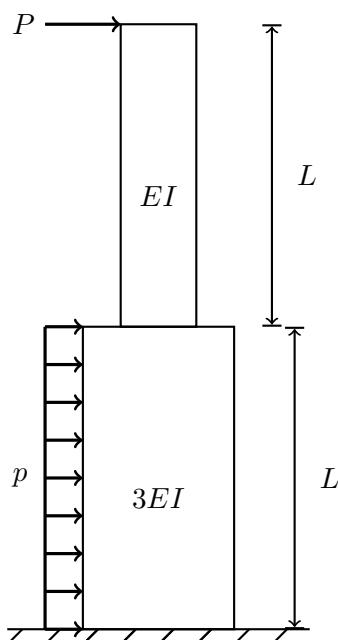


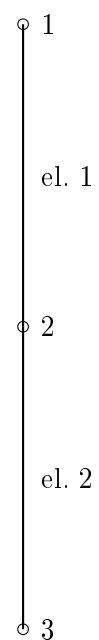
Examen – Modélisation Numérique des Solides et Structures : partie pratique.

Notes et livre du cours autorisés
 $2h, 30$ points ($\frac{2}{3}$ de la note finale)

Exercice 1 : Deux poutres sous charge – 10 points

(a)

$$\begin{aligned}EI &= 10^6 \text{ Pa}\cdot\text{m}^4 \\L &= 100 \text{ m} \\p &= 0.05 \text{ N/m} \\P &= 4 \text{ N}\end{aligned}$$



(b)

FIGURE 1 – Deux poutres sous charge : (a) schéma, (b) discréétisation éléments finis

Considérons le système à deux poutres avec une pression p ainsi qu'une charge concentrée P appliquées sur un côté, comme représenté sur la Figure 1. Modéliser le système comme indiqué sur la figure par des éléments poutres sans déplacement axial.

1. Donner les matrices de rigidité locales pour les éléments 1 et 2. (2 pts)
2. Calculer les coefficients de la matrice de rigidité globale et le vecteur des forces global. (2 pts)
3. Ecrire le système d'équation à résoudre et préciser la méthode de résolution. (2 pts)
4. Afin de faciliter les calculs, nous vous donnons le déplacement $u_1 = 4.9306$ m et la rotation $\theta_1 = -0.0428$ rad. Calculer les valeurs des inconnues en déplacement manquantes. (2 pts)
5. Trouver les forces de réaction au noeud 3. (2 pts)

Exercice 2 : Element plan soumis à une charge répartie latérale – 10 points

Une structure dont l'épaisseur t est petite par rapport aux autres dimensions est étudiée à l'aide d'éléments rectangulaires quadratiques. La figure 2 présente un élément de la structure.

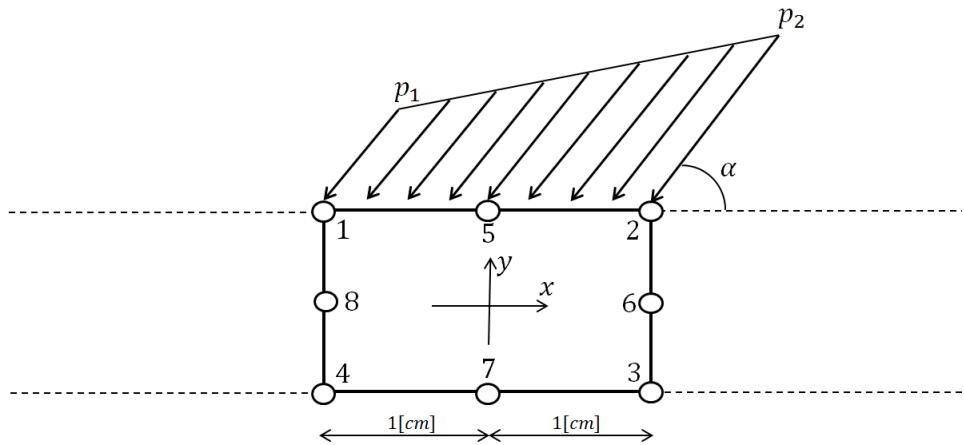


FIGURE 2 – Elément rectangulaire quadratique à 8 noeuds.

1. Quel état plan permet de représenter cette structure à l'aide d'éléments 2D ? Donner la matrice constitutive \mathbf{D} relative à cet état plan en fonction du module d'élasticité et du coefficient de poisson. Ecrire la relation liant les contraintes aux déformations. (2 pts)
2. Combien de degrés de liberté possède l'élément de la figure 2 et quels sont-ils ? (1 pt)
3. La face supérieure de l'élément de la figure 2 est soumise à une charge inclinée d'un angle α répartie linéairement entre les valeurs p_1 et p_2 (en $[N/cm]$). Calculer la répartition nodale de cette charge et exprimer le vecteur force \mathbf{f} pour cet élément. (5 pts)
4. Combien de points d'intégration sont nécessaires pour cet élément ? (1 pt)
5. Comment procéderiez-vous (sans calcul) pour construire le vecteur force \mathbf{f} si l'élément était uniquement soumis à une élévation uniforme de température ΔT ? (1 pt)

Exercice 3 : Analyse d'une structure composée d'une poutre et d'une barre – 10 points

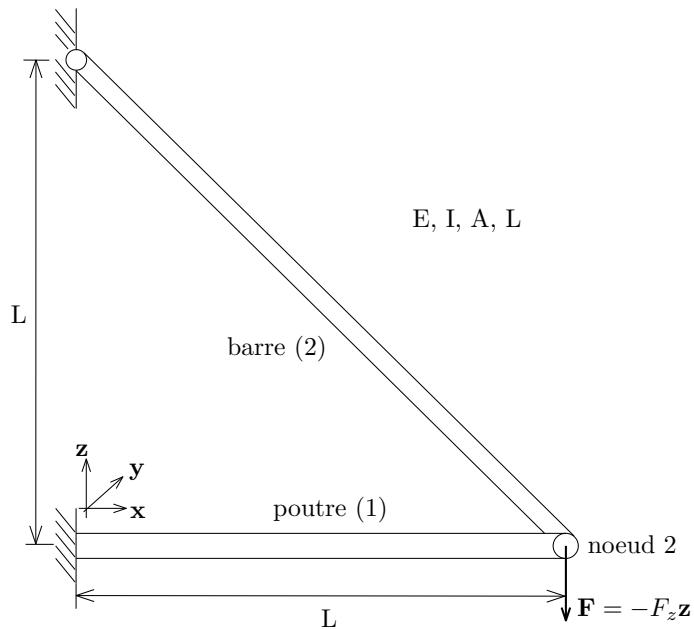


FIGURE 3 – Structure composée d'une poutre et d'une barre.

Une poutre de section circulaire est encastrée à une extrémité et soumise à une force verticale $\mathbf{F} = -F_z \mathbf{z}$ à l'autre extrémité. La poutre est renforcée par une barre inclinée aux propriétés mécaniques similaires (articulée aux deux extrémités). La structure est dans le plan $x-z$.

1. Indiquer les degrés de liberté nuls et non nuls à chaque noeud. (2 pts)
2. Donner la matrice de rigidité locale de l'élément barre, puis la transformer dans le repère global. De même pour l'élément poutre. (2 pts)
3. En tenant compte des conditions aux limites, établir le système d'équation global traduisant l'équilibre. (Calculer \mathbf{K} , \mathbf{u} et \mathbf{f} .) (2 pts)
4. Expliquer comment calculer l'effort normal dans la barre inclinée à partir du système $\mathbf{Ku} = \mathbf{f}$. (2 pts)
5. Dans le cas où $\mathbf{F} = F_y \mathbf{y}$, calculer le déplacement horizontal au noeud 2 et l'effort normal dans la barre inclinée. (2 pts)