

Analyse limite & calcul à la rupture en mécanique des sols

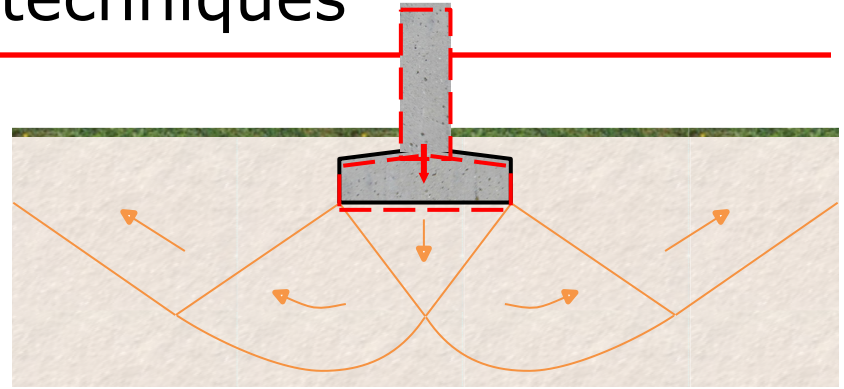
Illustrations

Brice Lecampion



Rupture des structures géotechniques

- Vérification des états limites ultimes:
 - Détermination de la valeur limite (i.e. maximale) du chargement pour laquelle le sol se “rupture”
 - Fonction de
 - La géométrie du problème
 - des propriétés du sols
 - Chargement fonction d'un nombre finis de paramètres (les actions)
 - On *néglige* les déformations élastiques



- Vérification à court terme
 - Calcul en conditions non-drainées: en contraintes totales en utilisant un critère de rupture de Tresca (c_u cohésion non-drainée)
- Vérification à long-terme
 - Calcul en conditions drainées en contraintes effectives en utilisant un critère de rupture de Mohr-Coulomb (c' & ϕ')

Structures must *not* collapse

Fundamental requirement of civil engineering structures: *must not collapse*

Examples of collapse:



Jack-up rig failure, Kuwait Sept 2002

Cost of rig \$350M

Foundation “punch through” – crème brûlée failure



Yallourn mine, Australia – 2011

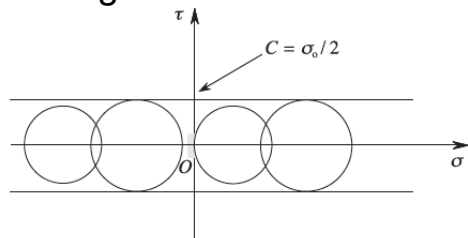
Conventions

- Contraintes > 0 en compression
- Déformation > 0 en “reduction”

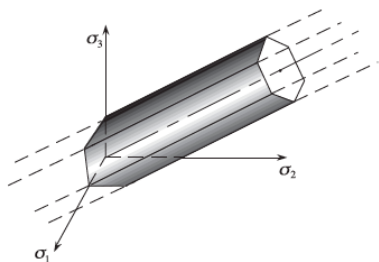
Critères de rupture

■ Tresca

Mohr diagram



Contraintes principales

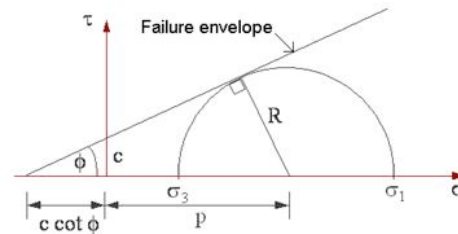


$$f(\sigma) = \sup \left(\frac{\sigma_i - \sigma_j}{2} - c \right) \quad i, j = 1, 2, 3$$

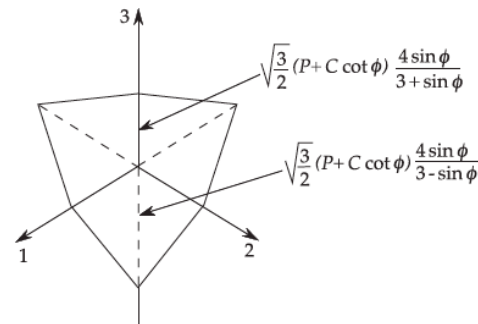
σ_i $i = 1, 2, 3$ contraintes principales

■ Mohr-Coulomb

Mohr diagram



Contraintes principales π -plane

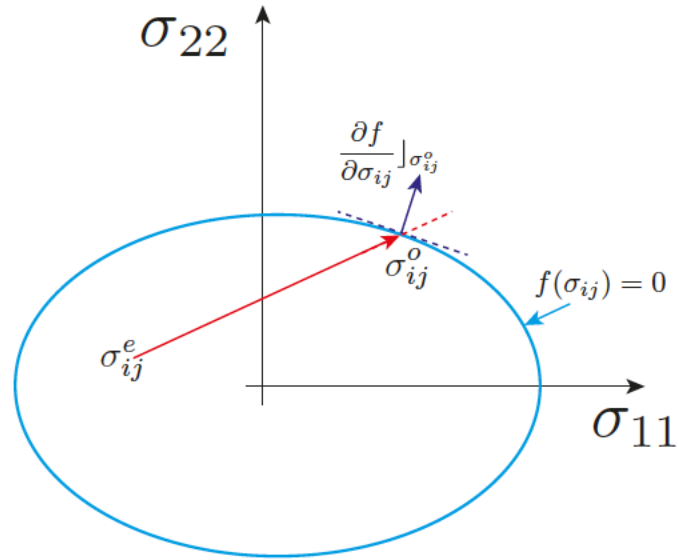


$$f(\sigma) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi - 2C \cos \phi$$

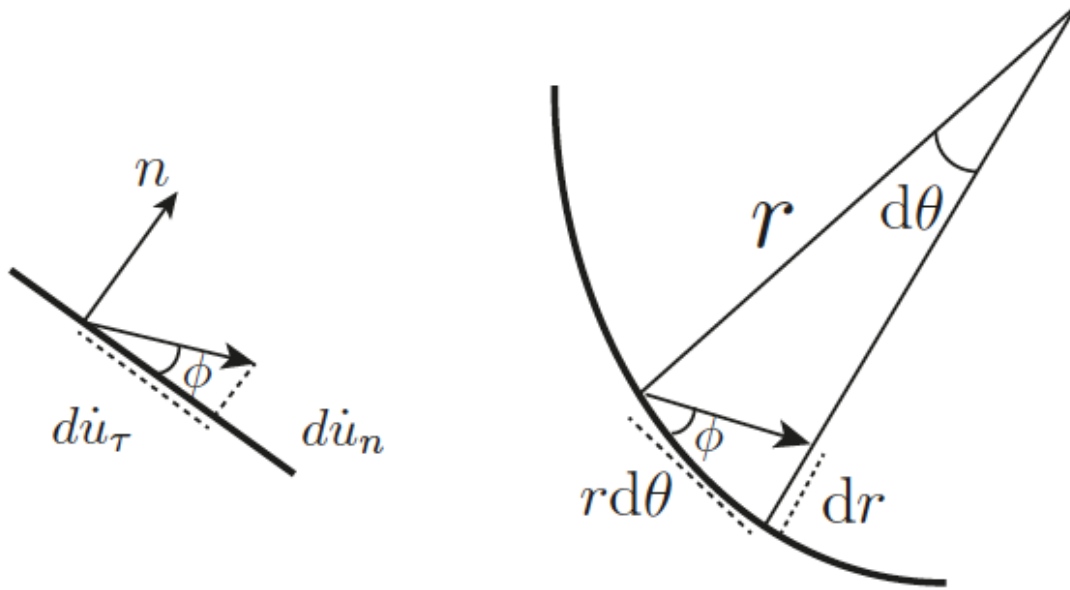
$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ contraintes principales

$f(\sigma) < 0$ domaine élastique
 $f(\sigma) = 0$ écoulement plastique

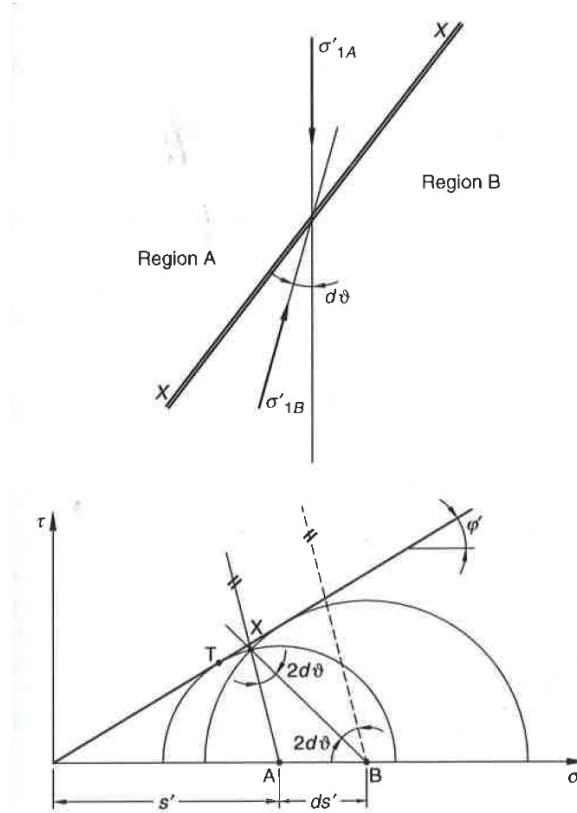
Surface de rupture : convexité



Surface de glissement / bande de cisaillement



Discontinuité de contraintes



- Champ de contraintes statiquement admissibles (S.A.)

- Vérifie l'équation d'équilibre (quasi-statique)
- & les conditions aux limites en tractions

- Champs de déplacement cinématiquement admissibles (C.A.)

- Vérifie les conditions aux limites en déplacements

Théorèmes de l'analyse limite

- Approche par l'intérieur (statique)
 - « Lower bound theorem »

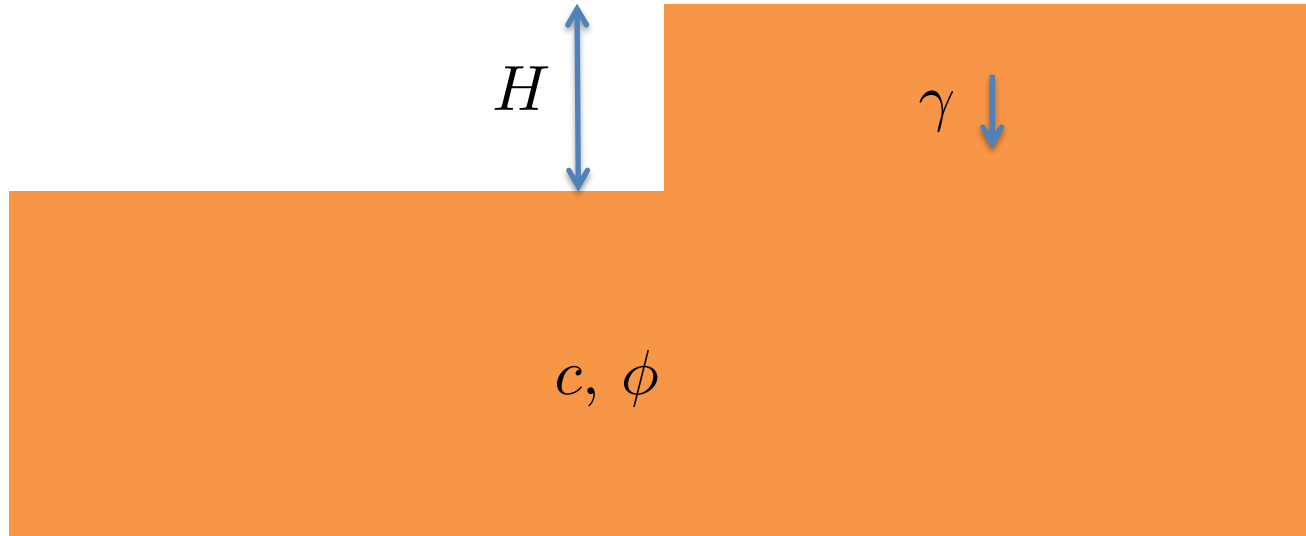
La ruine ne se produira pas si l'on peut trouver un état de contraintes qui réponde aux équations d'équilibre et conditions aux limites de traction (champ de contraintes S.A) et qui est **partout** 'inférieur (ou égal) au critère de rupture'.

-> Du côté de la sécurité, assez difficile en pratique de trouver des champs de contraintes S.A.

Théorèmes de l'analyse limite

- Approche par l'extérieur
 - « Upper bound theorem »
- La ruine doit se produire si, pour toute déformation plastique compatible, le taux de travail des forces externes est égal ou supérieur au taux de dissipation d'énergie interne.
 - Champ de déplacement C.A. vérifiant également
 - Déplacements compatibles (pas d'ouverture ou d'overlap – mais glissement le long de surface interne est possible)
 - Si il y a déformation, les contraintes doivent satisfaire le critère de rupture
 - La charge de rupture obtenue (en utilisant le PPV) fournit une limite **supérieure** de la vraie charge de ruine

Example – Talus vertical – sol uniforme



$H_{\text{ruine}}?$