
WEEK 2

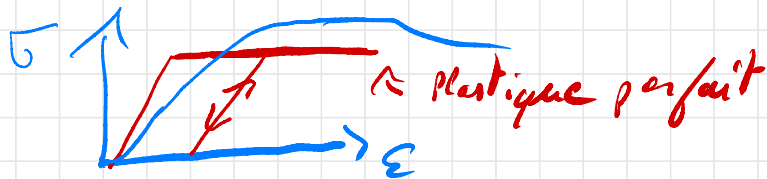
06 2020



Elasto Plasticité

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$$

courbe d'un CSS mi



Elasticité

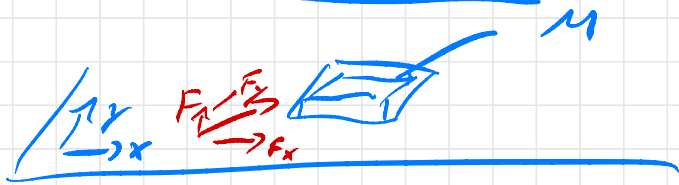
$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= c_{ijkl} (\varepsilon_{kl}^e) \\ &= c_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p)\end{aligned}$$

critère de Plasticité

$$f(\sigma_{ij}) \leq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} f(\sigma_{ij}) < 0 & \dot{\varepsilon}_{ij}^p = 0 \\ f(\sigma_{ij}) = 0 & \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \end{array} \right.$$

Analogie avec la Friction



Friction μ

$$|F| = \mu Mg$$

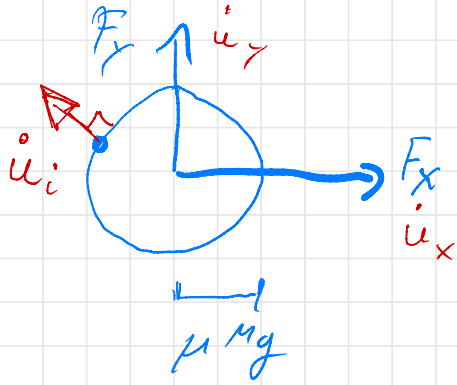
Si $|F| < \mu Mg \rightarrow$ le bloc ne bouge pas

si $|F| = \mu Mg \rightarrow$ Mouvement
 u_x, u_y
vitesses correspondantes

critère

$$\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \leq \mu Mg$$

cas isohore

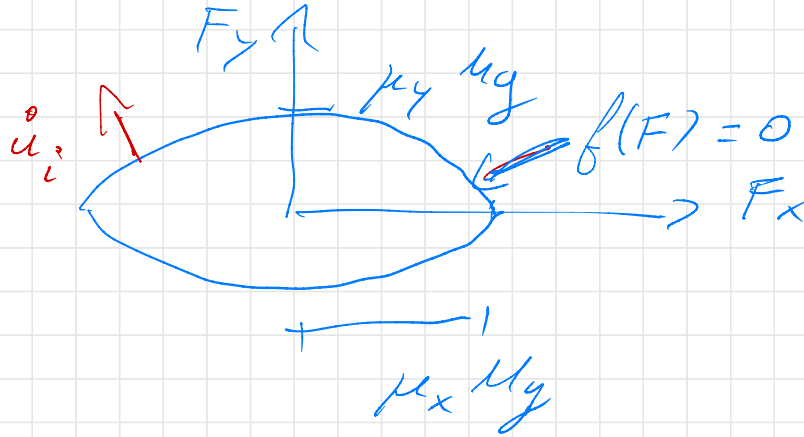


$$\frac{\dot{u}_y}{\dot{u}_x} = \frac{F_y}{F_x}$$

Taux de Travail Maximal $\dot{W}_p = F_x \dot{u}_x + F_y \dot{u}_y$

L_j est Maximal $\Leftrightarrow$ vitesses sont "alignées" avec la force

COS ANISOTROPIE



$u_i \propto \nabla f$
critère correspondant

$$f(F) = \left(\frac{F_x^2}{\mu_x^2} + \frac{F_y^2}{\mu_y^2} \right)^{1/2} - \mu_g$$

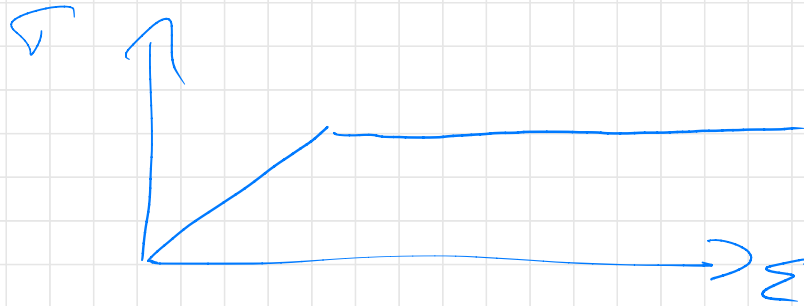
Vitesses de $\frac{df}{dt}$ Plateaux sont liés
avec le Gradient du critère de capture

$$\dot{\Sigma}_{ij}^P = \frac{\partial f}{\partial \Sigma_{ij}}$$

Course

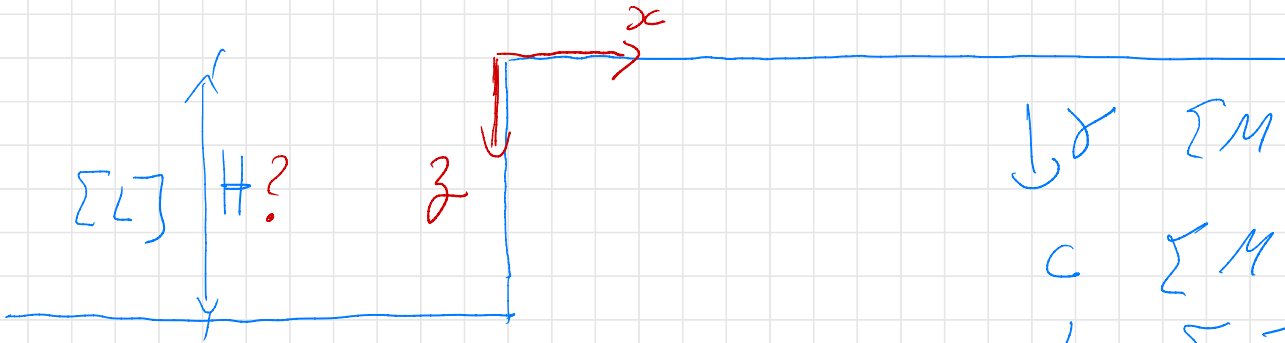
Effekt - DEFORMATION

Plastische Verform



$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$

TAZUS VERTICAL

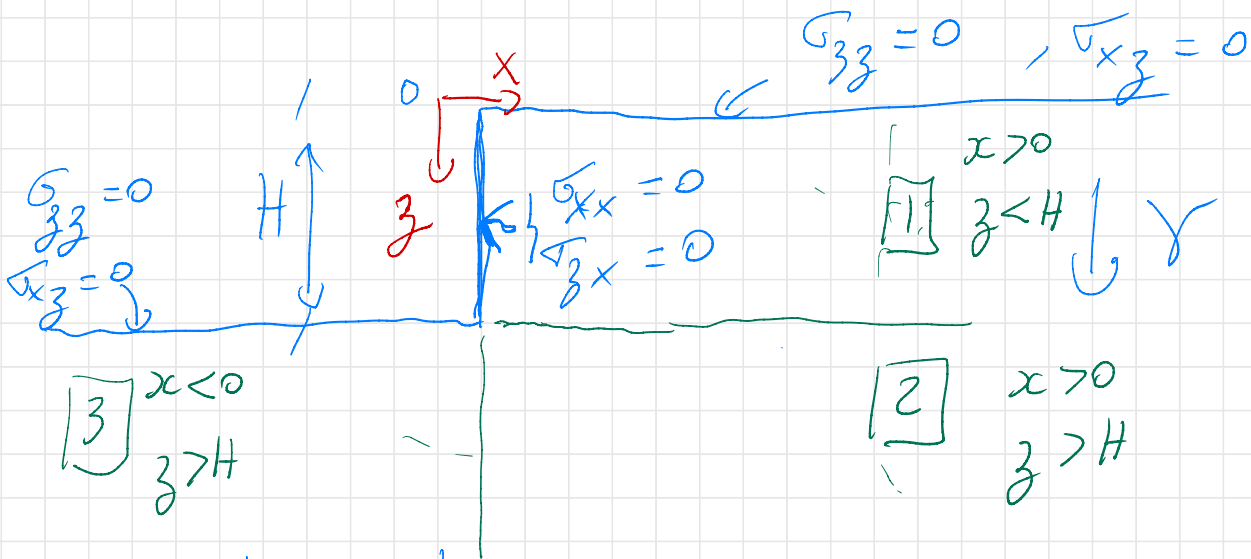


$$\begin{aligned} \downarrow \gamma & \{ M / L^2 / T^2 \} \\ c & \{ M / L / T^2 \} \\ \phi & [-] \end{aligned}$$

$$\frac{\gamma H}{c} = \psi(\phi)$$

solution adimensionnelle
du problème

1. Approche Statique (par l'intérieur)



Equations d'équilibre

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \gamma = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \equiv \frac{\partial}{\partial x}$$

Zone [1] $x > 0 + z < H$

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \gamma_z$$

$$\sigma_{xz}^{(1)} = 0$$

$$\sigma_{xx}^{(1)} = 0 \quad (\otimes)$$

Zone [2] $x > 0 + z > H$

$$\sigma_{zz}^{(2)} = \gamma_z$$

$$\sigma_{xz}^{(2)} = 0$$

$$\sigma_{xx}^{(2)} = \gamma_z \quad (\otimes)$$

Zone [3] $x < 0 + z > H$

$$\sigma_{zz}^{(3)} = \gamma(z-H)$$

$$\sigma_{xz}^{(3)} = 0$$

$$\sigma_{xx}^{(3)} = \gamma_z \quad (\otimes)$$

Etape 2 : on met à la rupture
 $f(\sigma_{ij}) \leq 0$

Zone 1

$$f(\sigma_{ij}) = (\sigma_I - \sigma_{III}) - (\sigma_I + \sigma_{III}) \sin \phi - 2c \cos \phi.$$

on a en zone 1

$$f = \sigma_z (1 - \sin \phi) - 2c \cos \phi$$

on doit avoir $f \leq 0$ pour tout z

$$z \in [0, H]$$

f va être maximale en $z = H$

on dit $f(z=H) = 0 \rightarrow \frac{1}{\sigma H (1 - \sin \phi)} = 2c \cos \phi$

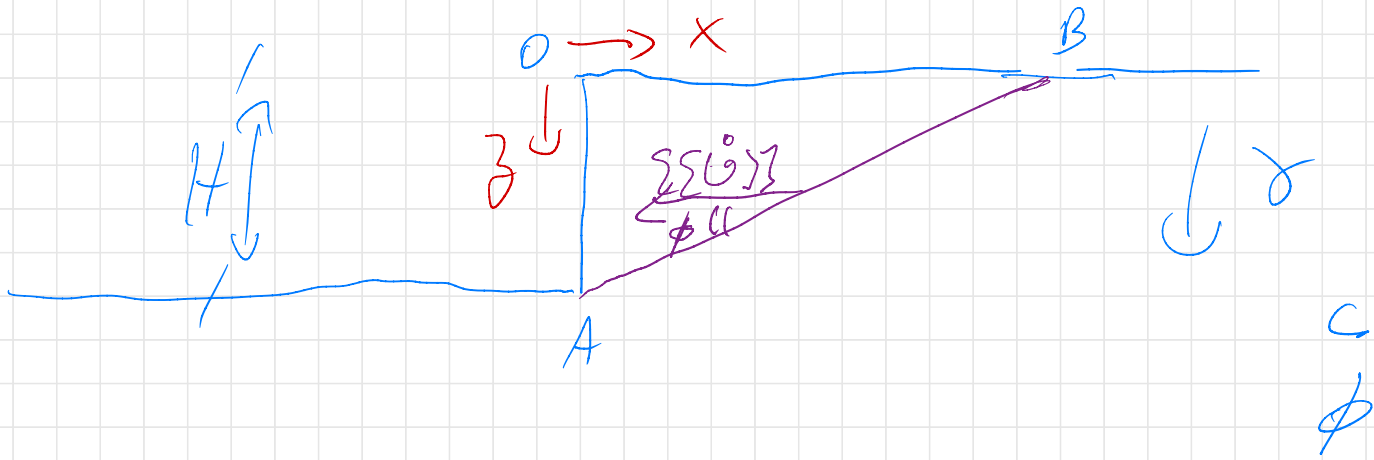
$$\frac{\gamma H}{c} \Big|_{\text{borne}} =$$

$$\frac{2 \cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

$$\gamma H(\phi)$$

c'est la borne
inférieure
à la hauteur de
l'océan

$$\frac{2 \cos \phi}{1 - \sin \phi} < \frac{\gamma H}{c}$$



Approche CINÉMATIQUE

2 Blocs RIGIDES Séparés par 1
bande de cisaillement