

# **Poussée/butée des terres sur les éléments de soutènement Actif-passif (Long terme)**

Ouvrages Geotechniques – Civil-206

B. Lecampion



# Agenda

---

1. Rankine
2. Coulomb
3. Surface de rupture courbe
4. Choix en pratique & actions sur la paroi

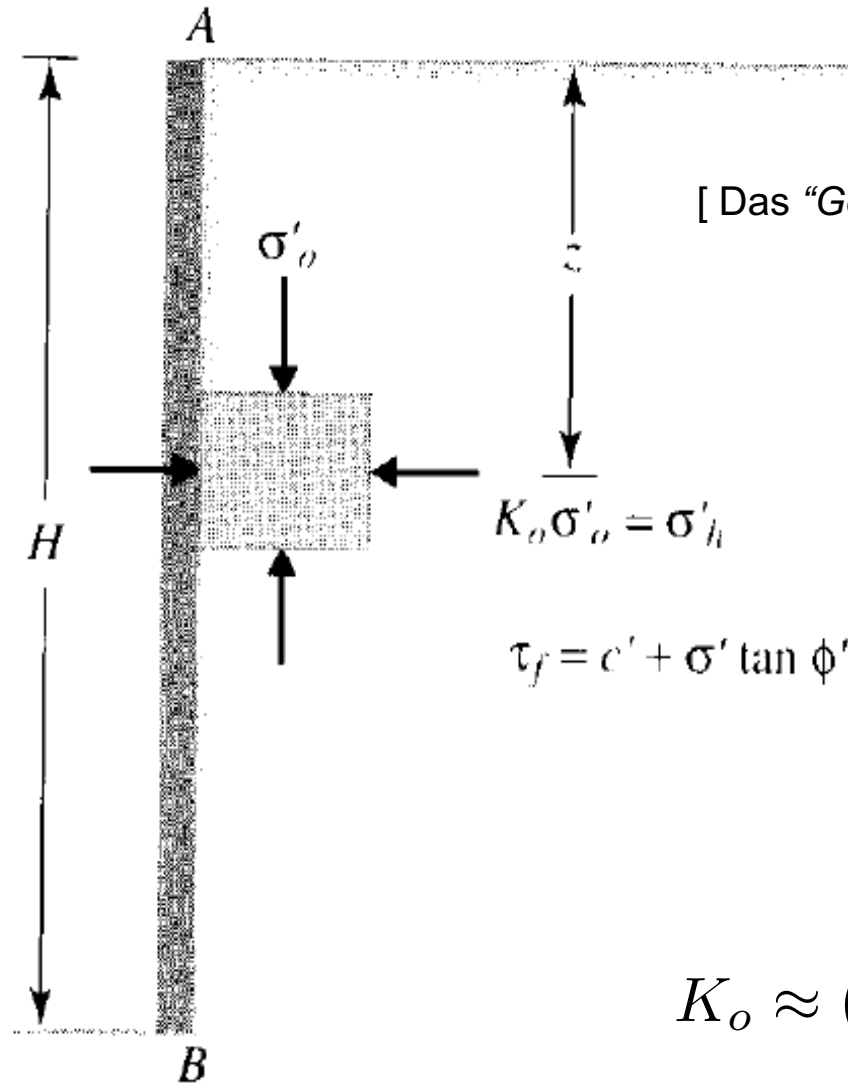
On se focalise ici sur les calculs **long terme – drainées** en vue du calcul aux **ELU** des murs poids & des parois de soutènement pour les excavations profondes

On verra le cas court terme (très important pour les excavations dans des argiles) dans les semaines à venir.

# Au repos

---

$$\sigma'_h = K_o \sigma'_v$$



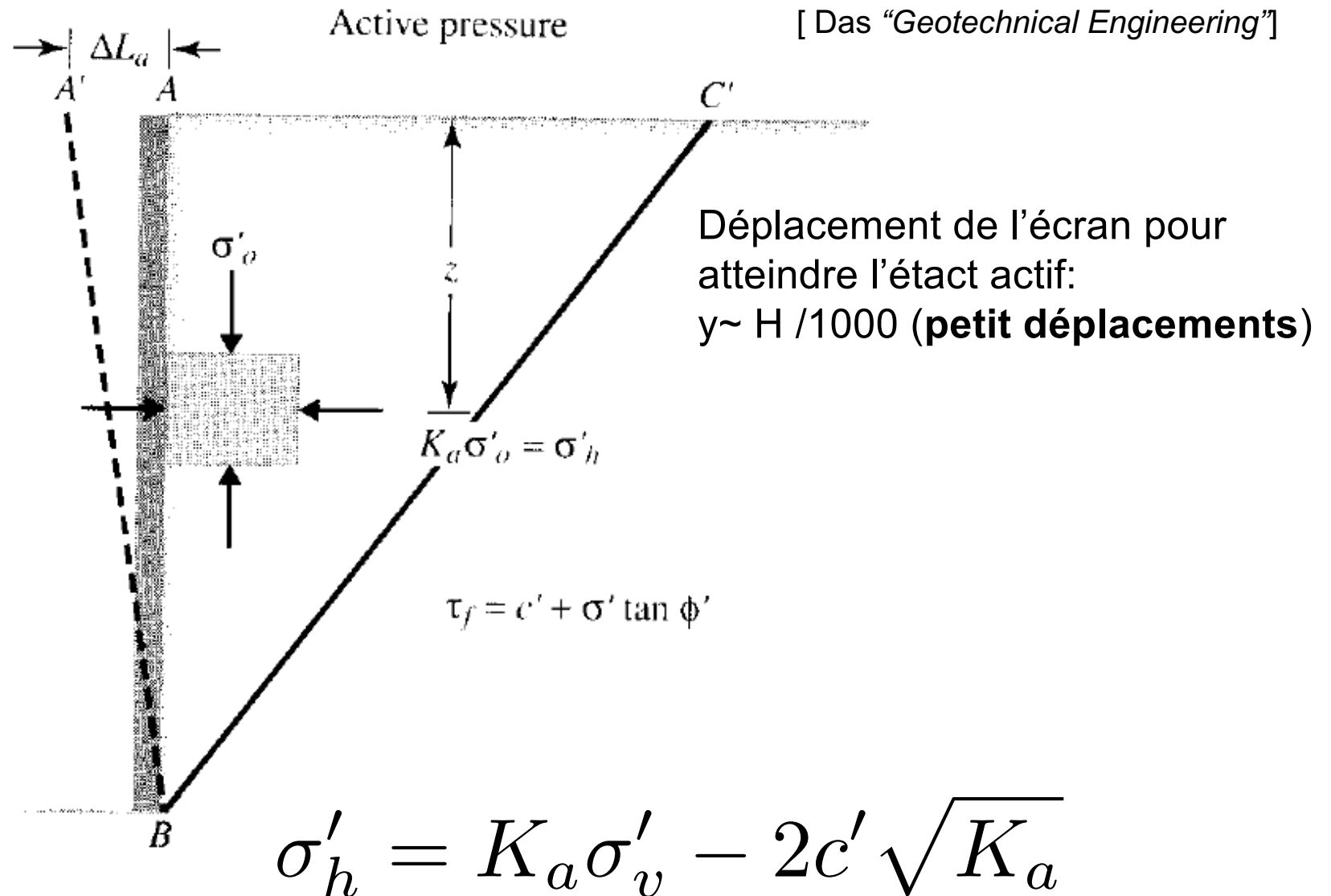
[ Das "Geotechnical Engineering" ]

Jaky

$$K_o \approx (1 - \sin \phi') OCR^{\sin \phi'}$$

# Actif

Le sol est actif (et pousse l'écran)

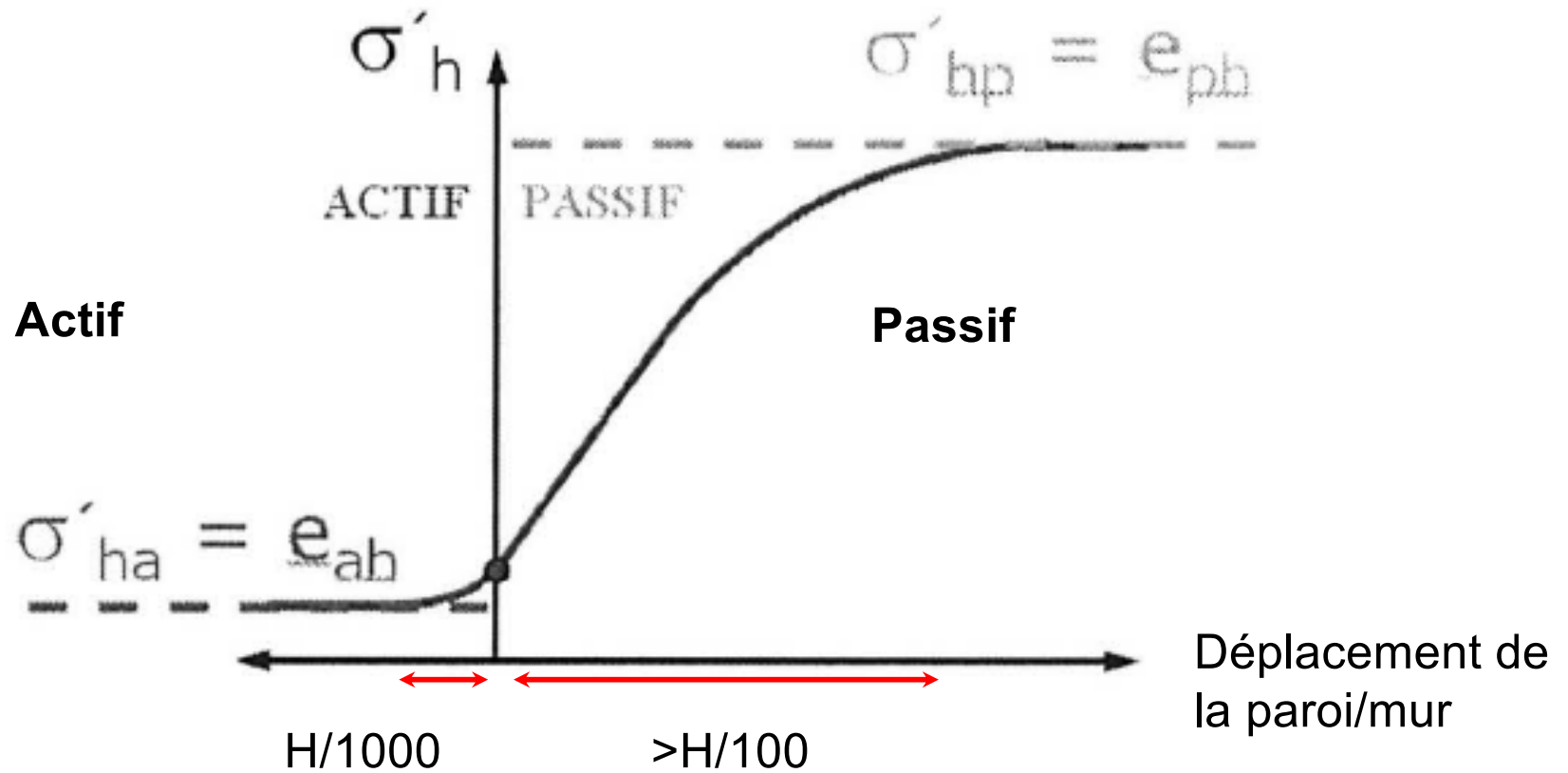






# Actif - Passif

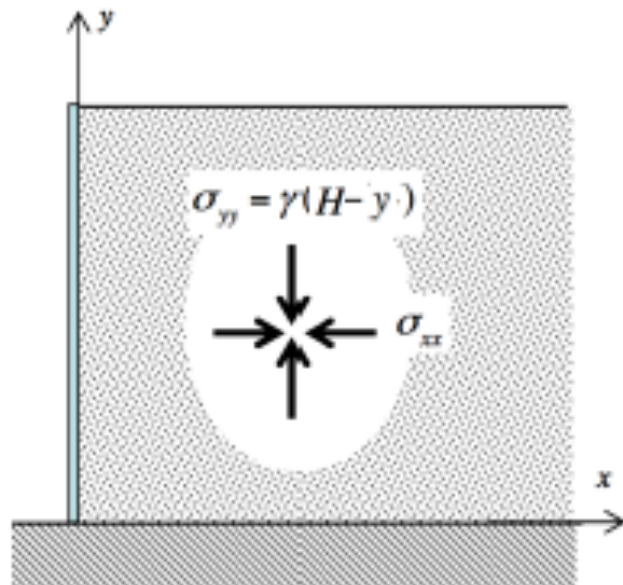
---



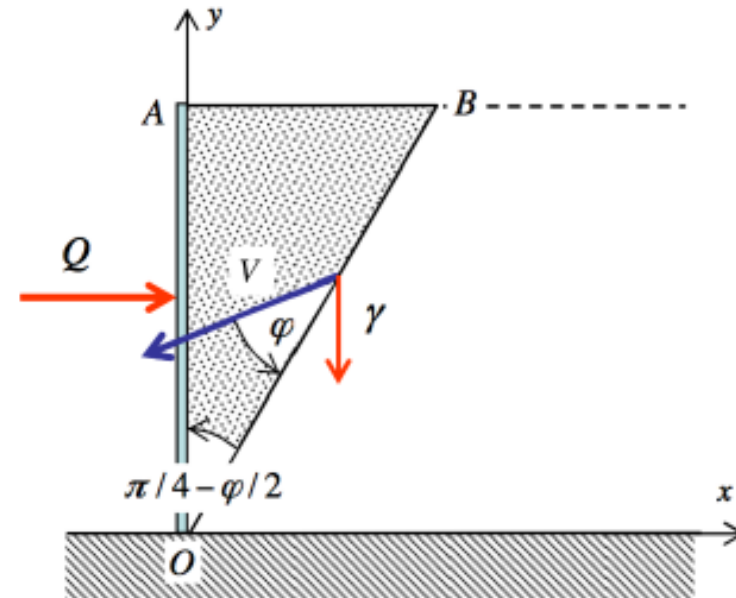
# Rankine – Etat actif - cf série #2

---

Par l'intérieur / statique



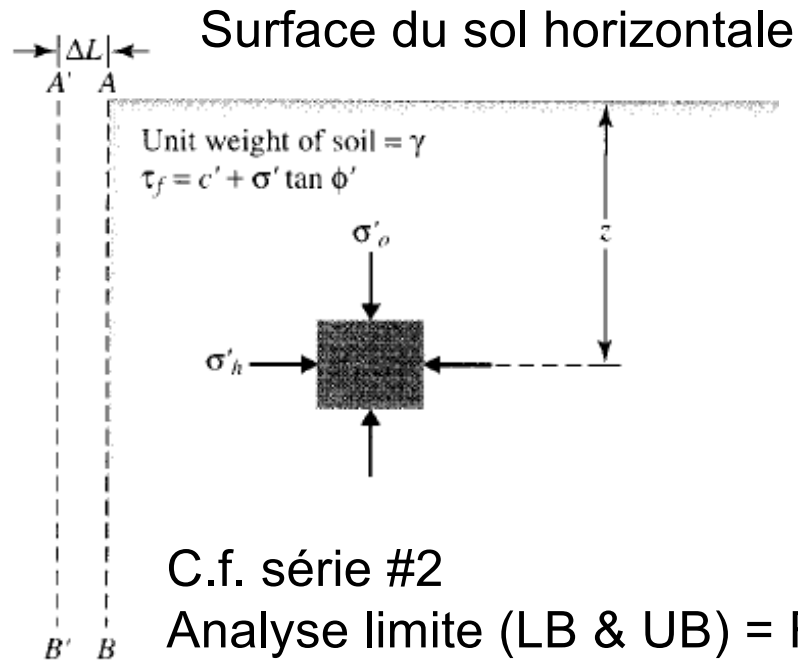
Par l'extérieur / cinématique



Les 2 bornes sont égales -> résultat exact

Notez que l'approche statique se résume à écrire le critère de rupture en contraintes dans ce cas très simple

# Rankine – Etat actif



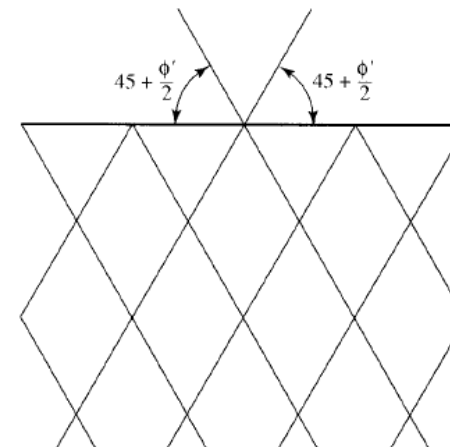
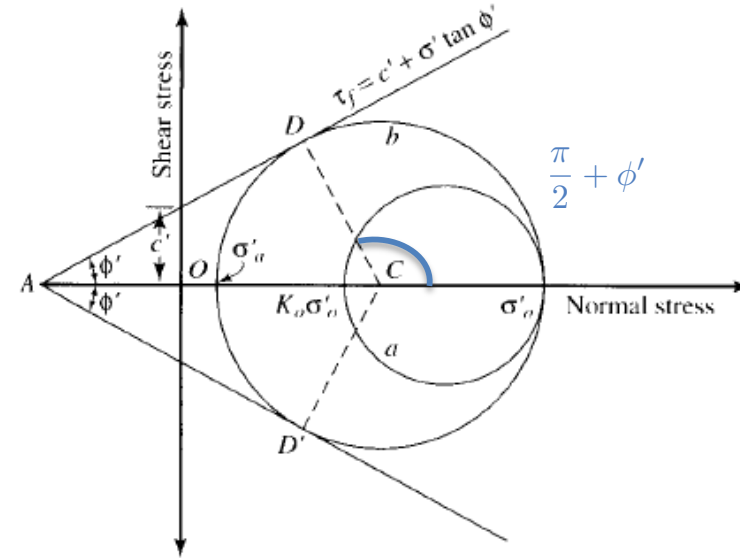
C.f. série #2

Analyse limite (LB & UB) = Rankine  
 (surface de rupture droite)

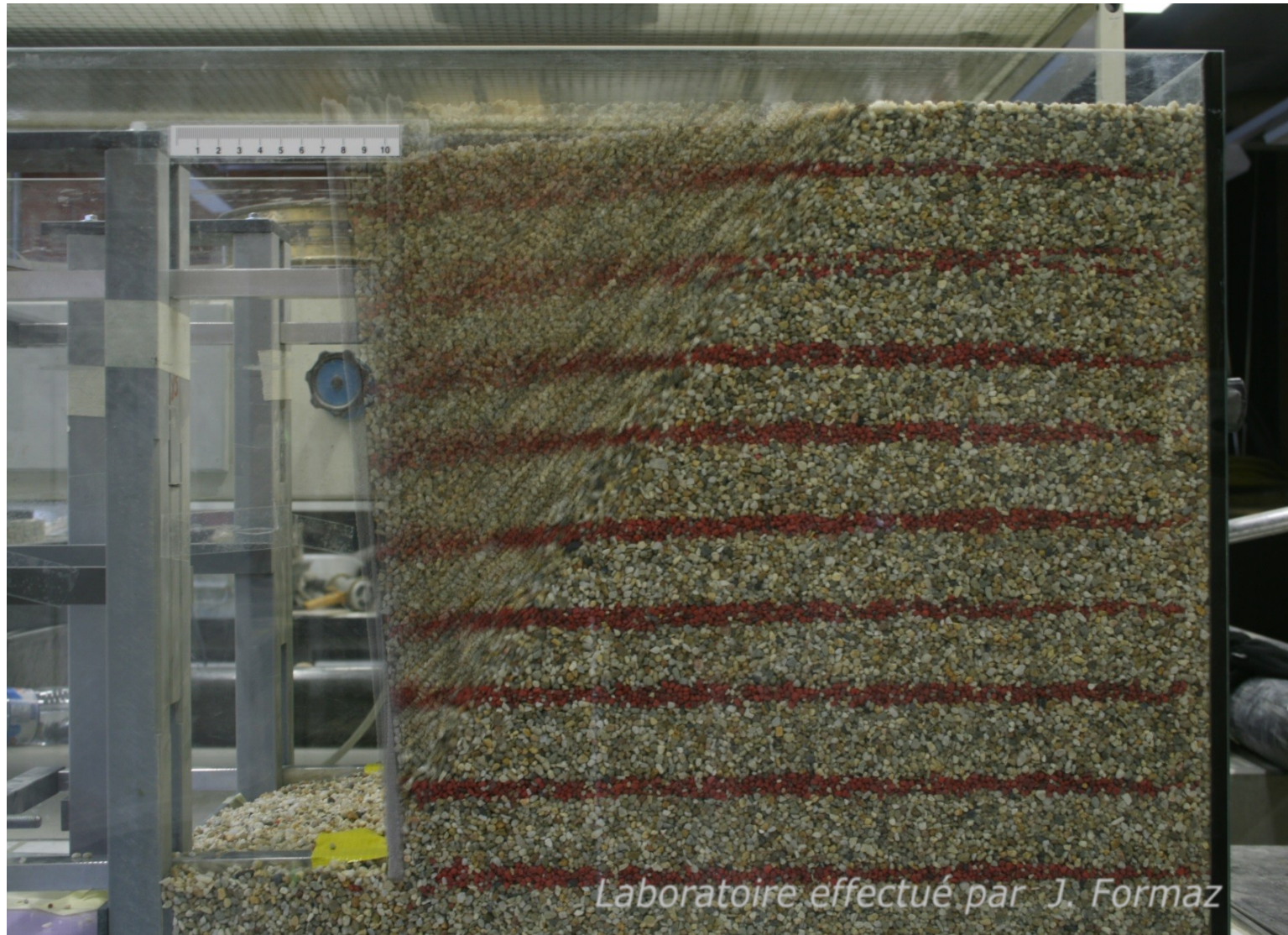
$$\sigma'_h = K_a \sigma'_v - 2c' \sqrt{K_a}$$

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$$

[ Das “Geotechnical Engineering” ]



# Mécanisme de rupture de Rankine (pour une rotation d'une paroi lisse autour de son pied)





# Mécanisme de rupture (pour une translation horizontale d'une paroi rugueuse)





# Mécanisme de rupture concave actif

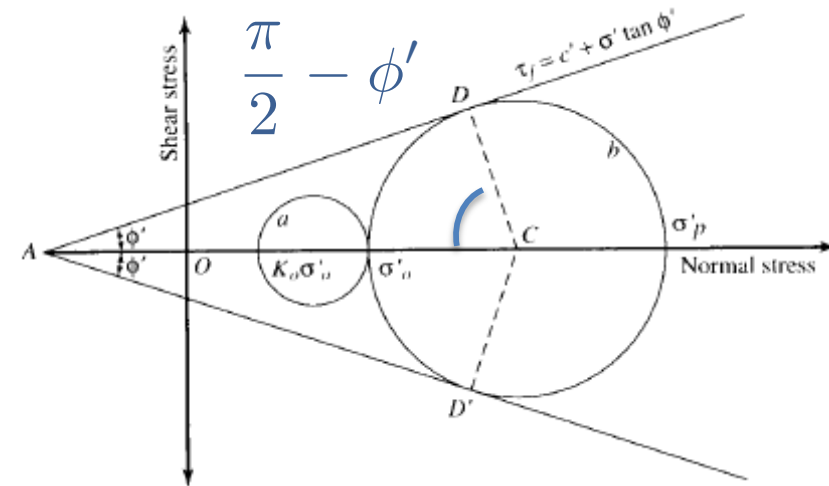
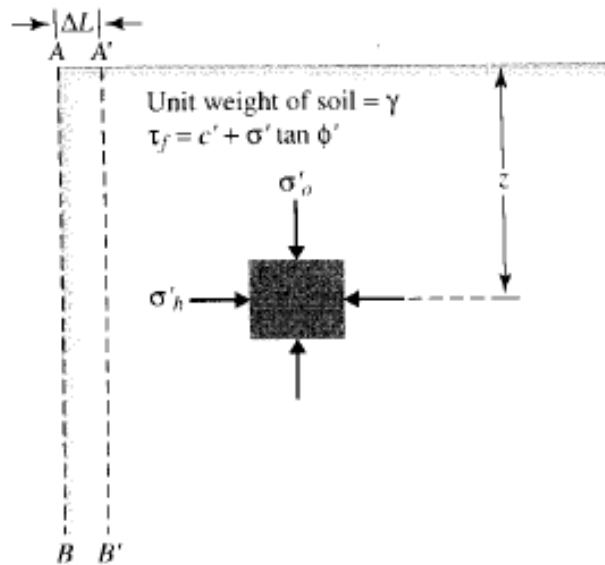
(pour une rotation d'une paroi rugueuse autour d'un appui)

---



# Rankine – Etat passif

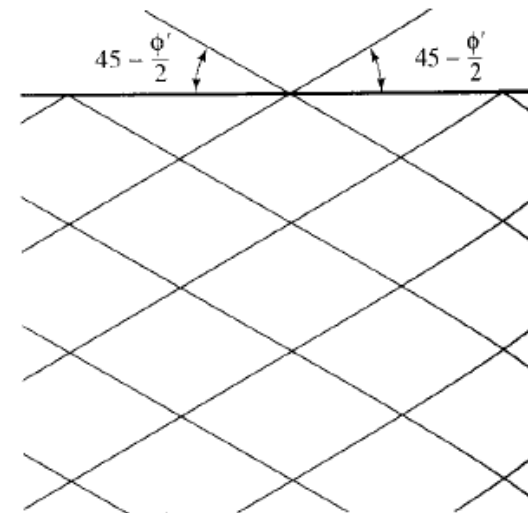
Idem cf Série #2



[ Das "Geotechnical Engineering"]

$$\sigma'_h = K_p \sigma'_v + 2c' \sqrt{K_p}$$

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$

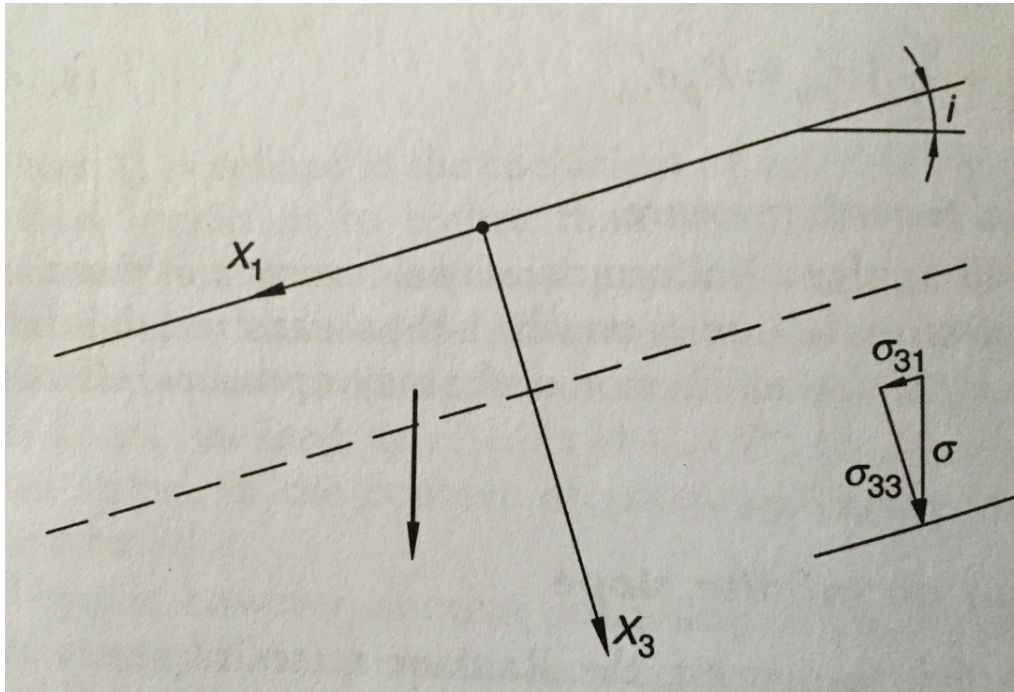




# Rankine – Surface inclinée

---

Cf derivation au tableau



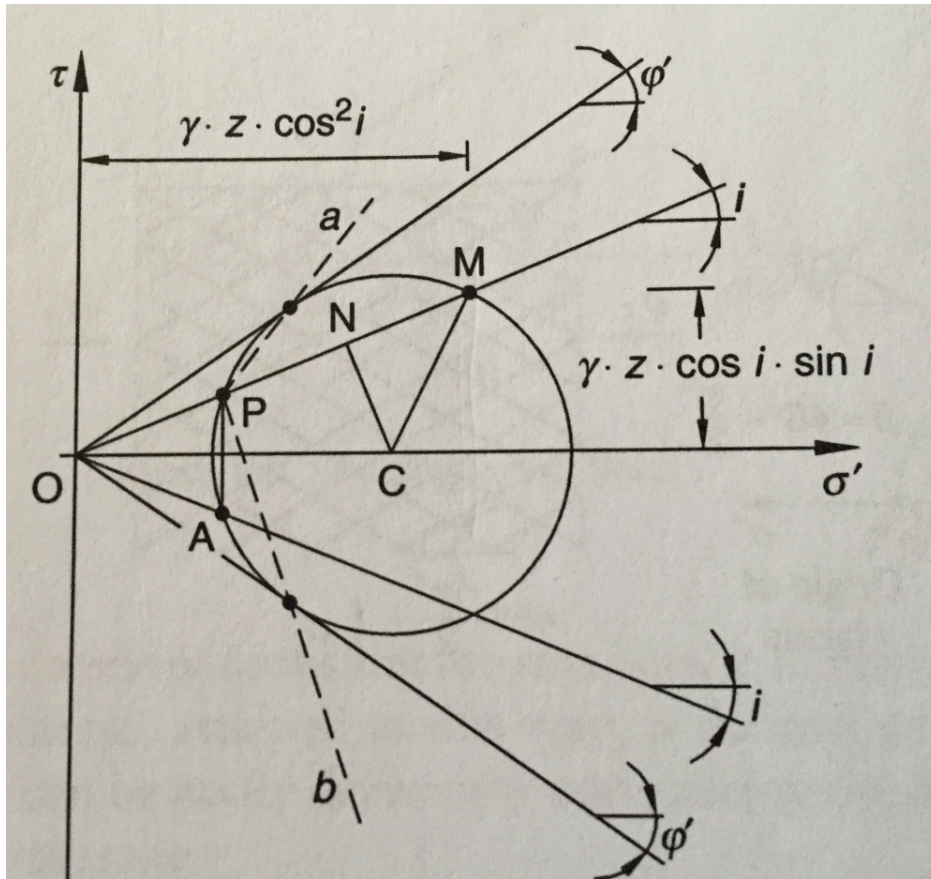
Z: direction verticale

$$\sigma_{33} = \gamma z \cos^2 i$$

$$\sigma_{13} = \gamma z \cos i \sin i$$

# Rankine – Surface inclinée

Cercle de Mohr



$$OM = \sigma'_v \quad OA = \sigma'_a$$

$$ON = OC \cos i$$

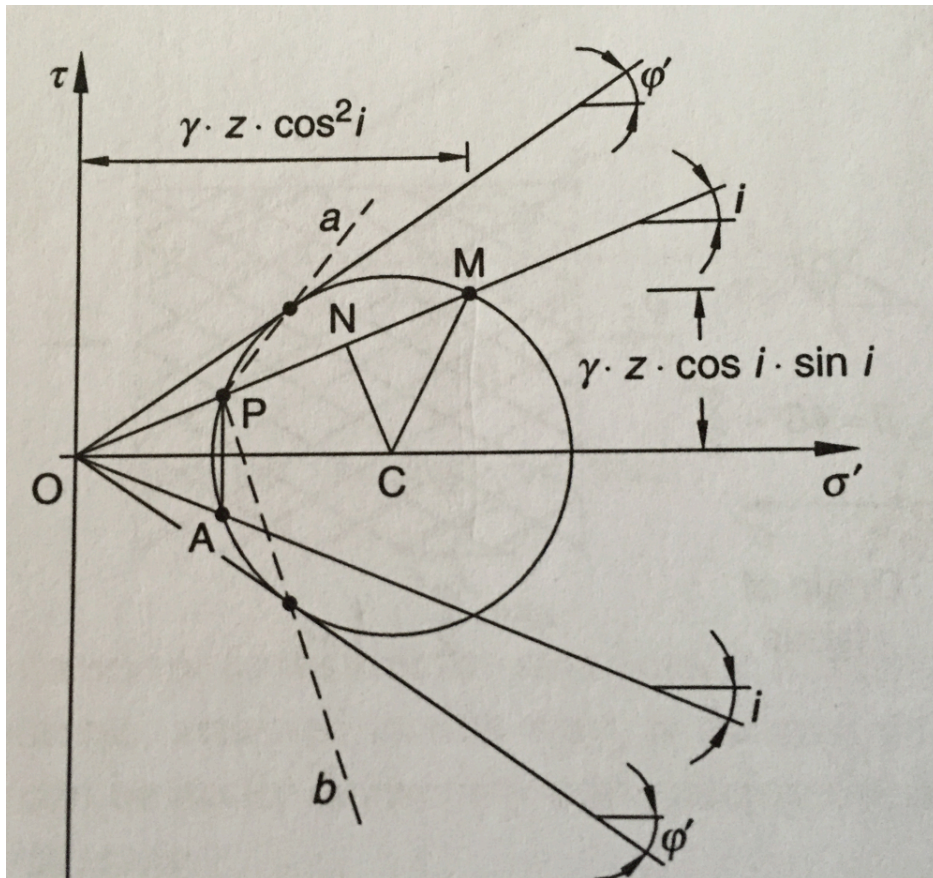
$$NC = OC \sin i$$

$$MC = OC \sin \phi'$$

$$\frac{\sigma'_a}{\sigma'_v} = K_a = \frac{ON - MN}{ON + MN}$$

# Rankine – Surface inclinée

Cercle de Mohr



$$OM = \sigma'_v \quad OA = \sigma'_a$$

$$ON = OC \cos i$$

$$NC = OC \sin i$$

$$MC = OC \sin \phi'$$

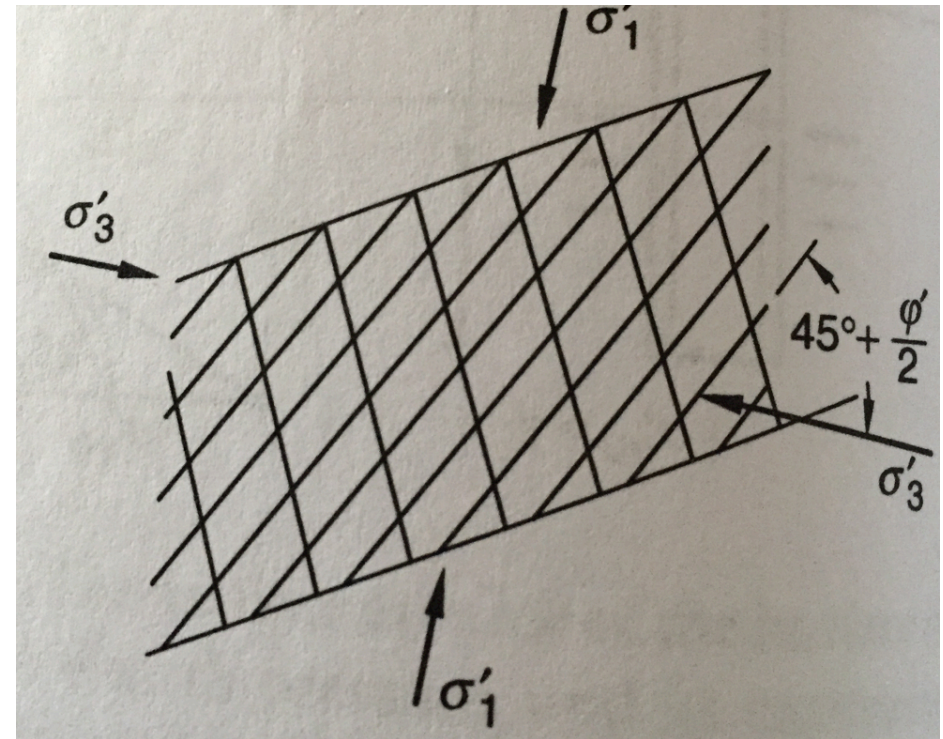
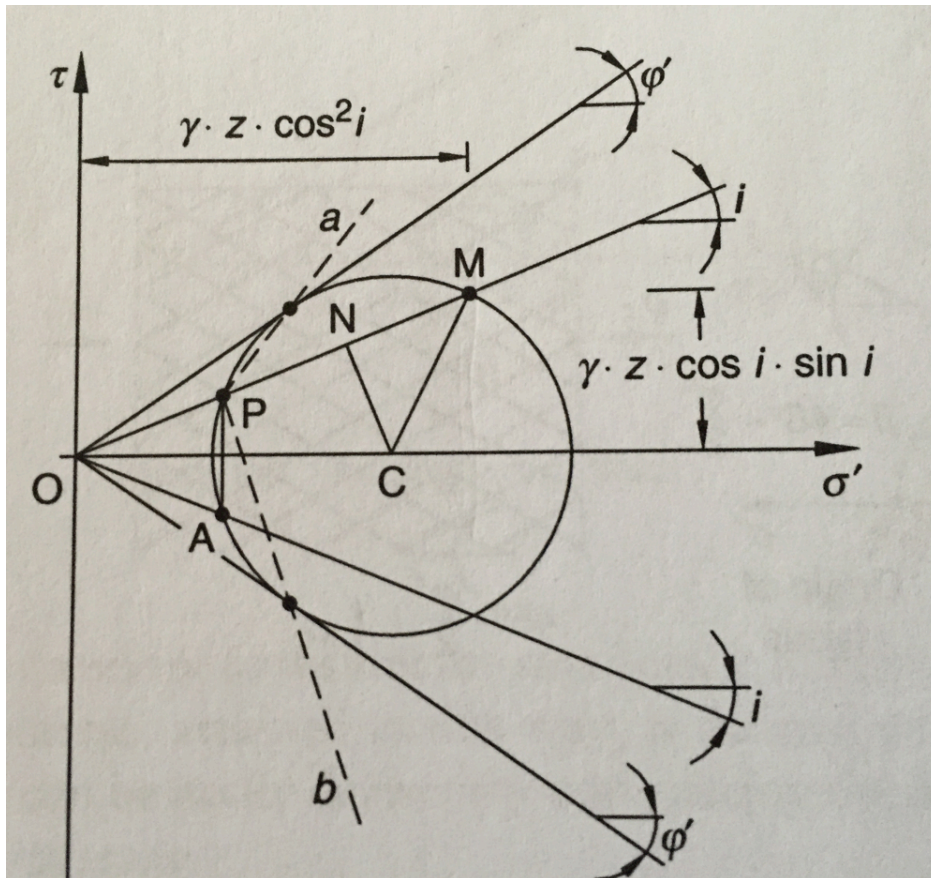
$$\frac{\sigma'_a}{\sigma'_v} = K_a = \frac{ON - MN}{ON + MN}$$

$$K_a = \frac{\cos i - \sqrt{\sin^2 \phi' - \sin^2 i}}{\cos i + \sqrt{\sin^2 \phi' - \sin^2 i}}$$



# Rankine – Surface inclinée

Cercle de Mohr



$$K_a = \frac{\cos i - \sqrt{\sin^2 \phi' - \sin^2 i}}{\cos i + \sqrt{\sin^2 \phi' - \sin^2 i}}$$

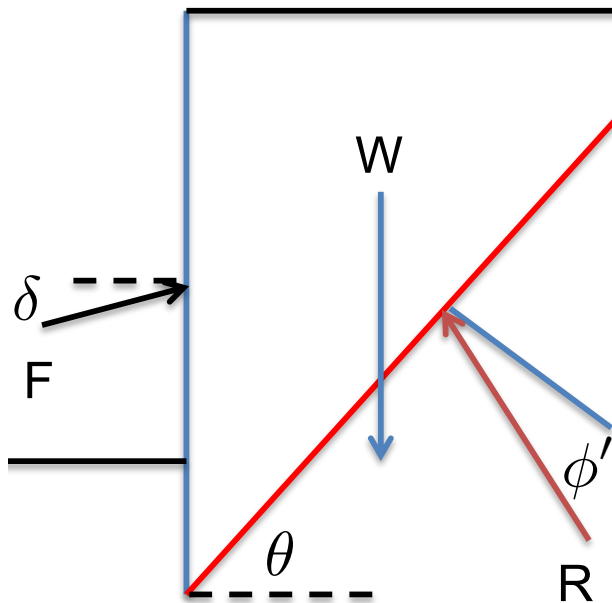
# Rankine

---

- Implicitement cette théorie **fixe** l'angle de friction entre le mur et le sol
  - Surface horizontale:  
friction nulle entre le sol et le mur
  - Surface inclinée:  
angle de frottement mur/sol = inclinaison de la surface (plans conjugués)
- Comment prendre en compte un angle de frottement mur/sol quelconque ?
  - Approche de Coulomb (1773)
    - **Equilibre limite  $\neq$  Analyse limite**

# Coin de Coulomb

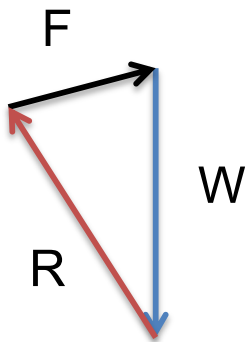
## Approche d'équilibre limite



- Surface de rupture plane

$$\tau = \sigma_n \tan \phi'$$

- Angle de frottement  $\delta$  mur-sol donné



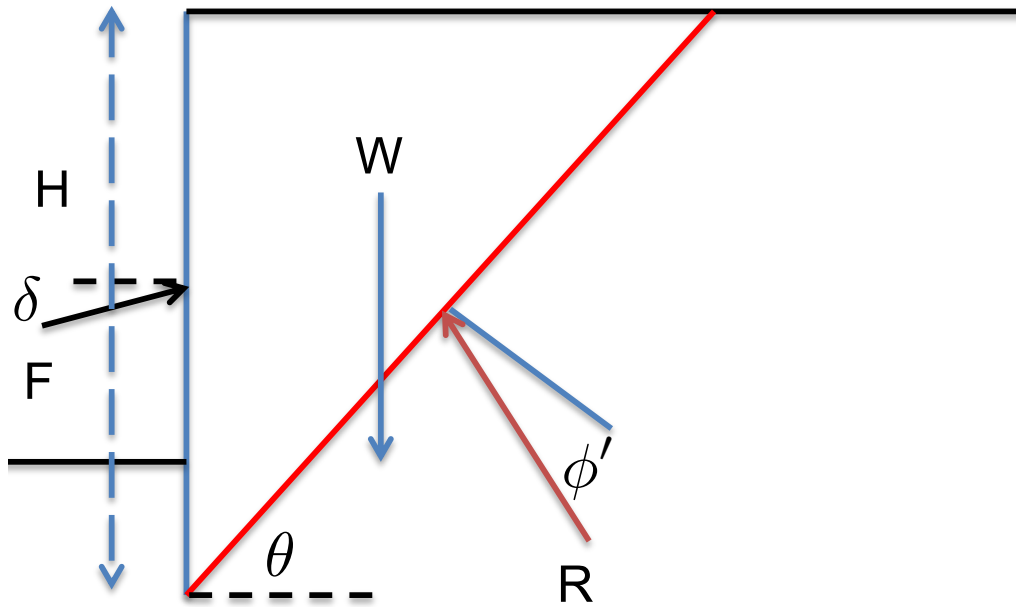
Loi des sinus

$$\frac{F}{\sin(\theta - \phi')} = \frac{W}{\sin(\pi/2 + \delta + \phi' - \theta)}$$

L'orientation du plan de rupture est obtenue en maximisant  $F$  (la force sur le mur)

## Cas simple: surface horizontale, frottement mur-sol nul

---



$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$F^+ = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\tan(\theta - \phi')}{\tan(\theta)}$$

$$\text{Maximum pour } \theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}$$

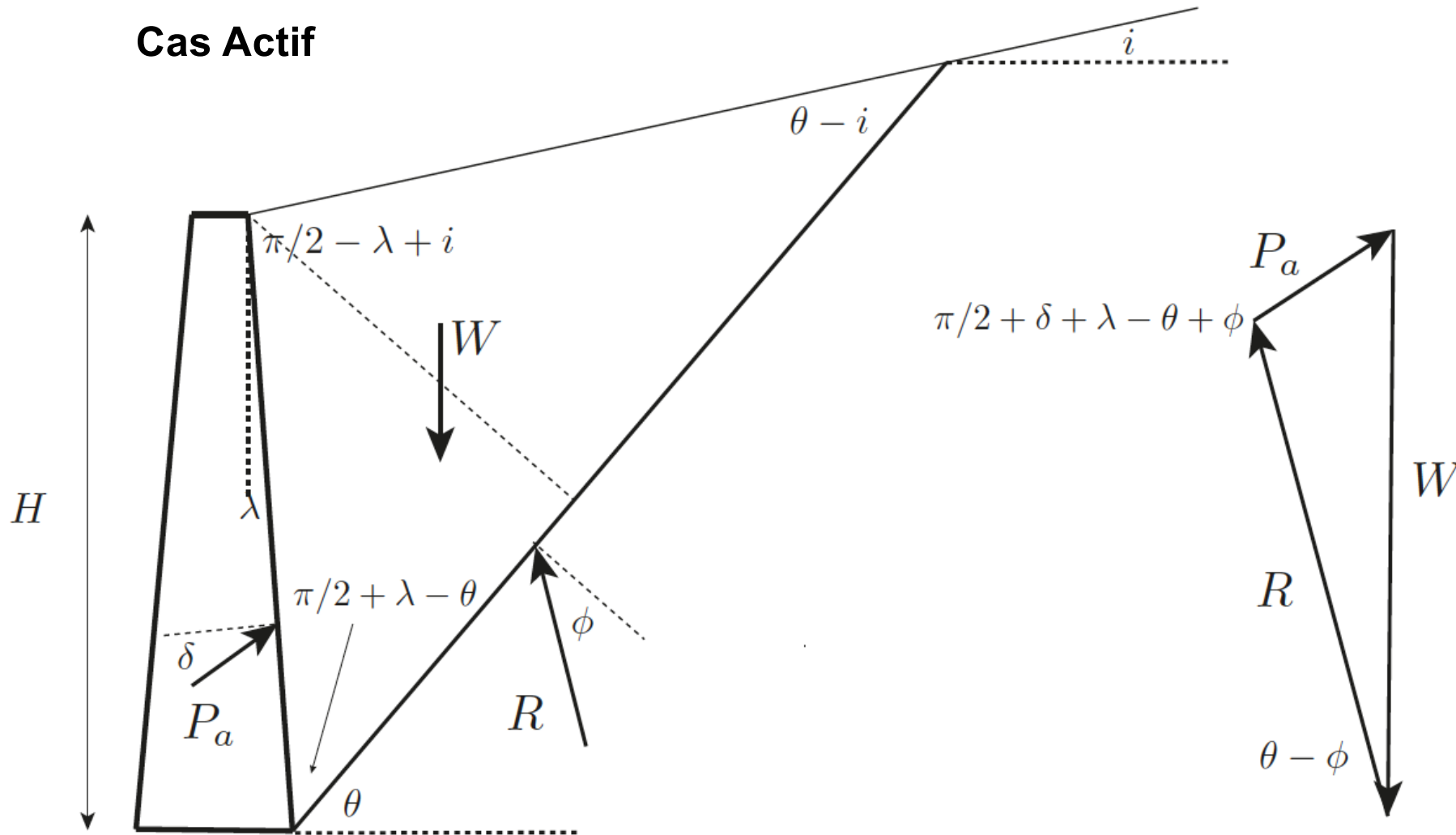
On retrouve le résultat de la théorie de Rankine!

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$$

- Facilement généralisable  
(surface non-horizontale, inclinaison du mur etc. )

# Coulomb - cas général

## Cas Actif

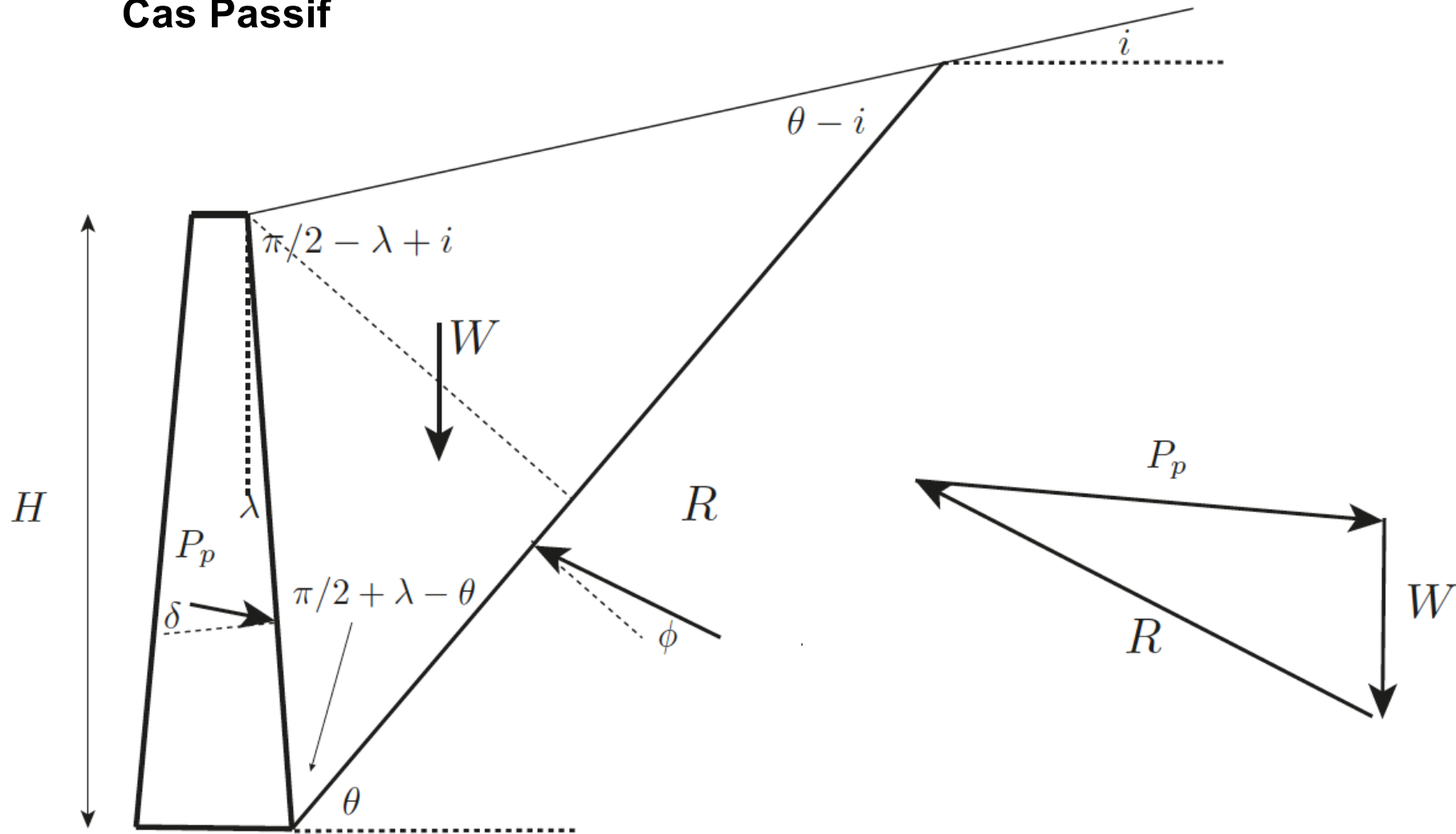


Attention – on obtient **seulement** la résultante  
(pas la distribution.. et donc pas le point d'application)



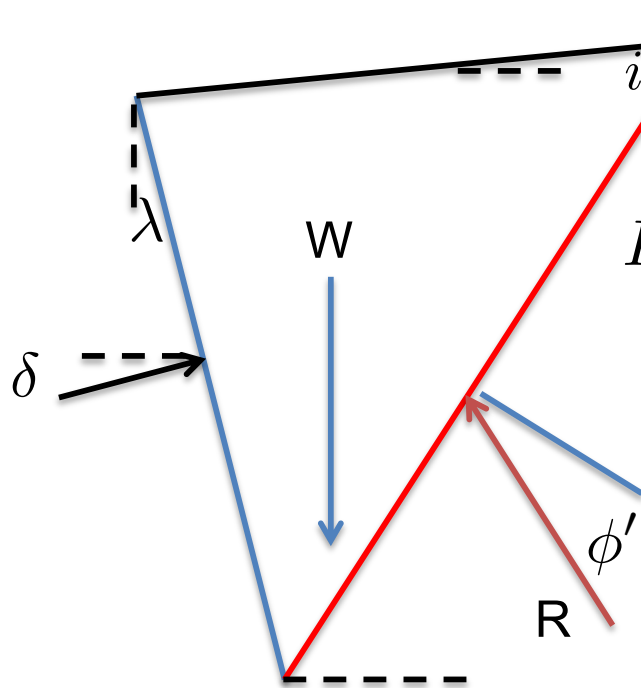
# Coulomb - cas général

## Cas Passif



# Coulomb – cas général

---



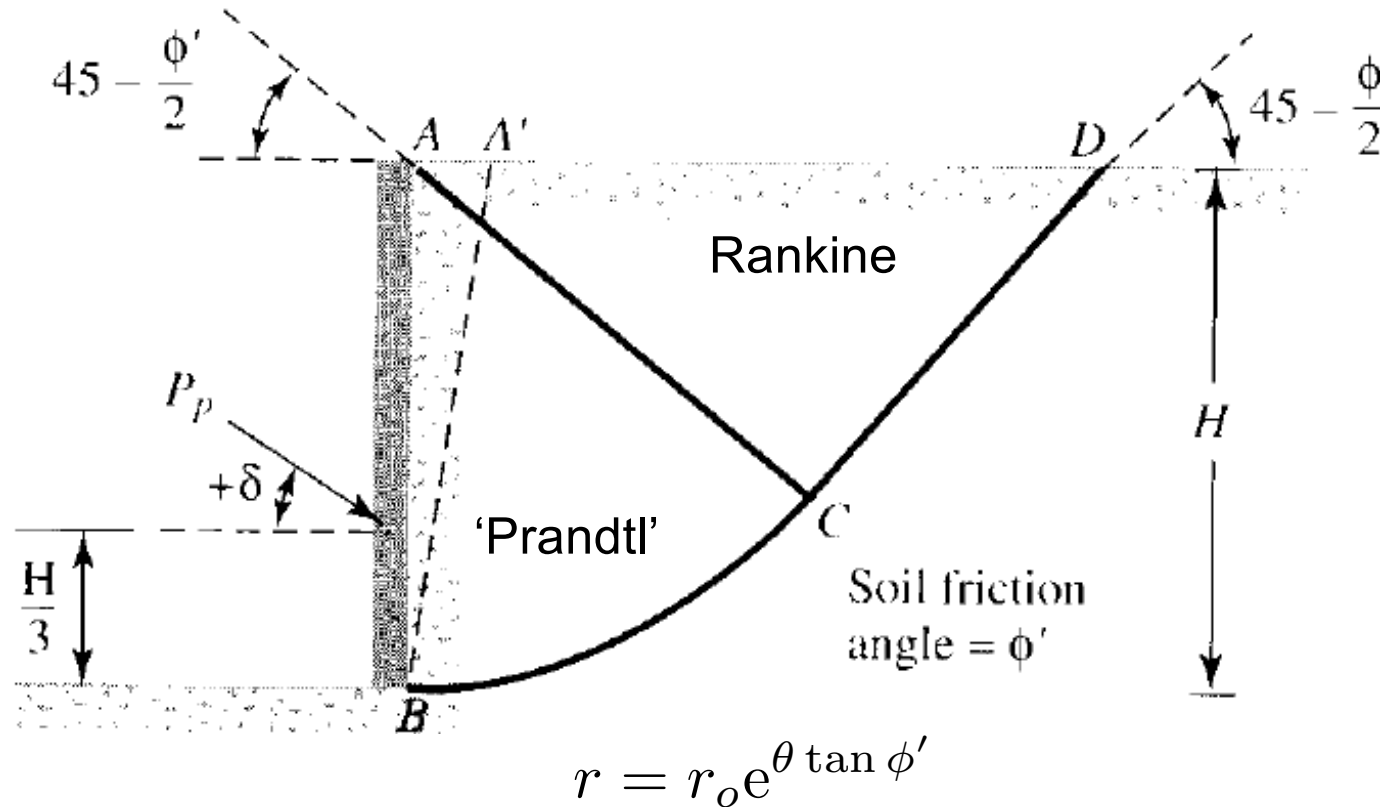
$$K_a = \frac{\cos(\phi' - \lambda)^2}{\cos^2 \lambda \cos(\lambda + \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi') \sin(\phi' - i)}{\cos(\lambda + \delta) \cos(\lambda - i)}} \right]^2}$$

Les résultats obtenus sont bon pour le cas actif ...

**Sous-estimé pour le cas passif :**

la surface de rupture n'est pas plane dans le cas passif (frottement mur sol)

# Surface de rupture courbe - passif



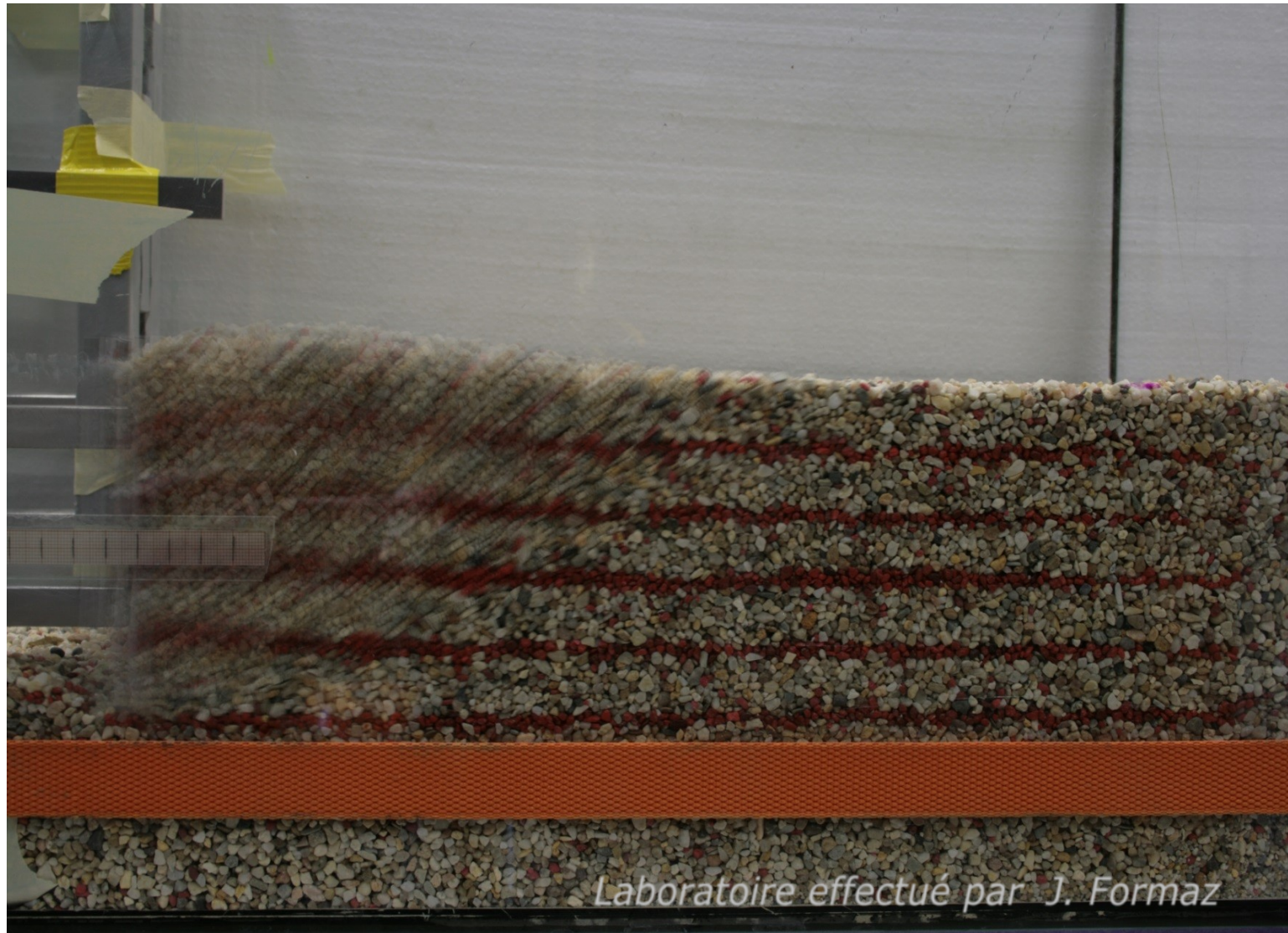
Prise en compte d'un angle de frottement mur-sol  
Généralisation (mur incliné, etc.)  
Approche statique (par l'intérieur)  
-> Abaques de Caquot-Kerisel, Sokolowski etc.

## Borne inférieure

# Mécanisme de rupture en butée

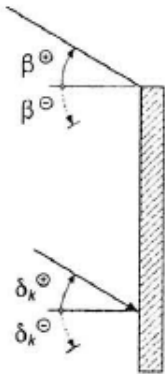
(pour une translation d'une paroi lisse en direction du sol)

---

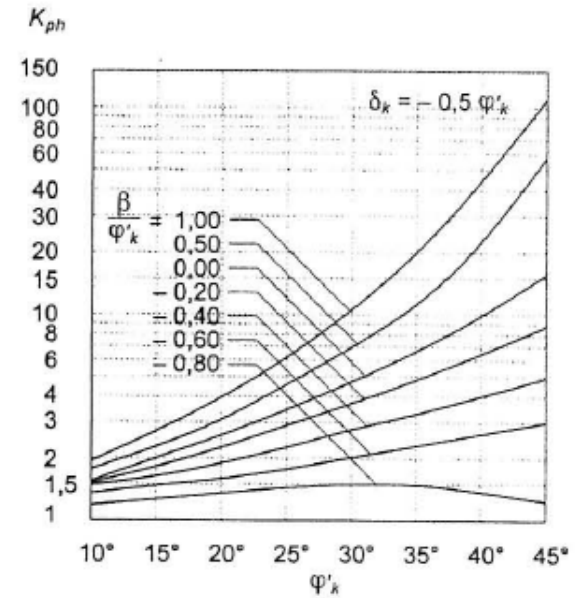
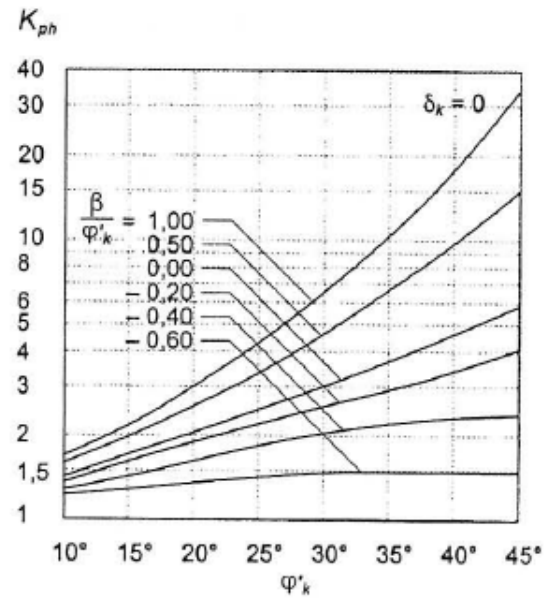
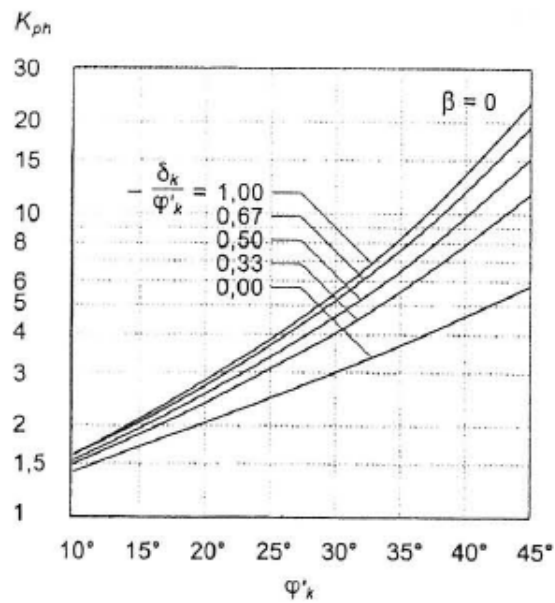


# Abaques de Caquot-Kerisel

$$\beta = i$$

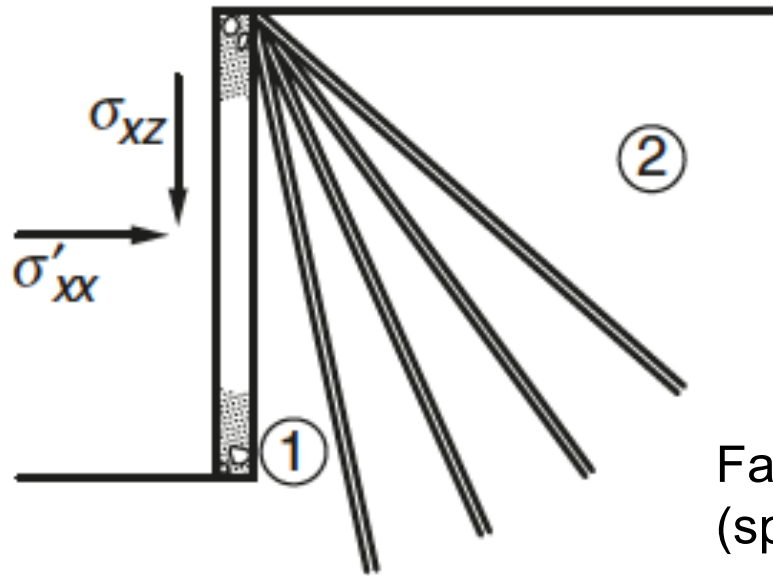


Règle des signes



# Solution de Lancellota (2002)

---



Fan de discontinuités de tractions  
(spirale log)

$$K_{p,a} = \left[ \frac{\cos \delta}{1 \mp \sin \varphi'} \left( \cos \delta \pm \sqrt{\sin^2 \varphi' - \sin^2 \delta} \right) \right] e^{\pm 2\vartheta \tan \varphi'}$$

with:

$$2\vartheta = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta}{\sin \varphi'} \right) \pm \delta,$$

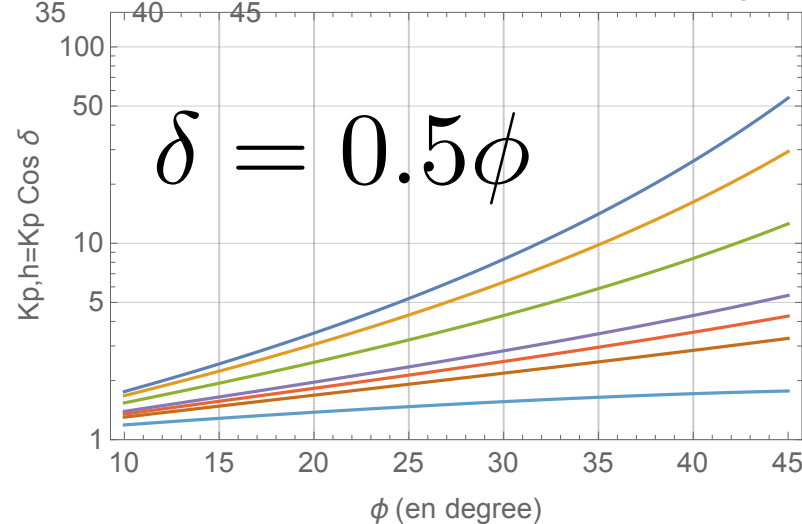
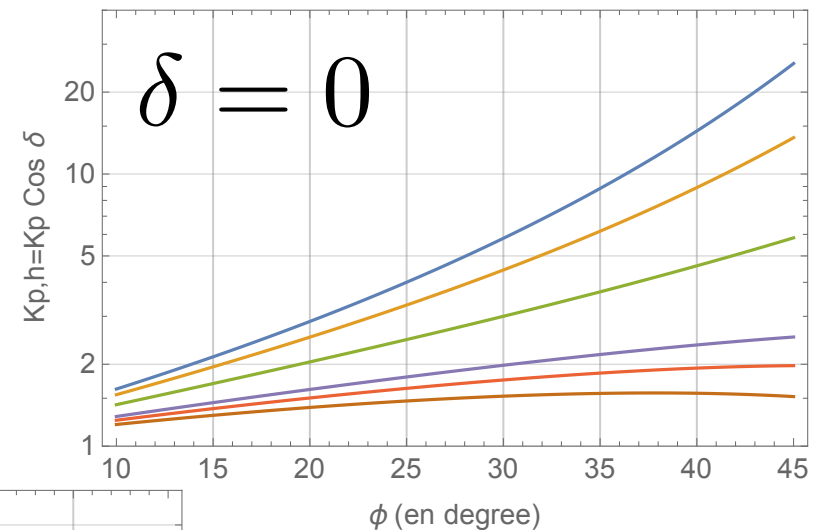
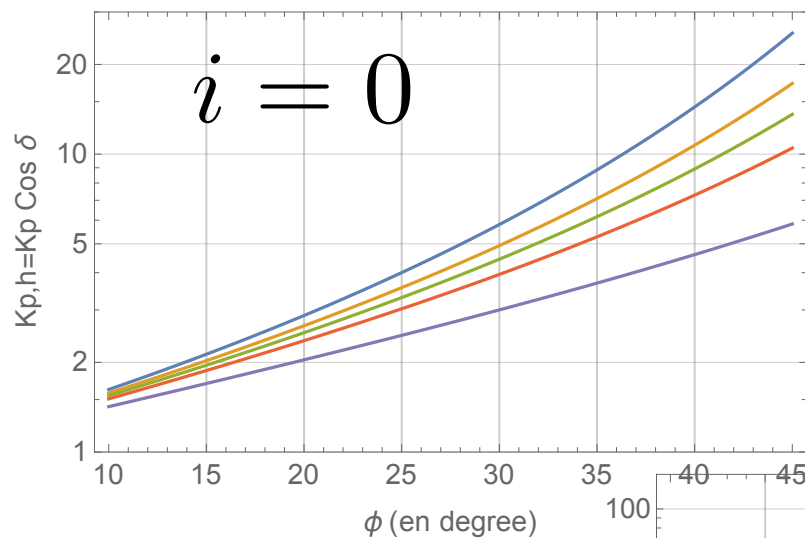
$\pm$  Passif  
actif



# Lancellota Cas passif – sol incliné

$$K_p = \frac{\cos \delta}{\cos i - \sqrt{\sin \phi^2 - \sin i^2}} \left( \cos \delta + \sqrt{\sin \phi^2 - \sin \delta^2} \right) e^{2\mathcal{V} \tan \phi}$$

$$2\mathcal{V} = \arcsin \left( \frac{\sin \delta}{\sin \phi} \right) + \arcsin \left( \frac{\sin i}{\sin \phi} \right) + \delta + i$$



# Conclusions

---

- Etat actif (poussée)
  - Coulomb donne de bons résultats
  - ... se réduit à Rankine pour un frottement mur-sol nul & surface horizontale
  
- Etat passif (butée)
  - Ne pas utiliser Coulomb  
(sous-estimation de la force de butée)
  - La surface de rupture est courbe (spirale log)
    - Abaques de Caquot-Kerisel, Sokolowski, solution de Lancellota (2002) etc.



# Actions sur l'écran

---

- Actif & Passif sans eau
- Actif & Passif avec eau
- Avec surcharge uniforme
  - On verra le cas de charges ponctuelles dans qq semaines


$$z_o = \frac{2c_u}{\gamma}$$

The diagram illustrates a gravity dam cross-section. The upstream face is on the left, and the downstream face is on the right. The total height of the dam is labeled  $H$ . The crest width is labeled  $-2c'\sqrt{K_a}$ . The base width is labeled  $K_a\gamma H - 2c'\sqrt{K_a}$ . A vertical line on the upstream face represents the water level. A horizontal line at height  $z_0$  from the base indicates the location of the resultant force. A blue arrow points to the upstream face, labeled 'fissures en traction' (tension cracks). The diagram also shows the distribution of internal forces, with horizontal arrows indicating the resultant force and vertical arrows indicating the weight of the dam.



The diagram illustrates the active earth pressure distribution on a retaining wall. The wall height is denoted by  $H$ . The active earth pressure distribution is shown as a triangular load, with the resultant force  $P_p$  acting at a height of  $\frac{H}{3}$  from the base. The base pressure is labeled  $K_p \gamma H$ .

Résultante à H/3 depuis le bas de l'écran

# En présence d'eau

---

- Cf tableau