

# **Actions sur les éléments de soutènement (Long terme): Poussée/butée des terres Etats Actif-passif**

Ouvrages Geotechniques – Civil-306

B. Lecampion



# Agenda

---

1. Rankine
2. Coulomb
3. Surface de rupture courbe
4. Choix en pratique & actions sur la paroi

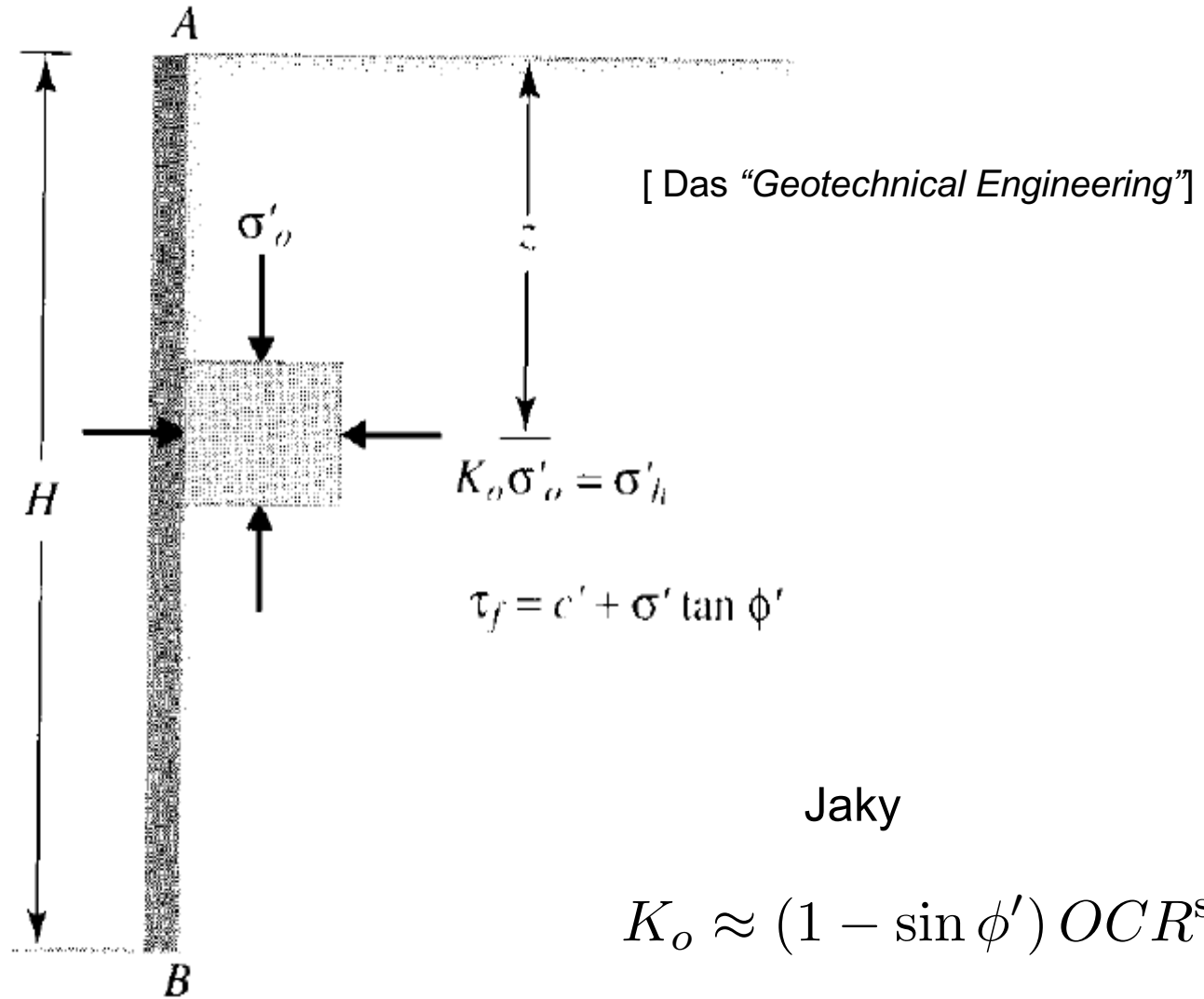
On se focalise ici sur les calculs **long terme (conditions drainées)** en vue du calcul aux **ELU** des murs poids & des parois de soutènement pour les excavations profondes en terrain meubles

On verra le cas court terme (très important pour les excavations dans des argiles) dans les semaines à venir.

# Au repos

---

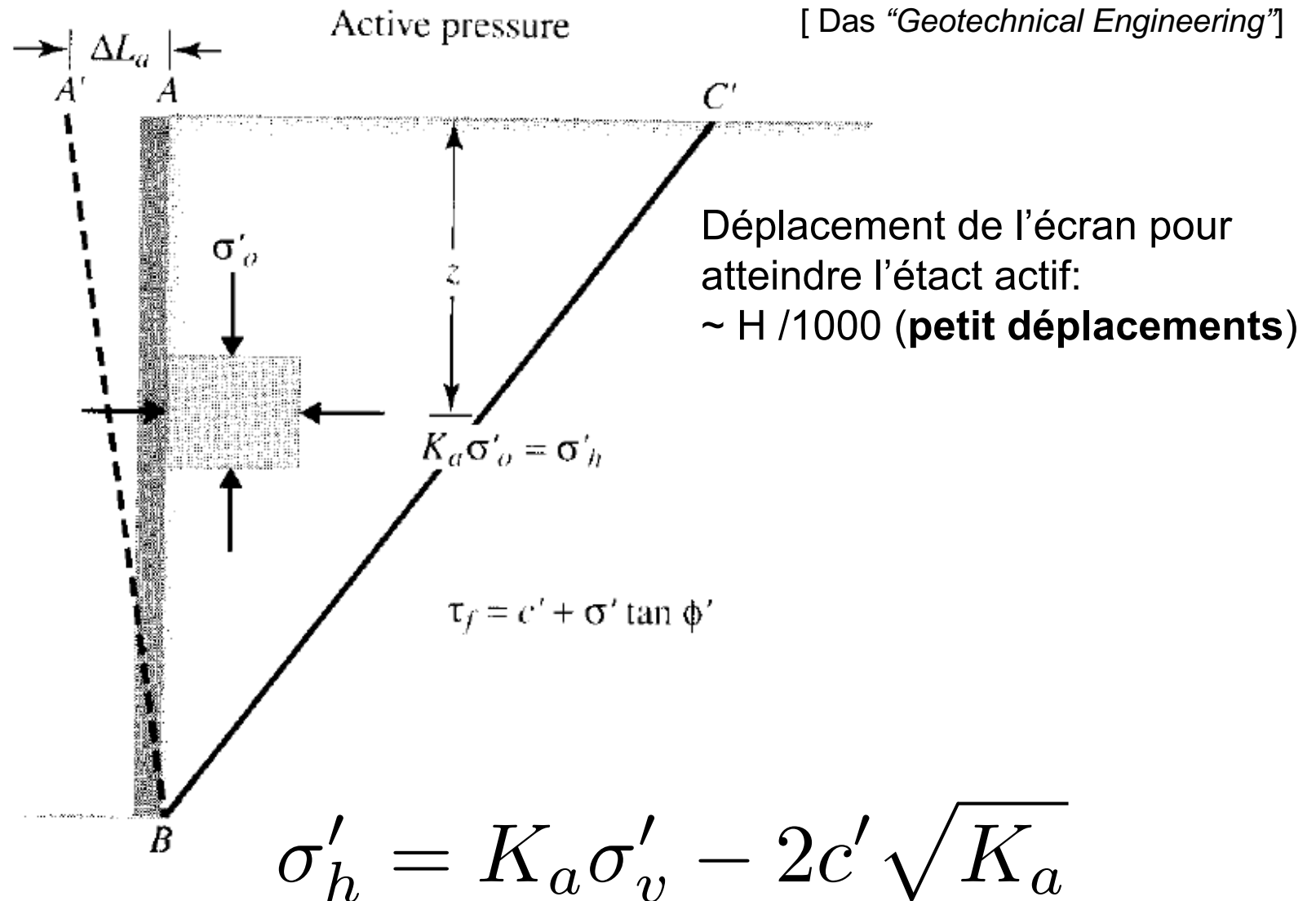
$$\sigma'_h = K_o \sigma'_v$$



$$K_o \approx (1 - \sin \phi') OCR^{\sin \phi'}$$

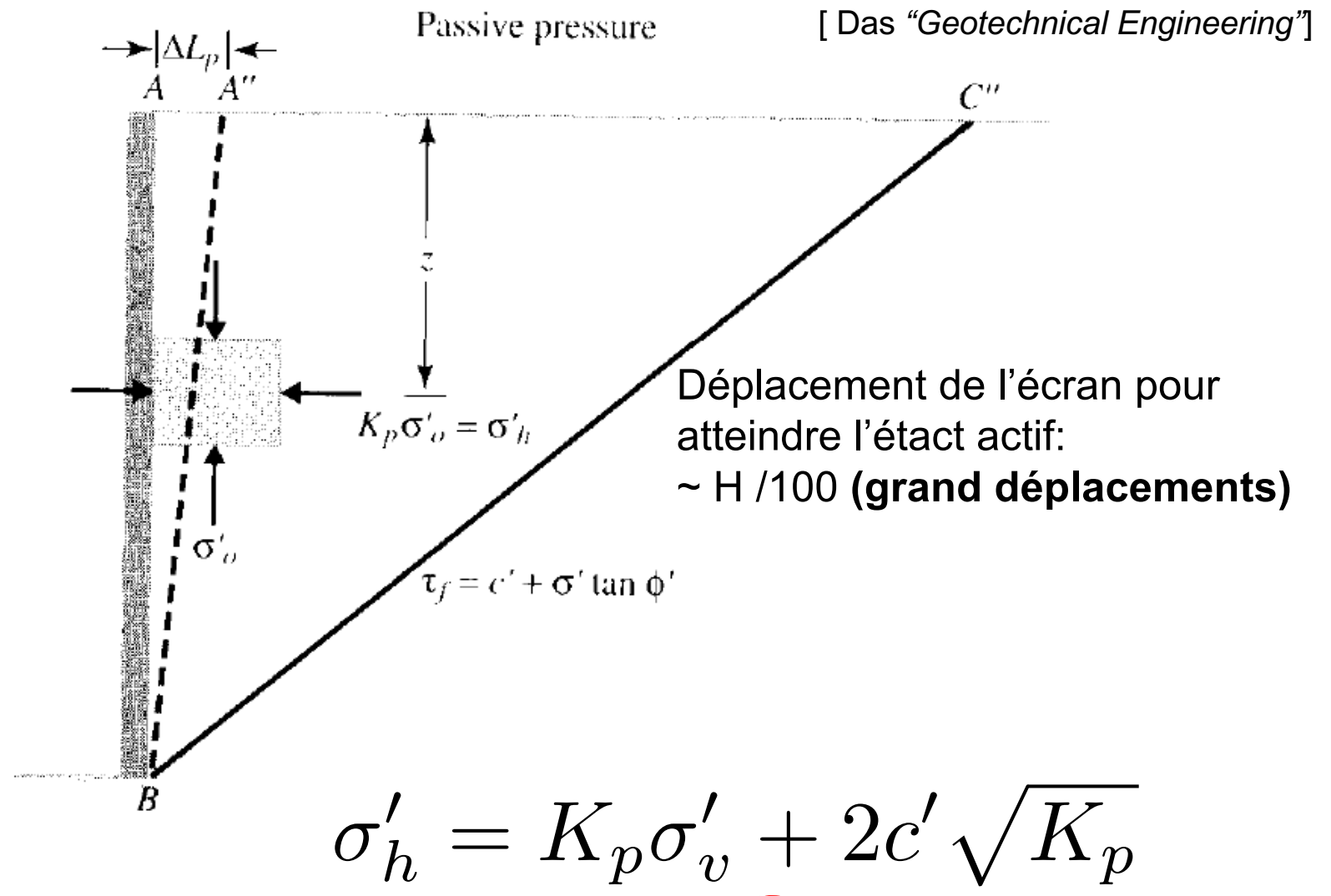
# Actif

Le sol est actif (et pousse l'écran)



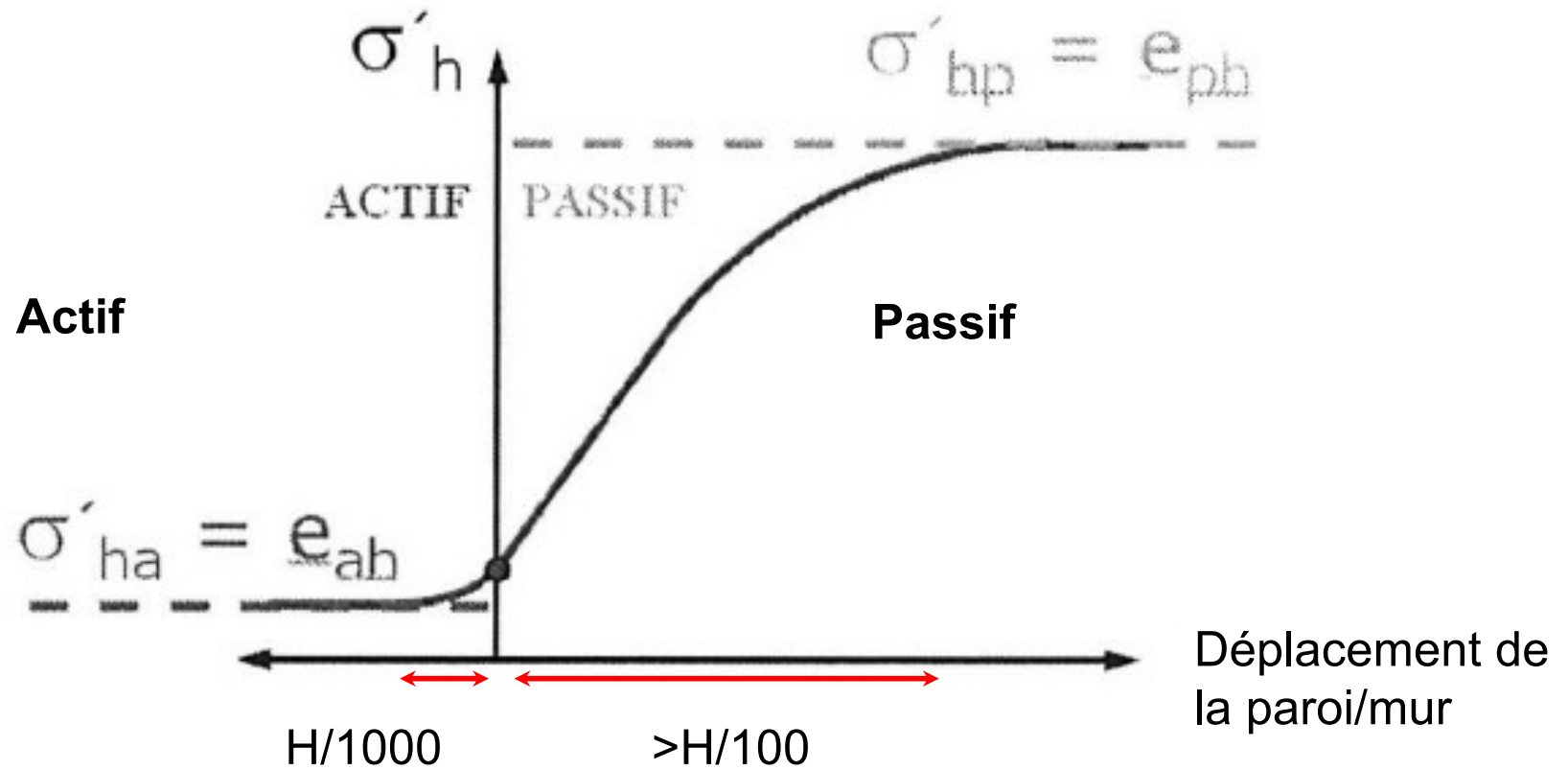
# Passif

Le sol est passif (l'écran met en butée le sol)



# Actif - Passif

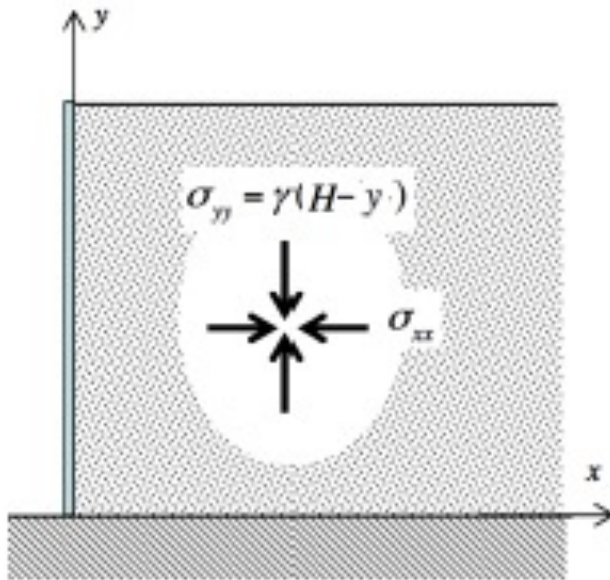
---



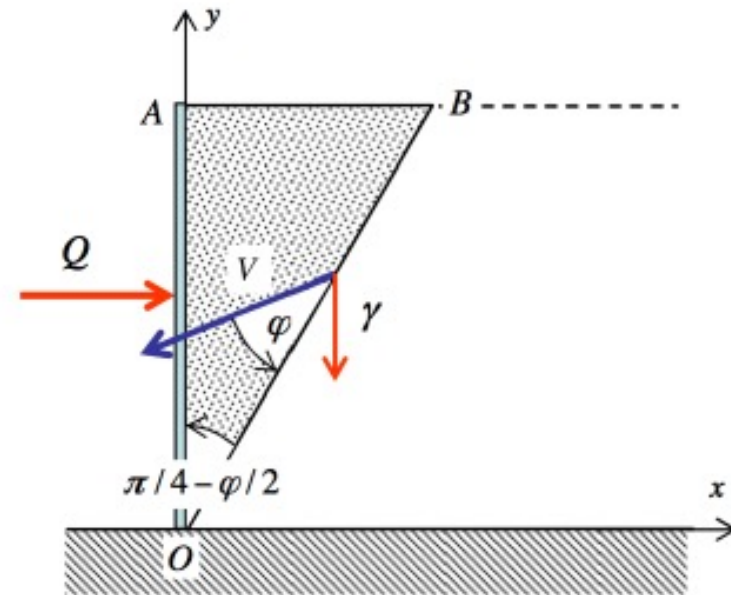
# Rankine – Etat actif - cf série #3

---

Par l'intérieur / statique



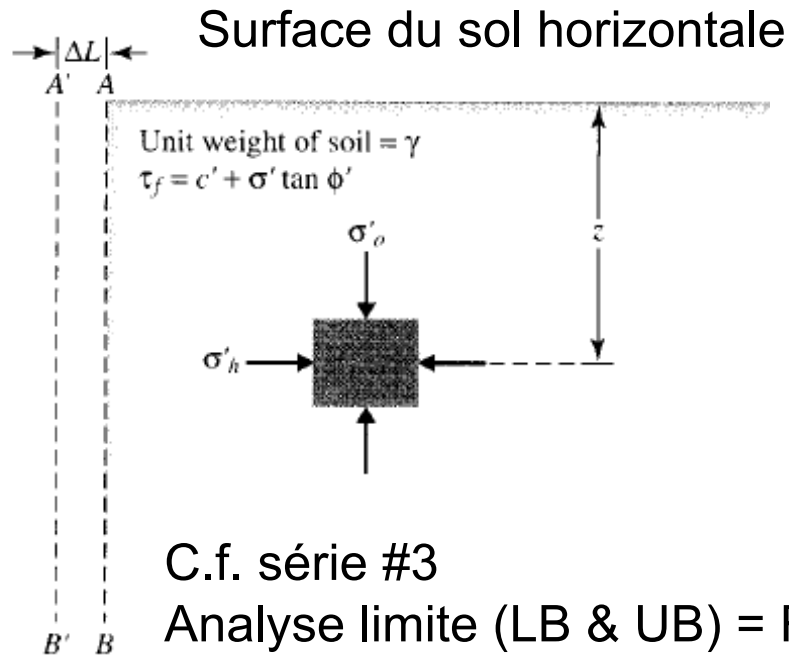
Par l'extérieur / cinématique



Les 2 bornes sont égales -> résultat exact

Notez que l'approche statique se résume à écrire le critère de rupture en contraintes dans ce cas très simple

# Rankine – Etat actif



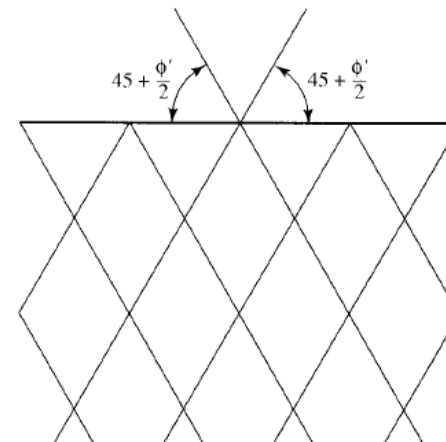
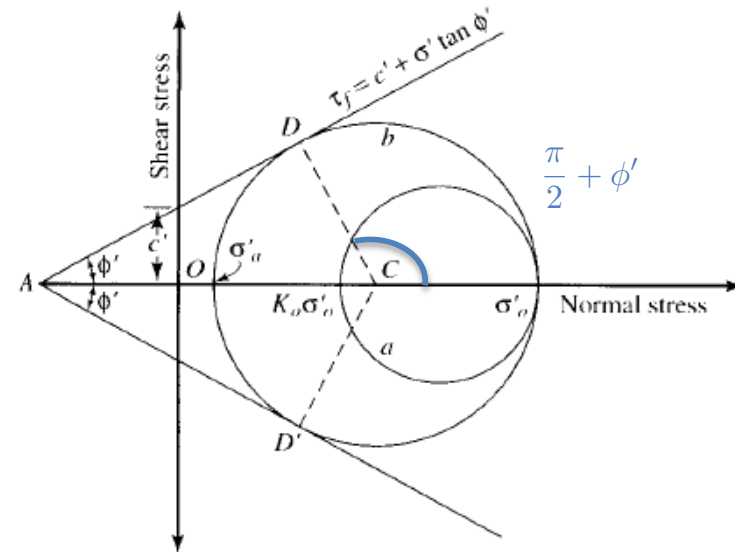
C.f. série #3

Analyse limite (LB & UB) = Rankine  
 (surface de rupture droite)

$$\sigma'_h = K_a \sigma'_v - 2c' \sqrt{K_a}$$

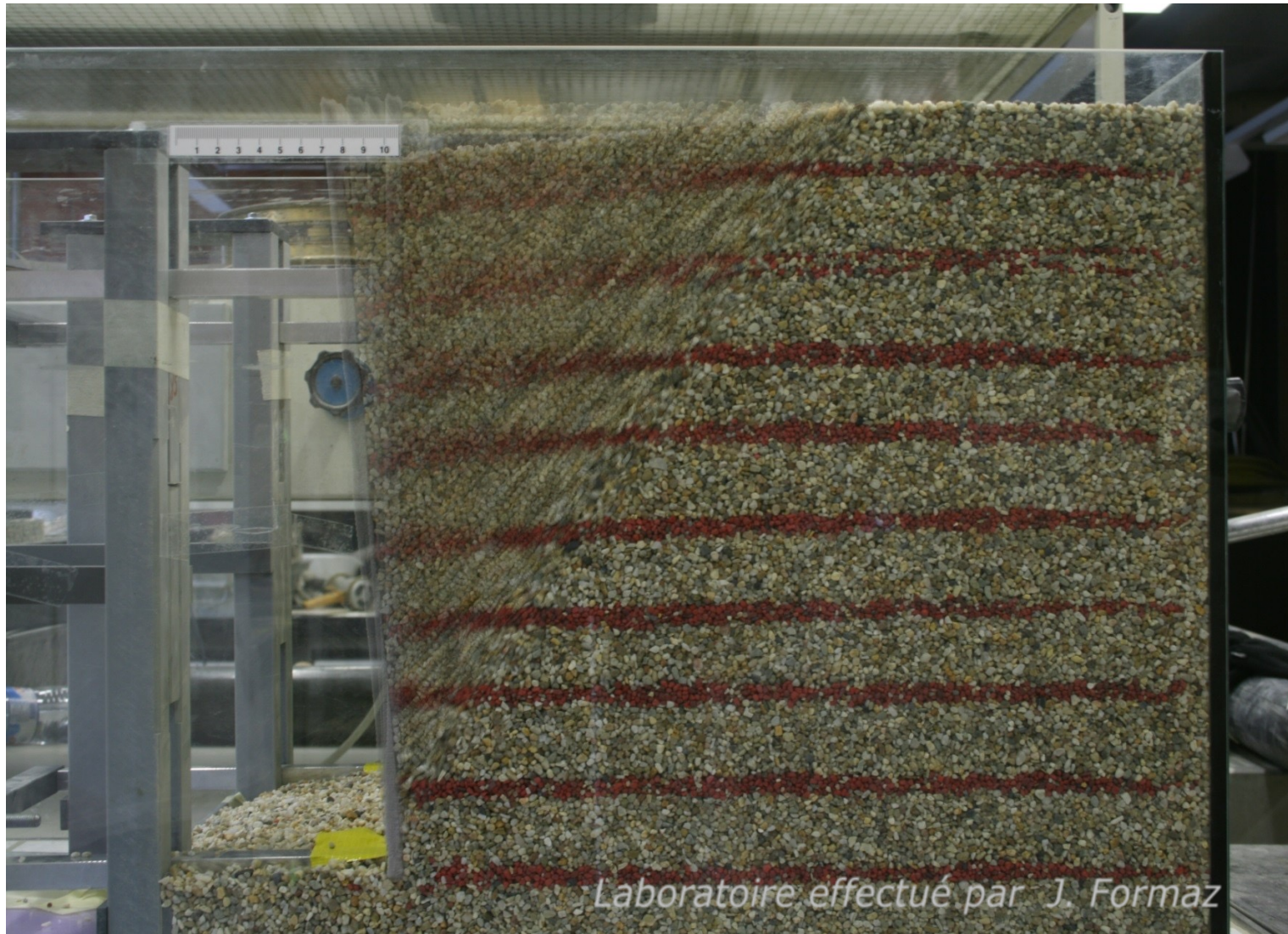
$$K_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$$

[ Das "Geotechnical Engineering" ]



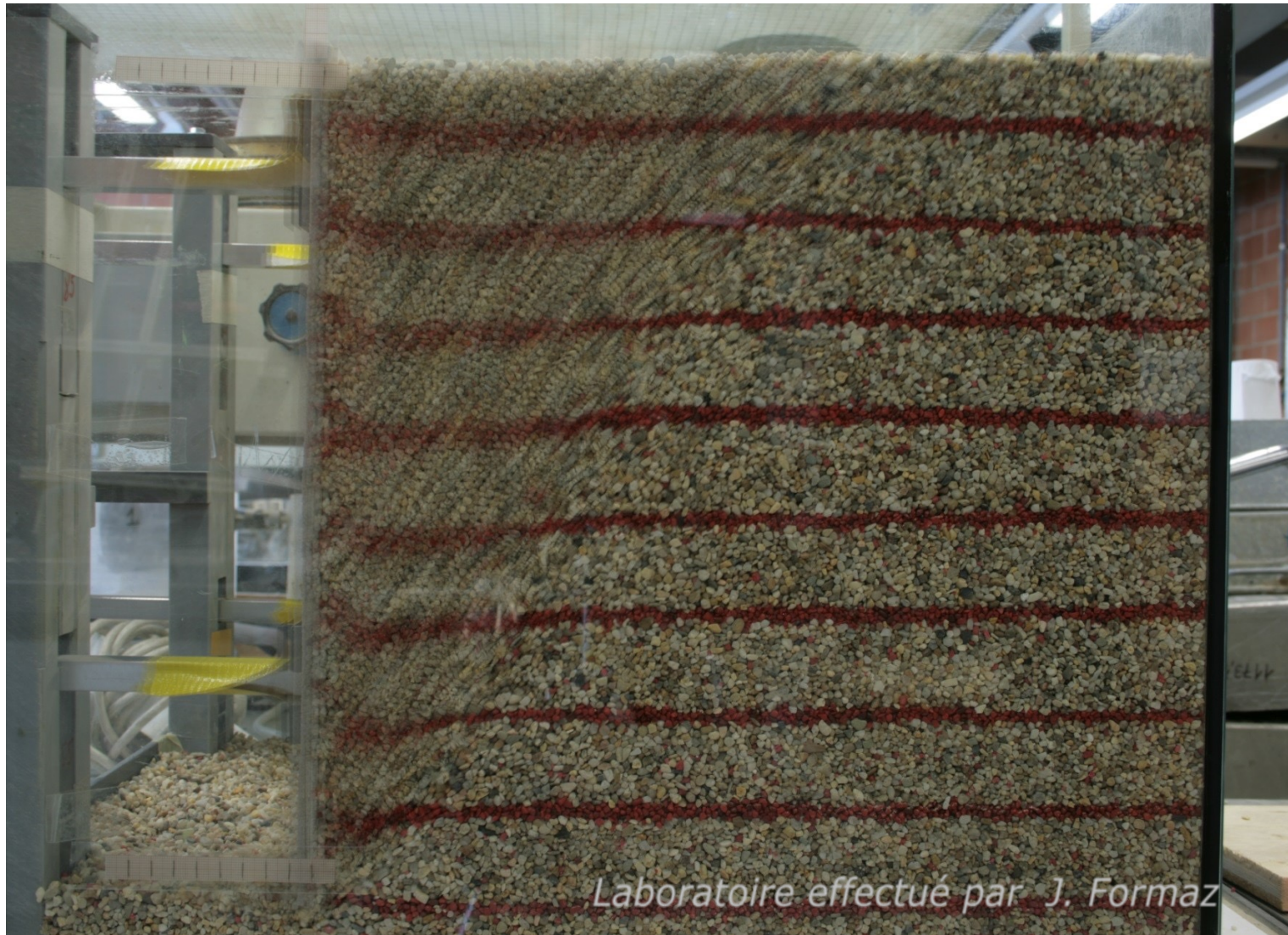


# Mécanisme de rupture de Rankine (pour une rotation d'une paroi lisse autour de son pied)





# Mécanisme de rupture (pour une translation horizontale d'une paroi rugueuse)



*Laboratoire effectué par J. Formaz*





# Mécanisme de rupture concave actif

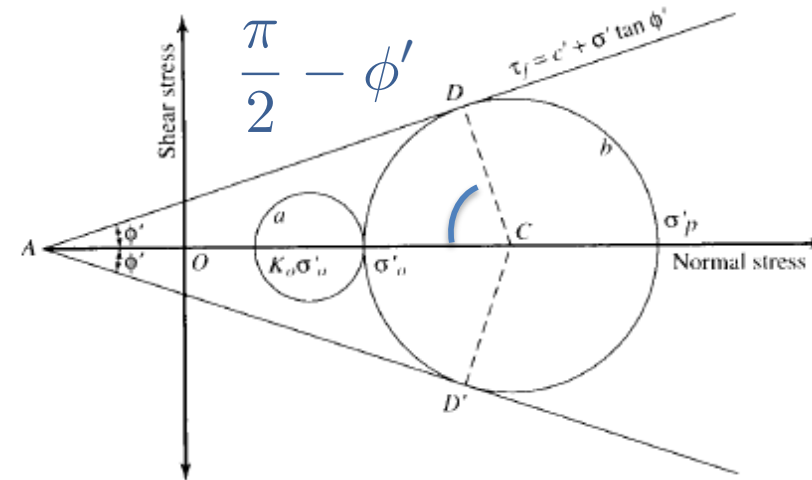
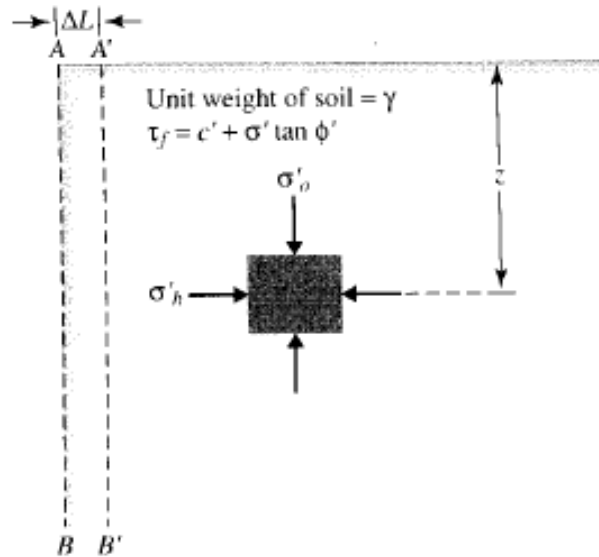
(pour une rotation d'une paroi rugueuse autour d'un appui)

---



# Rankine – Etat passif

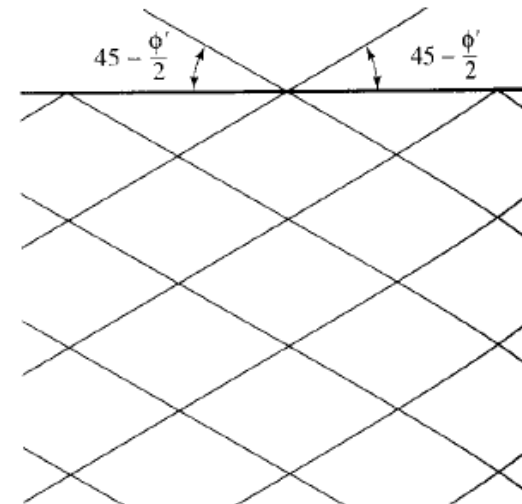
Idem cf Série #3



[ Das "Geotechnical Engineering" ]

$$\sigma'_h = K_p \sigma'_v + 2c' \sqrt{K_p}$$

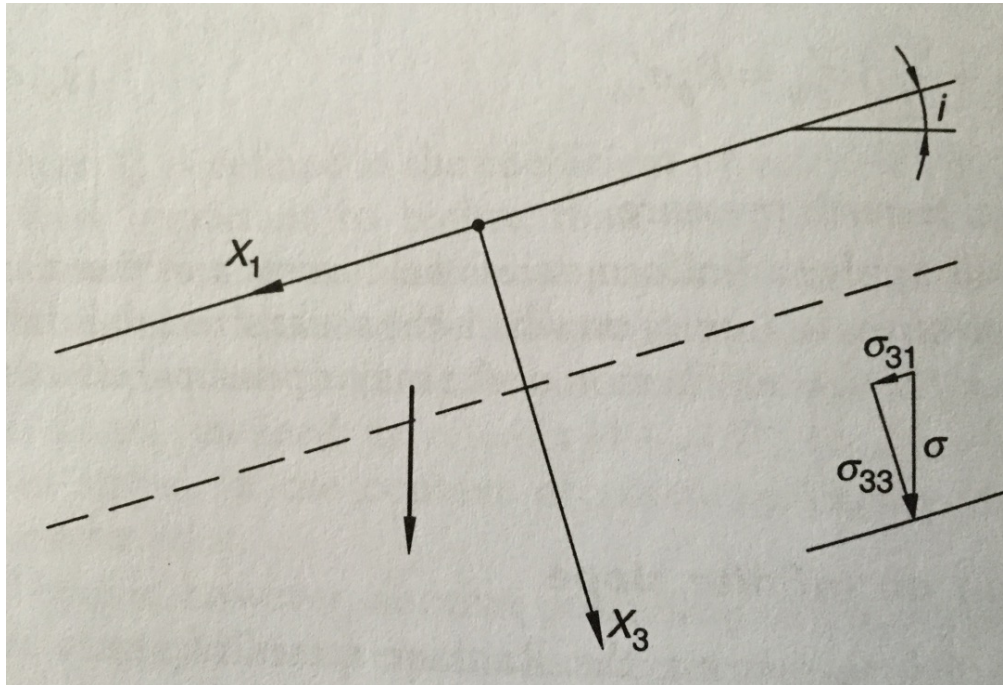
$$K_p = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)$$



# Rankine – Surface inclinée

---

Cf derivation au tableau



Z: direction verticale

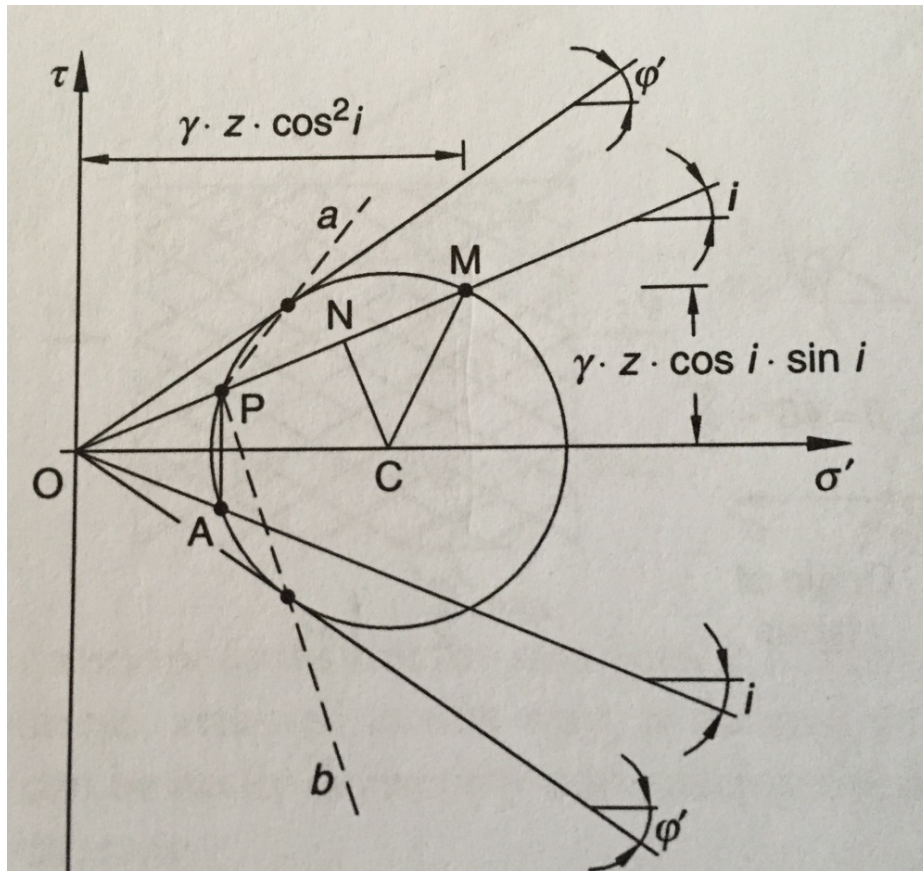
$$\sigma_{33} = \gamma z \cos^2 i$$

$$\sigma_{13} = \gamma z \cos i \sin i$$



# Rankine – Surface inclinée

Cercle de Mohr



$$OM = \sigma'_v \quad OA = \sigma'_a$$

$$ON = OC \cos i$$

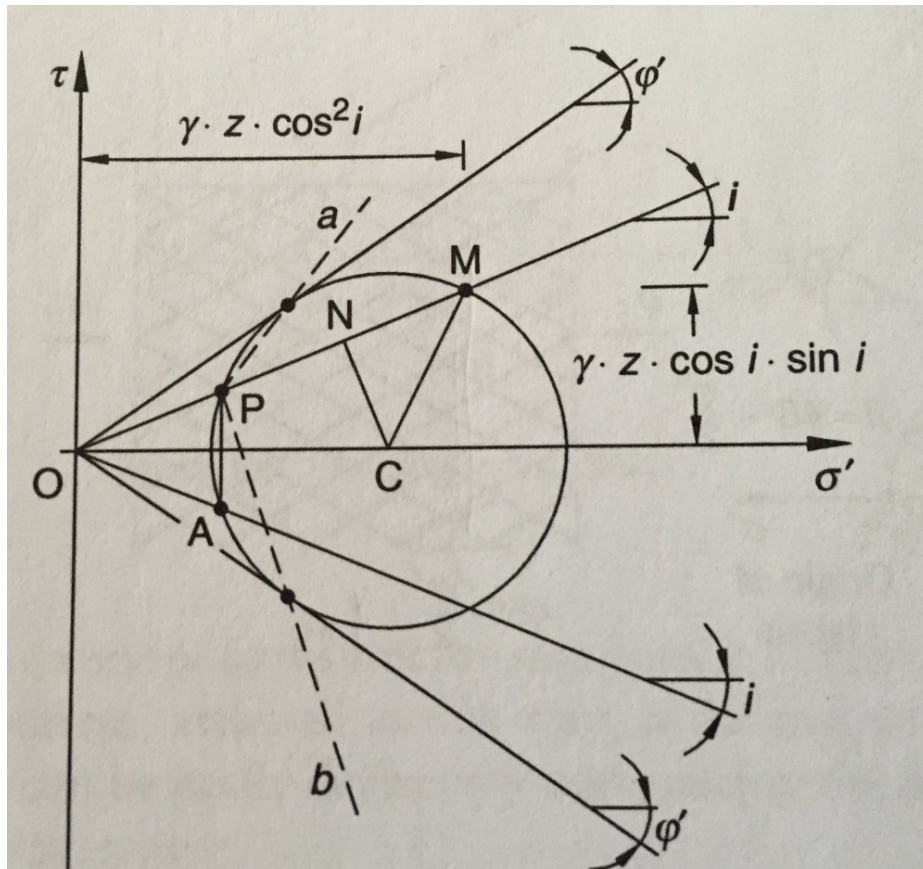
$$NC = OC \sin i$$

$$MC = OC \sin \phi'$$

$$\frac{\sigma'_a}{\sigma'_v} = K_a = \frac{ON - MN}{ON + MN}$$

# Rankine – Surface inclinée

Cercle de Mohr



$$OM = \sigma'_v \quad OA = \sigma'_a$$

$$ON = OC \cos i$$

$$NC = OC \sin i$$

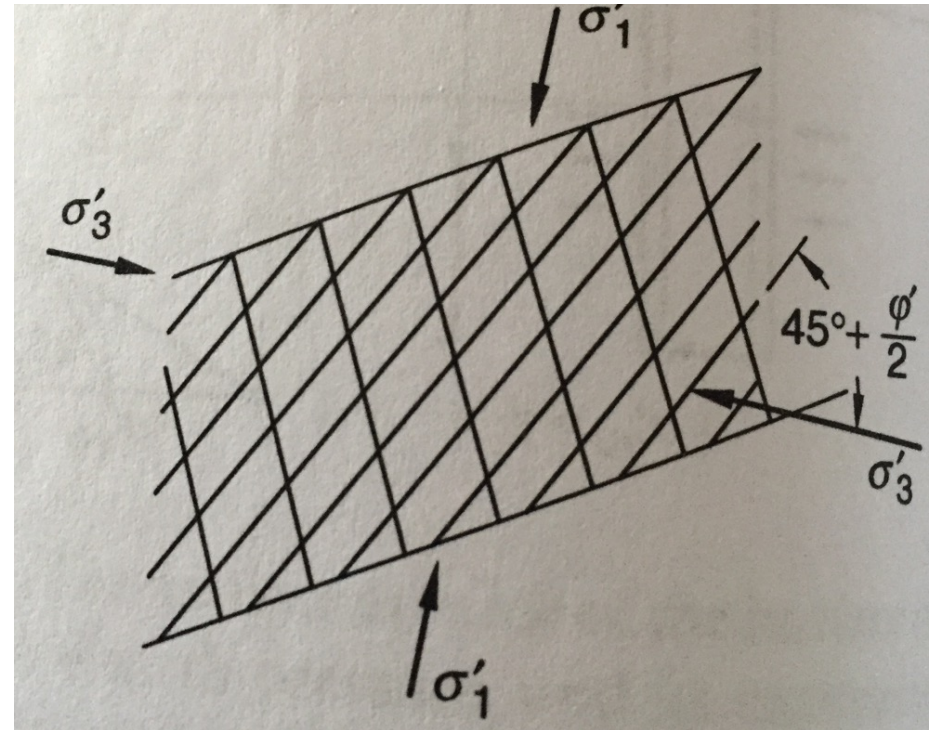
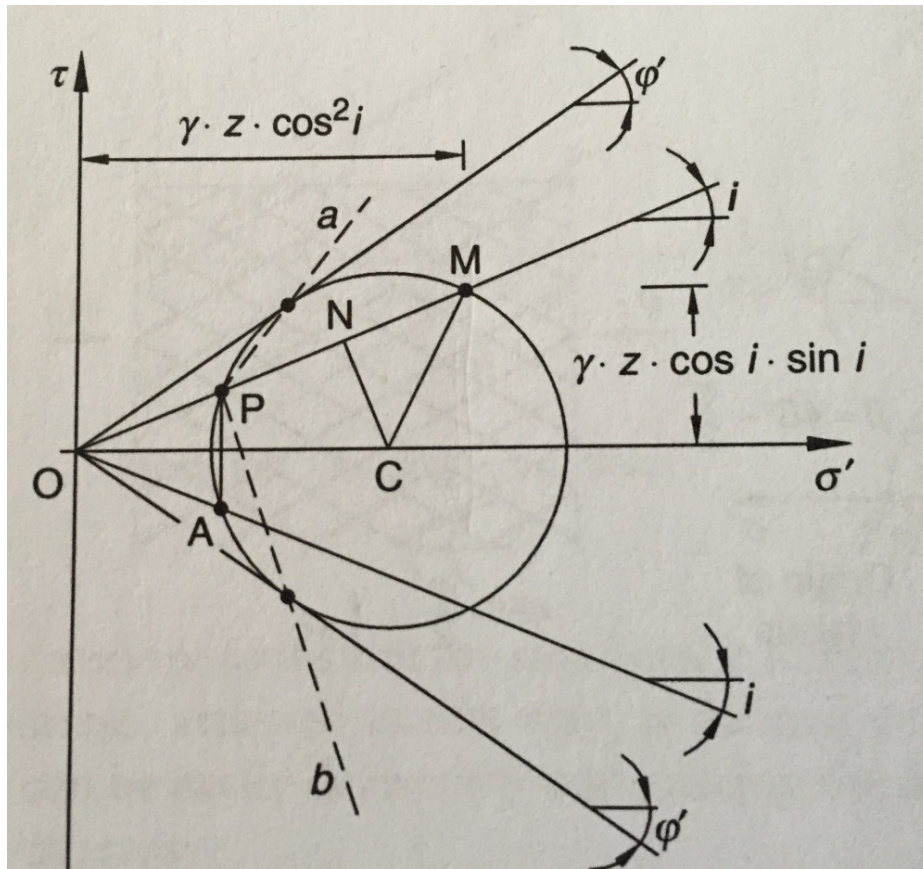
$$MC = OC \sin \phi'$$

$$\frac{\sigma'_a}{\sigma'_v} = K_a = \frac{ON - MN}{ON + MN}$$

$$K_a = \frac{\cos i - \sqrt{\sin^2 \phi' - \sin^2 i}}{\cos i + \sqrt{\sin^2 \phi' - \sin^2 i}}$$

# Rankine – Surface inclinée

Cercle de Mohr



$$K_a = \frac{\cos i - \sqrt{\sin^2 \phi' - \sin^2 i}}{\cos i + \sqrt{\sin^2 \phi' - \sin^2 i}}$$



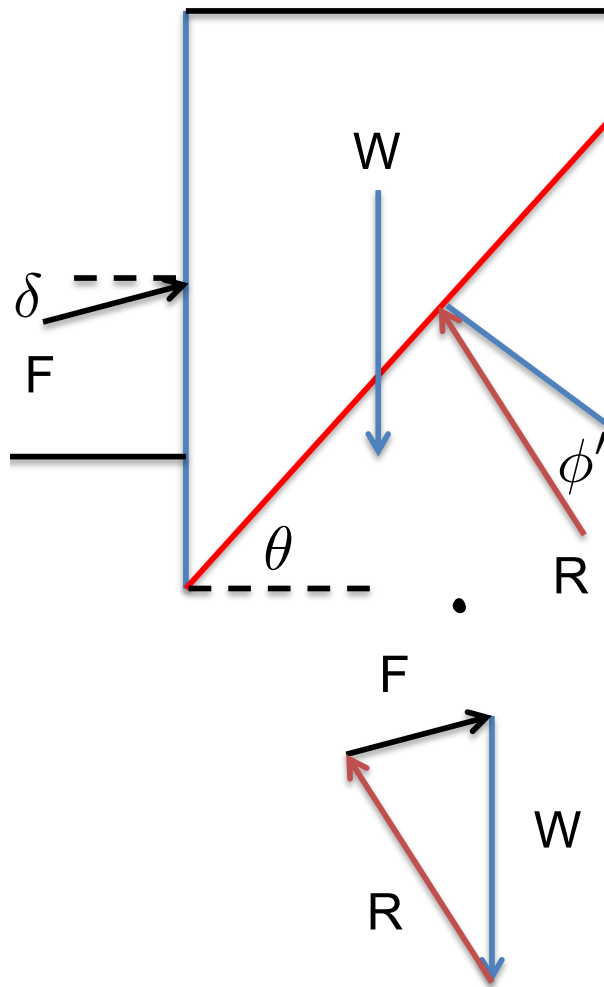
# Rankine

---

- Implicitement cette théorie **fixe** l'angle de friction entre le mur et le sol
  - Surface horizontale:  
friction nulle entre le sol et le mur
  - Surface inclinée:  
angle de frottement mur/sol = inclinaison de la surface (plans conjugués)
  
- Comment prendre en compte un angle de frottement mur/sol quelconque ?
  - Approche de Coulomb (1773)
    - **Equilibre limite  $\neq$  Analyse limite**

# Coin de Coulomb

## Approche d'équilibre limite



- Surface de rupture plane

$$\tau = \sigma_n \tan \phi'$$

- Angle de frottement  $\delta$   
mur-sol donné

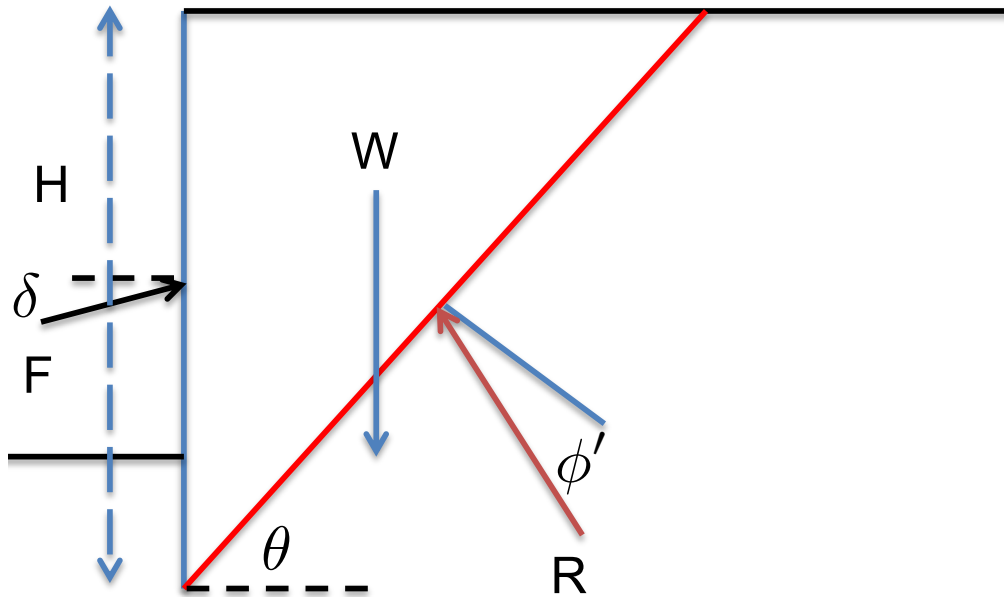
Loi des sinus

$$\frac{F}{\sin(\theta - \phi')} = \frac{W}{\sin(\pi/2 + \delta + \phi' - \theta)}$$

L'orientation du plan de rupture est obtenue en maximisant  $F$   
(la force sur le mur)

## Cas simple: surface horizontale, frottement mur-sol nul

---



$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$F^+ = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\tan(\theta - \phi')}{\tan(\theta)}$$

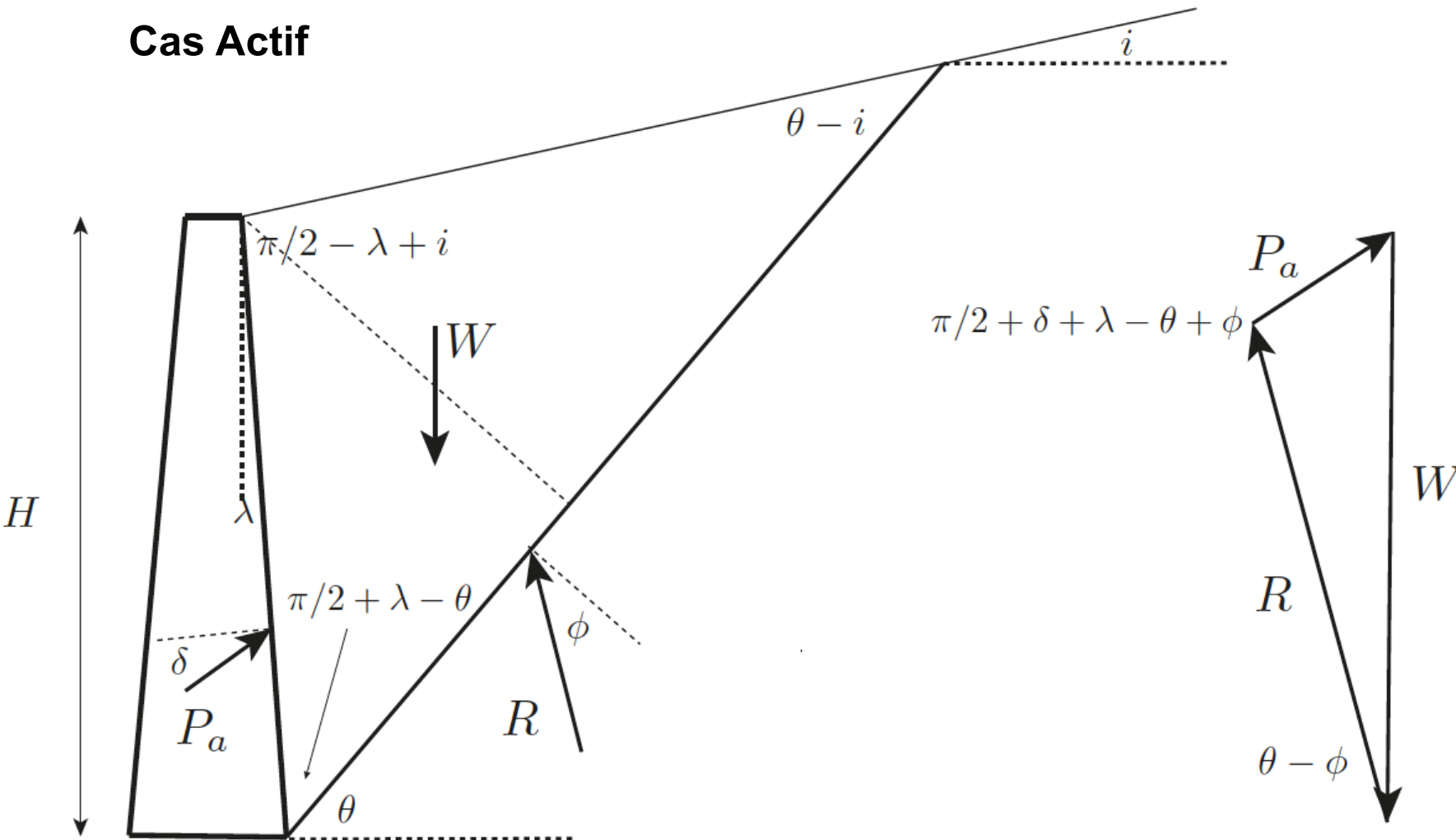
$$\text{Maximum pour } \theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2}$$

On retrouve le résultat de la théorie de Rankine!

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right)$$

- Facilement généralisable  
(surface non-horizontale, inclinaison du mur etc. )

# Cas Actif

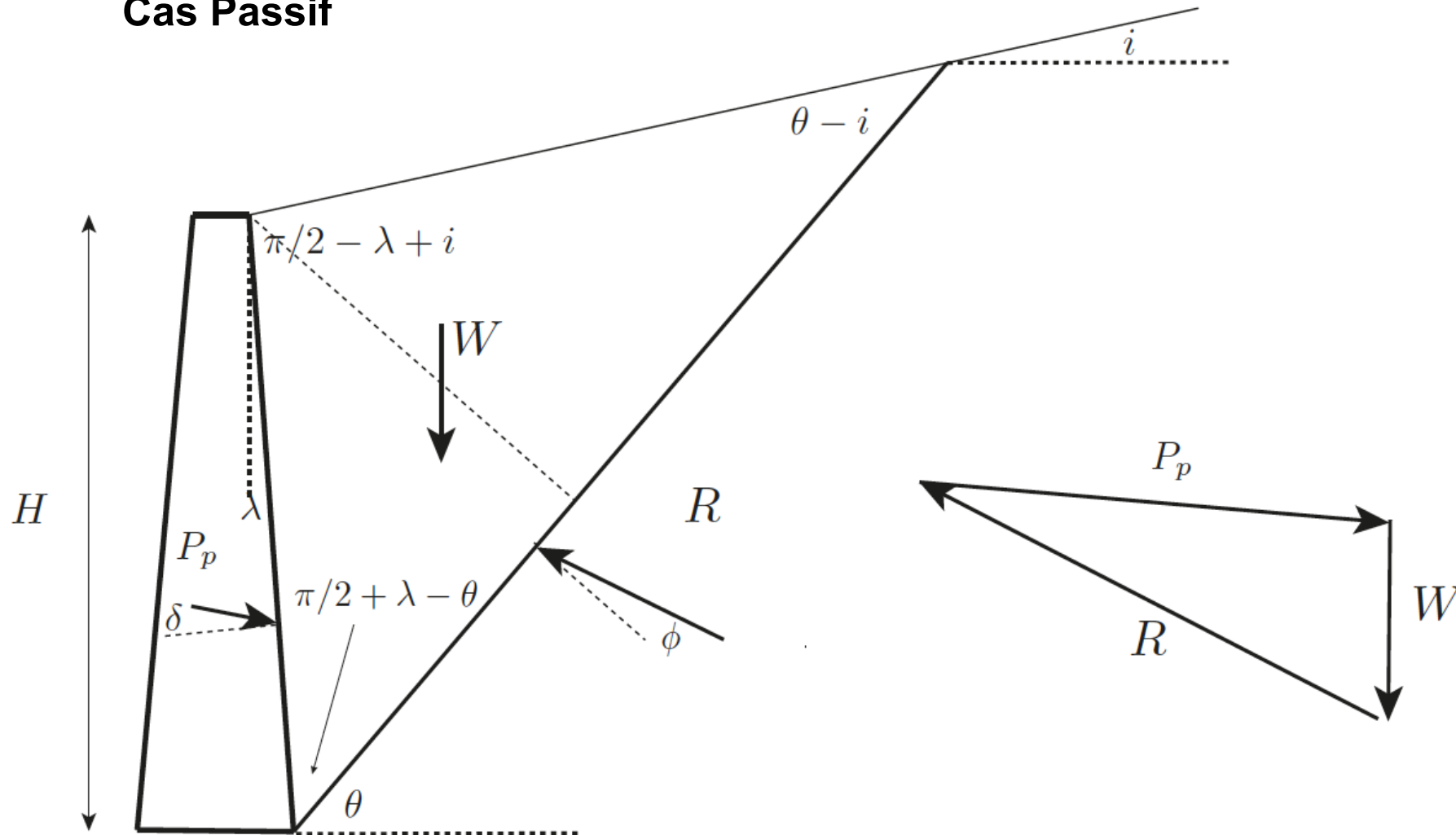


Attention – on obtient **seulement** la résultante  
(pas la distribution.. et donc pas le point d'application)

# Coulomb - cas général

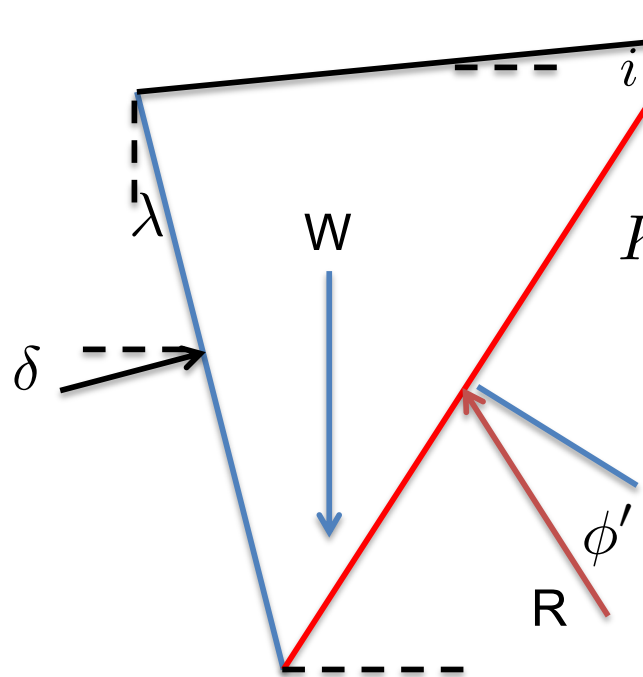
---

## Cas Passif



# Coulomb – cas général

---



$$K_a = \frac{\cos(\phi' - \lambda)^2}{\cos^2 \lambda \cos(\lambda + \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi') \sin(\phi' - i)}{\cos(\lambda + \delta) \cos(\lambda - i)}} \right]^2}$$

Les résultats obtenus sont bon pour le cas actif ...

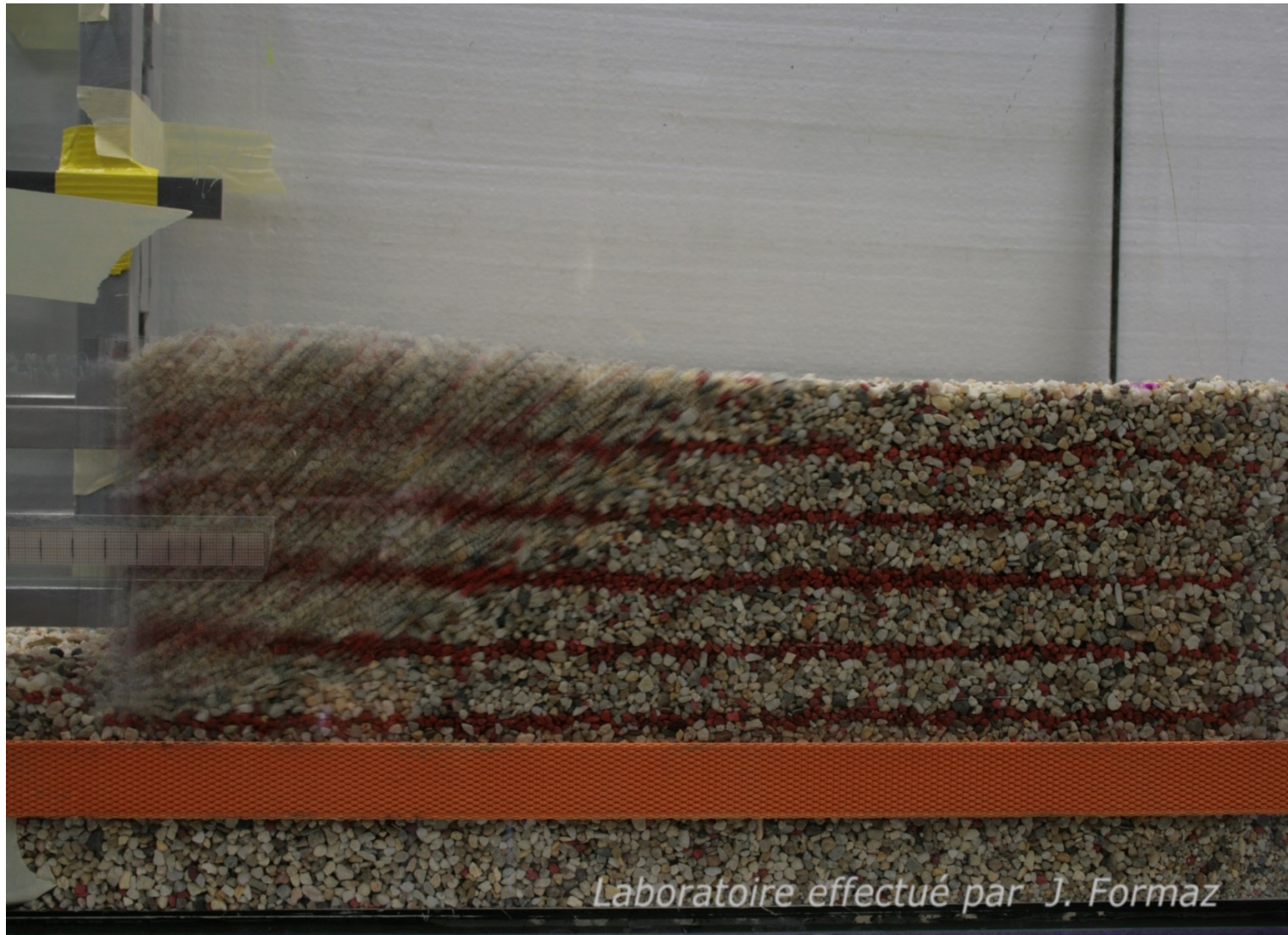
**Sous-estimé pour le cas passif :**

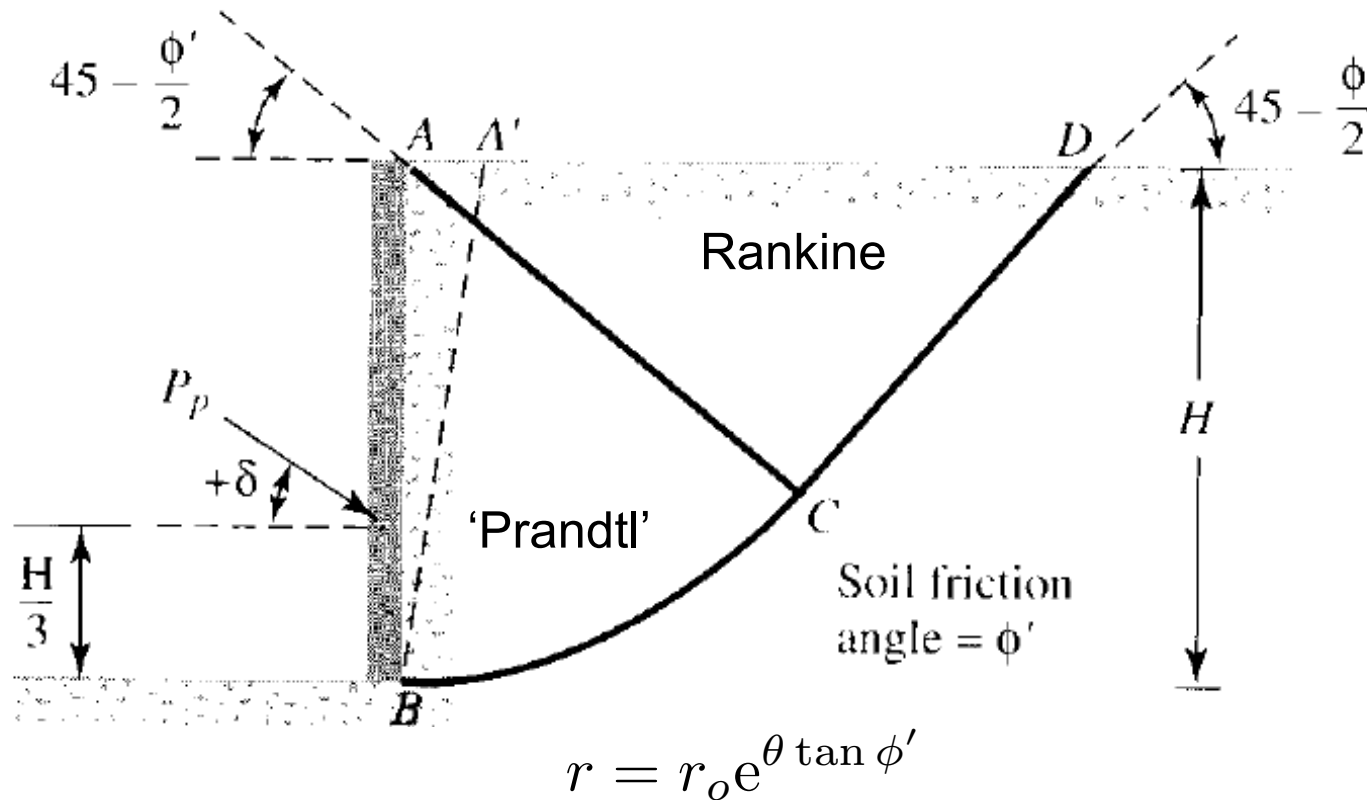
la surface de rupture n'est pas plane dans le cas passif (frottement mur sol)

# Mécanisme de rupture en butée

(pour une translation d'une paroi lisse en direction du sol)

---





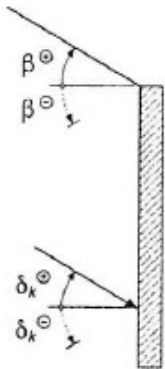
Prise en compte d'un angle de frottement mur-sol  
Généralisation (mur incliné, etc.)  
Approche statique (par l'intérieur)  
-> Abaques de Caquot-Kerisel, Sokolowski etc.

## Borne inférieure

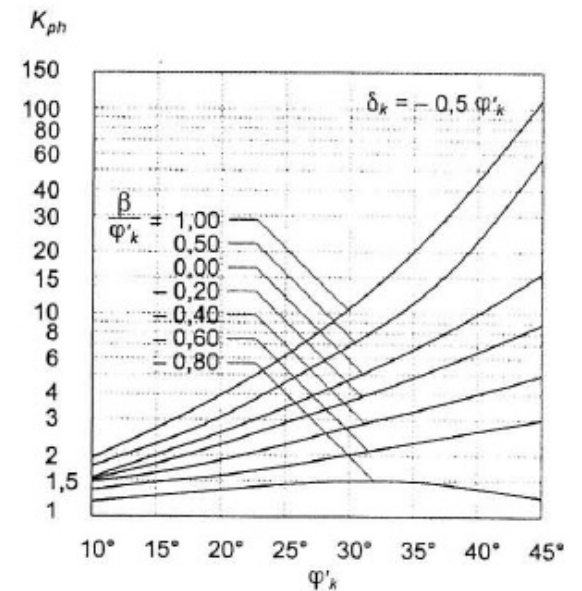
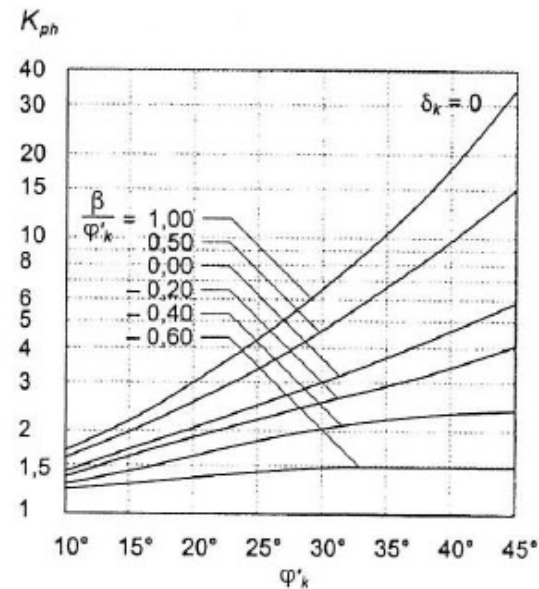
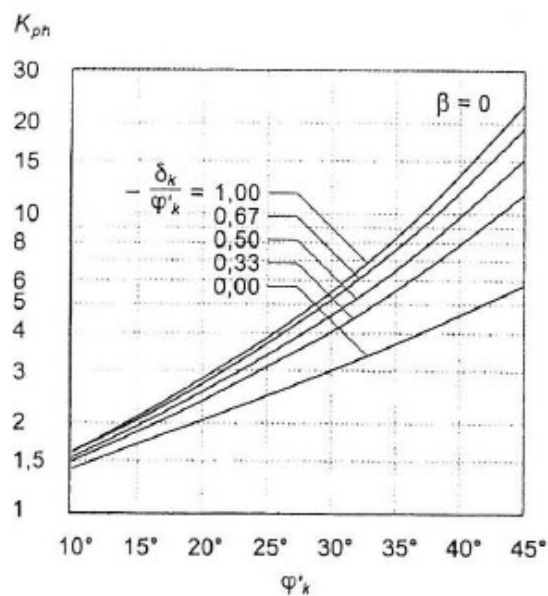


# Abaques de Caquot-Kerisel

$$\beta = i$$

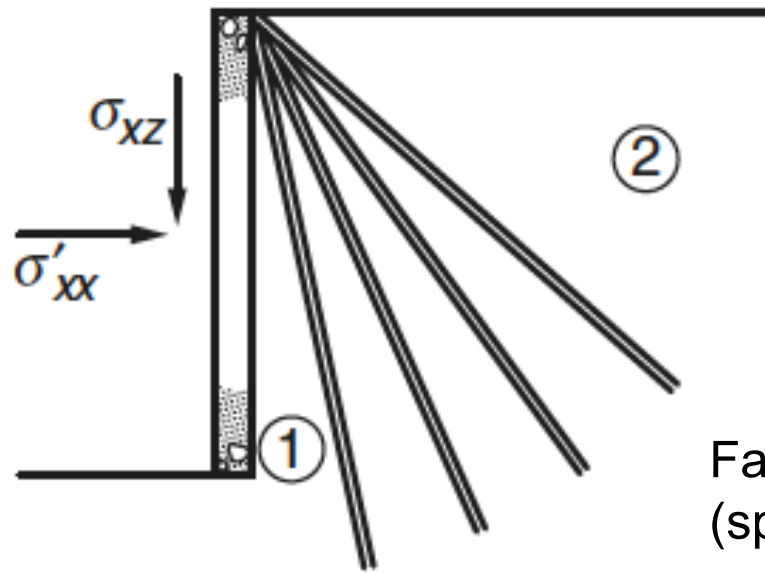


Règle des signes



# Solution de Lancellota (2002)

---



Fan de discontinuités de tractions  
(spirale log)

$$K_{p,a} = \left[ \frac{\cos \delta}{1 \mp \sin \varphi'} \left( \cos \delta \pm \sqrt{\sin^2 \varphi' - \sin^2 \delta} \right) \right] e^{\pm 2\vartheta \tan \varphi'}$$

with:

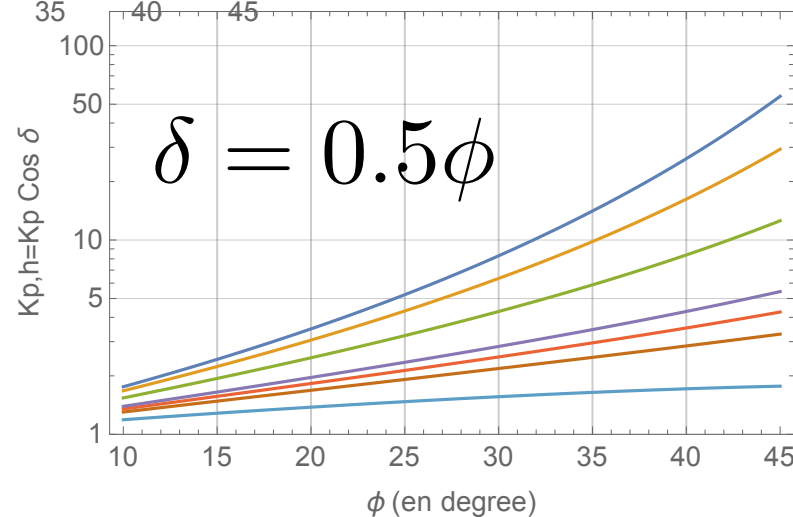
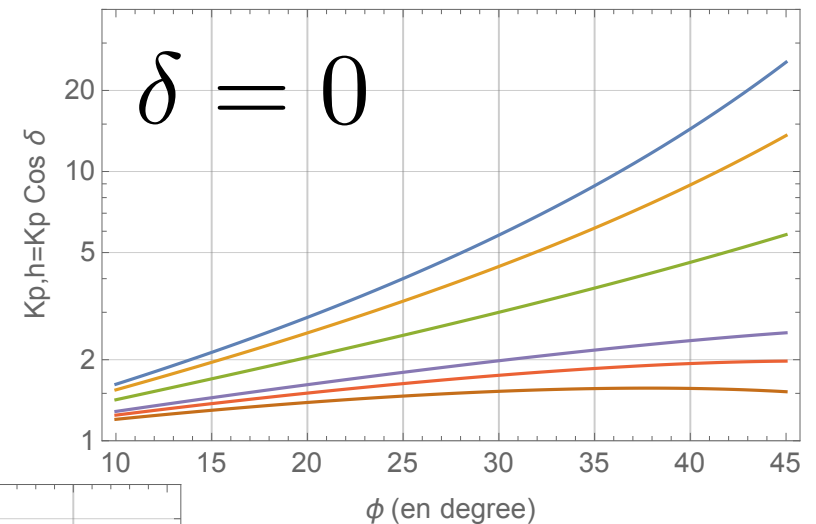
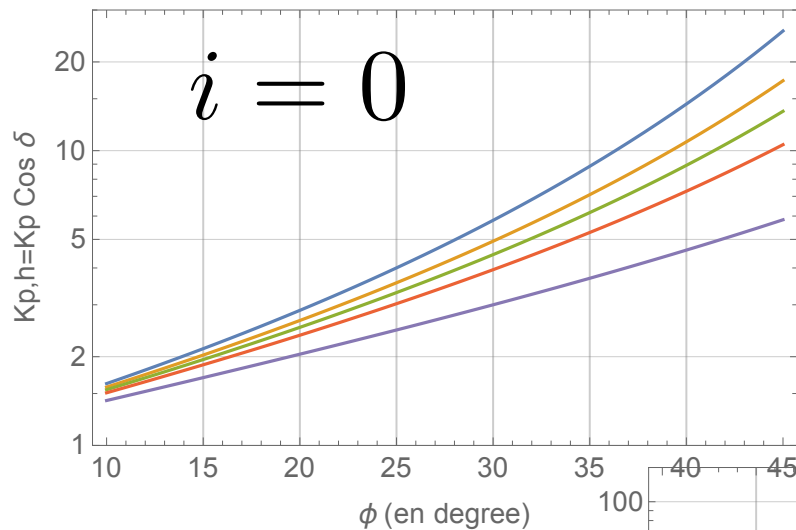
$$2\vartheta = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta}{\sin \varphi'} \right) \pm \delta,$$

$\pm$  ↗ Passif  
↘ actif

# Lancellota Cas passif – sol incliné

$$K_p = \frac{\cos \delta}{\cos i - \sqrt{\sin \phi^2 - \sin i^2}} \left( \cos \delta + \sqrt{\sin \phi^2 - \sin \delta^2} \right) e^{2\mathcal{V} \tan \phi}$$

$$2\mathcal{V} = \arcsin \left( \frac{\sin \delta}{\sin \phi} \right) + \arcsin \left( \frac{\sin i}{\sin \phi} \right) + \delta + i$$



# Conclusions

---

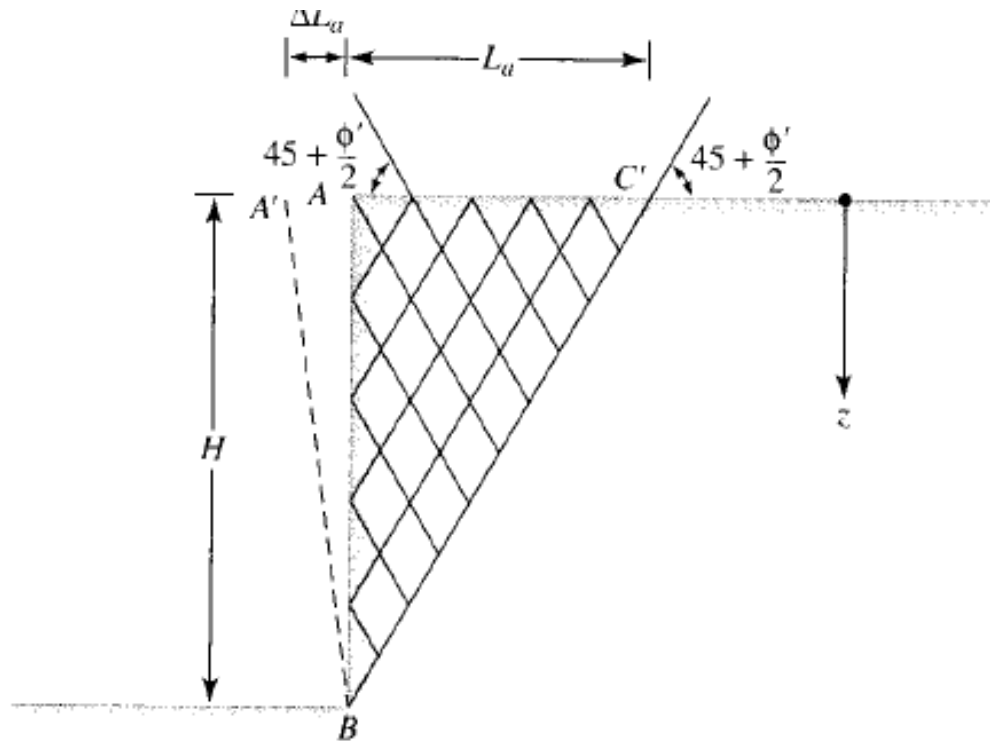
- Etat actif (poussée)
  - Coulomb donne de bons résultats
  - ... se réduit à Rankine pour un frottement mur-sol nul & surface horizontale
  
- Etat passif (butée)
  - Ne pas utiliser Coulomb  
(sous-estimation de la force de butée)
  - La surface de rupture est courbe (spirale log)
    - Abaques de Caquot-Kerisel, Sokolowski, solution de Lancellota (2002) etc.

# Actions sur l'écran

---

- Actif & Passif sans eau
- Actif & Passif avec eau
- Avec surcharge uniforme
  - On verra le cas de charges ponctuelles la semaine prochaine

# Etat actif - Sur l'écran

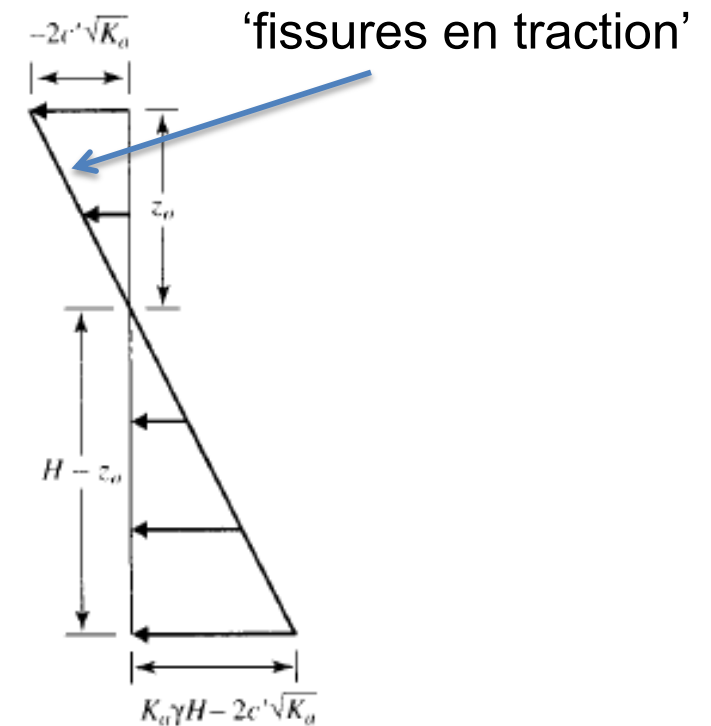


[ Das "Geotechnical Engineering"]

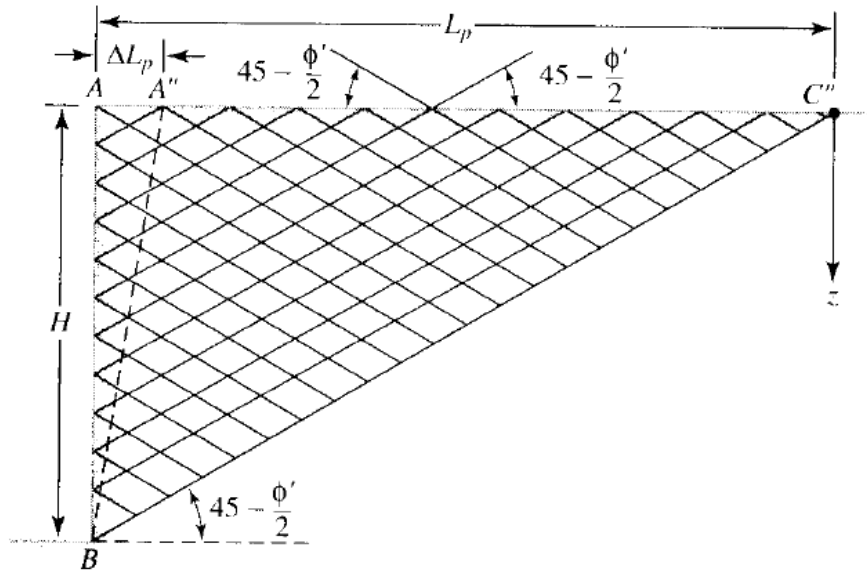
Note: à court terme ( $c_u, \phi=0$ )  
 Profondeur "auto-stable"  
 c.f. Talus vertical (plutôt 3.73)

$$z_o = \frac{2c_u}{\gamma}$$

## Cas avec cohésion

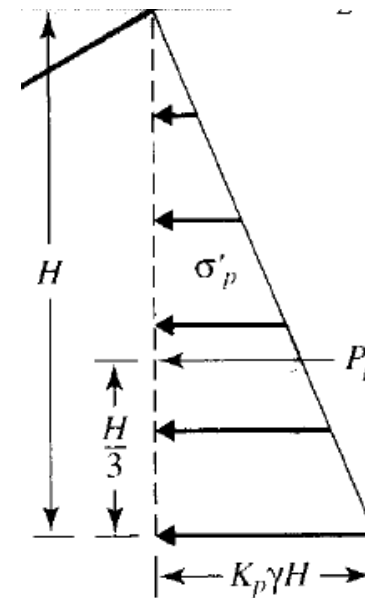


# Etat passif - Sur l'écran



[ Das "Geotechnical Engineering"]

Cas sans cohésion



Résultante à  $H/3$  depuis le bas de l'écran

# En présence d'eau

---

- Cf tableau