

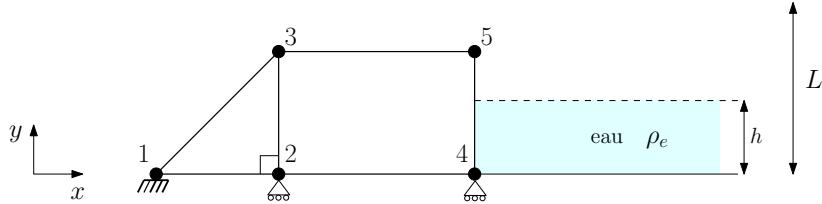
Examen – Modélisation Numérique des Solides et Structures : partie pratique.

*Notes et livre du cours autorisés
1h30, 32 points ($\frac{2}{3}$ de la note de l'examen écrit)*

Indication : Aucun des exercices ne nécessite de calculs lourds

Exercice 1 : Barrage renforcé (assemblage) — 10 points

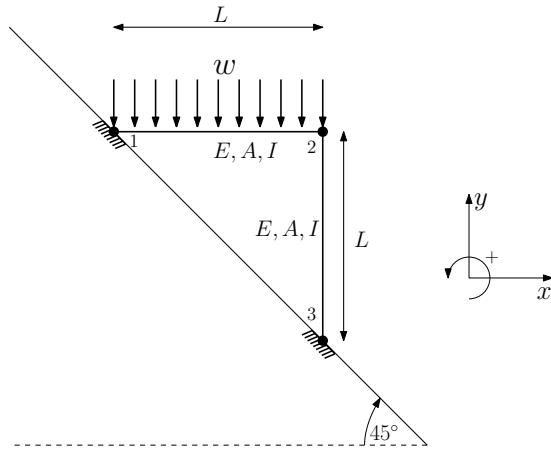
On considère un barrage et son talus de renforcement, que l'on modélise en 2D avec un élément Q4 et un élément T3. Le barrage est posé sur des appuis à rouleaux, à l'exception du noeud 1 qui est encastré. L'eau, de densité ρ_e , applique une pression hydrostatique sur le barrage.



- Sans aucun calcul, dessinez le profil de la matrice de raideur globale. Vous indiquerez par des croix les emplacements de coefficients de l'élément triangle, et par des ronds les coefficients de l'élément rectangulaire. (3 points)
- Calculez le vecteur des forces consistantes dues à la pression hydrostatique sur le côté 4-5. (3 points)
- Que pouvez-vous proposer pour améliorer la prise en compte de la pression hydrostatique ? (2 points)
- Donnez la taille de la matrice de raideur réduite (nécessaire à l'obtention d'une solution en déplacement) et dessinez le profil de la matrice de raideur réduite. (2 points)

Exercice 2 : Structure de poutres — 12 points

Un vigneron souhaite construire une terrasse pour y poser des vignes, comme présenté sur le schéma ci-dessous :



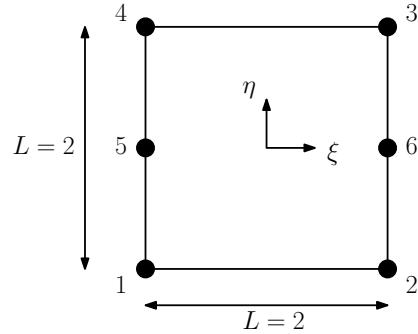
La terrasse sera supportée par deux poutres avec des modules d'élasticité, des sections et des moments d'inertie identiques. Ces deux poutres seront encastrées à la pente. Le poids de la terre et des vignes sera

modélisé par une charge w uniforme. Pour simplifier les calculs, on considérera $EA = 1$, $EI = 1$, $L = 1$ et $w = 1$.

- Calculez le vecteur des forces consistantes pour l'élément 1-2. (2 points)
- Quelle est la taille de la matrice de raideur globale ? (2 points)
- Calculez la matrice de raideur locale de chaque poutre séparément. (2 points)
- Assemblez la matrice réduite nécessaire pour trouver la solution en déplacement. (3 points)
- Donnez les réactions d'appui sur le noeud 3 en fonction de u_2 , v_2 et θ_2 . (3 points)

Exercice 3 : Élément à 6 noeuds — 10 points

On considère l'élément de transition à 6 noeuds donné ci dessous :



- Donnez les fonctions d'interpolation de cet élément. (2 points)
- Vérifiez que les propriétés des fonctions d'interpolations sont satisfaites. (2 points)
- Dessinez schématiquement la fonction d'interpolation du noeud 5. (1 point)
- Quelles sont les tailles des matrices B et K pour cet élément ? (2 points)
- Cet élément peut-il être utilisé pour assurer la continuité en déplacement avec un élément Q9 (élément bi-quadratique) ? Justifiez votre réponse. (1 point)
- Combien de points d'intégration sont nécessaires pour intégrer exactement les coefficients de la matrice de rigidité ? Justifiez votre réponse. (1 point)
- Pour une intégration réduite, illustrer schématiquement un mécanisme (mode à énergie nulle). (1 point)