteilen », Actes de la Journée d'étude Bétons Fibrés Ultra Performants, Fribourg, Suisse, 27 Octobre 2011.
- [10] Habel, K., Denarié, E., Brühwiler, E., Structural response of elements combining Ultra-High Performance Fiber Reinforced Concretes and reinforced concrete, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 132, No. 11, 2006, pp. 1793-1800.
- [11] Habel K., Denarié E., Brühwiler E., Experimental Investigation of Composite Ultra-High-Performance Fiber-Reinforced Concrete and Conventional Concrete Members, ACI Structural Journal, Vol. 104, No 1, 2007, pp. 93-101.
- [12] Oesterlee C., Brühwiler E., Denarié E., „Tragverhalten von Verbundbauteilen aus bewehrtem UHFB und Stahlbeton”, Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 8, 2009, pp. 462-470.
- [13] Noshiravani, T., Brühwiler, E., Behaviour of UHPFRC-RC composite beams subjected to combined bending and shear, Proceedings, 8th FIB PhD Symposium in Kgs. Lyngby, Denmark, June 20-23, 2010.
- [14] Habel K., Viviani M., Denarié E., Brühwiler E., "Development of the Mechanical Properties of an Ultra-High Performance Fiber Reinforced Concrete (UHPFRC)", Cement and Concrete Research, Volume 36, Issue 7, July 2006, Pages 1362-1370.
- [15] Missemér L., "Etude du comportement sous très hautes températures des Bétons Fibrés à Ultra Performances : application au BCV®", Thèse de doctorat de Université de Grenoble. Spécialité : Matériaux, Mécanique, Génie Civil, Electrochimie, 2011.
- [16] Denarié E. "Recommendations for the tailoring of UHPFRC recipes for rehabilitation", Deliverable ARCHES D06, <http://arches.fehrl.org>, 2009.
- [17] Bornemann R., Schmidt M., "The role of powders in concrete", in proceedings 6th International symposium on Utilisation of High Strength / High Performance Concrete, Leipzig, Vol.2, 2002, pp. 863-872.
- [18] Formagini S., Toledo Filho R. D., Fairbairn E. M. R., "Mix designs, autogenous shrinkage and mechanical characterization of UHPFRCC", HPFRCC Symposium, Hawaii, RILEM, 2005.
- [19] Oesterlee, C., Structural response of reinforced UHPFRC and RC composite members, Doctoral Thesis No 4848, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne EPFL, 2010.
- [20] Denarié E., Habert G., Šajna A., "Recommendations for the use of UHPFRC in composite structural members – rehabilitation Log Čezsoški bridge". Deliverable ARCHES D14, <http://arches.fehrl.org>, 2009.
- [21] Habert, G., Denarié, E., Šajna, A., Rossi, P., « Lowering the global warming impact of bridge rehabilitations by using Ultra High Performance Fibre Reinforced Concretes », submitted to Materials and Structures, 2011.
- [22] Rossi P., "Ultra-high performance fibre reinforced concretes (UHPFRC): an overview", P. Rossi and G. Chanvillard Editors, Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes, BEFIB'2000, Lyon, France, 2000, pp. 87-100.
- [23] Rossi, P., Arca, A., Parant, E. & Fakhri, P., "Bending and compressive behaviours of a new cement composite", Cement and Concrete Research, 35, 2005, pp. 27 – 33.
- [24] E. Parant, "Mécanismes d'endommagement et comportements mécaniques d'un composite cimentaire fibré multi-échelles sous sollicitations sévères: fatigue, choc, corrosion", Ph.D. thesis, Ecole nationale des Ponts et Chaussées, Paris (in French), 2003
- [25] Wuest J., Denarié E., Brühwiler E., Tamarit L., Kocher M., Galluci E., "Tomography Analysis of Fibre Distribution and Orientation in Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete with High Fibre Dosages", Experimental techniques, Volume 33, Issue 5, 2009, pp. 50-55.

- [26] AFGC/SETRA, Bétons Fibrés à Ultra Hautes Performances, Recommandations provisoires, éditées par Association Française de Génie Civil et Service Technique des Routes et des Autoroutes, ref. SETRA: F0211 (in French and English), 2002.
- [27] Norme SIA 262/1. Construction en béton – Spécifications complémentaires: Perméabilité à l'air dans les structures, Société Suisse des Ingénieurs et des Architectes (SIA), Zürich, 2003.
- [28] Roux, N., Andrade, C., Sanjuan, M.A. « Etude Expérimentale sur la durabilité des Bétons de Poudres Réactives » Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics (ITBTP), Les Bétons de Poudres Réactives (BPR) à Ultra Haute Résistance (200 à 800 MPa), 532, Série Béton 320: 1995, pp. 133-141.
- [29] Birelli, G.; Chauvel, D.; Dugat, J.; Adeline, R.; and Bekaert, A., "Industrialisation du BPR. Utilisation dans les aéroréfrigérants à courants croisés et premières règles de calculs," Latechnique française du béton (The French Technology of Concrete), AFPC-AFREM, 13th FIP Congress, 1998, pp. 203-213.
- [30] Francois Toutlemonde, Veronique Bouteiller, Gerard Platret, Myriam Carcasses, and Maxime Lion, « Field Demonstration of UHPFRC Durability », Concrete International. 32, 11, Nov. 1, 2010, pp. 39-45.
- [31] Denarié, E., Wuest J. Putallaz, J.C., Brühwiler, E., "Béton Fibré Ultra Performant: première application en réhabilitation", Bulletin technique de la Suisse Romande, Tracés 17, 7 septembre 2005, pp. 6-11.
- [32] Habel, K., Structural behaviour of elements combining Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concretes (UHPFRC) and Reinforced Concrete, Doctoral Thesis No 3036, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne EPFL, 2004.
- [33] Naaman A.E., "High Performance Fiber Reinforced Cement Composites", in High-Performance Construction Materials – Science and Applications", Edited by C. Shi and Y.L. Mo, Engineering Materials for Technological needs – Vol. 1, World Scientific Publishing, Chapter 3, 2008, pp. 91-153.
- [34] Richard P., Cheyrez M., "Les Bétons de Poudres Réactives", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics (ITBTP) in Les Bétons de Poudres Réactives (BPR) à Ultra Haute Résistance (200 à 800 MPa), N° 532 - mars-Avril 1995, Série Béton 320, pp. 85-102.
- [35] Loukili A., Etude du retrait et du fluage de Bétons à Ultra-Hautes Performances, E.C. Nantes, Thèse de Doctorat, 155 p., Nantes, France, 1996.
- [36] Acker P., Barral M., Déformations différencées du béton durci: Etude critique des modèles analytiques de comportement rapport interne LCPC, cited by Loukili 96, 1980.
- [37] Kamen A., "Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques", Doctoral thesis, No. 3827, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 2007, 246 pp.
- [38] Switek Agnieszka, "Time-Dependent Response of Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC) under Low to High Tensile Stresses ", thèse EPFL n° 4899, Lausanne, Suisse, 2010.
- [39] Bernard O., Comportement à long terme des éléments de structure formés de bétons d'âges différents, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Thèse de Doctorat, No. 2283, Lausanne, Suisse, 2000.