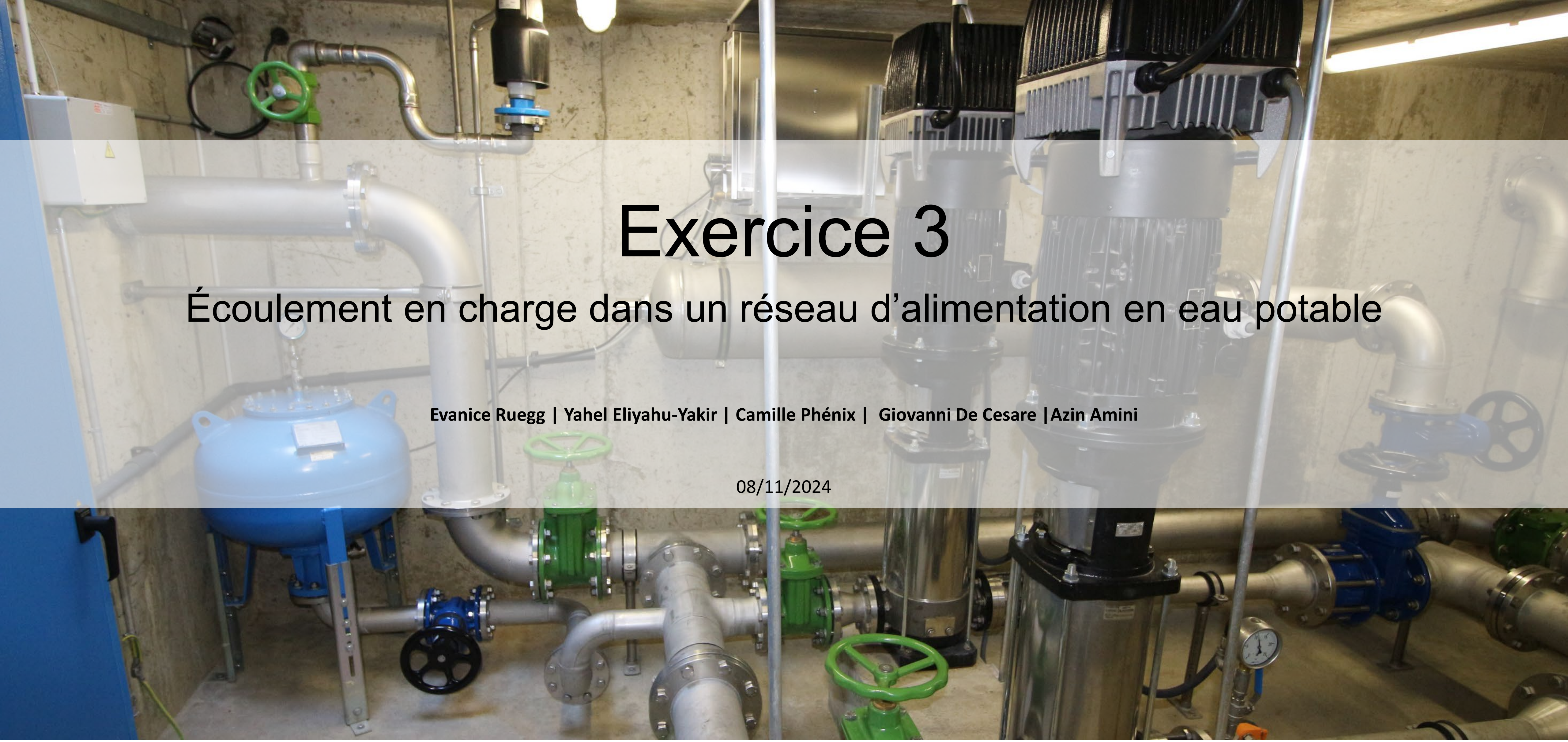


Exercice 3

Écoulement en charge dans un réseau d’alimentation en eau potable

Evanice Ruegg | Yahel Eliyahu-Yakir | Camille Phénix | Giovanni De Cesare | Azin Amini

08/11/2024

École polytechnique fédérale de Lausanne

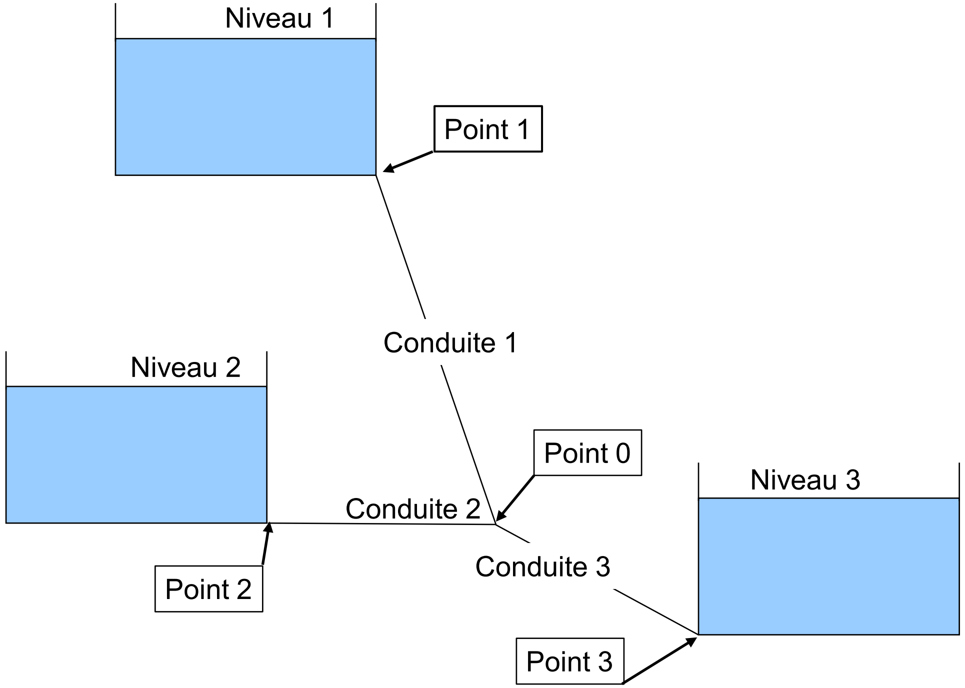
Plateforme de Constructions Hydrauliques

EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne

+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction

Objectif: Étudier les écoulements en charge entre trois réservoirs dans un système de distribution de l'eau potable



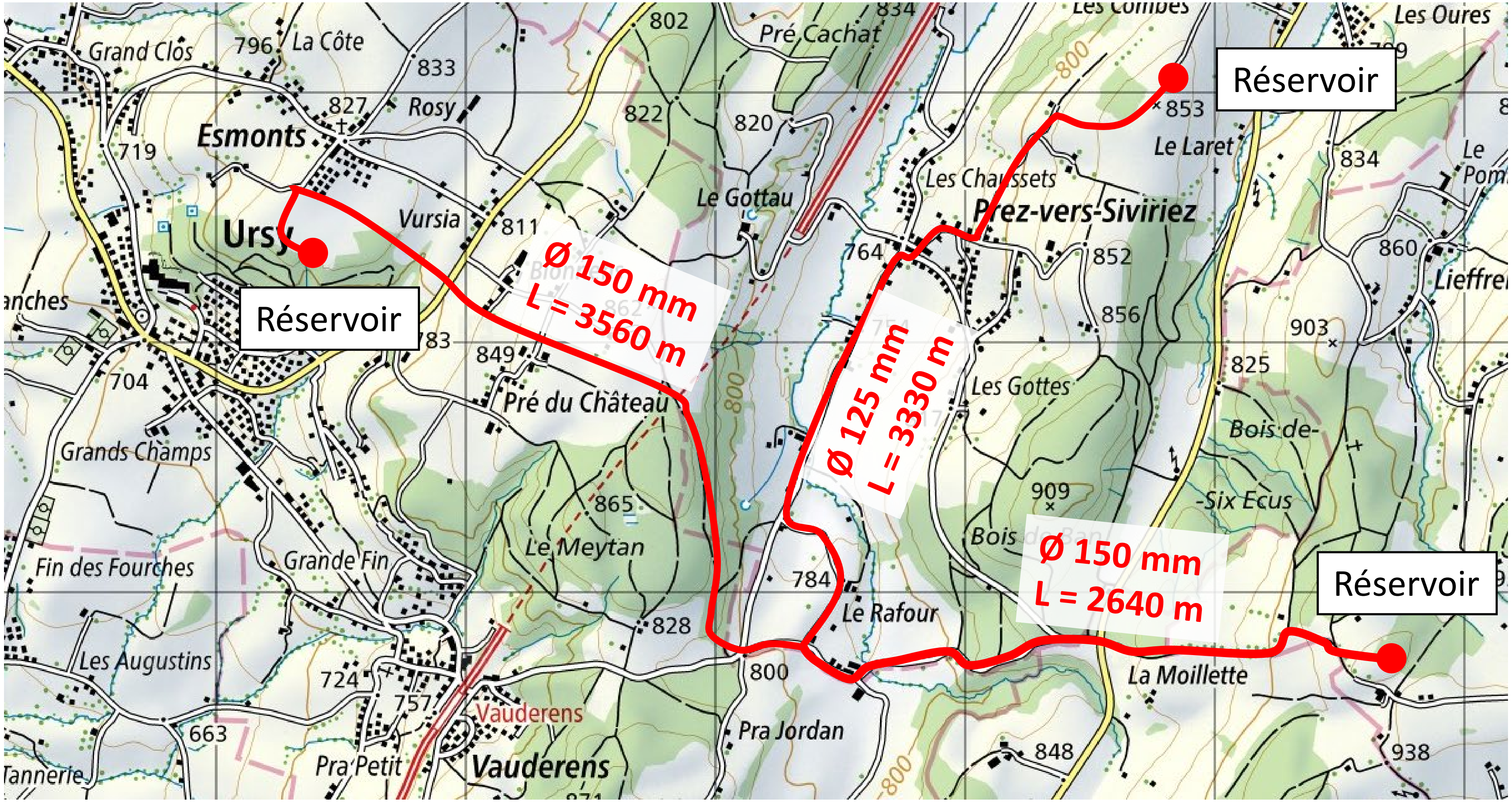
École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction

Réseaux en charge avec réservoirs interconnectés:

Réseau de l'AGSO

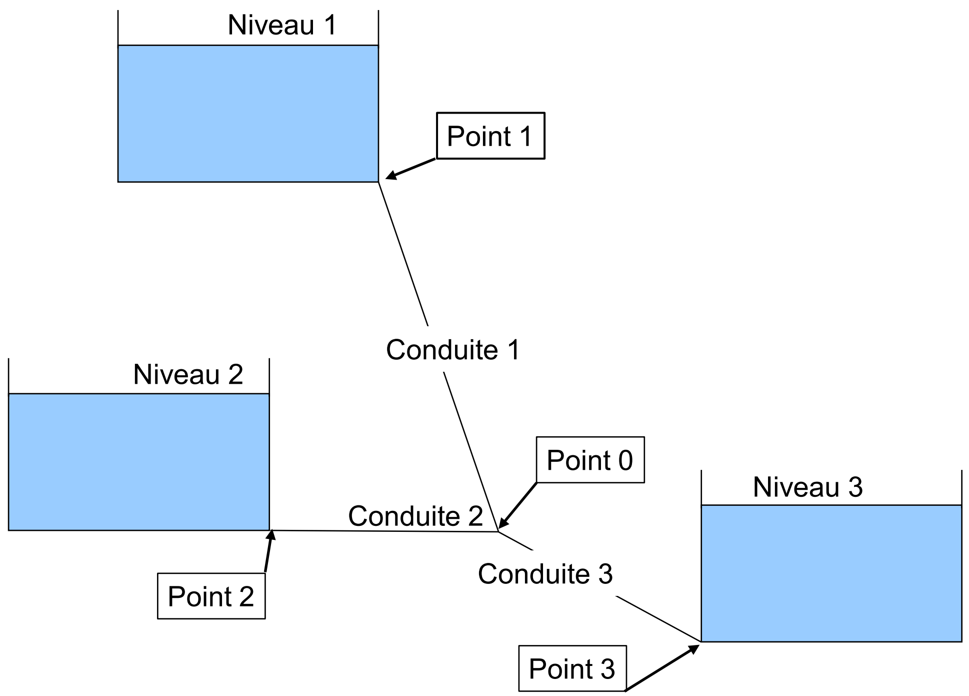
(Association pour l'adduction d'eau de la Glâne Sud-Ouest)

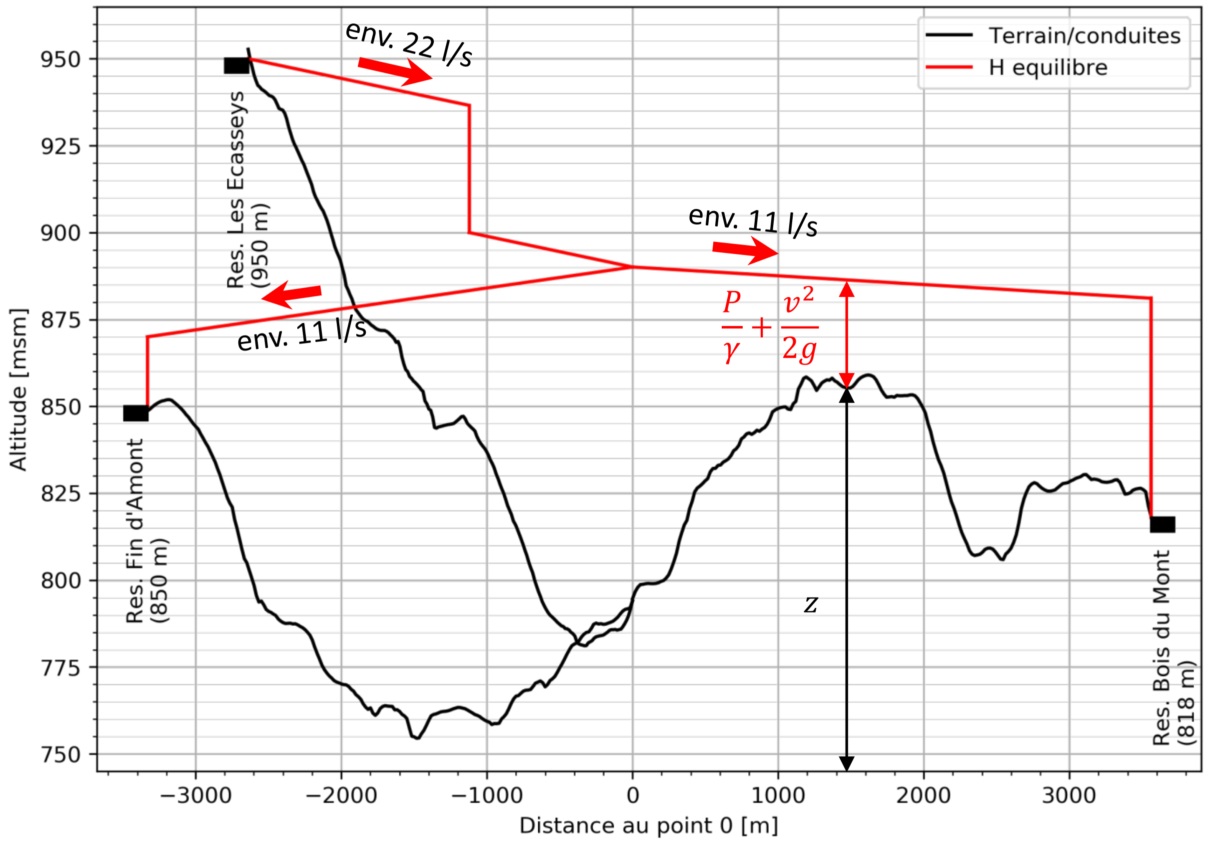


École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction

Le réseau de l'AGSO: débits, lignes d'énergie et comportement par **consommation modérée**



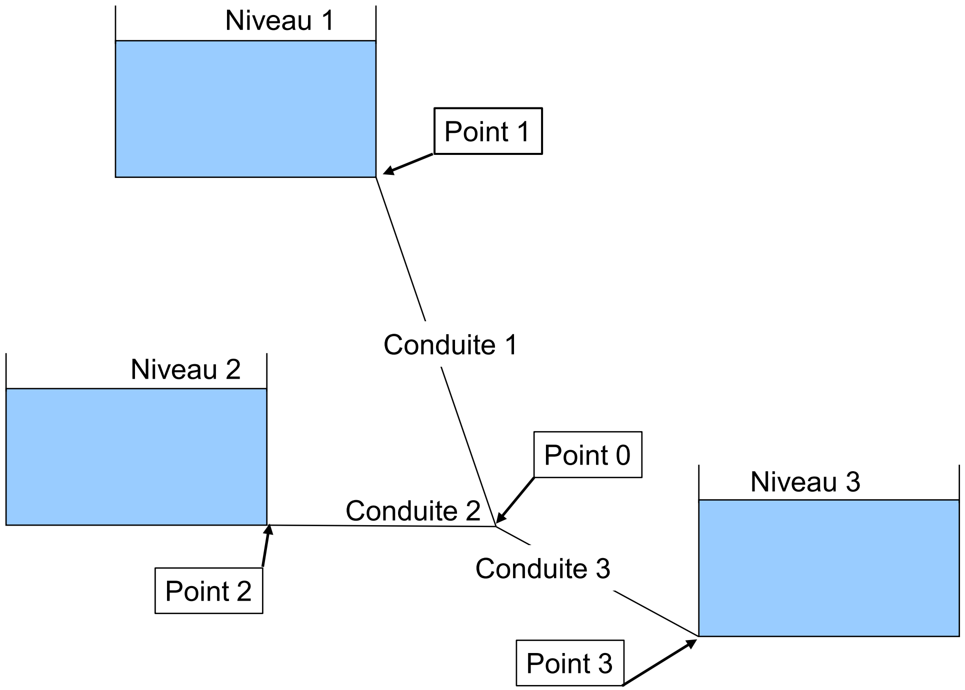


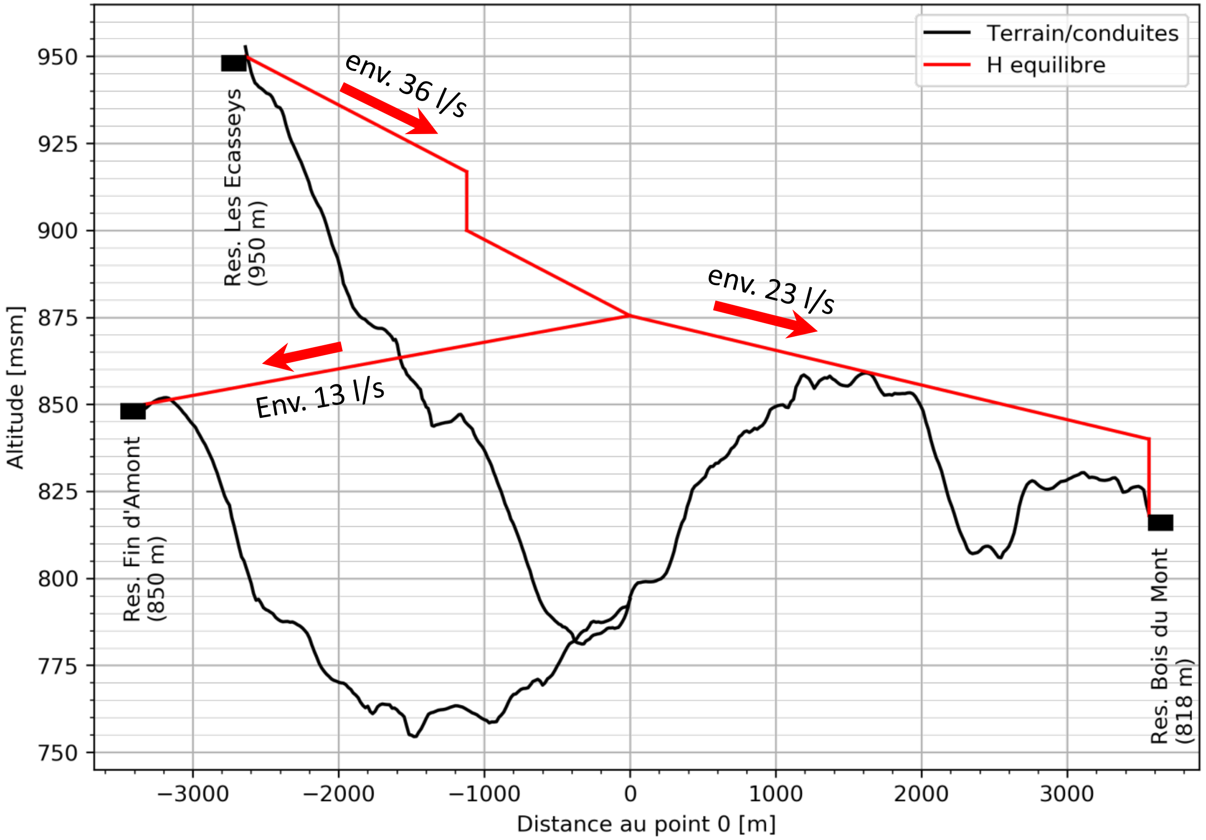
En tout point : $z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction

Le réseau de l'AGSO: débits, lignes d'énergie et comportement par **forte demande**

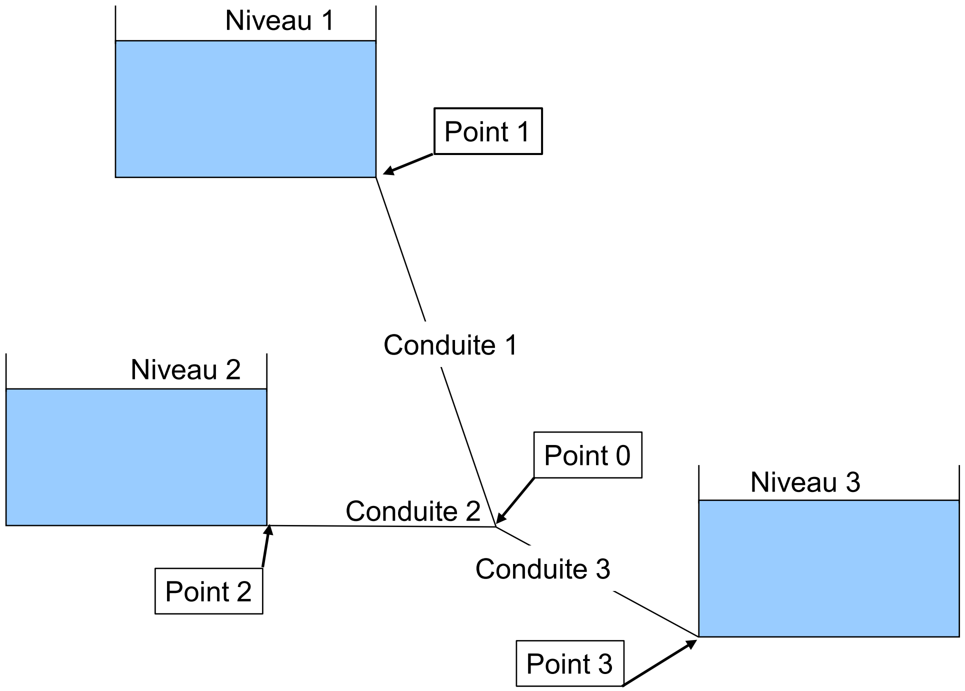


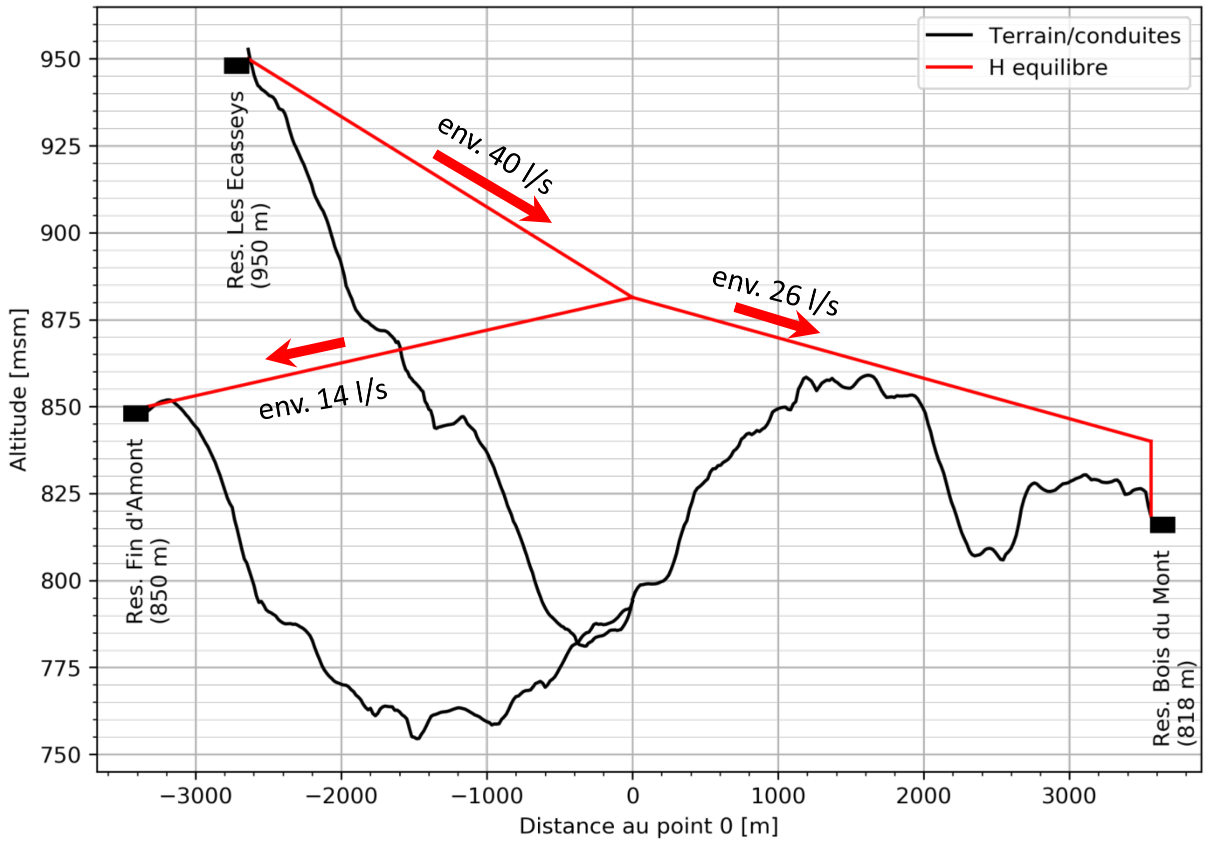


École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction

Le réseau de l'AGSO: débits, lignes d'énergie et comportement **sans réducteur de pression**



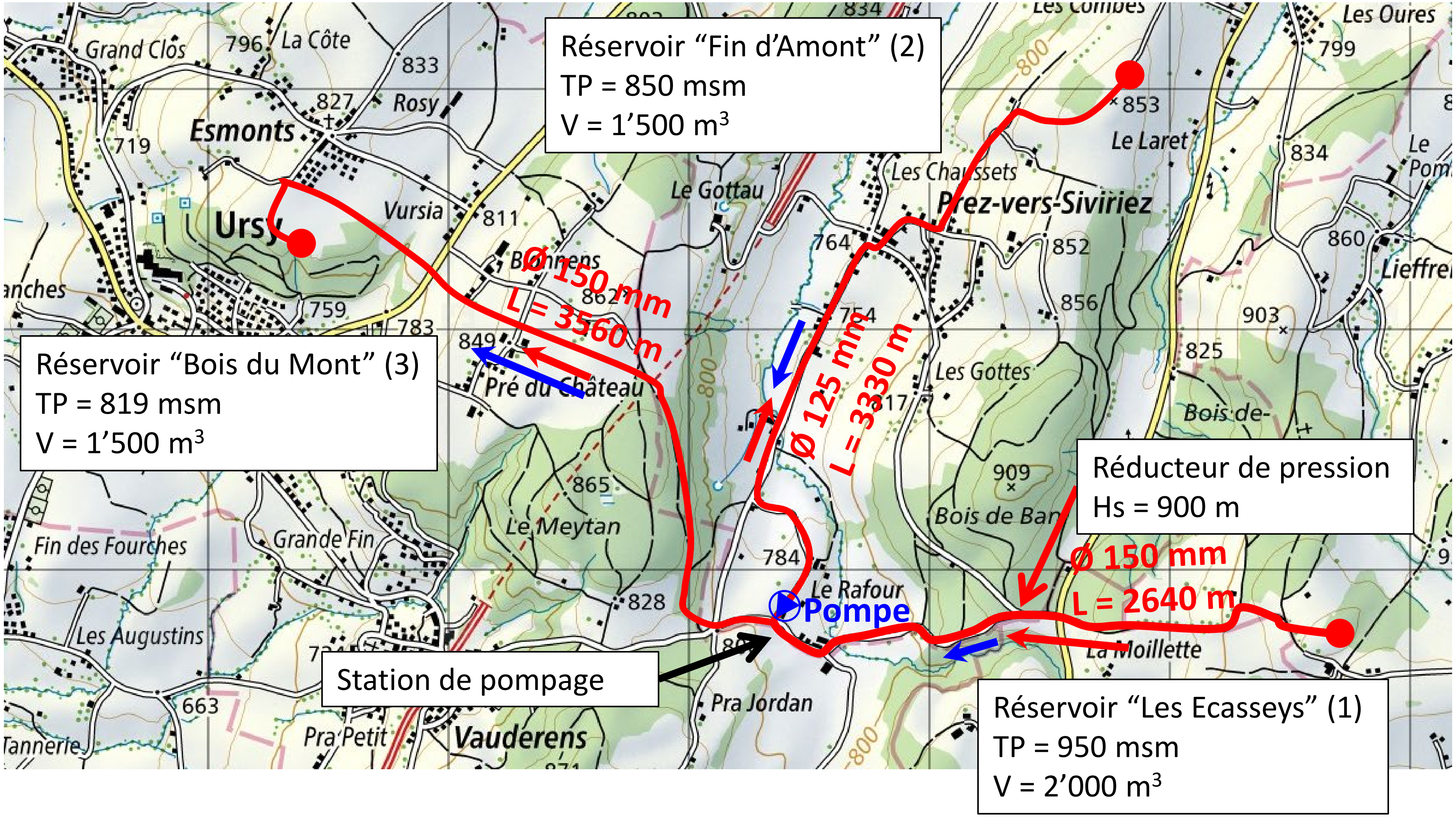


École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction

Réseaux en charge avec réservoirs interconnectés:

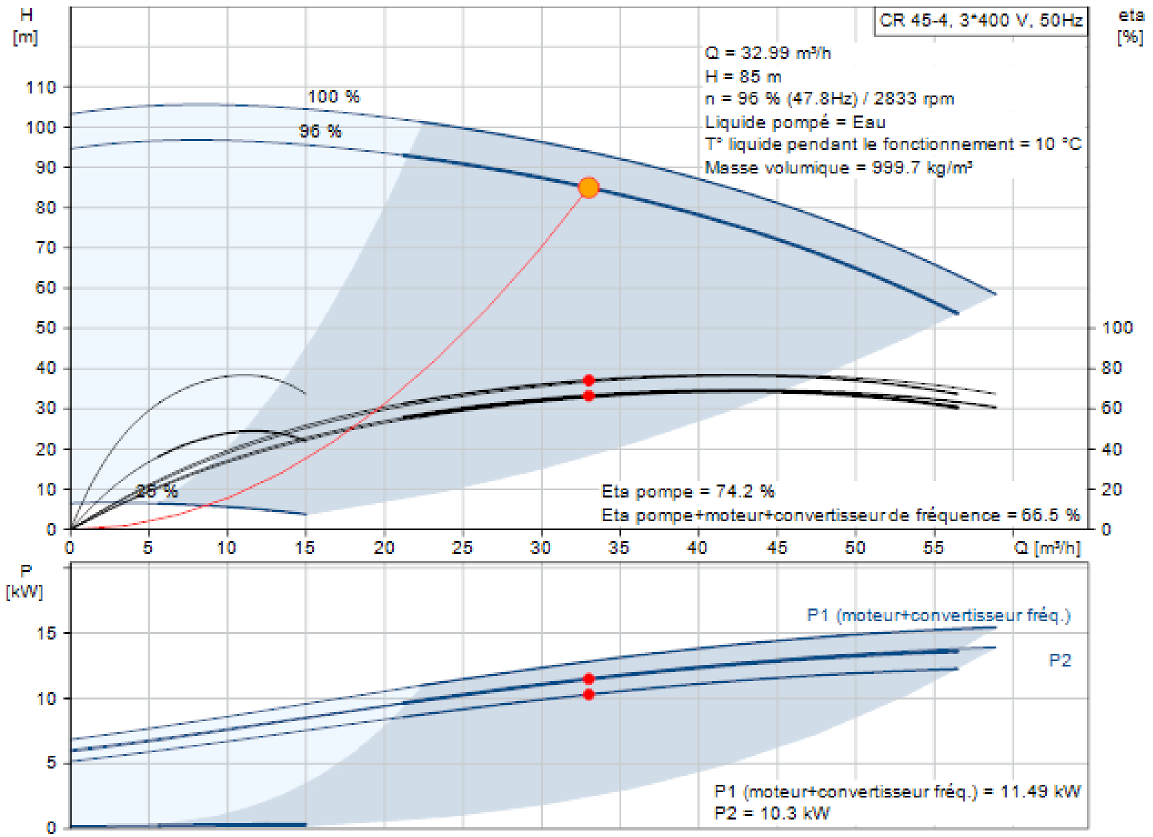
Réseau de l'AGSO



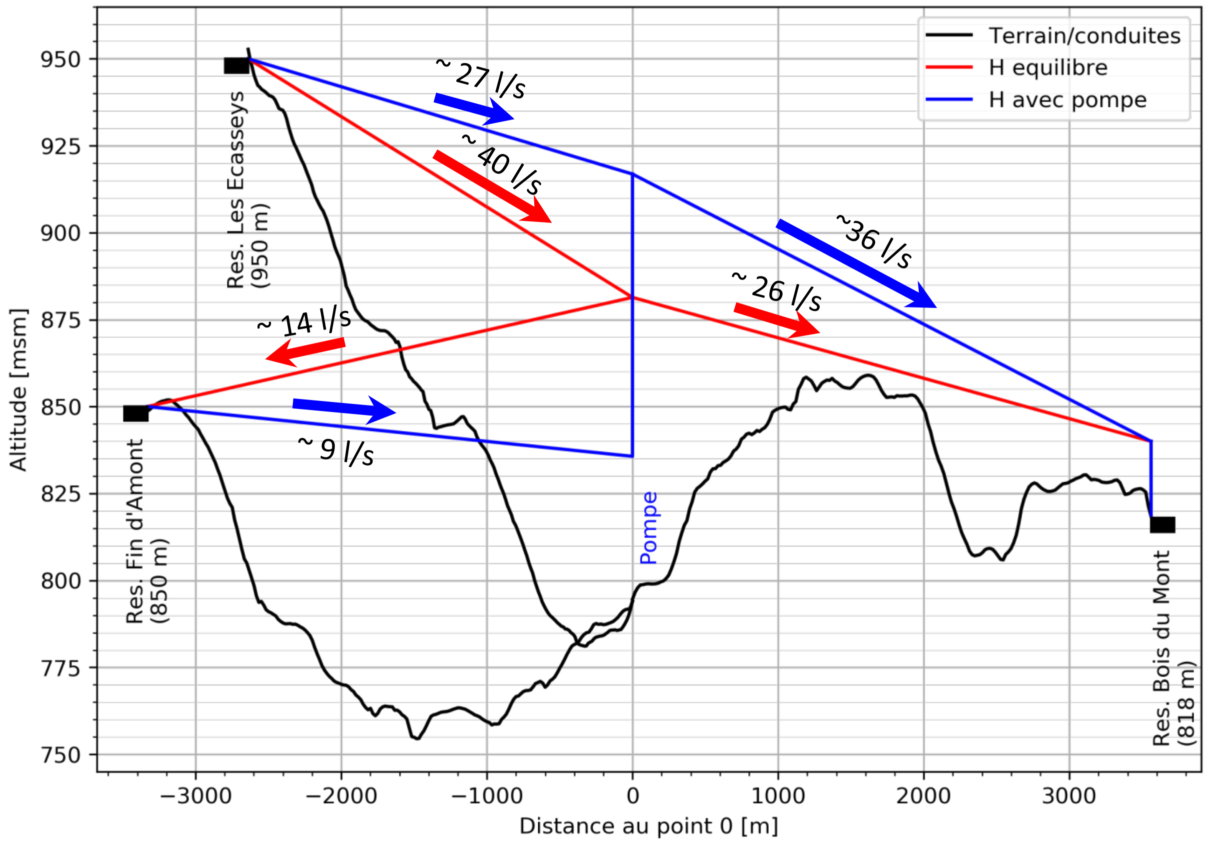
École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction

Le réseau de l'AGSO: Lignes d'énergie et comportement avec l'ajout d'une pompe



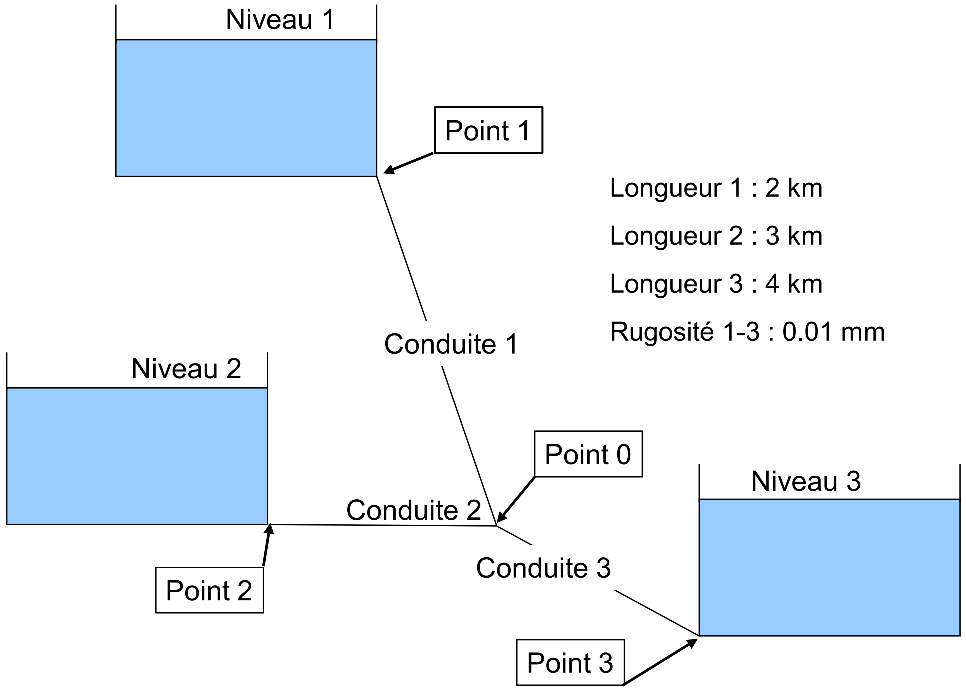
Source : grundfoss.com



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Réseau à étudier

Objectif: Étudier les écoulements en charge entre trois réservoirs dans un système de distribution de l'eau potable

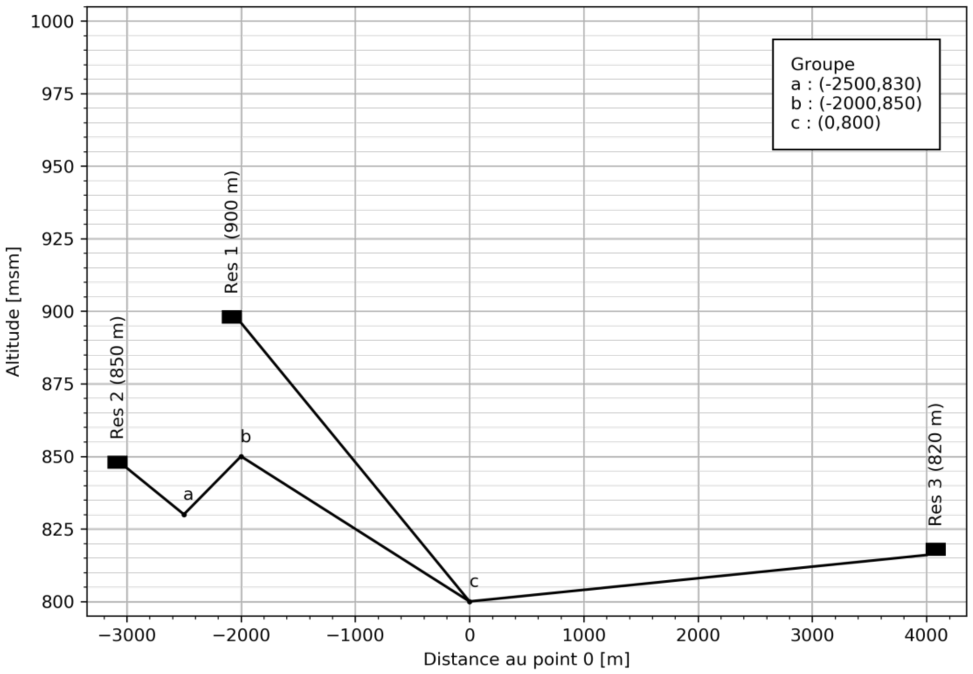


Longueur 1 : 2 km

Longueur 2 : 3 km

Longueur 3 : 4 km

Rugosité 1-3 : 0.01 mm

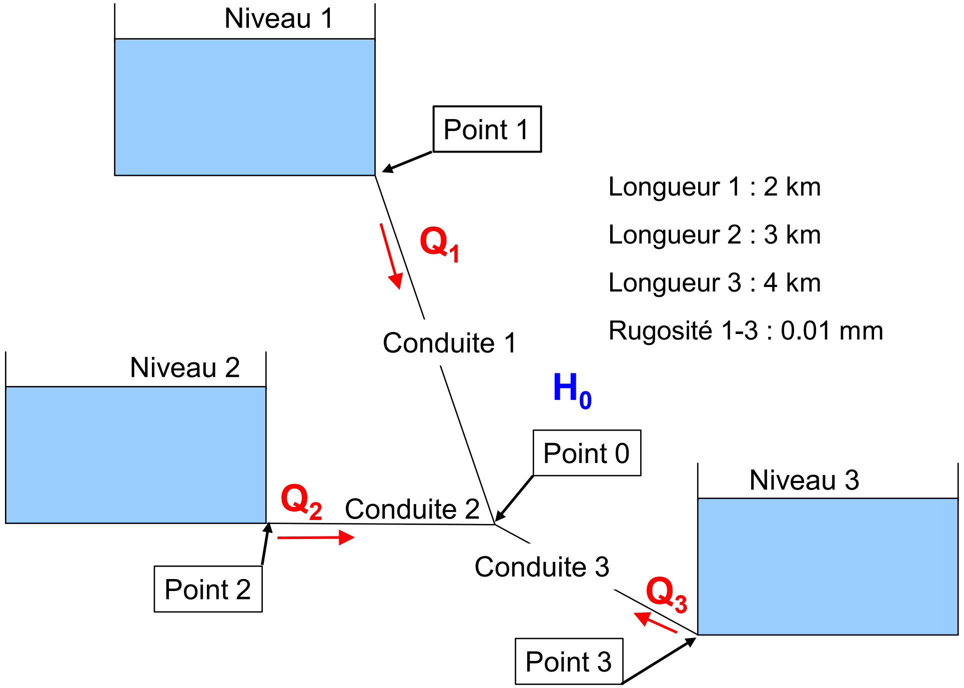


Données par groupe: D1, D2, D3, altitude niveau 1, altitude niveau 2, altitude niveau 3, profil en long, augmentation du débit, consommation aux nœuds du maillage

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Équilibre du système

- **4 inconnues: Q_1, Q_2, Q_3, H_0**



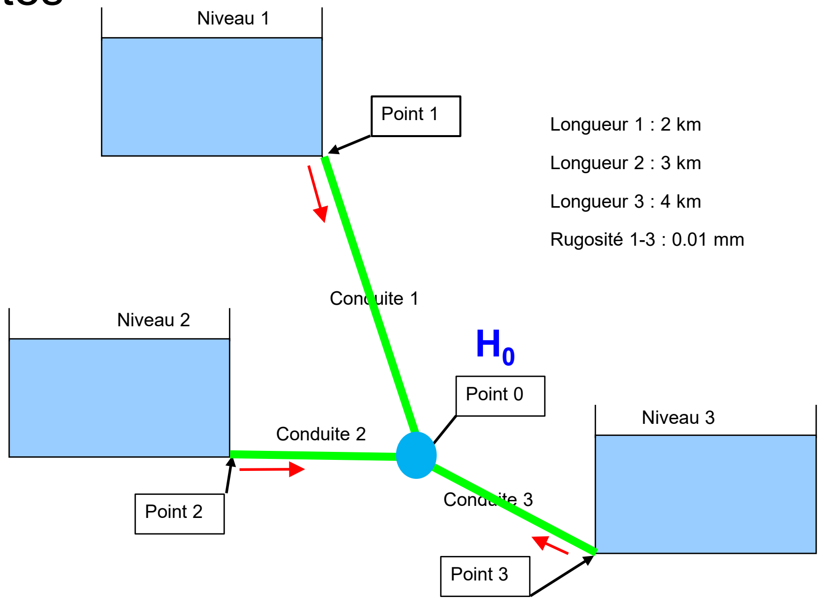
- Convention positive des débits : →

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Équilibre du système

→ Recherche des 4 équations caractérisant le système

- Application de Bernoulli (pertes de charges, pdc) aux 3 conduites
- Continuité au point 0



- **Bernoulli (i=1,2,3)** $$Z_i + \frac{p_i}{\gamma} + \frac{v_i^2}{2g} = Z_{0,i} + \frac{p_{0,i}}{\gamma} + \frac{\mathrm{v}_{0,i}^2}{2\mathrm{g}} + \mathrm{pdc}$$

  - Hypothèse: Niveaux réservoirs constants, vitesse très faible ($v_i = 0$)
  - $N_i = Z_i$ est la charge du réservoir i
  - Les pdc linéaires sont évaluées par l'équation de Darcy-Weisbach

$$N_i = \underbrace{Z_{0,i} + \frac{p_{0,i}}{\gamma} + \frac{1}{2\mathrm{g}}\frac{\mathrm{Q}_i^2}{A_i^2}}_{H_0} + \underbrace{\left(\frac{\mathrm{f_D}(\mathrm{Q}_i,\epsilon_1)\mathrm{L}_i}{\mathrm{D}_i} + k_L\right) \cdot \frac{1}{2g} \cdot \frac{|Q_i|Q_i}{A_i^2}}_{\Delta H_{0-i}}$$

- **Continuité** $$\sum_{i=1}^{3} Q_i = 0$$

Débits Q_i inconnus
Pression piézométrique/charge au point 0 inconnue

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Équilibre du système

- Comment initialiser les débits?
  - Hypothèse: $H_0 = H_2$
  - Application de Bernoulli dans la conduite 1 et 3 à résoudre

$$N_{1,3} = H_2 + \left(\frac{\mathrm{f_D}(\mathrm{Q}_{1,3},\epsilon_1)\mathrm{L}_{1,3}}{\mathrm{D}_{1,3}} + k_L\right) \cdot \frac{1}{2g} \cdot \frac{|Q_{1,3}|Q_{1,3}}{A_{1,3}^2}$$

Avec une inconnue par équation, Q_1 ou Q_3

Colebrook-White ou Diagramme de Moody

- Ensuite, on estime Q_2 avec la continuité au point 0 puis $\Delta H_{0\text{-}2}$ en appliquant Bernoulli dans la conduite 2

- On recommence le calcul jusqu'à convergence des débits ou de la charge en 0

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Pertes de charge linéaires

Selon Darcy-Weisbach, la perte de charge linéaire dans une conduite de longueur L, de diamètre D avec une rugosité équivalente de sable k_s est exprimée par:

$$\Delta H = \frac{fL}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{fL}{D}\frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{fL}{D}\frac{Q^2}{2g(\pi(D/2)^2)^2} = \frac{fL}{g\pi^2}\frac{8Q^2}{D^5}$$

Le coefficient *f* est fonction de la rugosité équivalente de sable et du nombre de Reynold ***Re***.

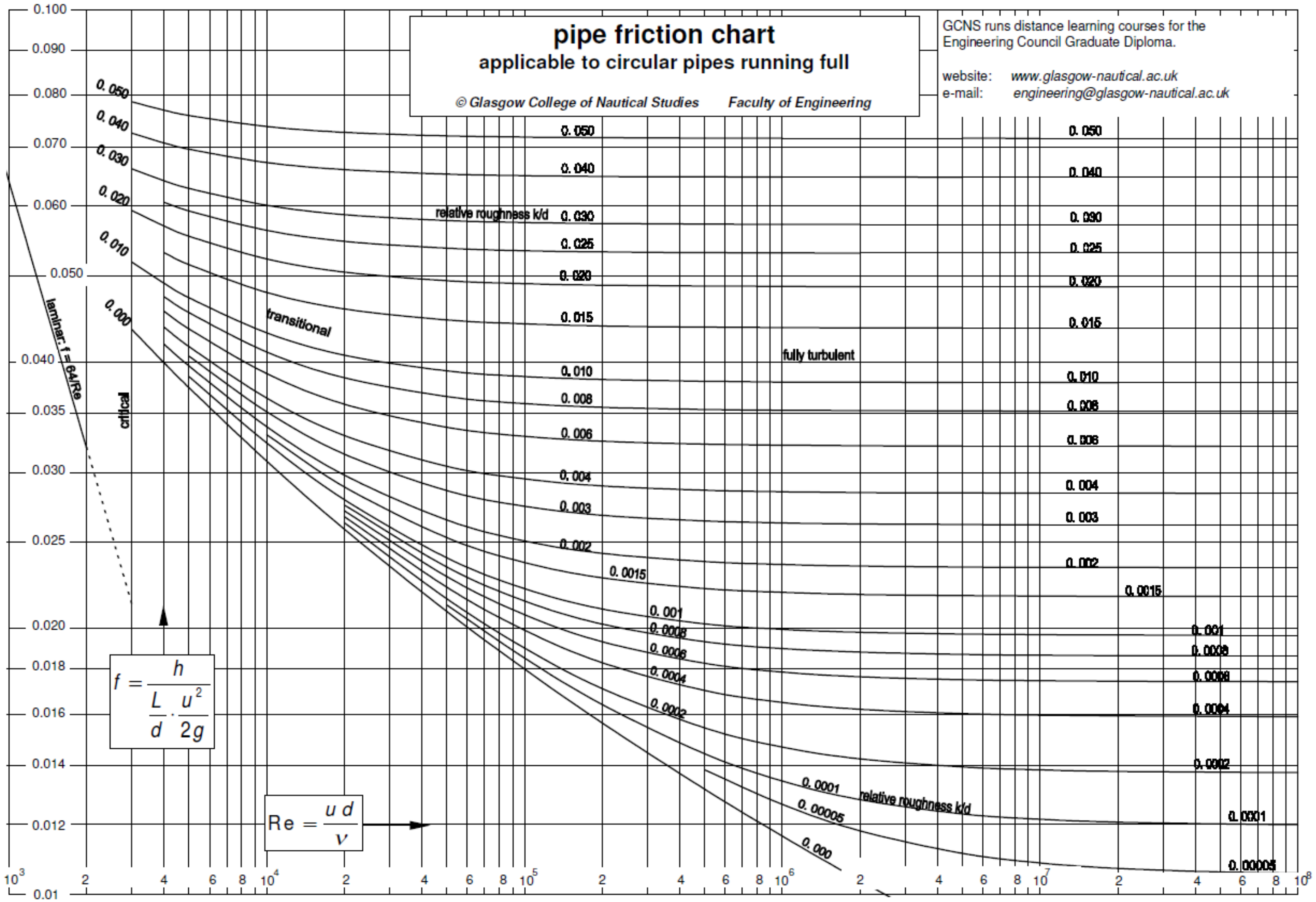
Il peut être déterminé graphiquement par le diagramme de Moody ou par la formule de Colebrook-White :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10}\left[\frac{k_s}{3.71 \cdot D} + \frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{f}}\right]$$

La recherche de *f* se fait de manière itérative à la main et ensuite → Macro excel

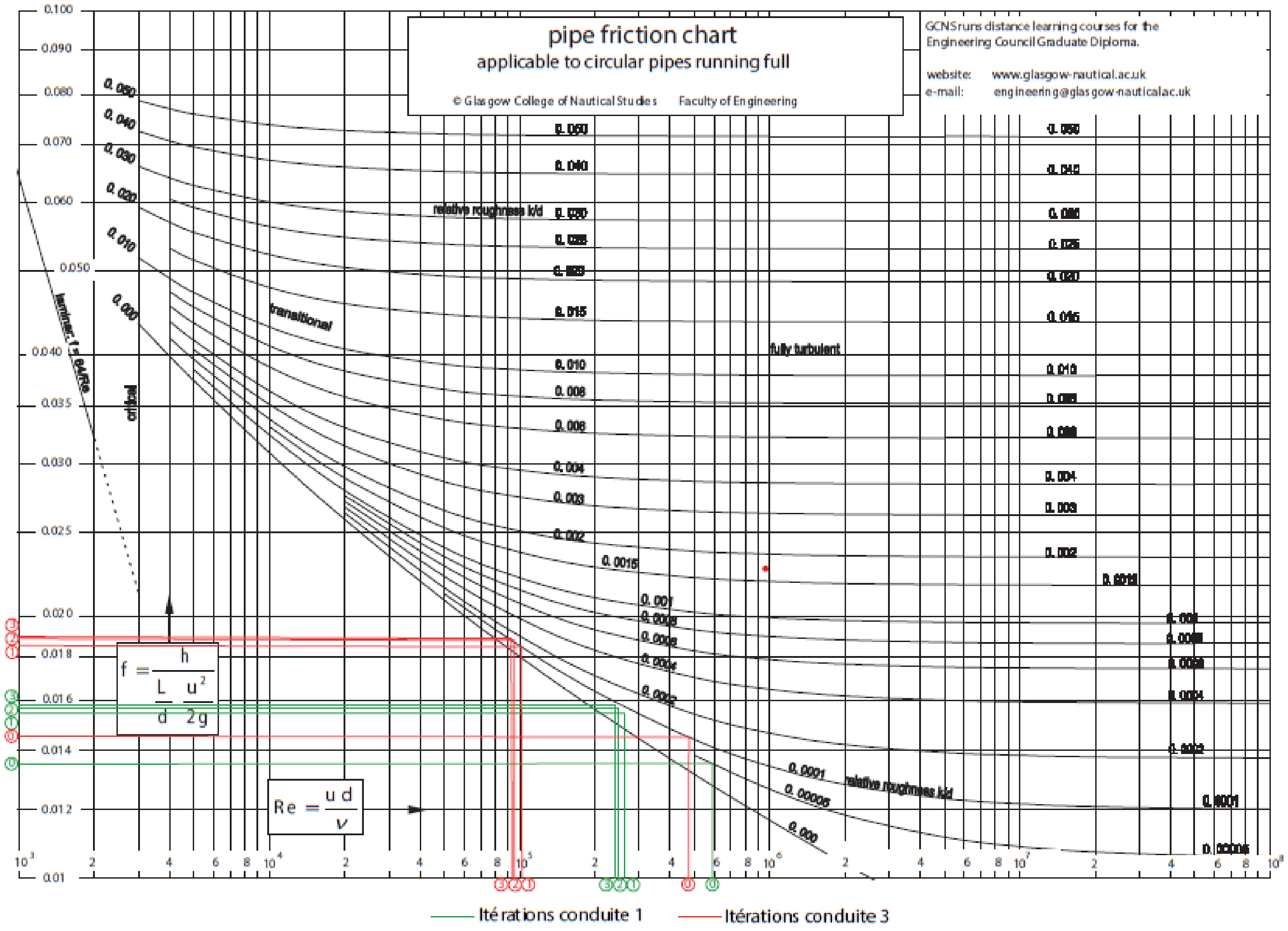
École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Recherche de f de manière itérative



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Recherche de f de manière itérative



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

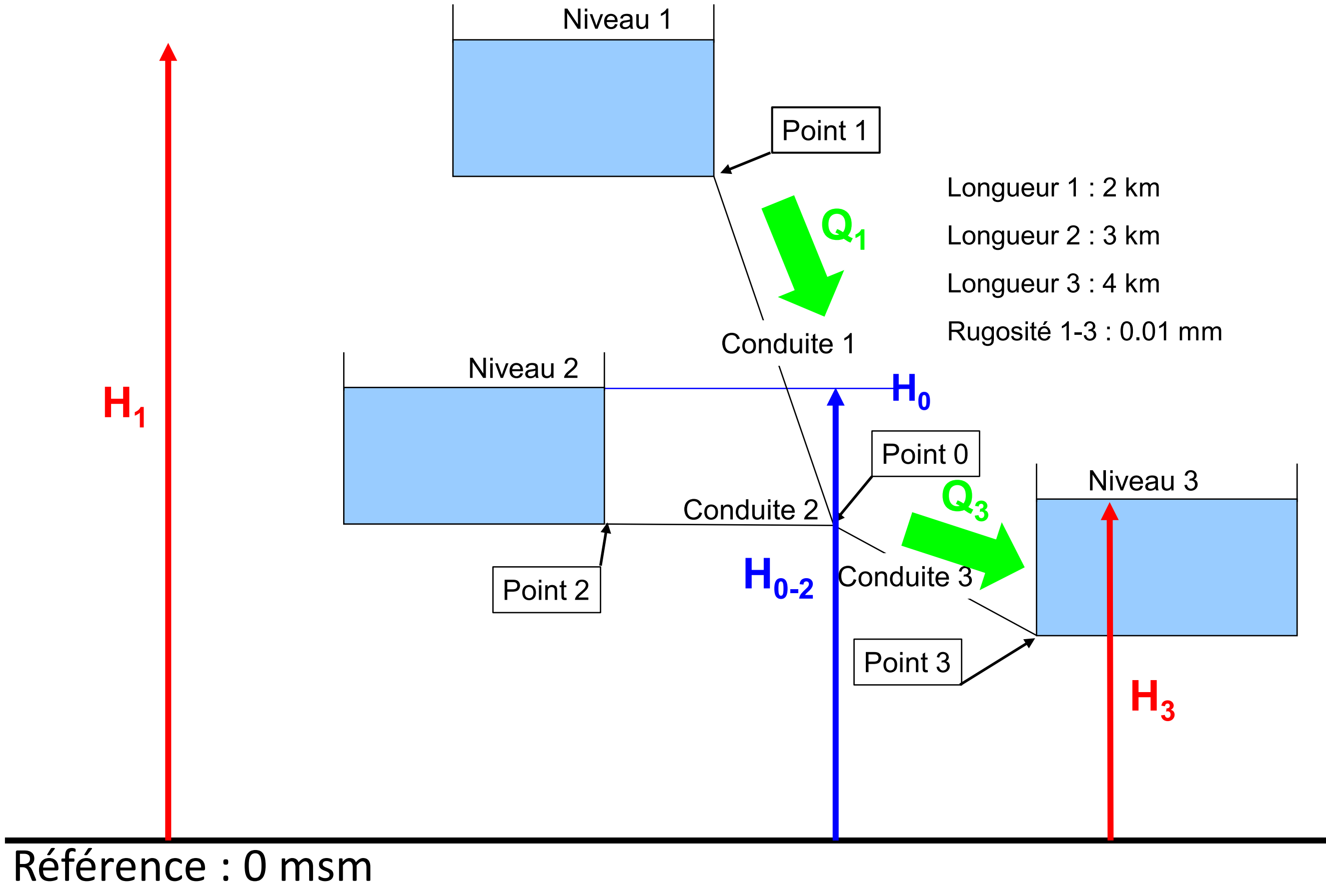
Q1 – Équilibre du système

1. Application de Bernoulli aux conduites 1 et 3 avec $H_0 = H_2$

Connus pour l'étape d'itération

Hypothèse

Résultats de l'étape d'itération



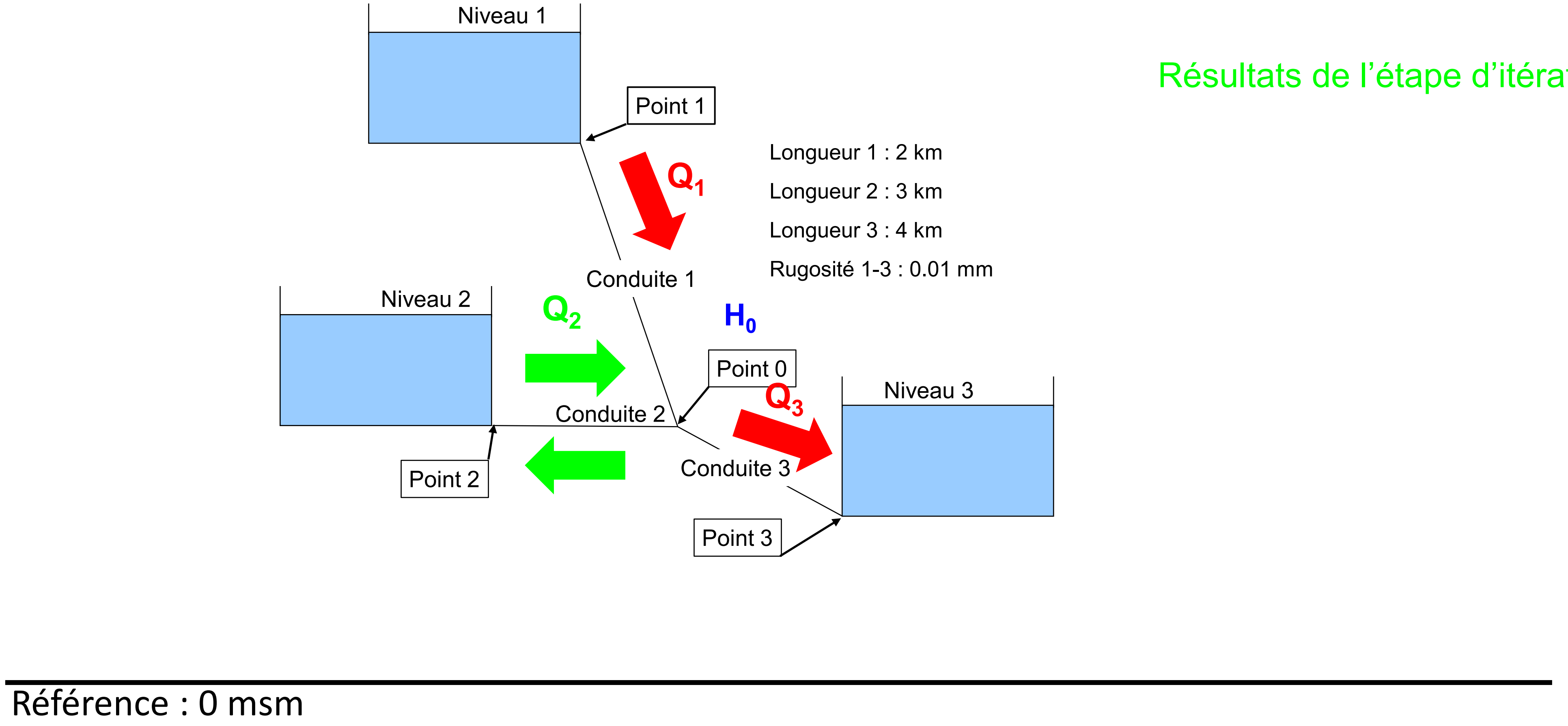
École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Équilibre du système

2. Calcul de Q_2 grâce à l'équation de continuité en 0

Connus pour l'étape d'itération

Résultats de l'étape d'itération



Longueur 1 : 2 km

Longueur 2 : 3 km

Longueur 3 : 4 km

Rugosité 1-3 : 0.01 mm

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Équilibre du système

3. Application de Bernoulli à la conduite 2

Connus pour l'étape d'itération

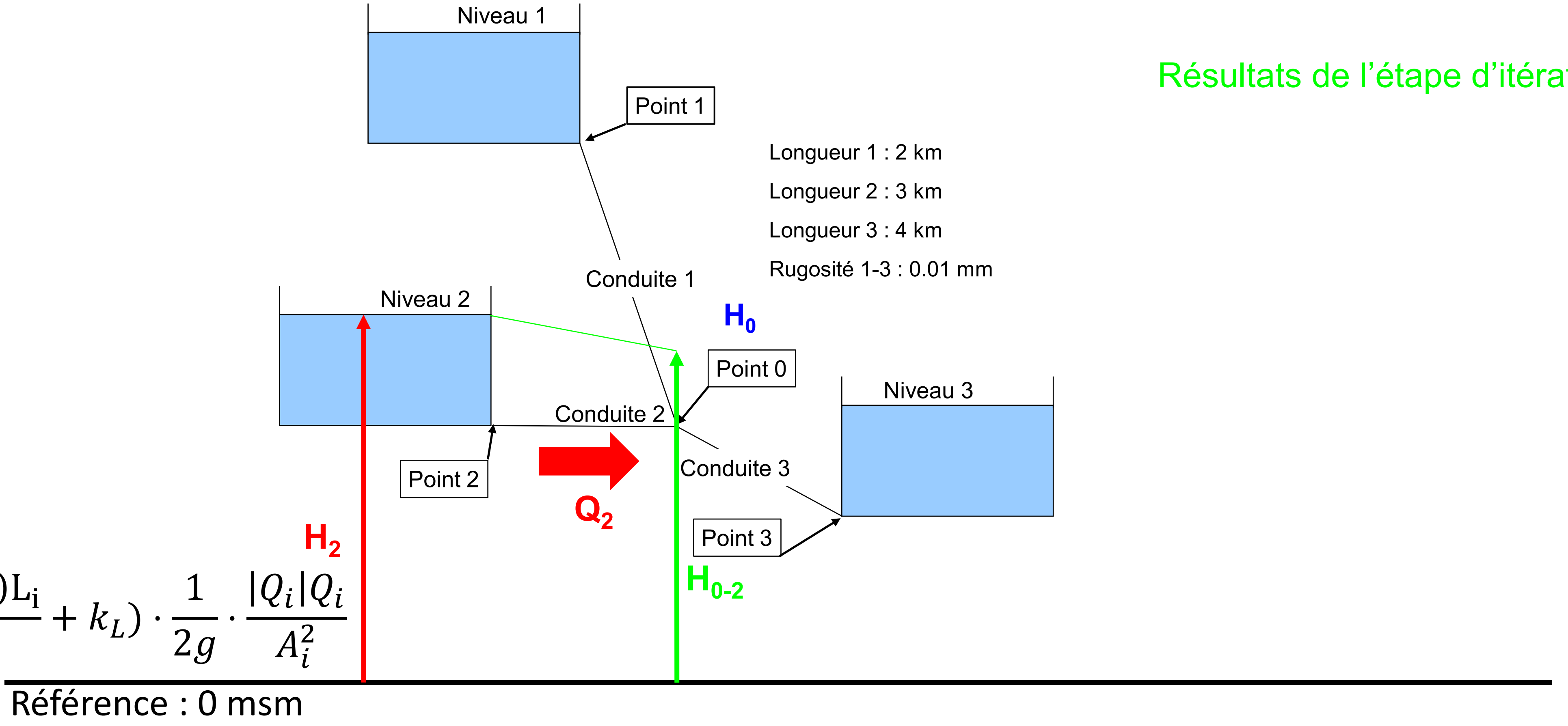
Résultats de l'étape d'itération

Longueur 1 : 2 km

Longueur 2 : 3 km

Longueur 3 : 4 km

Rugosité 1-3 : 0.01 mm

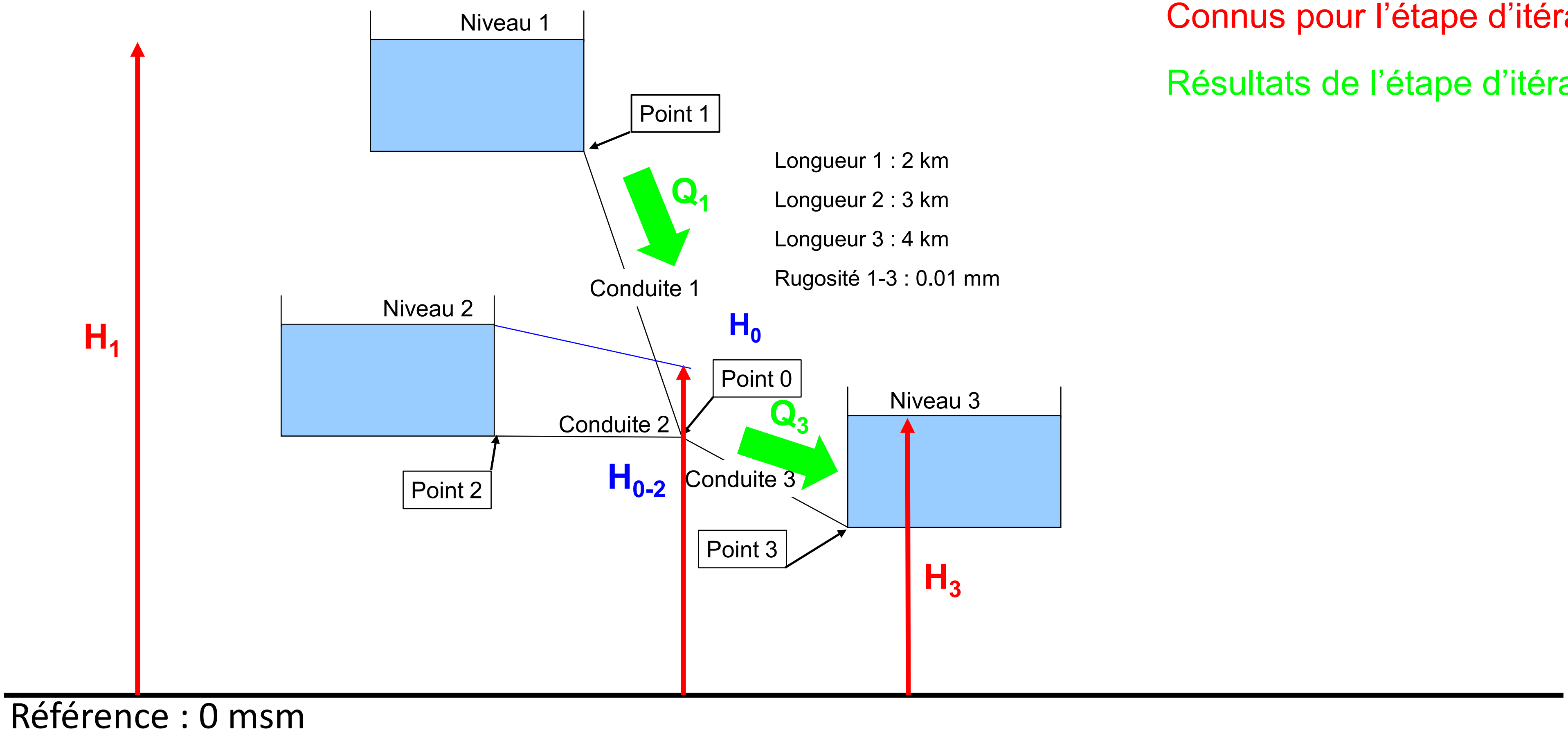


$$H_i = H_0 + \left(\frac{f_D(Q_i, \epsilon_1) L_i}{D_i} + k_L\right) \cdot \frac{1}{2g} \cdot \frac{|Q_i| Q_i}{A_i^2}$$

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Équilibre du système

1. Application de Bernoulli aux conduites 1 et 3 pour $H_0 = H_{0\text{-}2}$ de l'itération précédente



Longueur 1 : 2 km

Longueur 2 : 3 km

Longueur 3 : 4 km

Rugosité 1-3 : 0.01 mm

Connus pour l'étape d'itération

Résultats de l'étape d'itération

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q1 – Équilibre du système

Critère d'arrêt: $\left|\sum_{i=1}^{3} Q_i\right| < 0.1\ l/s$

Attention aux problèmes purement numériques liés à la méthode de résolution!

- Si $H_{0,2}$ < N_3 ou > N1→ redémarrer le calcul avec une autre valeur initiale pour H_0
- Dans le cas d'une divergence : faire varier la valeur de H_0 jusqu'à ce que la condition de continuité soit remplie (méthode plus stable)

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q2 – Régime d'écoulement

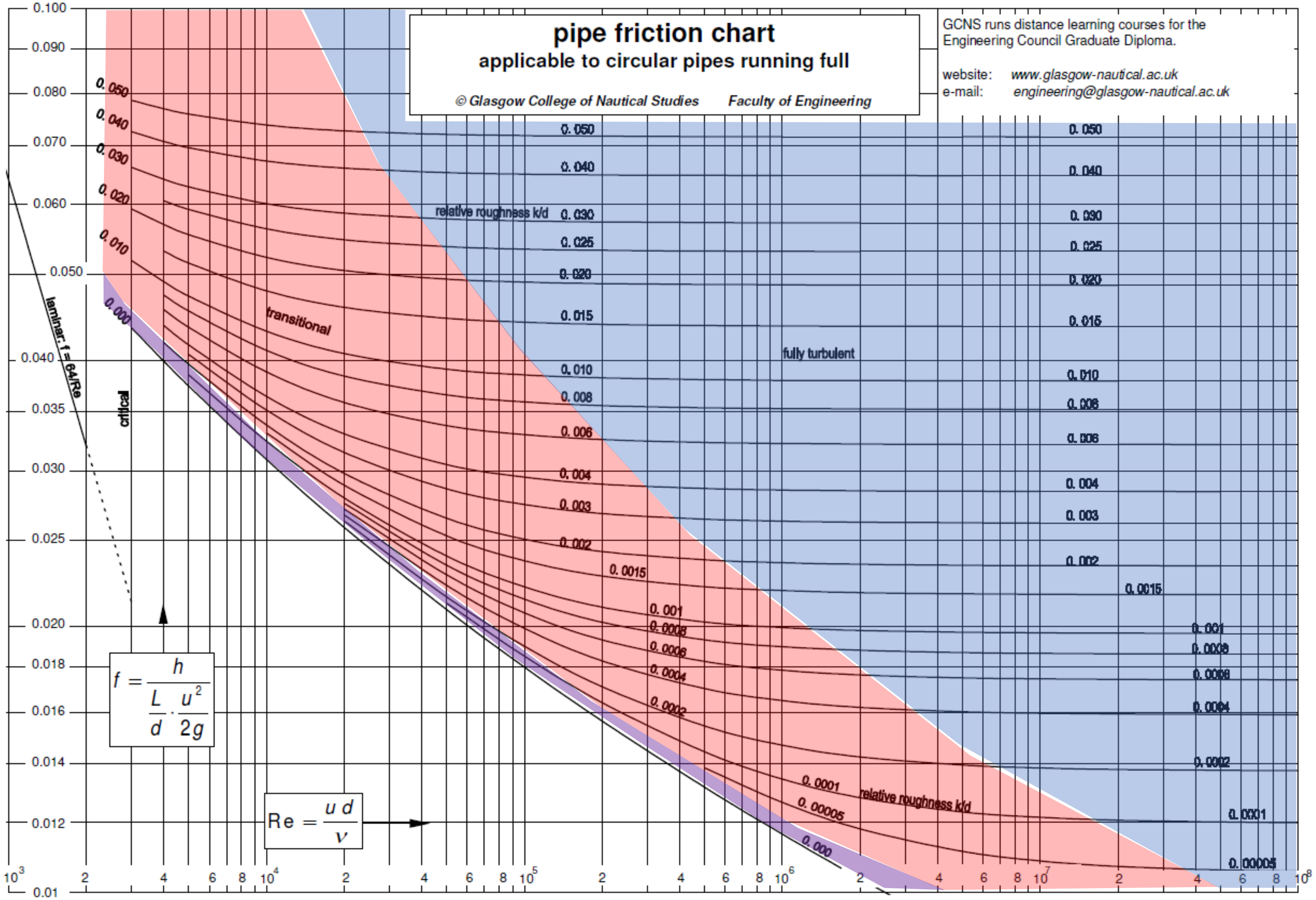
- Écoulement laminaire *(dépend de **Re**)*

- Écoulement turbulent *(dépend de **Re**)*
    - Zone hydrauliquement rugueuse (fully turbulent)
    - Zone de transition (transitional)
    - Zone hydrauliquement lisse (smooth)

Peut être déterminé via le diagramme de Moody

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q2 – Régime d'écoulement



Q3 – Rôle du réservoir 2

- Quel est le rôle du réservoir 2 (est-ce qu’il alimente / est-il alimenté)?
- Pour quel niveau d’eau N_2 (fictif) le réservoir change-t-il de rôle?
- Quels sont les débits dans chacune des conduites ?

Refaire les calculs pour déterminer les différents débits et justifier votre réponse

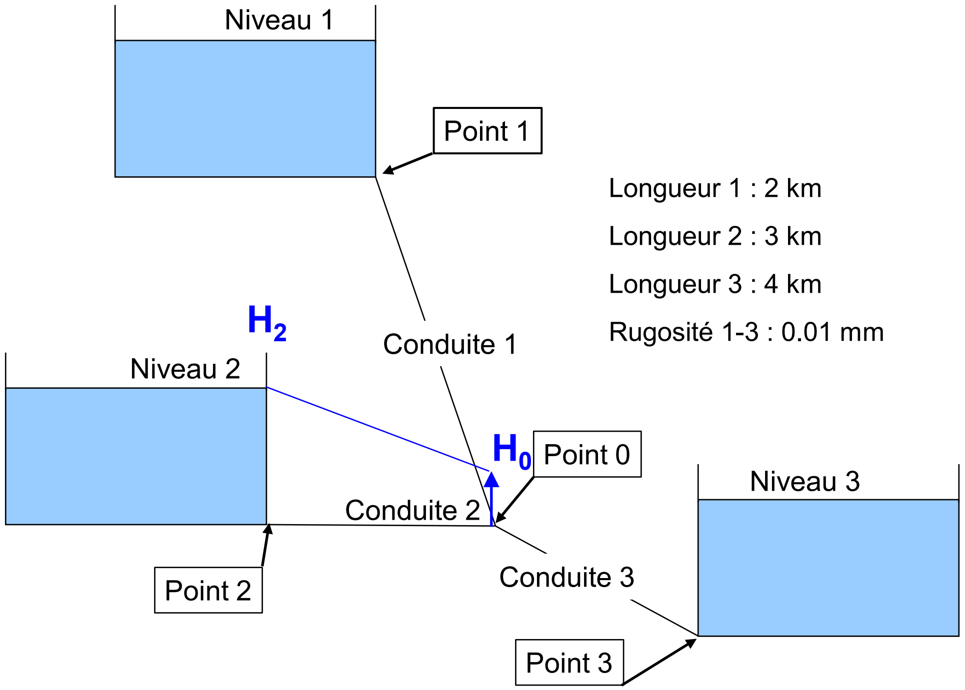
École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q4 – Modification du système

- Augmenter de **n**% le débit d'alimentation du bassin inférieur 3, en utilisant le surplus disponible au réservoir 2 à l'aide d'une pompe.

- Quelle pression (en mètre colonne d'eau) doit être fournie par la pompe?

Refaire les calculs pour déterminer la pression et justifier votre réponse.



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q5 – Coût de revient du pompage

- Coût de revient du m^3 d'eau pompé depuis le réservoir 2.

- Prix de l'électricité : 18 cts/kWh
- Pompe : 35'000 CHF, par annuité constante *A* sur *n* = 20* ans (intérêts *i* = 4%).
- Pompage 8 heures par jour, rendement de pompe $\eta = 70\%$

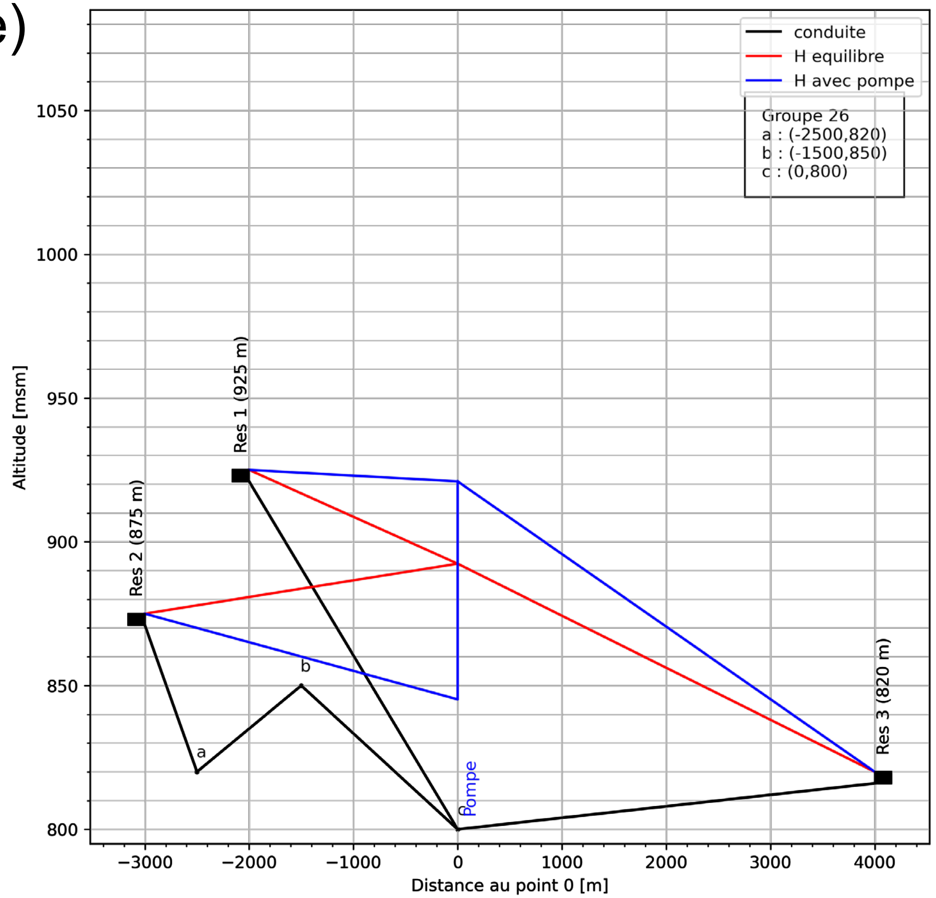
- Consommation énergétique: $E = \frac{1}{\eta} \cdot \rho \cdot g \cdot \Delta H \cdot Q \cdot t$
- Amortissement de l'investissement: $A = I \cdot \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

* dès le 1er janvier 2024, toutes les collectivités devront appliquer les nouvelles durées d'amortissement fixes spécifiques à chaque catégorie, ces durées sont présentées dans le Modèle comptable harmonisé de deuxième génération MCH2

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q6 – Pression dans le réseau

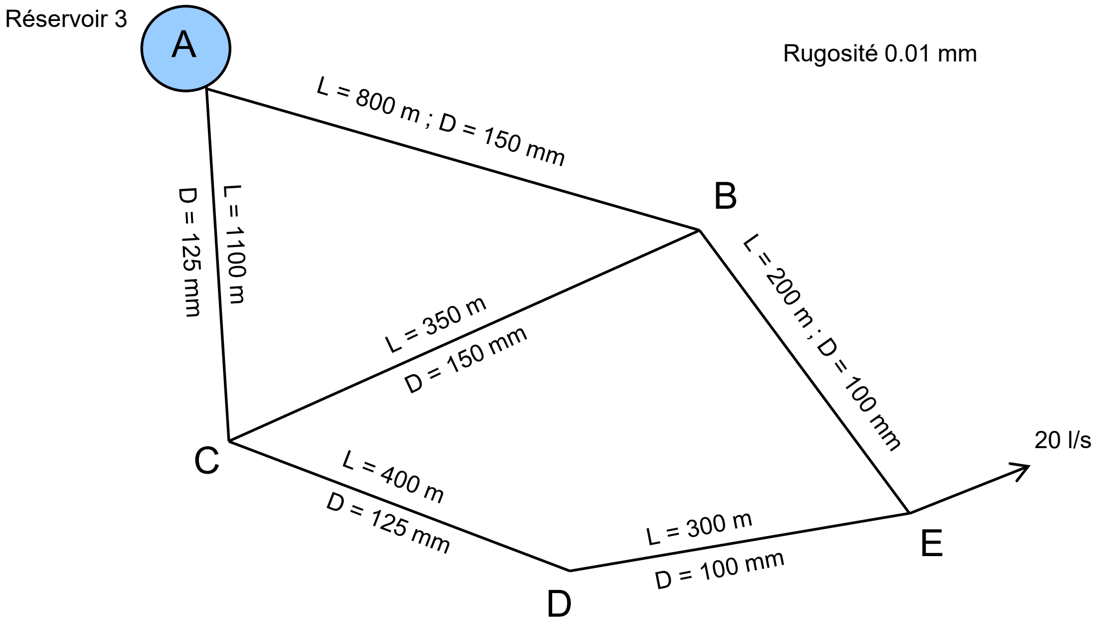
- Vérification de la pression dans le réseau de conduites pour les questions 1 et 4.
  - Ligne d'énergie à dessiner sur le profil en long des conduites fourni dans la donnée
  - Pression maximale admissible 16 bars (~160 mce)
  - Pression toujours positive
  - Choix de la position de la pompe idéale



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

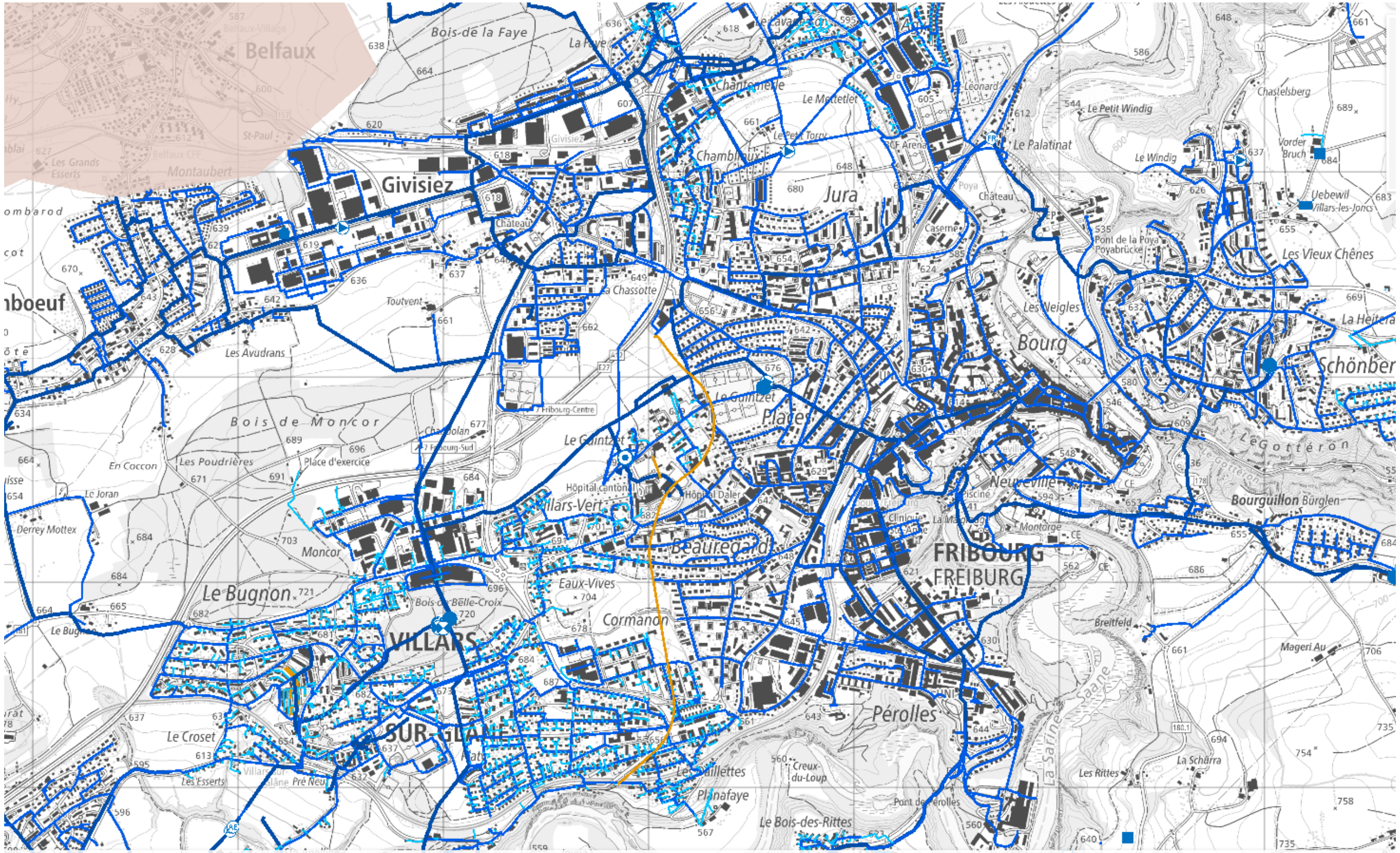
Q7 – Étude d’un réseau maillé

- Étude d’un réseau maillé situé à l’aval du réservoir inférieur 3
- En cas d’incendie, quelle est la pression disponible à 20 l/s au point E?
- Consommation de base de **X** l/s par nœud de consommation (y compris nœud E)
- Résolution du système avec Hardy-Cross



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction



https://geo.fr.ch/aquafri/

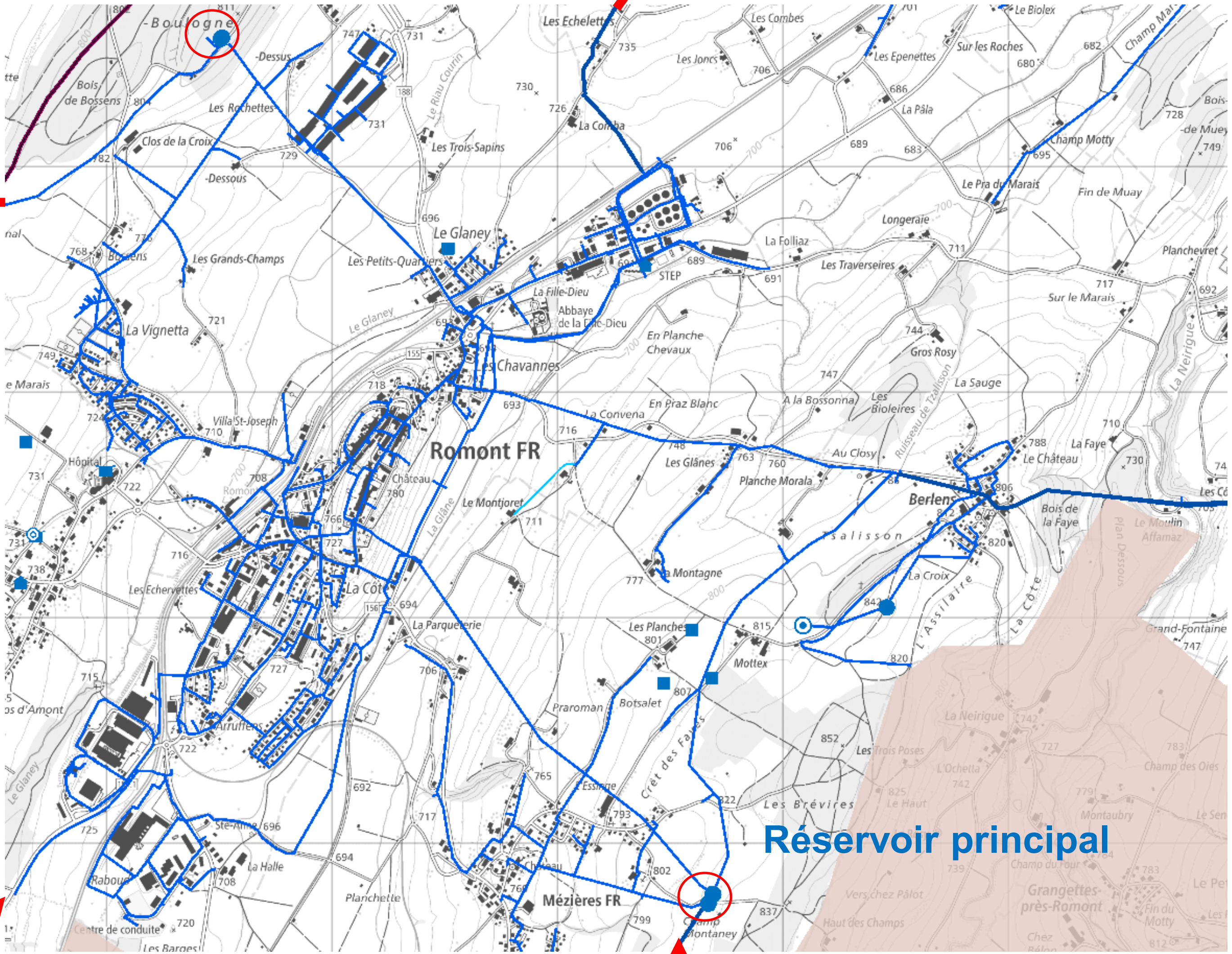
École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Introduction

Réservoir secondaire

Réseau voisin

Réseau voisin



Sources

Réservoir principal

Réseau voisin

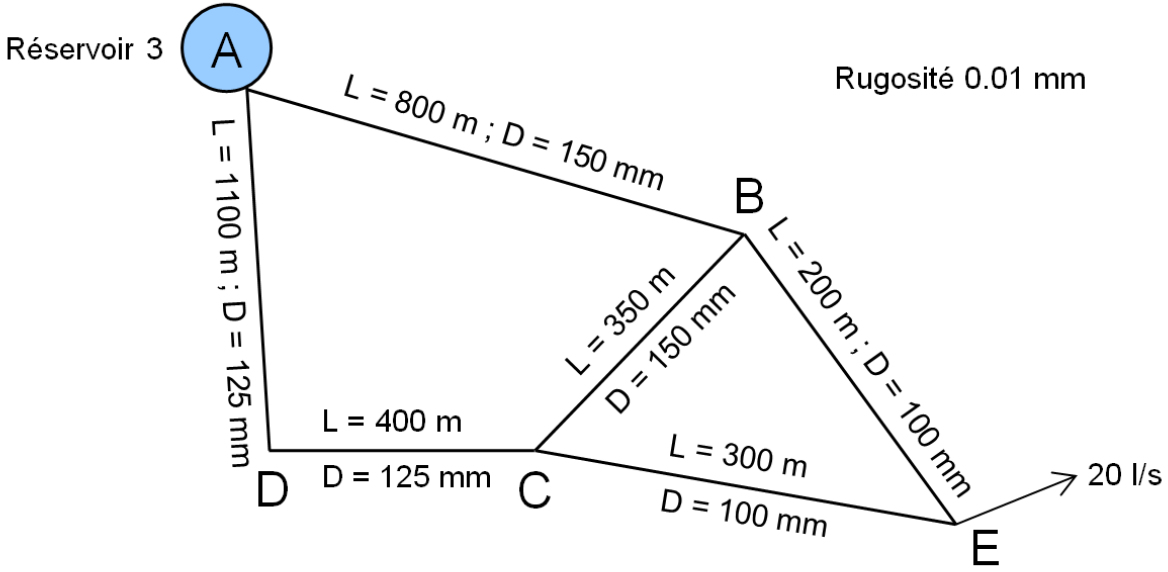
https://geo.fr.ch/aquafri/

Réseau Eau Sud (source de Grandvillard, >25 km)

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Q7- Étude d'un réseau maillé

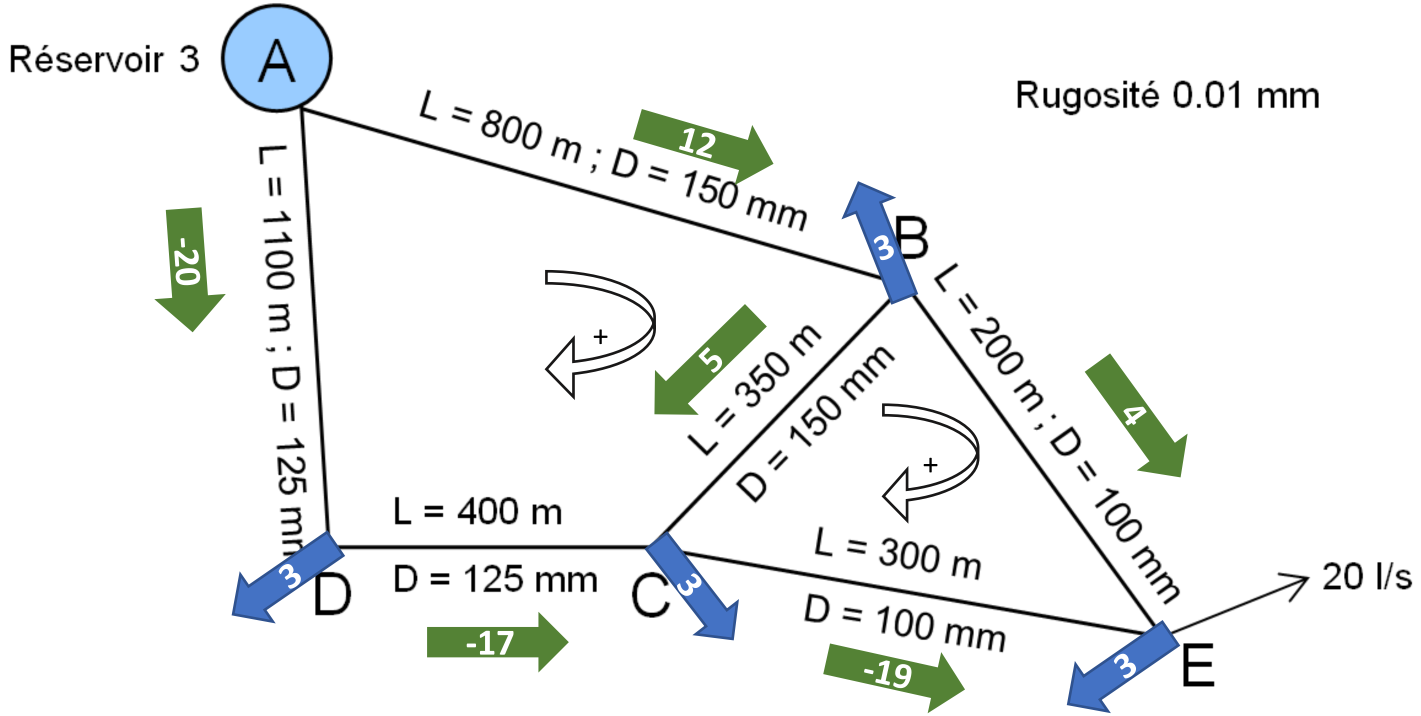
- But: Déterminer la pression au point E lors d'un cas d'incendie et avec un soutirage de base à chaque nœud (sauf A)
- Méthode de Hardy-Cross
  - Basée sur les pertes de charge linéaires
  - Pertes de charge singulières dans les nœuds négligées
  - Méthode itérative:
    - $\Delta Q = -\frac{\sum \Delta H_i}{2 \cdot \sum \frac{\Delta H_i}{Q_i}}$



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Méthode de Hardy-Cross

- La loi des nœuds : $\sum Q_i = 0$
- La loi des mailles: $\sum pdc = 0$

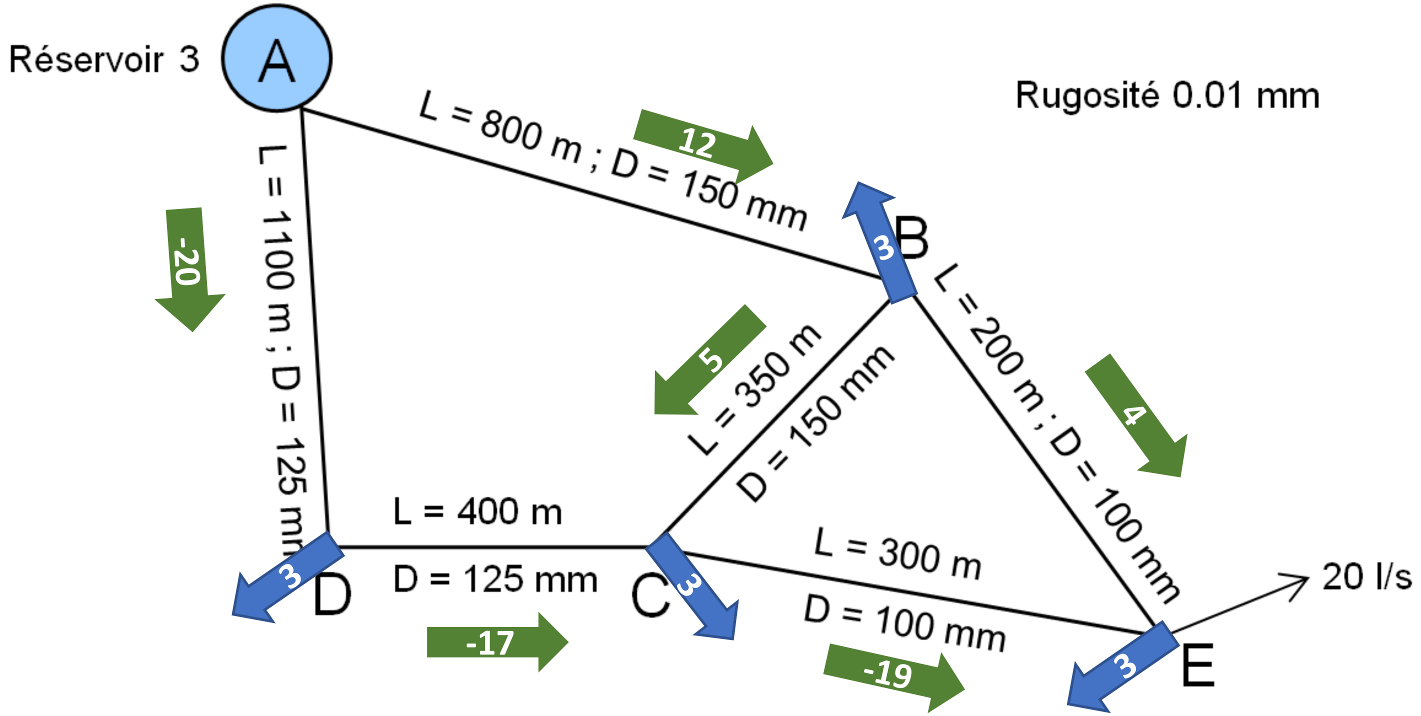


École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Méthode de Hardy-Cross

1. Déterminer une répartition initiale des débits en respectant la loi des nœuds

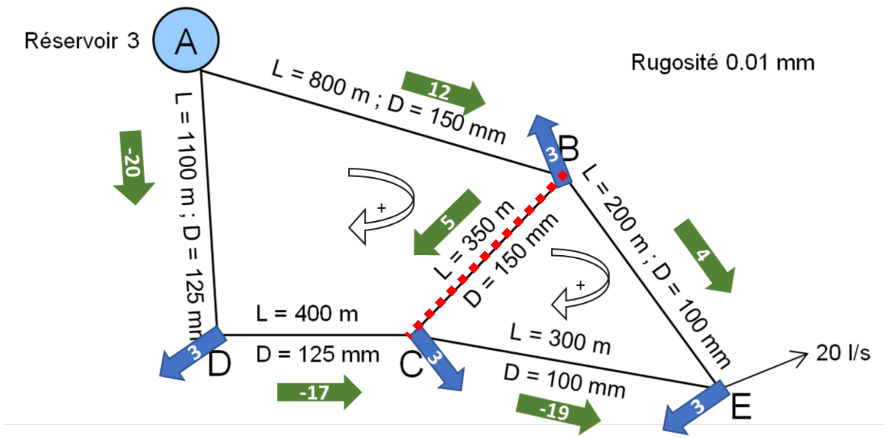
$\rightarrow \sum Q_x = 0$



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Méthode de Hardy-Cross

2. Calculer les pertes de charge associées aux débits choisis



Itération i=0

Maille I	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	
AB	0.012	88 573	6.67E-05	2.354	196.21	
BC	0.005	36 905	6.67E-05	0.215	43.00	
CD	-0.017	150 574	0.00008	-5.345	314.39	
DA	-0.020	177 146	0.00008	-19.776	988.78	
			Σ	-22.551	1542.375	0.0073

Maille II	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	
CB	-0.005	36 905	6.6667E-05	-0.215	43.00	
BE	0.004	44 287	0.0001	0.576	144.11	
EC	-0.019	210 361	0.0001	-14.567	766.69	
			Σ	-14.206	953.799	0.0074

$$\Delta Q_I = -\frac{\sum \Delta H_i}{2 \cdot \sum \frac{\Delta H_i}{Q_i}}$$

$$\Delta Q_{II} = -\frac{\sum \Delta H_i}{2 \cdot \sum \frac{\Delta H_i}{Q_i}}$$

$$\Delta Q_{BC,I} = +\Delta Q_I - \Delta Q_{II}$$

$$\Delta Q_{BC,II} = +\Delta Q_{II} - \Delta Q_I$$

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Méthode de Hardy-Cross

3. Adapter les débits avec ΔQ

Itération i=0

Maille I	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	ΔQ
AB	0.012	88 573	6.67E-05	2.354	196.21	0.0073
BC	0.005	36 905	6.67E-05	0.215	43.00	**-0.0001**
CD	-0.017	150 574	0.00008	-5.345	314.39	0.0073
DA	-0.020	177 146	0.00008	-19.776	988.78	0.0073
			Σ	-22.551	1542.375	0.0073

Maille II	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	ΔQ
CB	-0.005	36 905	6.6667E-05	-0.215	43.00	**0.0001**
BE	0.004	44 287	0.0001	0.576	144.11	0.007
EC	-0.019	210 361	0.0001	-14.567	766.69	0.007
			Σ	-14.206	953.799	0.0074

$$Q_{xy\ (i=1)} = Q_{xy\ (i=0)} + \Delta Q_{(i=0)}$$

Itération i=1

Maille I	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	ΔQ
AB	0.019	142 532	6.67E-05	5.570	288.45	0.0020
BC	0.005	35 898	6.67E-05	0.205	42.08	**0.0007**
CD	-0.010	85 824	0.00008	-1.928	199.01	0.0020
DA	-0.013	112 396	0.00008	-8.637	680.64	0.0020
			Σ	-4.791	1210.184	0.0020

Maille II	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	ΔQ
CB	-0.005	35 898	6.6667E-05	-0.205	42.08	**-0.0007**
BE	0.011	126 736	0.0001	3.839	335.38	0.0013
EC	-0.012	127 912	0.0001	-5.856	506.91	0.0013
			Σ	-2.222	884.380	0.0013

Itération i=2

Maille I	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	ΔQ
AB	0.021	157 141	6.67E-05	6.652	312.46	0.0003
BC	0.006	41 235	6.67E-05	0.262	46.88	**0.0001**
CD	-0.008	68 293	0.00008	-1.278	165.74	0.0003
DA	-0.011	94 865	0.00008	-6.354	593.27	0.0003
			Σ	-0.718	1118.346	0.0003

Maille II	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	ΔQ
CB	-0.006	41 235	6.6667E-05	-0.262	46.88	**-0.0001**
BE	0.013	140 644	0.0001	4.642	365.42	0.0002
EC	-0.010	114 004	0.0001	-4.749	461.25	0.0002
			Σ	-0.369	873.551	0.0002

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

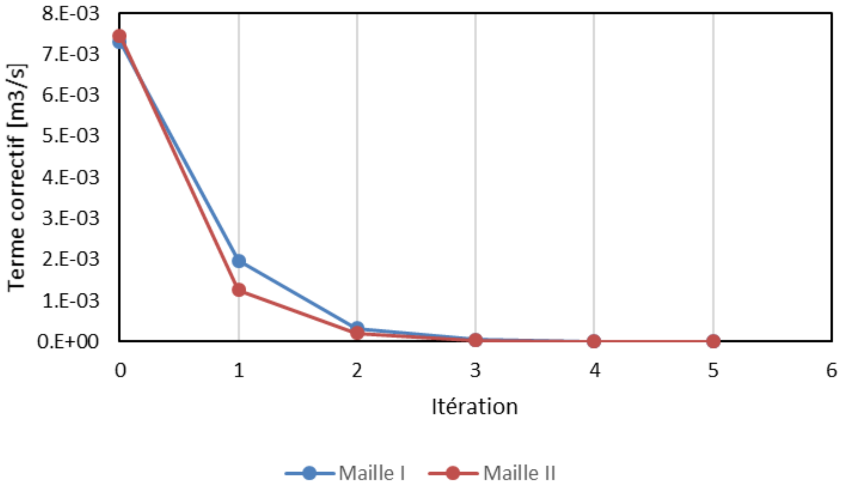
Méthode de Hardy-Cross

- Itérer jusqu'à la convergence
- Facteur correctif diminue rapidement

Itération i=5

Maille I	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	ΔQ
AB	0.022	159 855	6.67E-05	6.863	316.88	7.14E-07
BC	0.006	42 093	6.67E-05	0.272	47.64	-1.54E-08
CD	-0.007	65 036	0.00008	-1.171	159.42	7.14E-07
DA	-0.010	91 608	0.00008	-5.965	576.78	7.14E-07
			Σ	-0.002	1100.718	7.14E-07

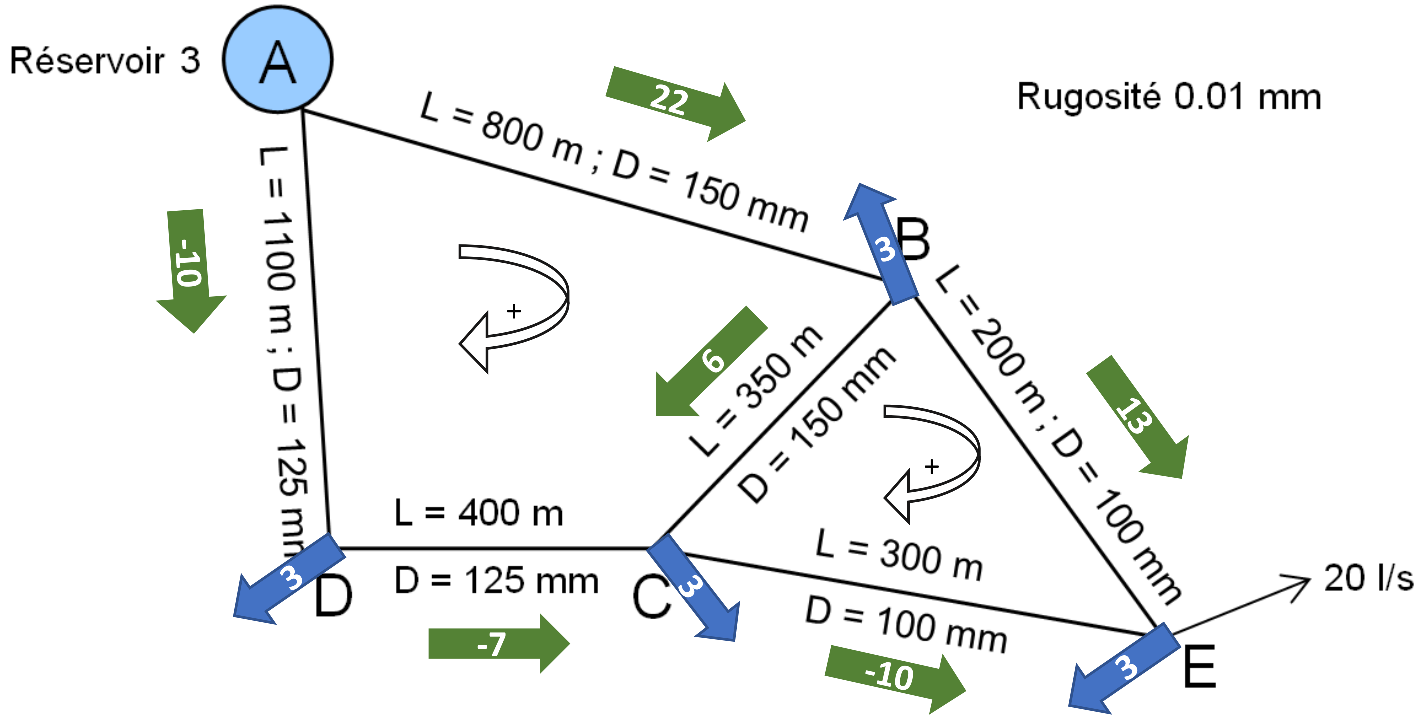
Maille II	Q	Reynolds	epsilon	ΔHR	ΔHR/Q	ΔQ
CB	-0.006	42 093	6.6667E-05	-0.272	47.64	1.54E-08
BE	0.013	143 429	0.0001	4.811	371.38	7.29E-07
EC	-0.010	111 219	0.0001	-4.541	452.03	7.29E-07
			Σ	-0.001	871.046	7.29E-07



École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Méthode de Hardy-Cross

- Répartition finale des débits



- Vérifier que:
  - La continuité aux nœuds est satisfaite
  - La perte de charge du point A au point E est la même quelque soit le trajet choisi

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Organisation et rendu

- Rendu: **26.11.2024 à 23.55**
- Questions de compréhension → forum
- Réponses consolidées à toute la classe lors des séances d'exercice ou via forum

- Chaque groupe a sa copie personnalisée
- Séances d'exercice: 08/11, 15/11, 22/11 de 10h15 à 12h00
- Office hours les lundis de 15h à 16h dans la salle GC B1 10 et mercredis de 8h à 9h à la cafétéria LCH (ou en GC A3 485/474).

- Note de calcul et conclusions

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication – Pertes de charge

Perte de charge **locale ou singulière**

- Provoquée par tout changement géométrique de la conduite (coude, rétrécissement, élargissement, entrée ou sortie de réservoir, etc.)

Perte de charge **linéaire ou répartie**

- Produite par le frottement interne de la conduite et par la rugosité

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Pertes de charge locales

Fraction ou multiple de l'**énergie cinétique**

$$h_s = k_L \frac{V^2}{2g}$$

k_L (aussi noté ξ) est le coefficient de perte de charge singulière

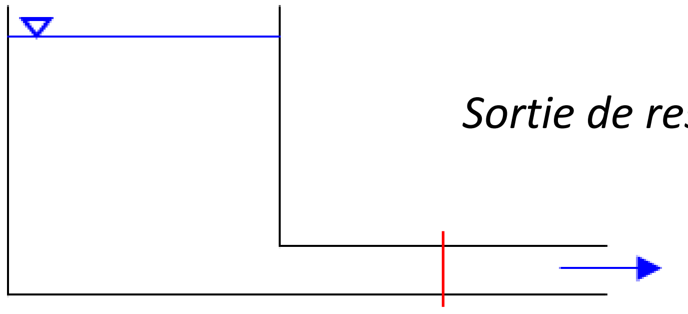
Fonction de:

- paramètres géométriques
- partition du débit pour les embranchements

Les cas simples sont documentés dans les aide-mémoires

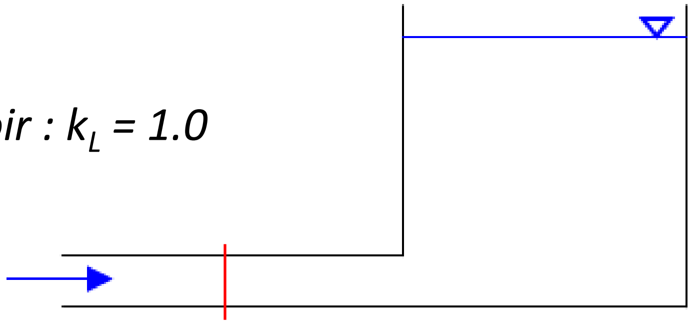
École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Pertes de charge locales - exemples

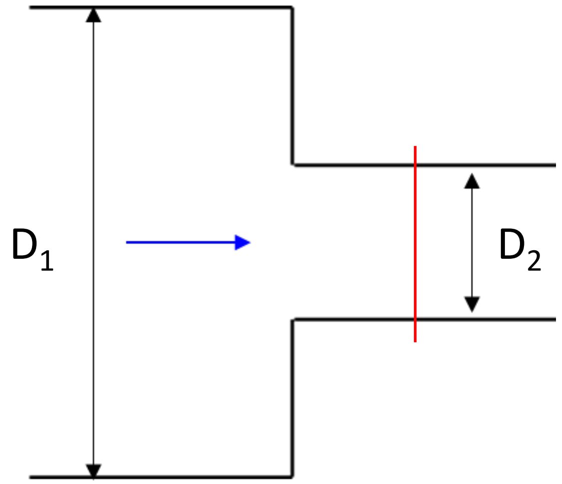


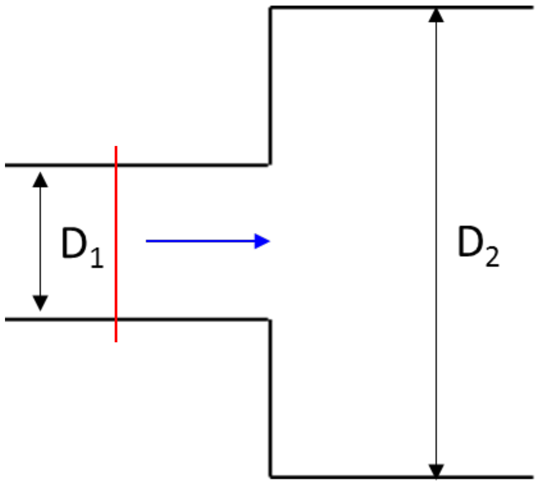
Sortie de reservoir : k_L = 0.5

Entrée de reservoir : k_L = 1.0



$$k_L = 0.5\left(1-\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2\right)$$





$$k_L = \left(1-\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right)^2$$

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Paramètres d'entrée:

* Diamètre D de la conduite
* Longueur L du tronçon
* Rugosité k_s de la conduite
* Viscosité cinématique ν (T_{eau} = 10 C°)

* Somme des coefficients de perte de charge singulières

Q [m³/s]	0.031775043
D [m]	0.15
L [m]	4000
k_s [m]	3.00E-05
ν [m²/s]	1.32E-06
S [m²]	0.0177
U [m/s]	1.798
Epsilon, k_s/D [-]	0.0002
Reynolds [-]	204329
Coeff. frott. f [-]	**0.017049**
Pertes de charge linéaires	
dH_L [m]	**74.918**
Pertes de charge singulières	
Somme coeff.	0.5
dH_S [m]	**0.082**
Pertes de charge totales	
dH_{tot} [m]	**75.001**

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Paramètres calculés par le fichier:

* Section S de la conduite
* Vitesse d'écoulement U
* Rugosité relative ε
* Nombre de Reynolds Re

→ Coefficient de frottement
→ Pertes de charge: linéaires et singulières

Q [m^3/s]	0.031775043
D [m]	0.15
L [m]	4000
k_s [m]	3.00E-05
ν [m^2/s]	1.32E-06
S [m^2]	0.0177
U [m/s]	1.798
Epsilon, k_s/D [-]	0.0002
Reynolds [-]	204329
Coeff. frott. f [-]	**0.017049**
Pertes de charge linéaires	
dH_L [m]	**74.918**
Pertes de charge singulières	
Somme coeff.	0.5
dH_S [m]	**0.082**
Pertes de charge totales	
dH_{tot} [m]	**75.001**

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Calcul effectué par la macro:

Coefficient de frottement à partir de

* Rugosité relative ε
* Nombre de Reynolds Re

$$\varepsilon = \frac{k}{D} \qquad \mathrm{Re} = \frac{V \cdot D}{\upsilon} \qquad f = f(\varepsilon, R)$$

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Calcul effectué par la macro:

Trois cas:

1. $\varepsilon < 0$, $Re < 0$ ou $\varepsilon > 3$ → impossible → valeur de f = -1
2. $Re = 0$ → U = 0 → pas de frottement
3. $Re \neq 0$ → calcul de f

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Calcul effectué par la macro:

Cas 3: Si Re < 2500 → écoulement laminaire $f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$

Si Re > 2500 → écoulement turbulent

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot log\left[\frac{\varepsilon}{3.71} + \frac{2.51}{R \cdot \sqrt{f}}\right]$$

(Formule de Colebrook and White pour conduites commerciales)

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Calcul effectué par la macro:

Résolution de Colebrook-White par itération

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot log\left[\frac{\varepsilon}{3.71} + \frac{2.51}{R \cdot \sqrt{f}}\right]$$

* Valeur initiale pour f=0.01
* Calcul de la différence entre les deux termes de l'équation
* Itérations jusqu'à ce que cette différence soit plus petite que 10^{-9}
  (Formule de Newton-Raphson)

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Calcul effectué par la macro:

```
If Epsilon < 0 Or Reynolds < 0 Or Epsilon > 3 Then
    'problème
    f = -1
Else
    If Reynolds = 0 Then
        'La vitesse est certainement nulle
        f = 0
    Else
        If Reynolds < 2500 Then
            'domaine laminaire
            f = 64 / Reynolds
```


École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Calcul effectué par la macro:

```
  Else
      'domaine turbulent
      f1 = 0.01    'valeur initiale
      Dans = Epsilon / 3.7 + 2.51 / Reynolds / Sqr(f1)
      Fdef = Sqr(1 / f1) + 2 * Log(Dans) / Log(10)
      Fprimedef = -1 / 2 / (f1 ^ 1.5) - 2.51 / Log(10) / Dans / Reynolds / (f1 ^ 1.5)
  Do
      f1 = f1 - Fdef / Fprimedef  'formulde de Newton
      Dans = Epsilon / 3.7 + 2.51 / Reynolds / Sqr(f1)
      Fdef = Sqr(1 / f1) + 2 * Log(Dans) / Log(10)
      Fprimedef = -1 / 2 / (f1 ^ 1.5) - 2.51 / Log(10) / Dans / Reynolds / (f1 ^ 1.5)
  Loop Until Abs(Fdef) < Prec
  f = f1
End If
```


École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch

Explication de la macro excel «Colebrook»

Plusieurs possibilités de calcul:

Détermination des **pertes de charge** à partir du débit
→ entrer Q → macro pour f → $\Delta h_f = f \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{L}{D}$

Trouver le **débit** pour une perte de charge donnée
→ Solver (valeur cible dH, en modifiant Q)

Trouver le **diamètre** pour un débit et une perte de charge donnés
→ Solver (valeur cible dH, en modifiant D)

Q [m^3/s]	0.031775043
D [m]	0.15
L [m]	4000
k_s [m]	3.00E-05
ν [m^2/s]	1.32E-06
S [m^2]	0.0177
U [m/s]	1.798
Epsilon, k_s/D [-]	0.0002
Reynolds [-]	204329
Coeff. frott. f [-]	**0.017049**
Pertes de charge linéaires	
dH_L [m]	**74.918**
Pertes de charge singulières	
Somme coeff.	0.5
dH_S [m]	**0.082**
Pertes de charge totales	
dH_{tot} [m]	**75.001**

École polytechnique fédérale de Lausanne
Plateforme de Constructions Hydrauliques
EPFL ENAC IIC PL-LCH
Station 18
CH – 1015 Lausanne
+ 41 21 693 23 85
secretariat.pl-lch@epfl.ch
http://lch.epfl.ch