

## Exercice 9: Hydraulique des sols

### Problème 1 - fouille à écran

Déterminer la fiche hydraulique d'une fouille de  $3m$  de profondeur déposé sur un sol de caractéristiques suivantes:

$$\gamma = 19.5 \text{ kN/m}^3, \quad \phi' = 20^\circ, \quad c' = 10 \text{ kPa}, \quad c_u = 20 \text{ kPa}$$

1. En considérant un état limite de type 1 (renard hydraulique)
2. En considérant un état limite de type 2 (défaut de portance)

Remarques:

- Lors de la phase de chantier, le niveau de la nappe est contrôlé. Les calculs sont réalisés en considérant le niveau de la nappe au niveau du terrain.
- L'effet d'un petit talus en amont est modélisé par une charge  $S_1$  de  $16 \text{ kN/m}^2$

### Problème 2 - barrage simple

Un barrage poids repose sur une formation sablo-limoneuse de coefficient de perméabilité  $k_{SL} = 4.5 \times 10^{-6} \text{ m/s}$  et de poids volumique saturé  $\gamma_{sat} = 21 \text{ kN/m}^3$ . L'ensemble repose sur un substratum rocheux imperméable. La figure ci-dessous (Fig. 1) représente le réseau d'écoulement.

1. Déterminer les valeurs de charges en amont et en aval du barrage.
2. Déterminer la différence de charge  $\delta h$  entre chaque équipotentielle.
3. Isoler une maille carrée sous le barrage et en déduire le débit dans un tube de courant (pour une tranche d'un mètre de profondeur).
4. Déterminer le débit total sous le barrage.
5. Évaluer le risque de renard hydraulique (boulance) à l'aval.
6. Afin de limiter le risque de renard hydraulique, un écran vertical imperméable est ajouté en aval du barrage (Fig. 2). Réévaluer le risque de renard hydraulique à l'aval.
7. Déterminer l'évolution de pressions interstitielles en amont et en aval de l'écran (Fig. 3).

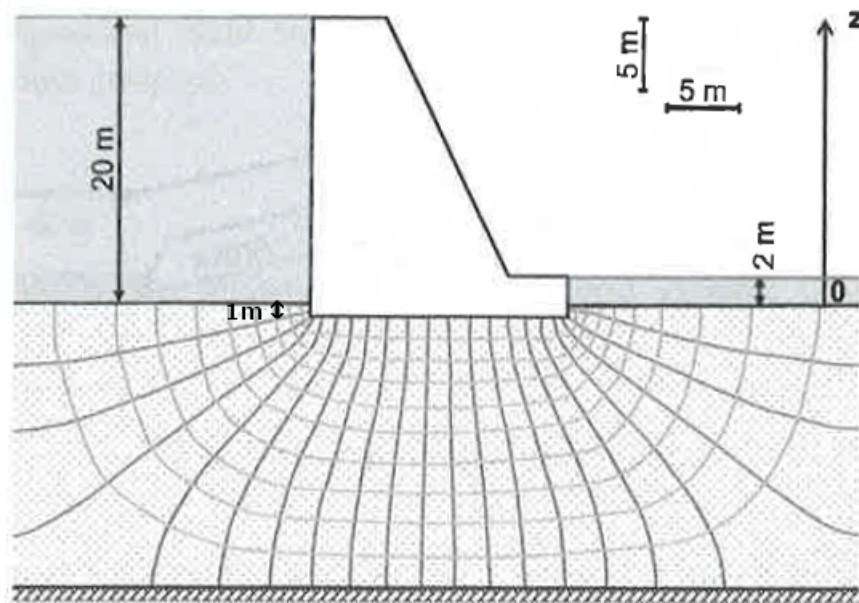


Figure 1: Barrage avec coeur imperméable

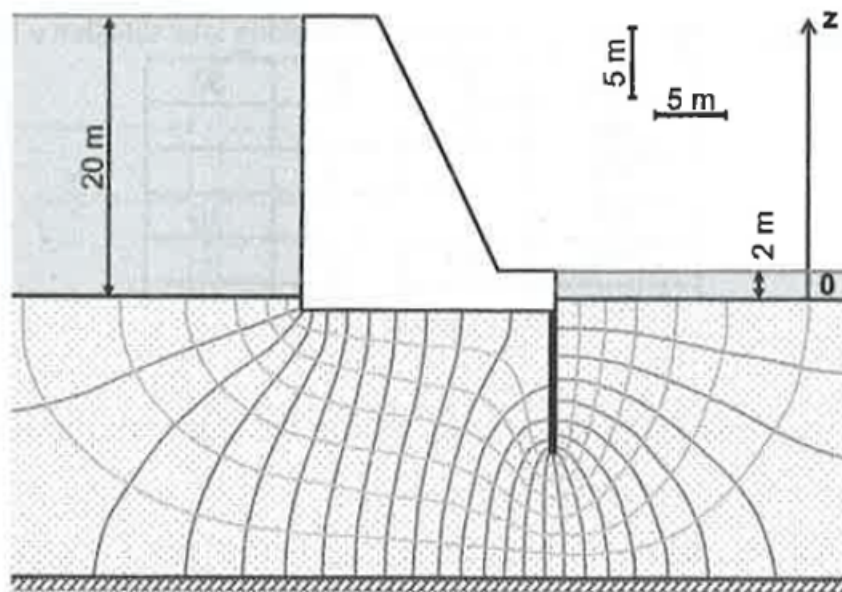


Figure 2: Barrage poids avec écran vertical imperméable

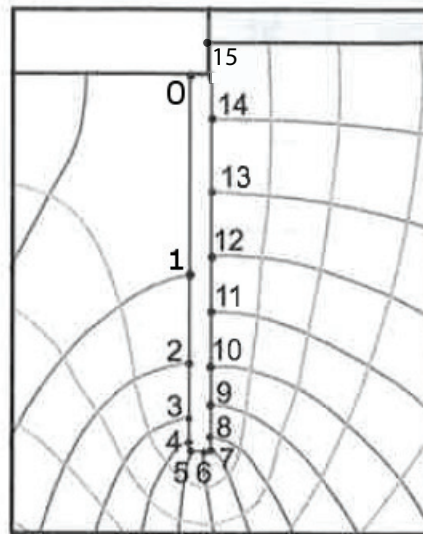
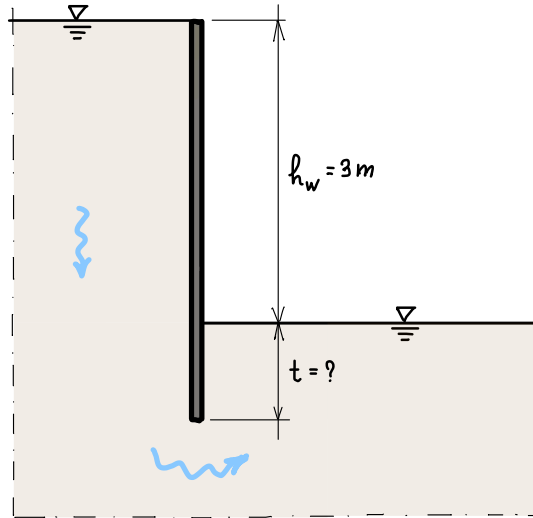


Figure 3: Pointes de calcul à l'écran

## Correction Exercice #9 Instabilité du fond de fouille

### Problème 1

#### 0.1 Renard Hydraulique



Pour cet Etat Limite Ultime de type I, on doit vérifier (raisonnant sans facteur de sécurité):

$$i\gamma_w \leq (\gamma - \gamma_w)$$

Tout est donc dans le calcul du gradient hydraulique.

Dans un premier calcul, on peut faire l'hypothèse que toute la perte de charge s'effectue uniquement en aval (risque de Renard maximal). Le gradient hydraulique est alors simplement égal à :  $i = h_w/t$  (La nappe est au niveau du fond de fouille coté aval et au niveau du terrain naturel au niveau amont). En utilisant la formule de vérification on obtient facilement la valeur de  $t$  et donc la longueur totale de l'écran  $h_w + t$ . Avec,  $h_w = 3m, \gamma_w = 10kN/m^3, \gamma = 19.5kN/m^3$ , on obtient :

$$\frac{h_w}{t}\gamma_w = (\gamma - \gamma_w)$$

$$t = \frac{h_w\gamma_w}{\gamma - \gamma_w}$$

et on obtient donc une longueur totale d'ecran de  $3 + 3.16 = 6.16m$

#### Solution Mandel approchée

Afin d'être un peu plus réaliste, on peut utiliser la solution approchée de Mandel. En effet dans notre cas,  $h_w/t = 3/3.16 = 0.94 < 10$ . La solution approchée de Mandel n'est donc pas trop fautive. On obtient:

$$\alpha \approx 0.095 + \frac{0.81}{1 + \sqrt{1 + (h_w + t_w)/(t - t_w)}}$$

$$i = \alpha \frac{h_w}{t}$$

On résoud donc l'équation suivante:

$$\left(0.095 + \frac{0.81}{1 + \sqrt{1 + h_w/t}}\right) \frac{h_w}{t} \gamma_w = \gamma - \gamma_w$$

Ce qui donne une longueur:

$$t = 1.37$$

et donc une longueur totale de  $3 + 1.37 = 4.37$  (et non 6.16 comme précédemment!). On notera que si la longueur de l'excavation est grande, il y a donc moyen d'économiser grandement comparer à l'hypothèse d'une perte de charge uniquement à l'aval qui sur-dimensionne la longueur de l'écran significativement.

Il convient de vérifier la valeur obtenue avec la solution approchée avec la solution exacte.

### Solution Mandel exacte

La solution de Mandel implique une "optimisation" numérique pour obtenir la fiche minimale. Cela est difficile sans ordinateur.... On développe l'approche ci-dessous pour illustration (en utilisant ici Mathematica - on peut facilement utiliser un autre outil e.g. matlab). Tout d'abord, on peut vérifier qu'avec la longueur obtenue en faisant l'hypothèse d'une perte de charge uniquement en aval, la sécurité est largement vérifiée si on utilise la solution de Mandel pour calculer le gradient hydraulique. En utilisant Mathematica pour faire nos calculs, le script serait:

```
parameters = {hw -> 3, gw -> 10 × 10^3, γ -> 19.5 × 10^3};

(* On definit une fonction qui resout numeriquement l'equation implicite de Mandel
pour le rapport α = perte de charge aval / perte de charge total *)
αMandel[t_, hw_] := α /. FindRoot[Tan[α Pi] - α Pi == Pi (t / hw), {α, 0.1}][[1]];
iaval[t_, hw_] := αMandel[t, hw] (hw / t);
iaval[3.16, 3]

0.410923

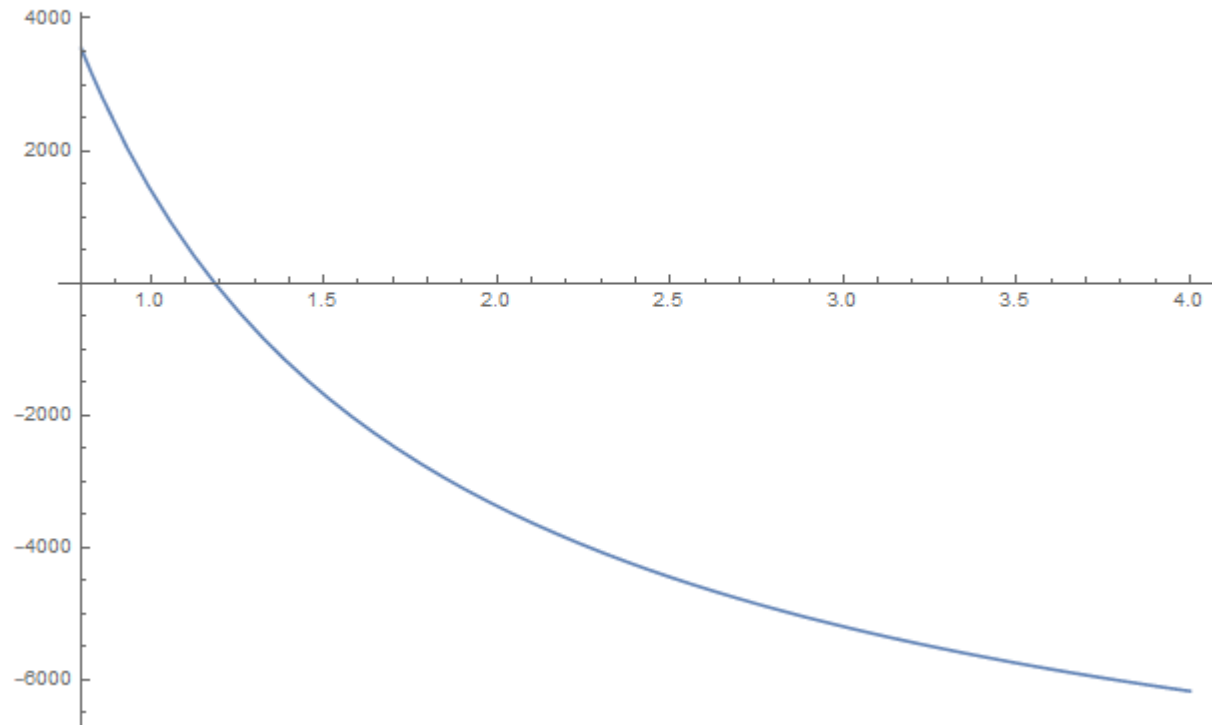
(* On re-verifie la securite avec t = 3.16 en utilisant Mandel *)
(gw iaval[3.16, 3] /. parameters) ≤ ((γ - gw) /. parameters)

True
```

$$i\gamma_w = 4109 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} < 9500 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} = (\gamma - \gamma_w)$$

On vérifie encore que l'on est vraiment sur-dimensionné avec l'hypothèse d'une perte de charge uniquement à l'aval.... L'étape d'après est donc de trouver numériquement la valeur  $t$  minimum vérifiant la sécurité en calculant le gradient aval avec la formule de Mandel !

```
F[t_?NumericQ] := (γw iaval[t, 3.] - (γ - γw)) /. parameters;  
Plot[F[t], {t, 0.8, 4}, ImageSize -> 600]
```

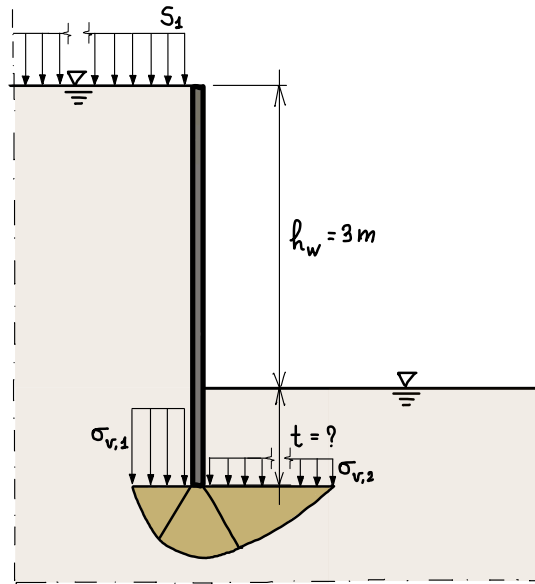


On peut déjà voir graphiquement qu'une longueur  $t = 1.2$  m est suffisante. Plus précisément on doit trouver le zero de cette fonction préalablement défini. En "language" Mathematica, cela donne:

```
t /. FindRoot[F[t], {t, 1.0}]  
1.18505
```

Ce qui donne une longueur totale de  $1.19 + 3 = 4.19$  m - longueur seulement légèrement plus petite que celle trouvée par la méthode approchée.

## 0.2 Défaut de portance



Pour cet ELU de type 2, on doit vérifier:

$$E < R \rightarrow \sigma'_{v,1} < \sigma'_{v,2} N_q + c' N_c$$

Avec:  $E$  valeur de calcul de l'effet d'une action,  $R$  valeur de calcul d'une résistance ultime,  $\sigma'_{v,1}$  contrainte effective à l'amont de la paroi,  $\sigma'_{v,2}$  contrainte effective à l'aval de la paroi,  $N_q$  facteur de résistance du à la surcharge latérale effective,  $c'$  valeur de la cohésion effective,  $N_c$  facteur de résistance du à la cohésion.

### Contraintes en pied de paroi

Par simplicité, on fait l'hypothèse que toute la perte de charge est à l'aval  $\alpha = 1$ .

$$\sigma_{v,1} = \gamma(h_w + t) + S_1$$

$$u_1 = \gamma_w(h_w + t)$$

$$\sigma'_{v,1} = \sigma_{v,1} - u = \gamma'(h_w + t) + S_1$$

$$\sigma_{v,2} = \gamma t$$

$$u_2 = \gamma_w(h_w + t)$$

$$\sigma'_{v,2} = \sigma_{v,2} - u = \gamma' t - \gamma_w h_w$$

## Calcul de la fiche

$$\sigma'_{v,1} < \sigma'_{v,2} N_q + c' N_c$$

La fiche est donnée par:

$$t > \frac{h_w(\gamma' + \gamma_w N_q) + S_1 - c' N_c}{\gamma'(N_q - 1)}$$

On a:

$$\gamma = 19.5 \text{ kN/m}^3, \quad \gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3, \quad S_1 = 16 \text{ kN/m}^2, \quad h_w = 3.0 \text{ m}, \quad \phi' = 20^\circ$$

$$N_q = e^{\pi \tan \phi'} \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}\right) = 6.40$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi' = 14.83$$

D'où l'on obtient,

$$t > 1.72 \text{ m}$$

Ce qui donne une longueur d'écran de 4.72m.

## Problème 2

1. La charge hydraulique se détermine par l'expression:

$$h_i = \frac{u_i}{\gamma_w} + z_i$$

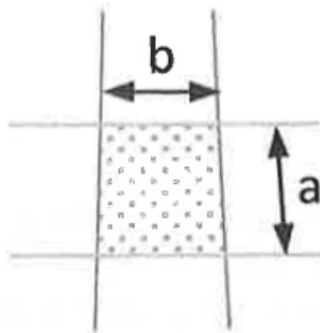
En employant les données, les résultats correspondent à:

$$h_{amont} = 20 \text{ m} \quad h_{aval} = 2 \text{ m}$$

2. Si le nombre des lignes équipotentielles est  $n_{EQ} = 22$  (y compris les équipotentielles en amont et en aval qui correspondent aux interfaces sol/eau), le nombre d'intervalles est  $n_{EQ} - 1$ . Ainsi, la différence de charge  $\delta h$  est égale à

$$\delta h = \frac{h_{amont} - h_{aval}}{n_{EQ} - 1} = 0.86 \text{ m}$$

3. Une maille est présentée ci-dessous. La dimension  $a$  correspond à la largeur du tube de courant considéré, la dimension  $b$  correspond à la longueur pour laquelle la charge évolue d'un intervalle de charge  $\delta h$ . Si les mailles étant globalement carrées, on se peut faire l'approximation  $a = b$ .





La loi de Darcy s'applique sur la maille pour déterminer l'expression du débit dans un tube de courant  $q_{TC}$ :

$$q_{TC} = Ak_{SL}i = (a \times 1)k_{SL}\frac{\delta h}{b} = 3.87 \times 10^{-6} m^3/s$$

4. L'expression précédente reste valide au cas où les tubes de courant sont tous à mailles carées. Le nombre de tubes de courant est  $n_{TC} = n_{LC} - 1 = 10$ . Les tubes de courant sont disposés environ en parallèle, aussi le débit total est égale à la somme des débits dans chaque tube de courant soit:

$$q = \sum_{i=1}^{n_{TC}} q_{TC} = 3.87 \times 10^{-5} m^3/s$$

5. Le risque de boulangerie (renard hydraulique) survient si l'écoulement est ascendant et quand la valeur du gradient est supérieure à celle du gradient critique:

$$i_c = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_w}{\gamma_w} = 1.1$$

En considérant la ligne de courant ascendante au bord droit du barrage, le gradient hydraulique est évalué à:

$$i_1 = \frac{\delta h}{1/2} = 1.72 > i_c$$

On voit donc qu'il existe un risque de renard hydraulique très élevé pour un tel barrage poids.

6. La deuxième conception présente des gradients plus faibles:  $n_{EQ} = 26$  et les différences de charge entre chaque équipotentielle sont:

$$\delta h = \frac{h_{amont} - h_{aval}}{n_{EQ} - 1} = 0.72 \text{ m}$$

On voit également à partir du réseau d'écoulement, que le gradient hydraulique est relativement uniforme en aval de l'écran (sauf en pied)- On l'estime donc en considérant la ligne de courant ascendante au bord du barrage:

$$i_2 = \frac{\delta h}{2 \text{ m}} = 0.36 < i_c$$

L'écran d'étanchéité sous le barrage aide grandement à diminuer le gradient hydraulique en aval.

Par contre, le gradient hydraulique le plus fort se situe plutôt en pied de l'écran - mais ici le réseau d'écoulement en pointe de l'écran est vraiment approximatif (maille trop grande), en prenant le gradient entre les deux lignes équipotentielles 7 et 8, on obtient:

$$i_3 = \frac{\delta h}{0.4 \text{ m}} = 1.80 > i_c$$

mais cette valeur maximale est à prendre avec précaution car 1) le réseau d'écoulement n'est pas assez fin et 2) le fort gradient vient de l'angle droit du pied de l'écran qui en pratique n'existe pas (i.e. le bas d'un paroi moulée par exemple ne présente jamais un angle exactement à 90 degree). Ce qui est important ici c'est que le gradient hydraulique moyen le long de l'écran en aval soit inférieur à  $i_c$ .

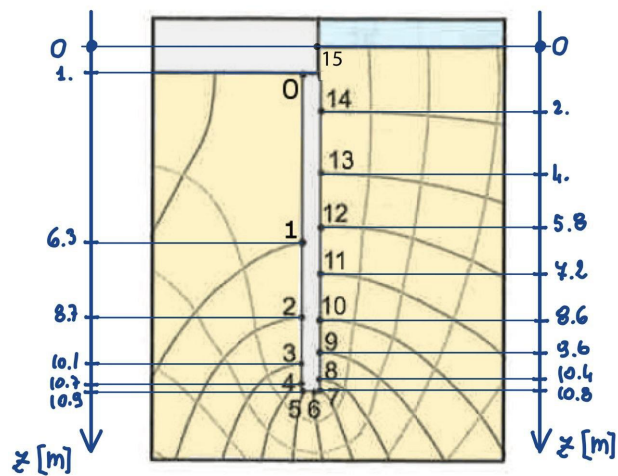
7. Les pressions s'évaluent à partir de la définition de la charge hydraulique:

$$h_i = \frac{u_i}{\gamma_w} + z_i \Rightarrow u_i = \gamma_w (h_i - z_i)$$

Les valeurs des charges et des hauteurs se repèrent graphiquement grâce aux équipotentielles. Pour le calcul de la charge, on commence par le point 15, sachant que:

$$h_{15} = h_{aval} = 2 \text{ m}$$

$$h_i = h_{15} + (15 - i)\delta h$$



		0	1	2	3	4	5	6	7
$h_i$	$m$	12.8	12.08	11.36	10.64	9.92	9.20	8.48	7.76
$z_i$	$m$	-1	-6.3	-8.7	-10.1	-10.7	-10.9	-10.9	-10.8
$u_i$	$kPa$	138	183.8	200.6	207.4	206.2	201	193.8	185.6

		8	9	10	11	12	13	14	15
$h_i$	$m$	7.04	6.32	5.6	4.88	4.16	3.44	2.72	2
$z_i$	$m$	-10.4	-9.6	-8.6	-7.2	-5.8	-4	-2	0
$u_i$	$kPa$	174.4	159.2	142	120.8	99.6	74.4	47.2	20