Semaine 3
Coefficients de poussée et de butée d'un sol sur une paroi

1 Description du problème

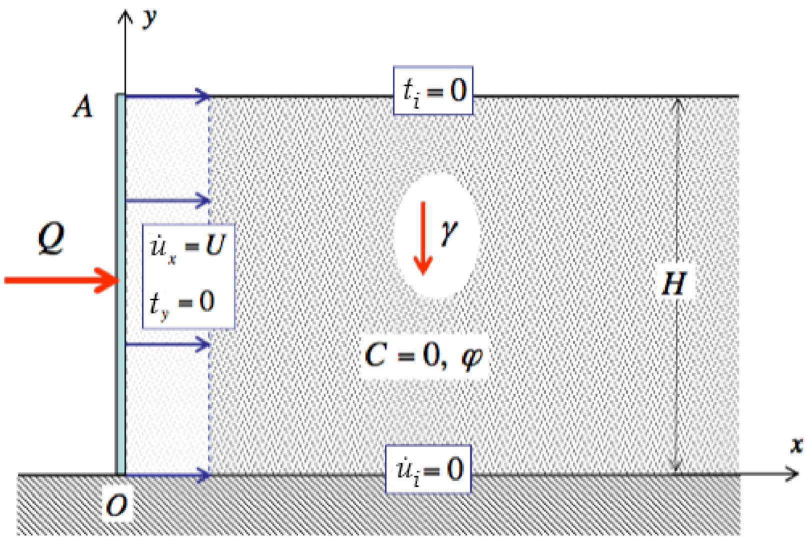

Figure 1: Description du problème. Le substratum est rigide, seul le sol entre 0 et H peut se rompre.

Un massif de sol de hauteur H reposant sur un substratum horizontal est en contact avec un écran de soutènement vertical OA astreint à un mouvement de translation de vitesse horizontale égale à U. Le sol est supposé être purement frottant (sable sec), sa résistance étant modélisée par un critère de Coulomb de cohésion nulle ($c = 0$) et d'angle de frottement interne égal à ϕ. On désigne par γ le poids volumique du sol. Le problème étant traité en déformations planes dans le plan Oxy, les conditions aux limites sont les suivantes :

plan inférieur du massif en contact parfaitement adhérent avec le substratum :

$$\dot{u}_i(x > 0,\ y = 0) = 0 \tag{1}$$

plan supérieur du massif libre d'efforts:

$$t_i(x > 0,\ y = H) = 0 \tag{2}$$

sol en contact lisse avec l'écran de soutènement :

$$\dot{u}_x(x = 0,\ 0 \leq y \leq H) = U\ ,\ \ t_y(x = 0,\ 0 \leq y \leq H) = 0 \tag{3}$$

Paramètres de chargement du système

Etant donné un champ de vitesse virtuel $\dot{u}_i$ cinématiquement admissible quelconque, c'est-à- dire vérifiant les données aux limites en vitesse ci-dessus, la puissance des efforts extérieurs dans un tel champ s'écrit de façon générale :

$$P_e(\dot{u}) = \int_\Omega \gamma \dot{u}_i d\Omega + \int_{\partial\Omega} t_i \dot{u}_i da \tag{4}$$

soit dans le cas présent, en raisonnant par unité de longueur dans la direction transversale Oz :

$$P_e(\dot{u}) = -\gamma \int_\Omega \dot{u}_y d\Omega + \dot{u}_x \underbrace{\int \sigma_{xx} dy}_{Q} \tag{5}$$

en prenant en compte que le poids s'applique verticalement uniquement et où Q représente la projection horizontale de la résultante des efforts exercés par la paroi de soutènement sur le massif de sol ($Q = \int_{OA} \sigma_{xx} dy$). L'équation 5 met donc en évidence un mode de chargement à deux paramètres (Q, γ). On se propose de déterminer par la théorie du calcul à la rupture le domaine K des chargements potentiellement supportables.

1. Approche statique par l'intérieur
   Pour un champ de contraintes uniforme à droite de l'écran, déterminez une borne de la force résultante horizontale de rupture sur l'écran. Considérez les deux cas $\sigma_{xx} < \sigma_{yy}$ et $\sigma_{yy} < \sigma_{xx}$ indépendamment pour obtenir une estimation du domaine des chargements possibles.

2. Approche cinématique par l'extérieur
   En postulant un mécanisme de type "coin de Coulomb" (surface de glissement droite à partir du bas de l'écran accomodant toute la déformation plastique), trouver la force horizontale de rupture de l'écran (dépendant du mouvement de l'écran, donc 2 cas à considérer) et l'angle de la surface de rupture associée.