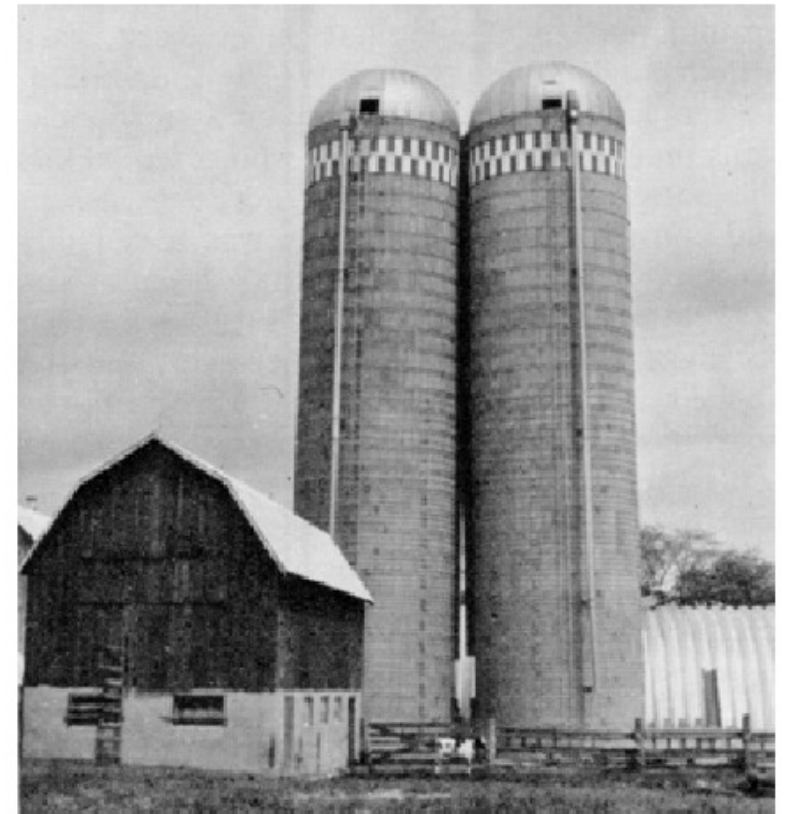


Tassement fondations superficielles

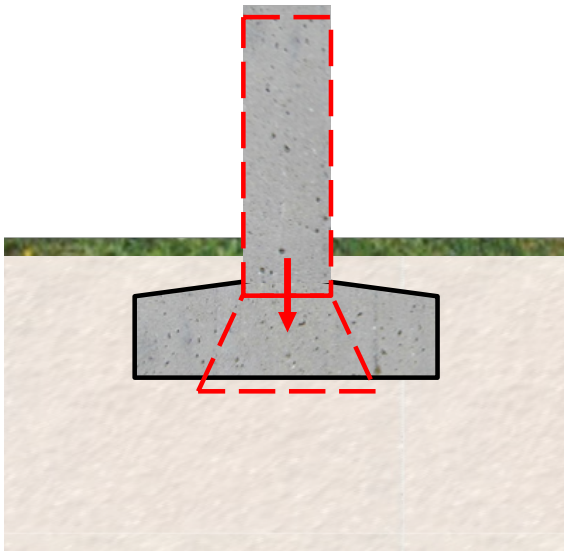
Brice Lecampion

EPFL



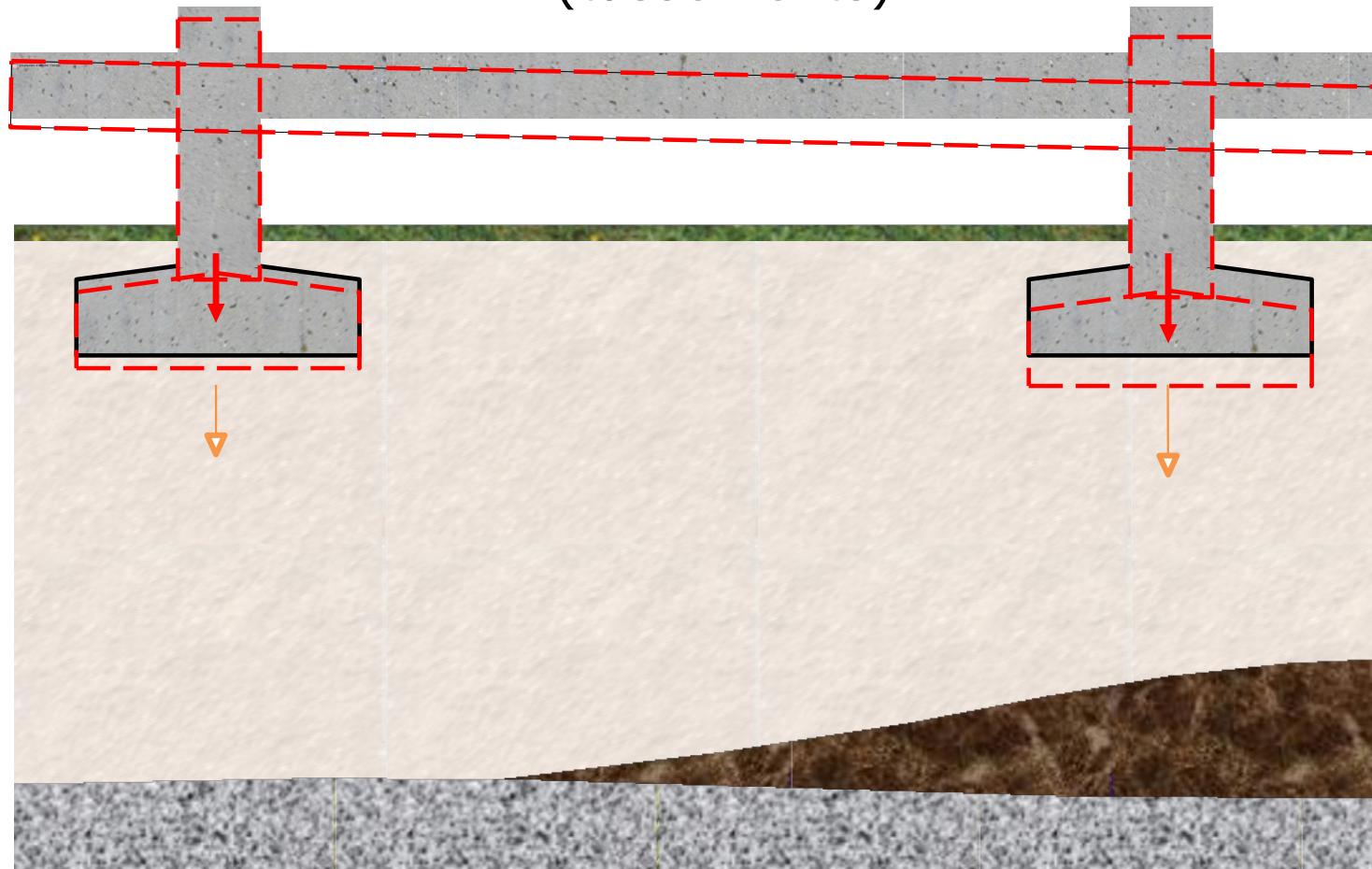
Etats limites pour les fondations superficielles

Etat limite ultime de
résistance du matériau
de la fondation
(sécurité interne)

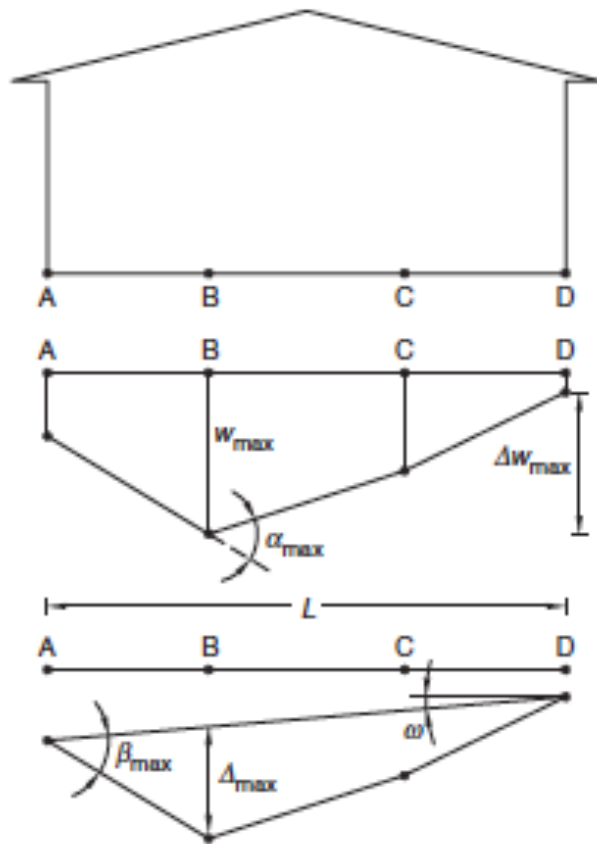


+ Etat limite de service du
matériau de la fondation
(durabilité)

Etat limite de service lié au sol
(tassements)



Definitions & ordre de grandeurs



w = Settlement
 ω = Tilt
 Δw = Relative settlement
 β = Relative rotation
 α = Angular strain
 Δ = Relative deflection
 $\frac{\Delta}{L}$ = Deflection ratio

Déviaton / verticale $> 1/250$ visible !

$\beta_{max} < 1/500$ (fissures)

$< 1/150$ (dommages structures)

Mur porteurs

$\Delta/L < 2 \cdot 10^{-4}$ ($L/H \sim 1$)

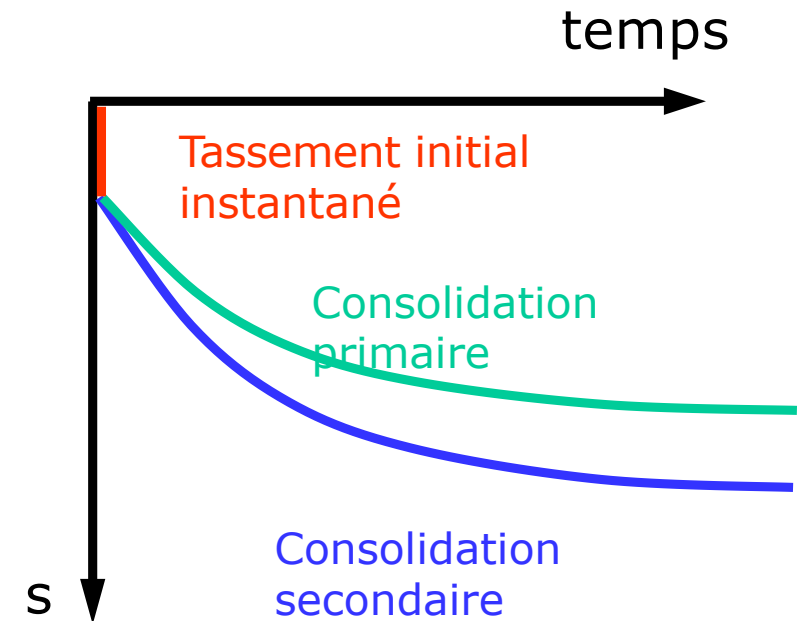
$\Delta/L < 4 \cdot 10^{-4}$ ($L/H = 5$)

<u>Tassements totaux</u>	
Dispositif de drainage	15 à 30 cm
Problèmes d'accès	30 à 60 cm
Constructions en maçonnerie	3 à 5 cm
Structures en cadre	5 à 10 cm
Silos, radiers, cheminées	10 à 30 cm
<u>Tassements différentiels</u>	
Murs en briques hauts et continus	1 mm/m
Structures en béton armé	3 mm/m
Structures métalliques simples	5 mm/m
<u>Inclinaison</u>	
Tour ou cheminée	4 mm/m
Stockage de denrées	10 mm/m
Grue sur voie de roulement	3 mm/m

Tassement des fondations superficielles

Le tassement résulte de trois types de déformations

- la déformation instantanée = déformation élastique du sol de fondation
- la déformation lente par consolidation primaire, provoquée par l'expulsion d'une partie de l'eau et de l'air contenus dans les pores du sol
- la déformation lente par consolidation secondaire, qui correspond à une déformation viscoplastique par réajustement des particules de sol

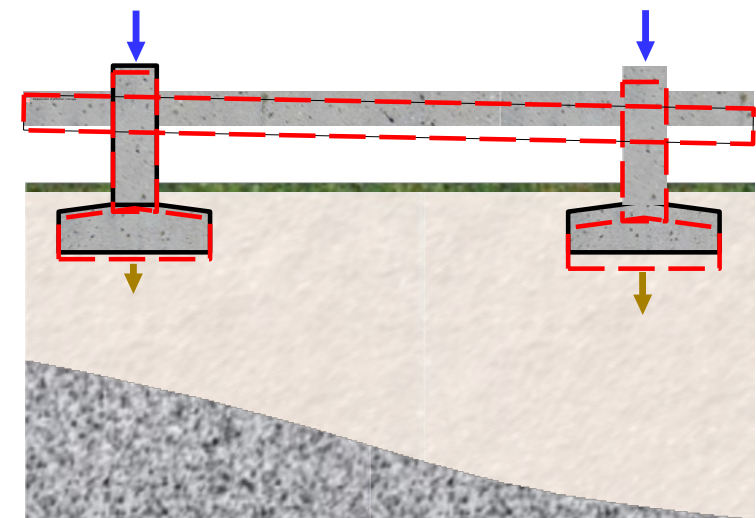
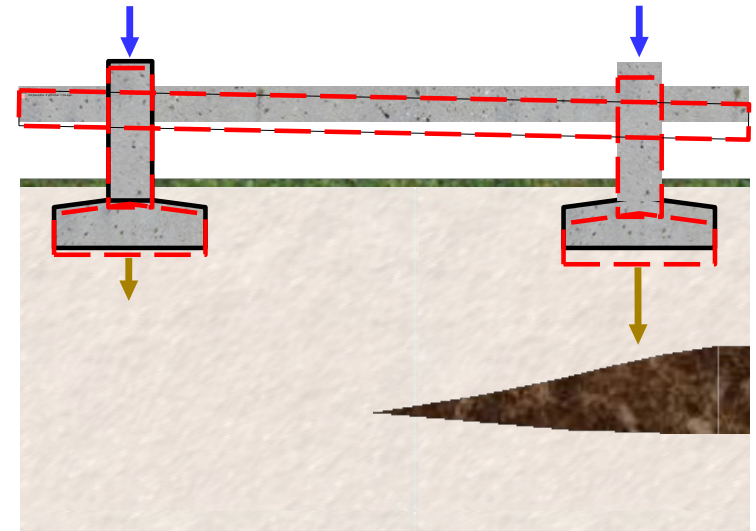
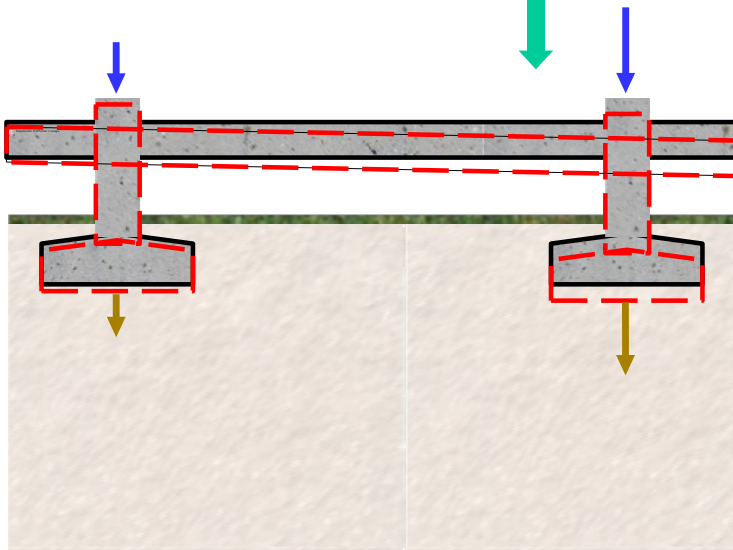


	Déformation instantanée	Consolidation primaire	Consolidation secondaire
Sables et graviers	prépondérante	négligeable	négligeable
Argiles	10÷30 % de la déformation totale	prépondérante	10÷25 % de la déformation totale
Sols organiques	négligeable	~ 50 %	~ 50 %

Sources de tassements différentiels entre les fondations superficielles d'un même ouvrage

→ 2 causes principales:

- Hétérogénéité du massif de fondation (variation d'épaisseur, variation de E)
- Charges différentes (variation de $\Delta\sigma'$)



Plan

1. Phénomènes
 1. Consolidation primaire
 2. Non-linéarité
 3. Consolidation secondaire
2. Estimation des contraintes induites dans le massif de sol par des charges en surface (Théorie de l'élasticité)
3. Fondation souple vs rigide
4. 1D versus 3D
5. Approche simplifiée pour le cas multi-couches

Tassement – Phénomènes

1. **Consolidation primaire (i.e. drainage)**
 - dissipation des surpressions
 - Estimation du temps de drainage
2. **Non-linéarité de la réponse drainée (consolidation)**
 - Importance de la contrainte de pré-consolidation / histoire du chargement
 - Estimation du déplacement final (en fin de consolidation primaire)
3. **Consolidation secondaire (fluage)**

Un sol.... un milieu poreux

- Porosité :

$$n = V_v / V$$

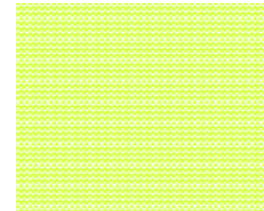
- Indice des vides:

$$e = V_v / V_s = n / (1 - n)$$

- Saturé en eau, perméabilité k
- Pour les sols, les grains sont “incompressibles” comparés à leur arrangement
 - Déformation volumique = - Variation de porosité

$$\epsilon^v = -\Delta n$$

- Contraintes > 0 en compression
- Déformation > 0 en contraction
- Tassement > 0 ($-u_z$)

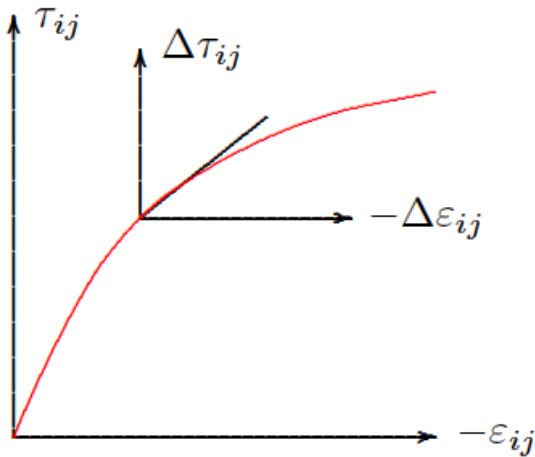


Hypothèse d'élasticité

- La deformation “drainée” du sol est fonction des contraintes effectives
- Elasticité linéaire

$$\sigma'_{ij} = 2G\epsilon_{ij} + (K - 2/3G)\epsilon^v\delta_{ij}$$

Ou
$$\epsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E}\sigma'_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma'_{kk}\delta_{ij}$$



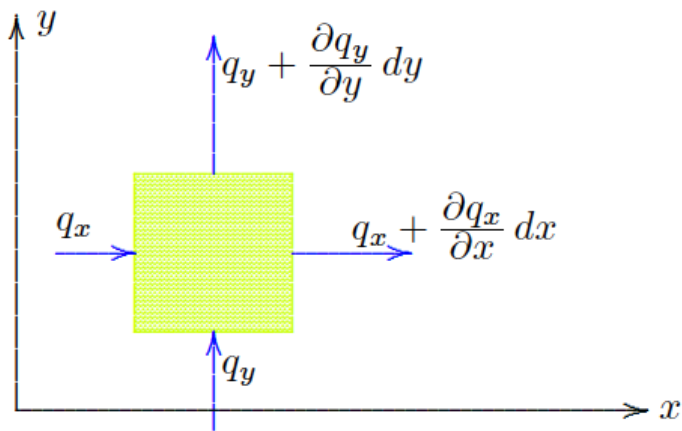
Les sols ont un comportement non-linéaire...
mais on peut utiliser un module tangent
(autour de la valeur des contraintes in-situ)

Conservation de la masse d'eau

- Durant un incrément de temps, la variation de masse d'eau dans un volume élémentaire est compensée par ce qui y rentre **moins** ce qui y sort.

$$V \Delta m_f / \rho_f = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) V \Delta t$$

- La variation de la masse d'eau peut provenir:
 - Variation de porosité: Δn
 - Variation due à la compressibilité du fluide contenu dans l'espace poral: $n \beta_w \Delta u$

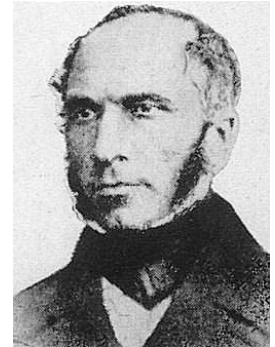
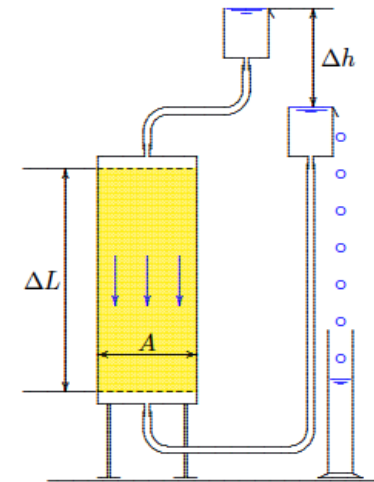


Prenant la limite $\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n \beta_w \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = 0$$

Loi de Darcy

- Relation linéaire entre la vitesse de filtration $q_i = nv_i$ (par rapport au solide) et le gradient de la charge hydraulique h



perm. Intrinsèque [m²]

$$q_x = -\frac{\kappa}{\mu_w} \frac{\partial}{\partial x} (u + \gamma_w z) = -k \frac{\partial}{\partial x} h$$

$$q_y = -\frac{\kappa}{\mu_w} \frac{\partial}{\partial y} (u + \gamma_w z) = -k \frac{\partial}{\partial y} h$$

$$q_z = -\frac{\kappa}{\mu_w} \frac{\partial}{\partial z} (u + \gamma_w z) = -k \frac{\partial}{\partial z} h$$

Viscosité du fluide [Pa.s]

Coefficient de 'permeabilité' in [m/s]

$$k = \kappa \gamma_w / \mu_w$$

Charge hydraulique [m]

$$h = u / \gamma_w + z$$

Cas unidimensionnel - oedometrique

- Pas de déformation latérale ! Problème 1D

$$\epsilon_{zz} = \epsilon^v = \frac{\sigma_{zz} - u}{K + 4/3G} = m_v(\sigma_{zz} - u)$$

- La conservation de la masse fluide se réduit donc à:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{m_v}{m_v + n\beta} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} + \underbrace{\frac{k}{\gamma_w(m_v + n\beta)}}_{c_v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Zero si la charge est cte

- Problème pratique: charge instantannée en $z=0$
Drainage en $z=0$ & $z=2L$ (symmetrie en $z=L$ / impermeable)

Surpression - réponse non-drainée

- Charge instantanée q sur la surface.

$$\epsilon^v = m_v(q - u)$$

- Quelle est la sur-pression à l'instant initial?

- On intègre de $t=0$ à $t=t_\epsilon$ la conservation de la masse:

$$\Delta n = -n\beta_w u + \underbrace{\int_0^{t_\epsilon} \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz}_{0 \text{ as } t_\epsilon \rightarrow 0}$$

- Comme la deformation volumique est directement relié à la variation de porosité:

$$\Delta n = -\epsilon^v$$

$$u = \frac{q}{1 + n\beta_w/m_v} (\approx q) \quad \text{“Skempton” oedométrique}$$

Dissipation de la sur-pression de pore

- La charge reste constante, l'équation de diffusion se réduit à

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$u(z = 0, t) = 0$$

Drainage en surface / toit de la couche

$$\frac{\partial u}{\partial z}(z = L, t) = 0$$

Impermeable en $z=L=H/2$ (/ symmetrie pour une couche $2L$)

$$u(z, t = 0^+) = \frac{q}{1 + n\beta_w/m_v} = u_u \quad \text{Sur-pression initiale (non-drainée)}$$

- Equation de diffusion (type équation de la chaleur)

- Temps caractéristique de diffusion

$$H^2 / (4c_v)$$

- On adimensionalise

$$\xi = z/L \quad \tau = c_v t / L^2 = 4c_v t / H^2$$

Solution

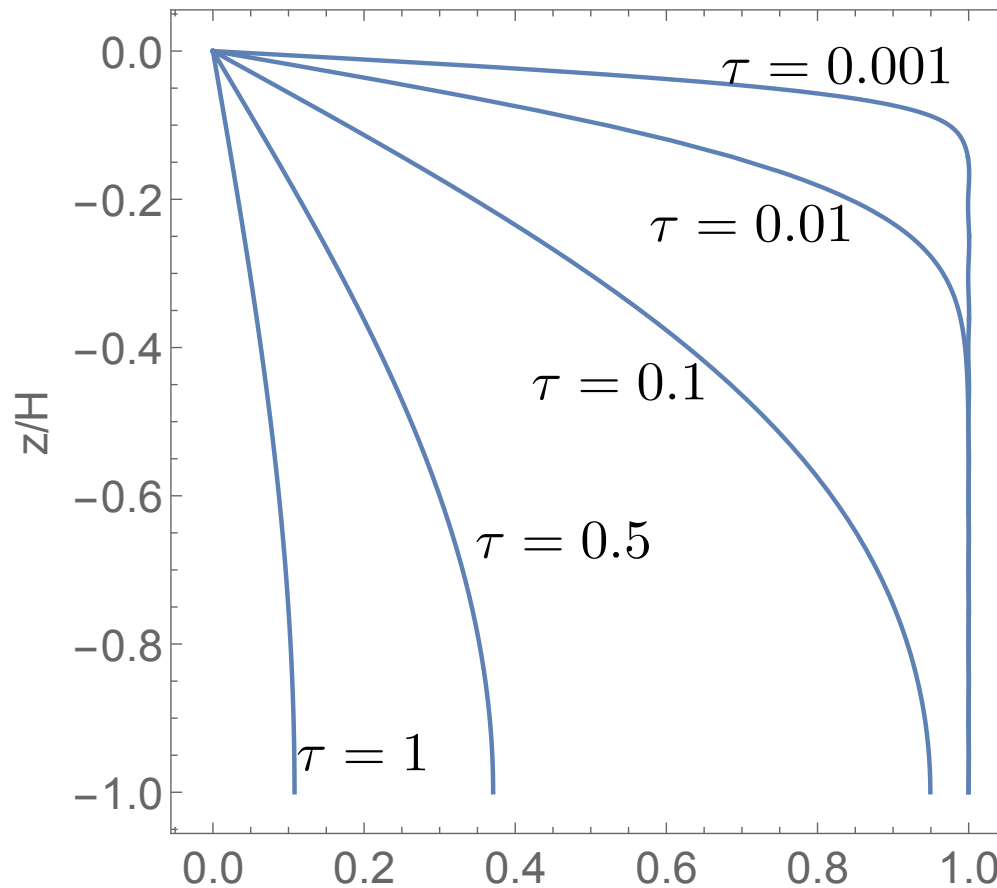
- Méthode des séparations de variables, séries de Fourier pour la variation spatiale, exponentielle décroissante pour la variation temporelle

$$\frac{u(\xi, \tau)}{u_u} = \sum_{k=1, \dots, \infty} a_k \sin\left(\frac{k\pi}{2}\xi\right) \exp\left(-\frac{\pi^2 k^2}{4}\tau\right)$$

- Conditions initiales et aux limites permettent de déterminer les a_k

$$\frac{u(\xi, \tau)}{u_u} = \sum_{k=1, 3, 5, \dots, \infty} \frac{4}{\pi k} \sin\left(\frac{k\pi}{2}\xi\right) \exp\left(-\frac{\pi^2 k^2}{4}\tau\right)$$

Dissipation de la pression de pore

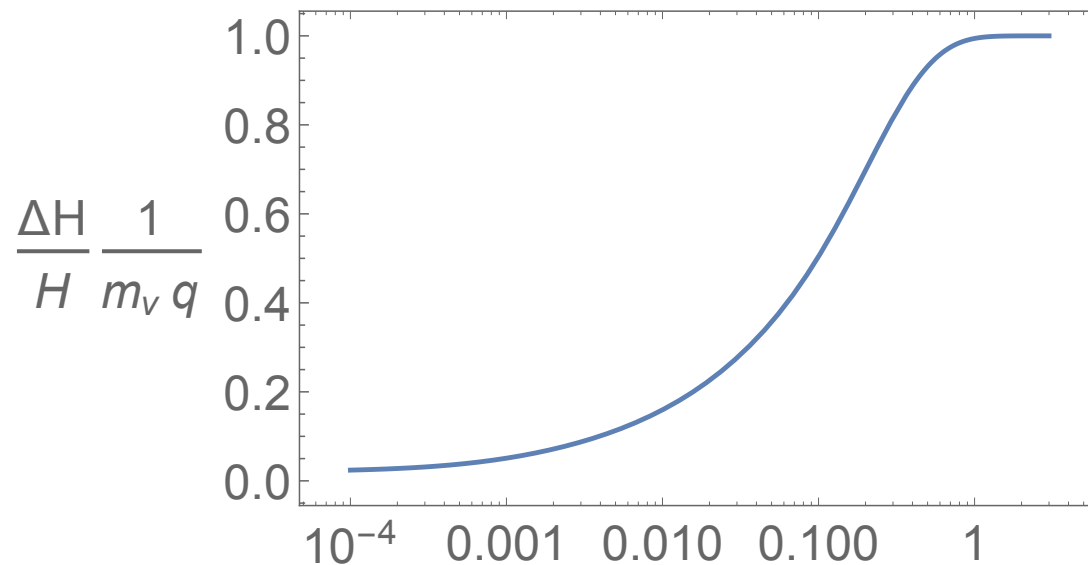


$$\xi = z/L \quad \tau = \frac{c_v t}{L^2} = \frac{4c_v t}{H^2}$$

Tassement associé

- On intègre la déformation sur la couche:

$$\frac{\Delta H}{H} = m_v q \left(1 - \frac{1}{1 + n\beta_w/m_v} \sum_{k=1,3,5,\dots,\infty} \frac{16}{\pi^2 k^2} \sin \left(\frac{k\pi}{4} \right)^2 \exp \left(-\frac{\pi^2 k^2}{4} \tau \right) \right)$$



99% du tassement
en $\tau = 0.5$



- Réponse drainée (long-terme): $\frac{\Delta H}{H} = m_v q$

Terzaghi a regardé
ce problème:
Terzaghi consolidation

Example

- 20 m d'argiles entre 2 couches de sables
 - Porosité 10%
 - Perméabilité 10^{-10} m/s
 - $m_v \sim 1 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$
 - $L=10\text{m}$ (attention L est la longueur du chemin de drainage)
- Temps de dissipation de la sur-pression due à la charge?

Example

- 20 m d'argiles entre 2 couches de sables
 - Porosité 10%
 - Perméabilité 10^{-10} m/s
 - $m_v \sim 1 \cdot 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$
 - $L=10\text{m}$ (attention L est la longueur du chemin de drainage)

En prenant les propriétés de l'eau:

$$c_v = 9.56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

- Temps de dissipation de la sur-pression due à la charge?

$$L^2 / c_v \approx 121 \text{ jours}$$

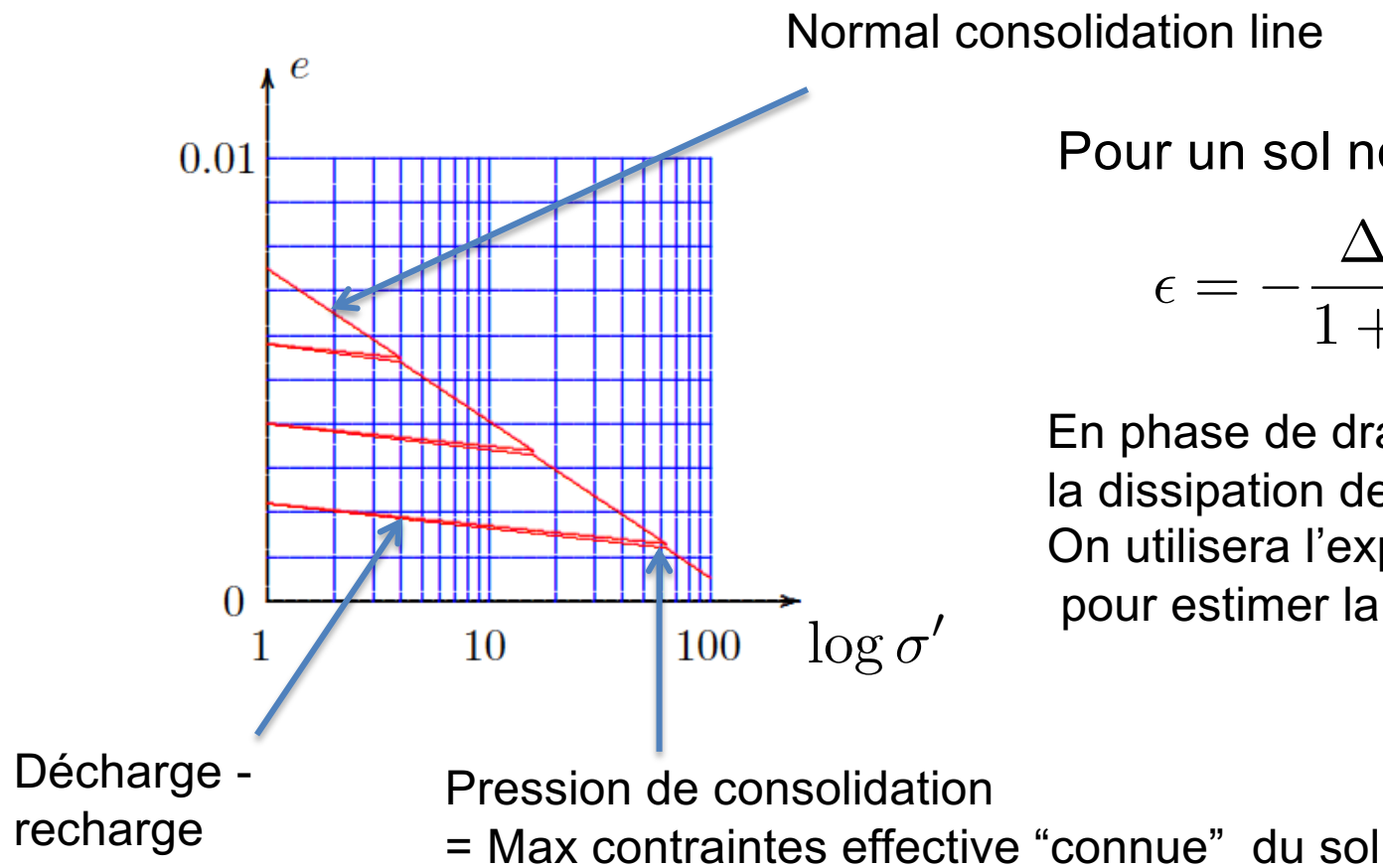
- Attention
 - Calcul 1D (ok pour un ouvrage / charge "large")

Tassement – Phénomènes

1. Consolidation primaire (i.e. drainage)
 - dissipation des surpressions
2. **Non-linéarité de la réponse du sol**
 - Importance de la contrainte de préconsolidation / histoire du chargement
3. Consolidation secondaire (fluage)

Comportement non-linéaire

- Essai oedométrique drainé



Pour un sol normalement consolidé

$$\epsilon = -\frac{\Delta e}{1+e} = \frac{C_c}{1+e} \text{Log} \frac{\sigma'}{\sigma'_o}$$

En phase de drainage,
la dissipation de pression est non-linéaire ;(
On utilisera l'expression précédente
pour estimer la réponse drainée (long-terme).

Terzaghi a regardé
ce problème
"Terzaghi consolidation";)

Comportement non-linéaire

- Cas d'un sol pré-consolidé:

$$\epsilon = -\frac{\Delta e}{1+e} = \frac{C_p}{1+e} \text{Log} \frac{\sigma'}{\sigma'_o} \quad \sigma' < \sigma'_{vmax}$$

$$\epsilon = \frac{C_p}{1+e} \text{Log} \frac{\sigma'_{vmax}}{\sigma'_o} + \frac{C_c}{1+e} \text{Log} \frac{\sigma'}{\sigma'_{vmax}} \quad \sigma' > \sigma'_{vmax}$$

- OCR = Over-consolidation ratio

$$OCR = \frac{\sigma'_{vmax}}{\sigma'_o}$$

Valeur “typiques”

- Sables

$$C_c/(1 + e_o) = 0.05 - 0.005$$

- Silt

$$C_c/(1 + e_o) = 0.1 - 0.02$$

- Clay

$$C_c/(1 + e_o) = 0.25 - 0.025$$

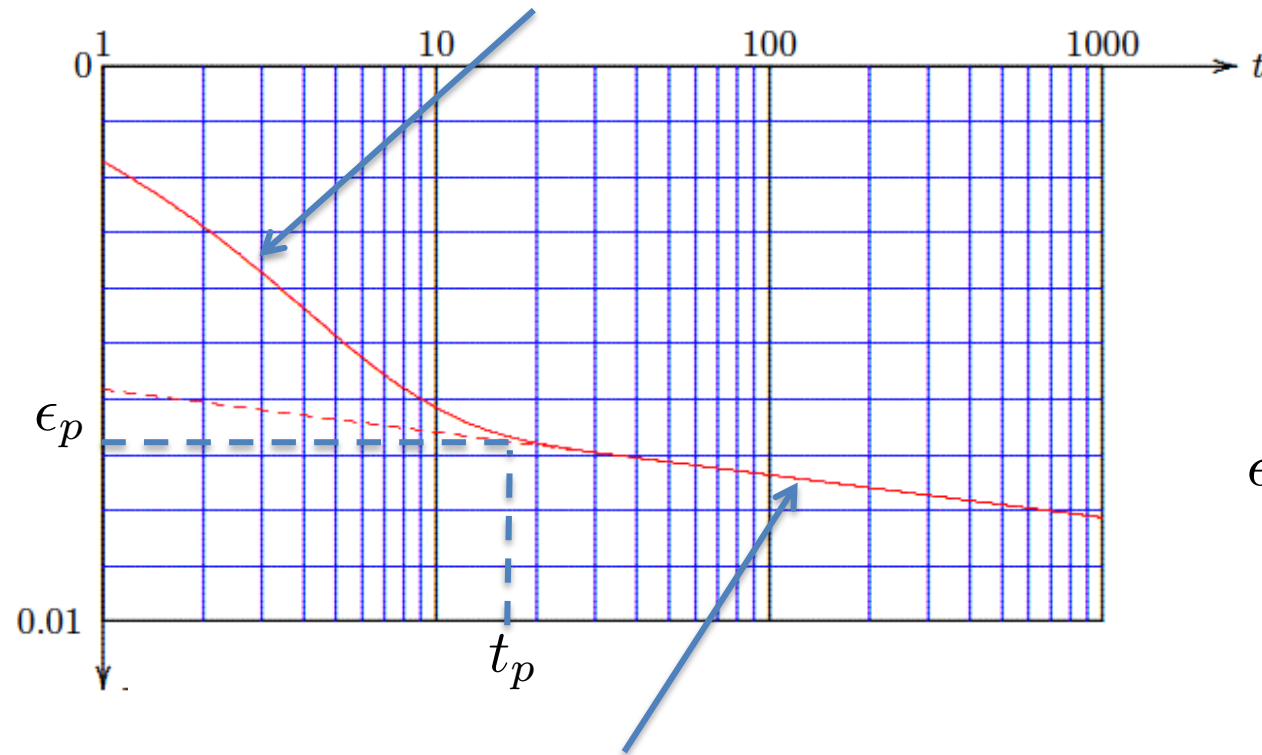
- Recompression index $C_p \sim C_c/10$

Tassement – Phénomènes

1. Consolidation primaire (i.e. drainage)
 - dissipation des surpressions
2. Non-linéarité de la réponse drainée
 - Importance de la contrainte de préconsolidation / histoire du chargement
3. **Consolidation secondaire (fluage)**

Compression secondaire - fluage

Consolidation primaire (dissipation de la pression de pore)



$$\epsilon = \epsilon_p + \frac{C_\alpha}{1 + e} \text{Log} \frac{t}{t_p}$$

Compression secondaire (fluage):
la sur-pression de pore est dissipée mais le tassement continue "logarithmiquement" en temps

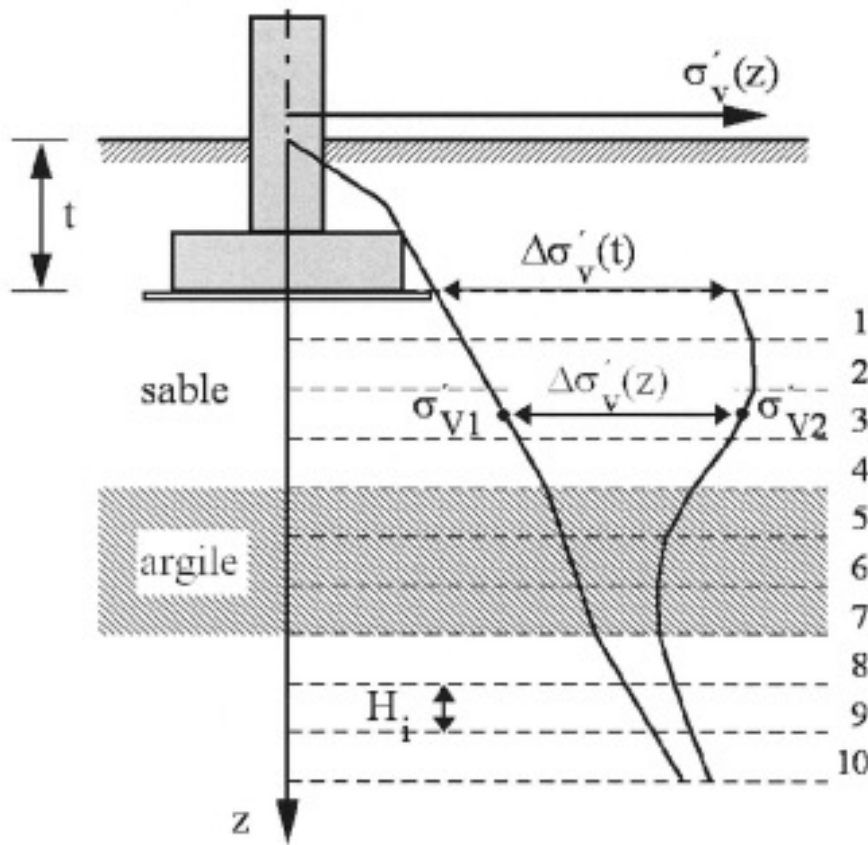
$$C_\alpha \approx 2 - 3 \cdot 10^{-2} C_c$$

Tassement totaux

- Somme des tassements instantanées + Consolidation primaire + compression secondaire

$$w_{tot} = w_I + w_C + w_S$$

Tassement – multi-couches



$$w_{tot} = \sum_i \Delta H_i \approx \sum_i \epsilon_{zz}(z_i) H_i$$

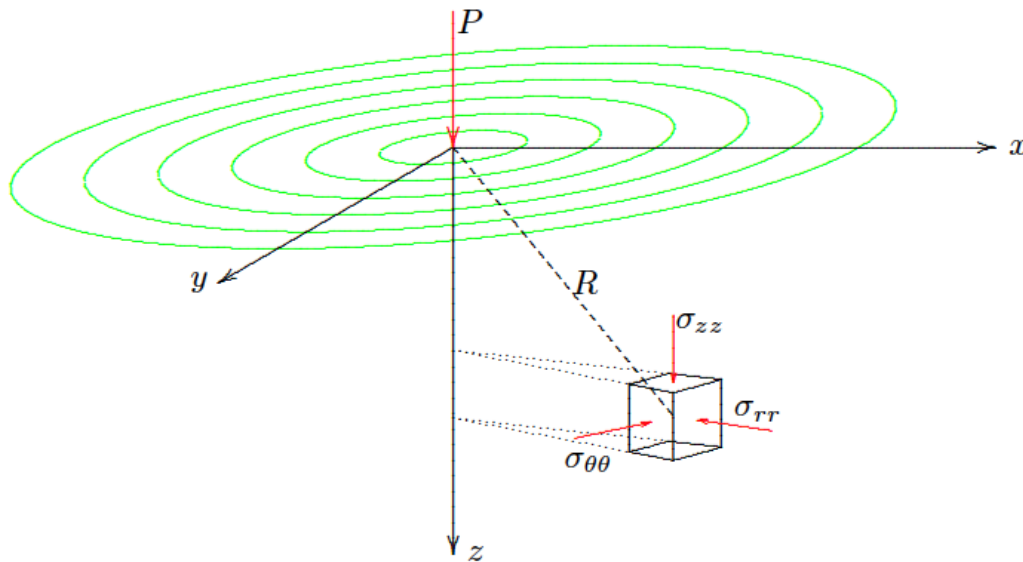
z_i : milieu de la couche i

Plan

1. Phénomènes
 1. Consolidation primaire
 2. Non-linéarité
 3. Consolidation secondaire
2. Estimation des contraintes induites dans le massif de sol par des charges en surface (Théorie de l'élasticité)
3. Fondation souple vs rigide
4. 1D versus 3D
5. Approche simplifiée pour le cas multi-couches

Boussinesq – contraintes dans le massif

Point force sur un demi-espace élastique



$$r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

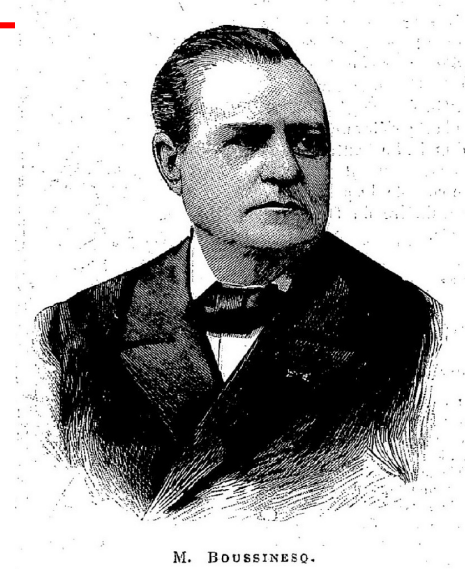
$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5},$$

$$\sigma_{rr} = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{3r^2 z}{R^5} - (1 - 2\nu) \frac{1}{R(R + z)} \right],$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{P}{2\pi} \frac{1 - 2\nu}{R^2} \left(\frac{R}{R + z} - \frac{z}{R} \right),$$

$$\sigma_{rz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{r z^2}{R^5}.$$



On peut intégrer... (superposition)

- Charge q sur un disque de rayon b
 - Sous l'aplomb de la fondation (**en $r=0$**)

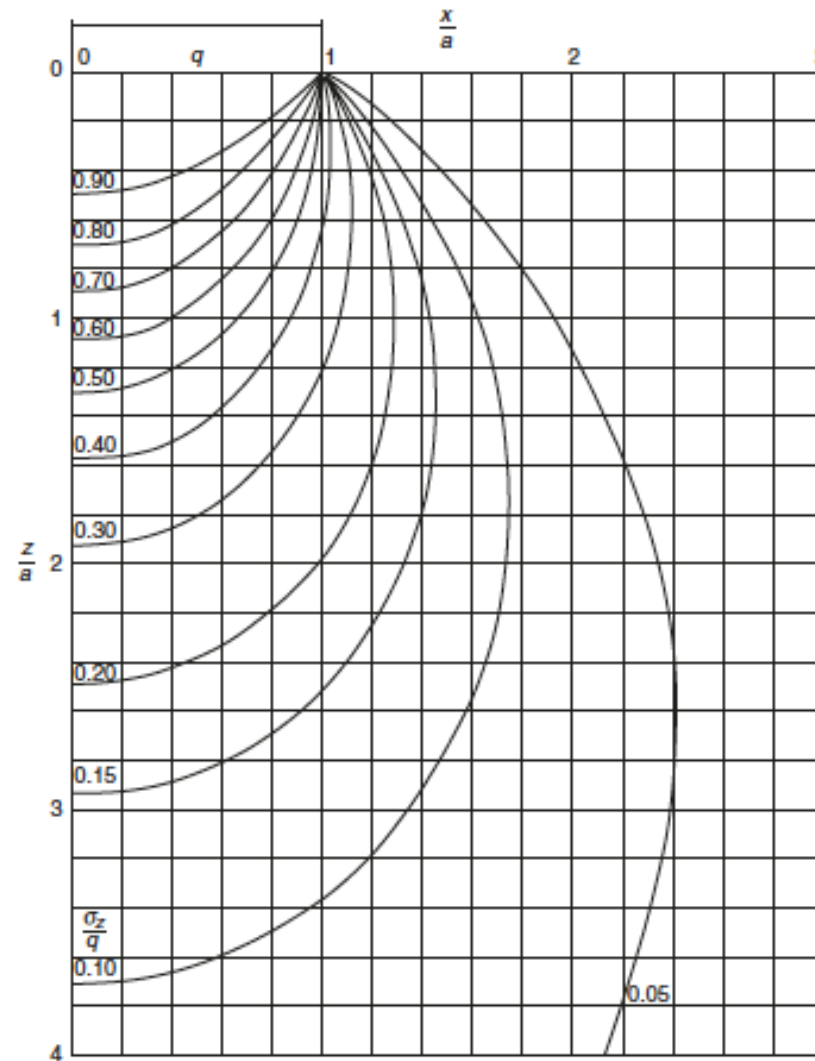
$$\sigma_{zz} = q \left(1 - \frac{z^3}{(b^2 + z^2)^{3/2}} \right)$$

Déplacement de la fondation (**en $r=0$**)

$$u_z = 2(1 - \nu^2) \frac{qb}{E}$$

Iso-contour des contraintes

Fondation
circulaire



From Lancellotta

Fondation rectangulaire

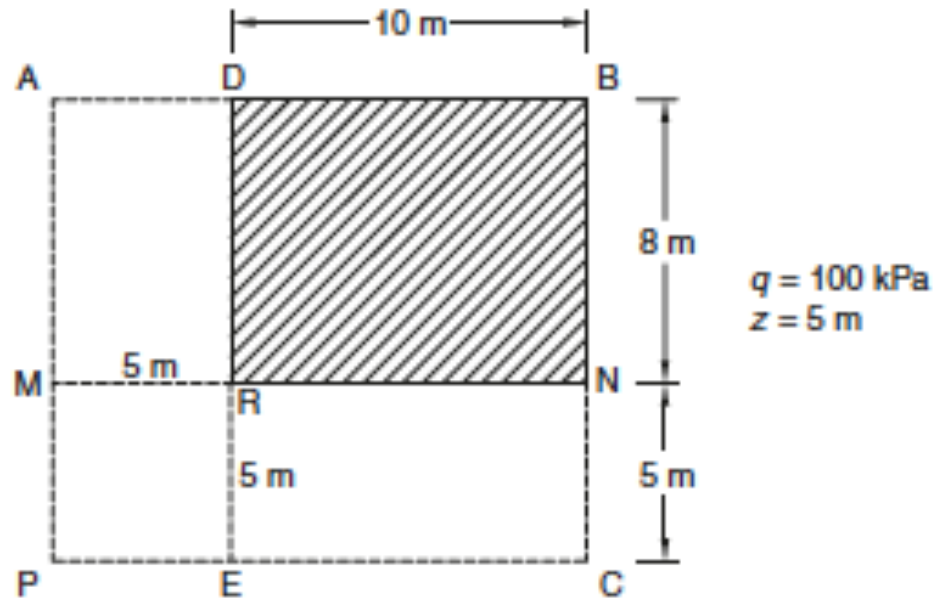
Contrainte induite à une profondeur z à l'aplomb d'un des coin de la fondation rectangulaire

$$\sigma_{zz} = q \times J(b, L, z)$$

$$J(b, L, z) = \frac{1}{2\pi} \left(\arctan \left(\frac{bL}{Rz} \right) + \frac{bLz}{R} \left(\frac{1}{b^2 + z^2} + \frac{1}{L^2 + z^2} \right) \right)$$

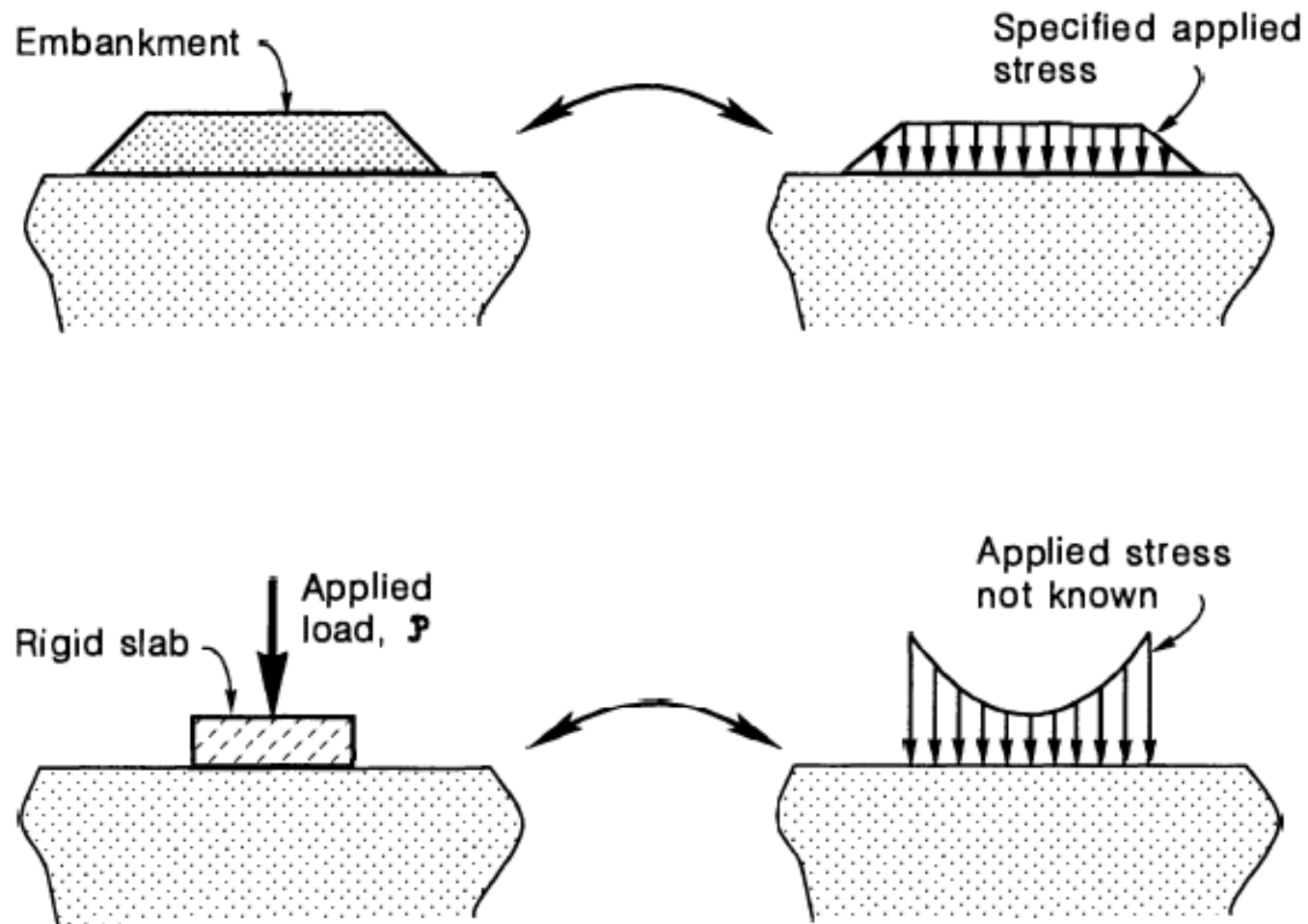
$$R^2 = b^2 + L^2 + z^2$$

Superposition - Example

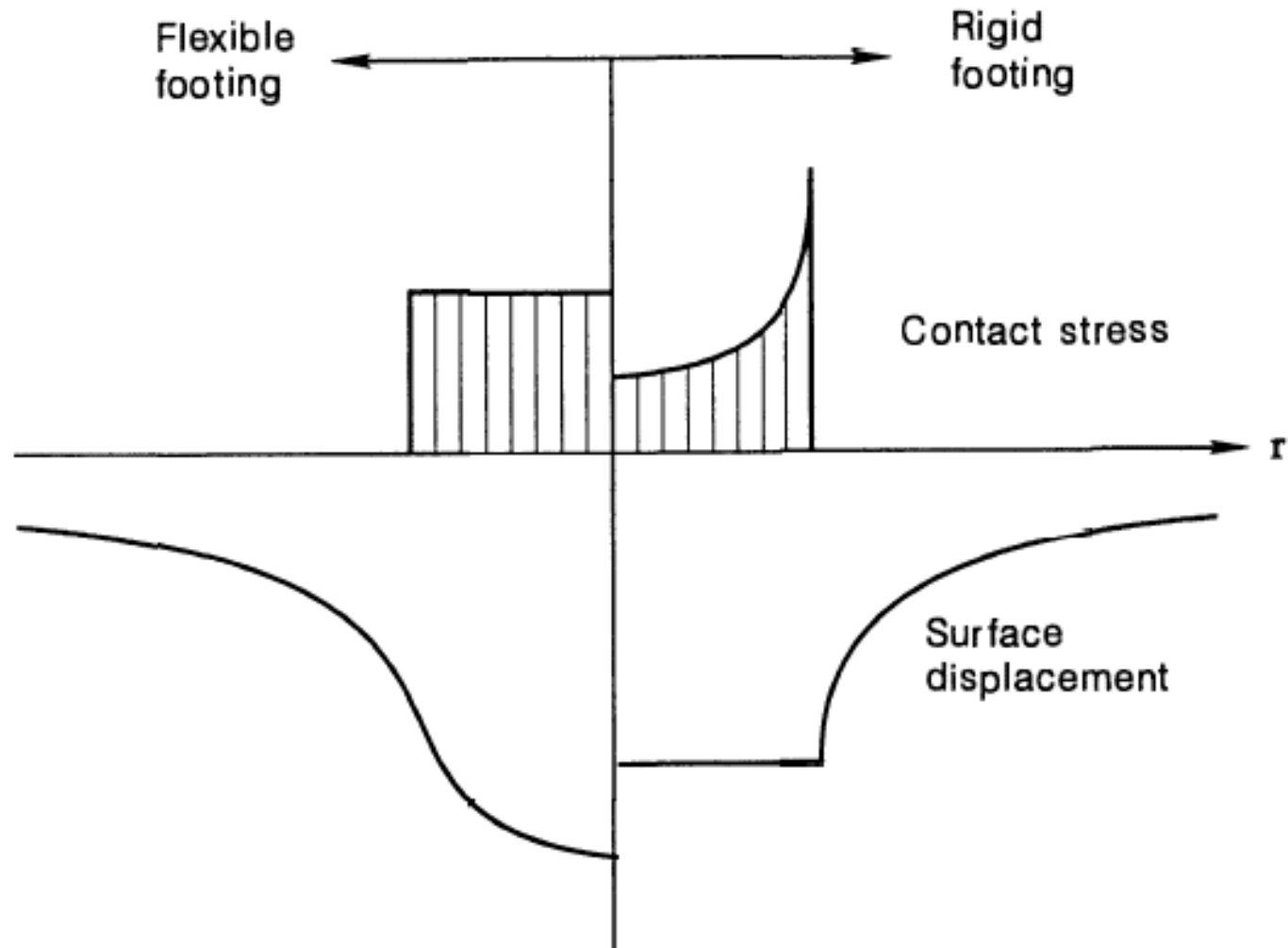


Calculer la contrainte verticale induite sous le point P
à 5 mètres de profondeur

Fondation souple / rigide



Fondation souple / rigide



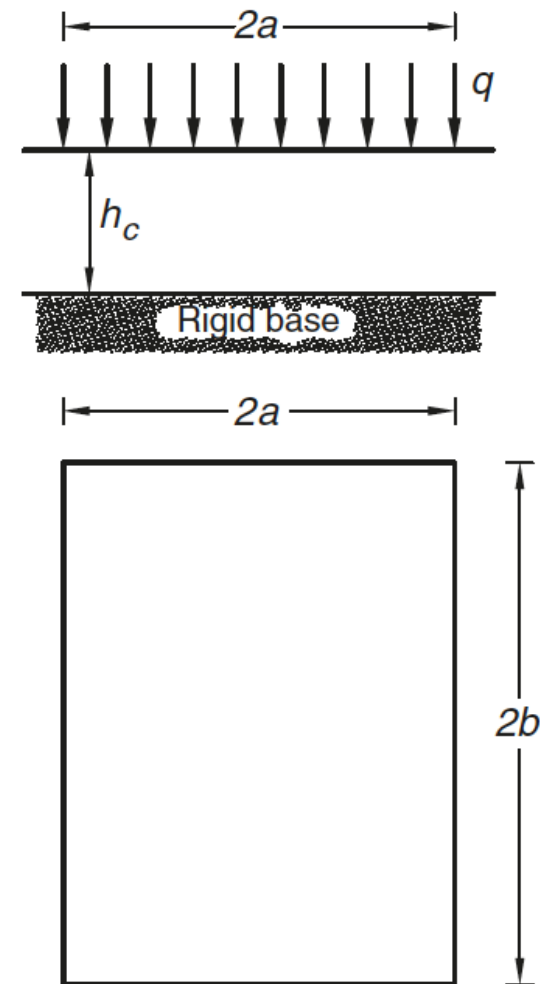
Fondation souple – couche rigide en $z=h_c$

Formule d'un déplacement élastique

$$w = \frac{2aq}{E} (1 - \nu^2) I_F$$

D'après Lancellota

$\frac{h_c}{a}$	Coefficient of influence I_F				
	Circle	$b/a = 1$	2	5	10
0.20	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
0.50	0.22	0.21	0.21	0.21	0.21
1.00	0.45	0.44	0.43	0.43	0.43
2.00	0.68	0.72	0.78	0.78	0.78
3.00	0.78	0.84	0.99	1.02	1.02
5.00	0.87	0.95	0.19	1.34	1.34
10.00	0.93	1.04	1.36	1.69	1.77
∞	1.00	1.12	1.52	2.10	2.53



Fondation rigide – couche rigide en $z=h_c$

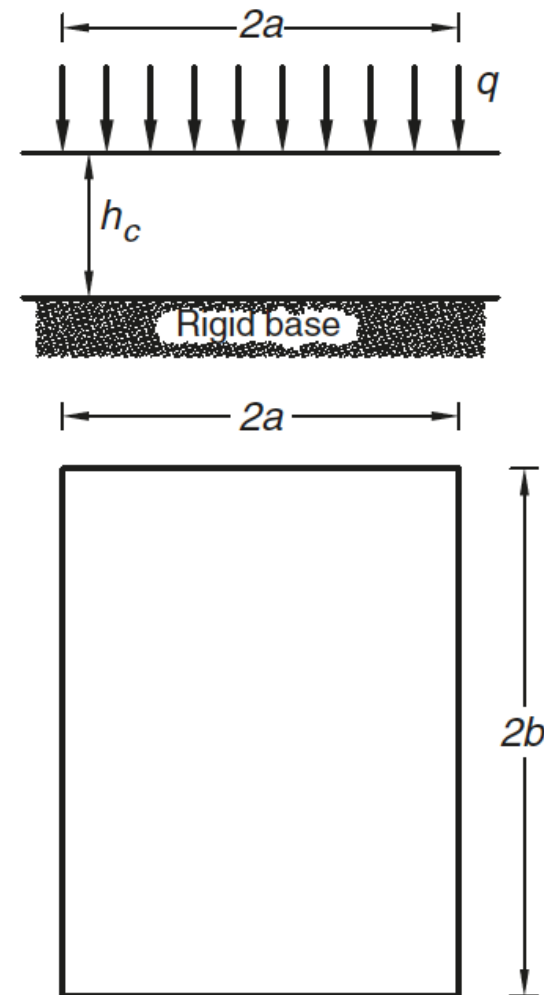
Formule d'un déplacement élastique

$$w = \frac{2aq}{E} (1 - \nu^2) I_R$$

?

D'après Lancellota

$\frac{h_c}{a}$	Coefficient of influence I_R				
	Circle	$b/a = 1$	2	5	10
0.20	0.096	0.096	0.098	0.099	0.099
0.50	0.225	0.226	0.231	0.236	0.238
1.00	0.396	0.403	0.427	0.441	0.446
2.00	0.578	0.609	0.698	0.748	0.764
3.00	0.661	0.711	0.856	0.952	0.982
5.00	0.740	0.800	1.010	1.201	1.256
10.00	0.818	0.873	1.155	1.475	1.619
∞	0.849	0.946	1.300	1.826	2.246



1D (oedométrique) vs 3D

- Largeur de l'ouvrage par rapport à l'épaisseur des couches compressibles
- Des corrections empiriques existent (Skempton etc.)

Estimation du tassement final

- Calcul drainé / long-terme (cas sans fluage)
- Le sol est multi-couches !
- Approximation « classique »:
 - On calcule les contraintes induites en utilisant les solutions élastiques
 - A l'aplomb de la fondation, on prend la moyenne de la contrainte verticale calculée et on utilise l'équation de compression logarithmique (Terzaghi ;))
(ou un module élastique tangent) pour estimer le tassement de la couche correspondante
 - On somme le tassement de chaque couches pour estimer le tassement final (drainée) total
- Si besoin, on raffine:
 - Calculs vraiment multi-couches:
 - via FEM, solution semi-analytique (FFT) etc.
- ATTENTION:
 - Faux si il y a de très fort contrastes de modules (Stiff / Soft / Stiff)
 - Faux (mais pas trop) car sous la fondation en profondeur les déformations ne sont pas nulles (-> 3D FEM)
 - Pas trop faux si la fondation est “large”

Résumé

- Tassements: instantannés, consolidation primaire (dissipation des pressions de pores), consolidation secondaire (fluage)
 - Importance respective depend du type de sol
- Temps caractéristique de la consolidation primaire:
 - Dépend de la diffusivité hydraulique du sol & de la longueur de drainage (au carré)
- Les sols ont un comportement non-linéaire
 - Loi de compression logarithmique – fort effet du degré de pre-consolidation, irréversibilité charge/décharge - Module tangent en σ'
- Les solutions élastiques pour le demi-espace donnent une assez bonne estimation des contraintes induites par des charges en surface
 - Connaissant ces sur-contraintes, on peut estimer la deformation verticale et ensuite les tassements (approximation dans les cas multi-couches)