Exercice #10
Fouille à talus

1 Fouille à talus

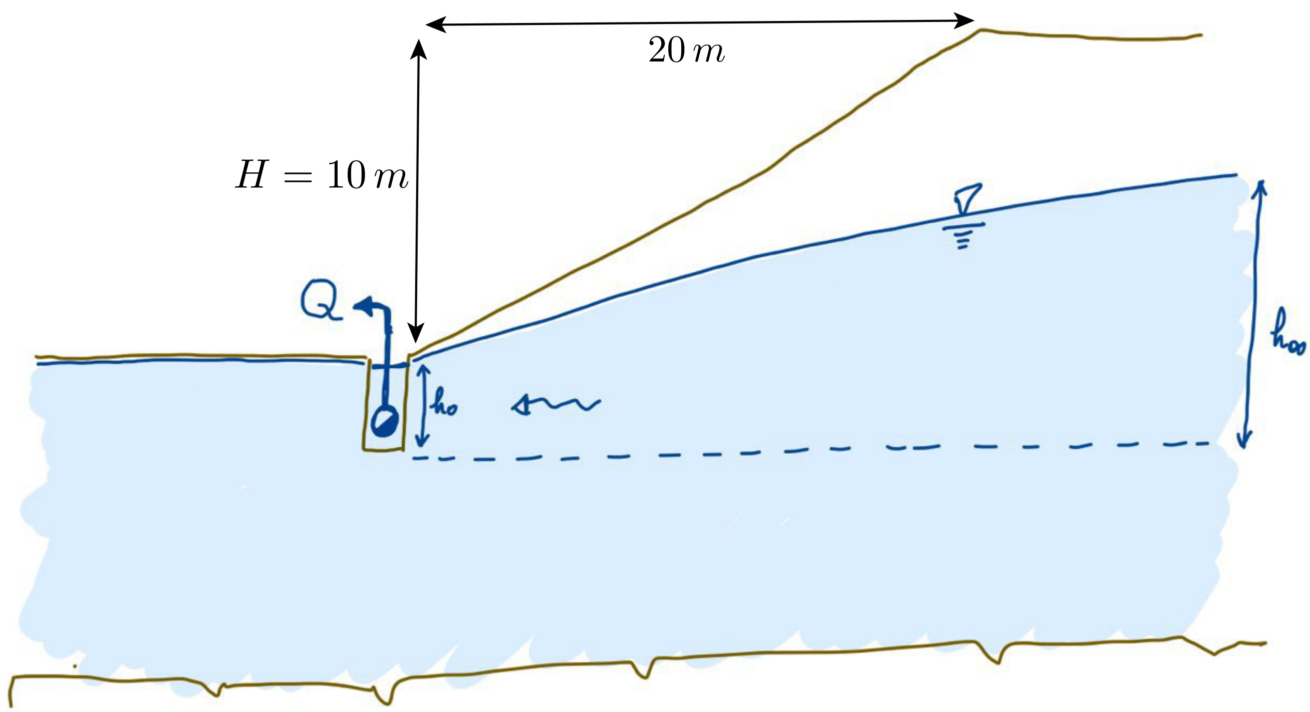


Figure 1: Fouille à talus - géométrie & système de pompage en pied.

On considère une fouille à talus (cf. figure 1) suffisament longue pour se ramener à des calculs plan (2D). L'excavation fait $H = 10$ mètres de profondeur sur une longueur de 20 mètres. Les caractéristiques du sol sont donnés dans le tableau 1.

γ	21.3kN/m^3
c_u	38kPa
c'	21kPa
ϕ'	20°
k	10^{-7}m/s

Table 1: Paramètres géotechniques du sol.

1.1 Rabatement de la nappe

On s'intéresse tout d'abord au rabattement de la nappe. Vue la géométrie de la fouille, on fera un calcul 1D (et non en coordonnées polaires !) pour déterminer le débit à pomper en pied de talus afin de rabattre la nappe à la surface de la fouille. La différence entre le fond de la fouille et le niveau de l'eau d'origine est de 8.12 mètres. Pour ce faire, un système de pompage sera construit à l'aide de puits d'une hauteur de 1 mètre. (c.f. figure 1). On fera l'hypothèse que l'influence du pompage devient nulle à une distance x_∞ de 60 mètres depuis le pied du talus (c.f. figure 1).

1. Pour une nappe libre en partant de l'expression générale de la charge hydraulique et en suivant les hypothèses de Dupuit (écoulement horizontal), obtenir la relation entre le débit et la perte de charge selon x
2. Calculer le débit à pomper (par mètre linéaire)
3. Calculer la répartition de la charge hydraulique selon x. Calculer notamment la charge hydraulique en pied de la fouille, à l'aplomb du sommet du talus, et à mi-chemin entre les deux.

1.2 Stabilité à court terme

Estimer la stabilité du talus à court terme.

1.3 Stabilité à long terme - abaques de Kérisel

On se propose dans un premier temps d'estimer le facteur de sécurité globale à long terme en utilisant les abaques de Kérisel (voir en Annexe).

1. Tout d'abord quel est l'angle λ de la nappe (par rapport à l'horizontale) compatible avec l'hypothèse d'un écoulement non-confiné de type Dupuit ?
2. Estimez à partir des abaques le facteur de sécurité en prenant soit $\lambda = 0$, soit $\lambda = 3/5\beta$

1.4 Stabilité par la méthode des tranches

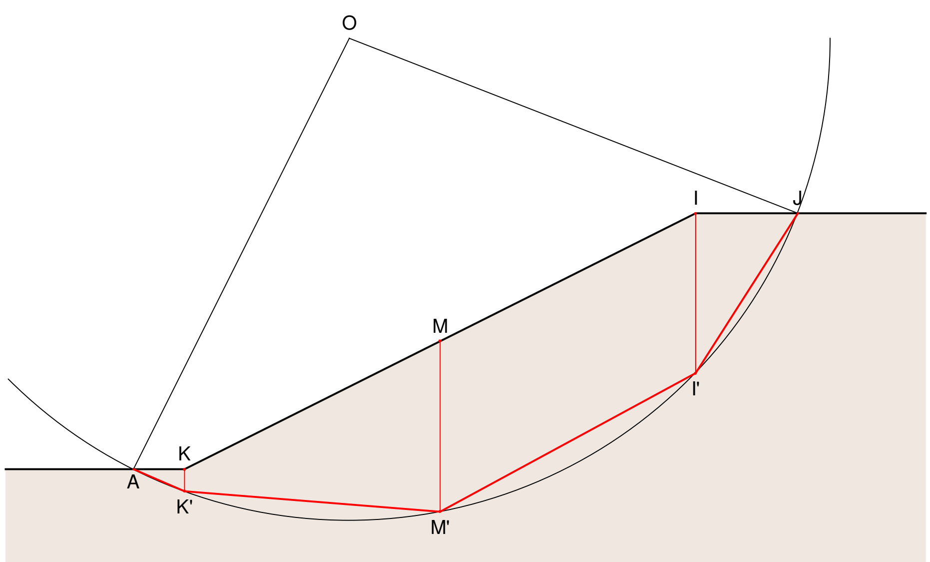


Figure 2: Calcul de stabilité à long terme - par la méthode des tranches.

On se propose de faire un calcul de stabilité par la méthode des tranches (méthode simplifiée de Fellenius - faisable à la main). On donne la géométrie de la surface de rupture en figure 2. On prendra en compte la surface de la nappe phréatique calculée préalablement.
Le plus simple est de faire un tableau (1 ligne par tranche) et de calculer le poids de la tranche, l'inclinaison de la surface de rupture de chaque tranches, les efforts normal et de cisaillement le long de la surface de rupture ainsi que la pression d'eau au mileu du segment de rupture. En adoptant un système de coordonnées cartésiennes avec centre au point A de la figure 2, le tableau suivant, 2, montre les coordonnées des différents points décrivant la géométrie des tranches. Noter bien que l'axe x peut être différent de celui utilisé pour le rabattemet de la nappe.

Point	x [m]	y [m]
A	0.000	0.000
K	2.000	0.000
M	12.000	5.000
I	22.000	10.000
K '	2.000	-0.863
M '	12.000	-1.662
I '	22.000	3.754
J	26.000	10.000

Table 2: Coordonnées des points de la Fig. 2.

2 Radial Dupuit

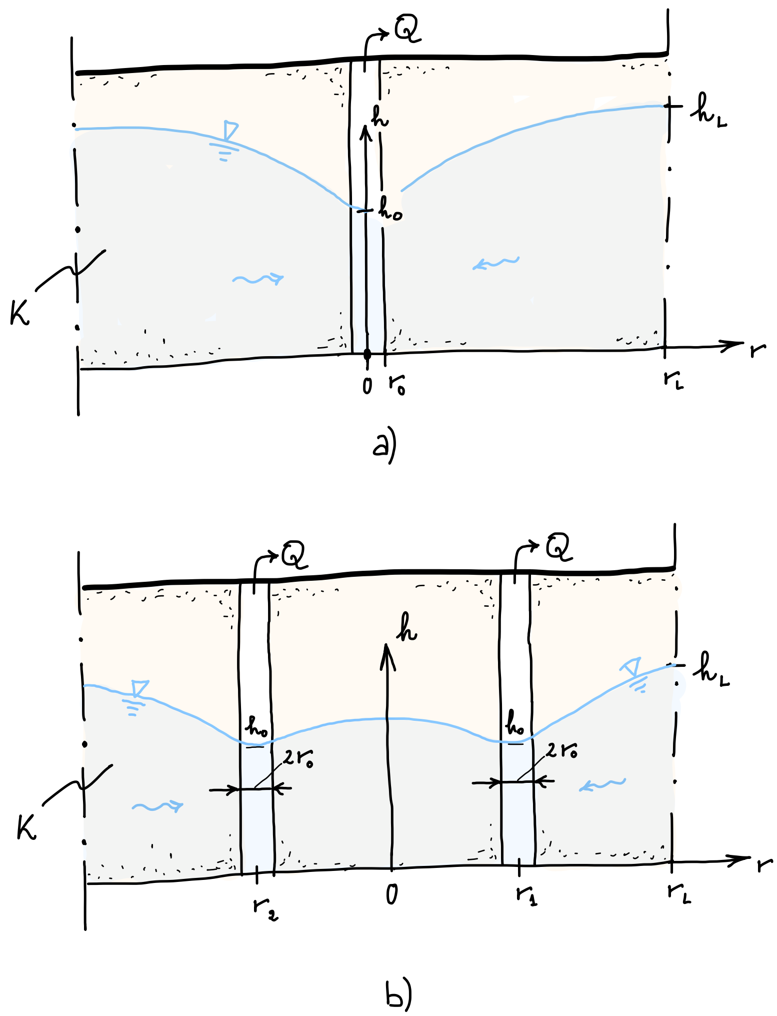


Figure 3: a) Puits de rayon R_0 et un débit d'extraction Q. Au rayon r_L, la hauteur de la nappe phréatique est h_L. b) Un couple de puits, chacun de diamètre $2r_0$, prélevant chaqu'un un débit Q. A un rayon r_L, la hauteur de la nappe phréatique est h_L.

On vous presente ci-après la dérivation de la formule de Dupuit qui donne l'évolution de la surface libre de la nappe phréatique suite au prélèvement d'un débit Q.

$$Q_r\left(r,\theta\right) = q_r\left(r\right) h\left(r\right)$$

Avec les hypothèses de Dupuit:

$$q_r\left(r\right) = -K\frac{\mathrm{d}h\left(r\right)}{\mathrm{d}r}$$

avec K :=conductivité hydraulique;
Donc:

$$Q_r\left(r,\theta\right) = -K\frac{\mathrm{d}h\left(r\right)}{\mathrm{d}r}h\left(r\right)$$

$$Q\left(r\right) = \int_0^{2\pi} Q_r\left(r,\theta\right)\mathrm{r}\mathrm{d}\theta = -2\pi K r\frac{\mathrm{d}h\left(r\right)}{\mathrm{d}r}h\left(r\right)$$

Considérant que le débit le long du mouvement de filtration reste constant, on a :

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}r} = 0 \Leftrightarrow -2\pi K \left[\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}r} h + r \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(\frac{\mathrm{d}h\,(r)}{\mathrm{d}r} h\,(r) \right) \right] = 0$$

$$-\pi K \left[\frac{\mathrm{d}h^2}{\mathrm{d}r} + \frac{\mathrm{d}^2 h^2}{\mathrm{d}r^2} r \right] = 0$$

Ainsi, l'équation différentielle pour déterminer la position de la nappe phréatique est:

$$\frac{1}{r} \frac{\mathrm{d}h^2}{\mathrm{d}r} + \frac{\mathrm{d}^2 h^2}{\mathrm{d}r^2} = 0$$

nous faisons le changement de variable suivant: $h^2 = \chi$

$$\frac{1}{r} \frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}r} + \frac{\mathrm{d}^2 \chi}{\mathrm{d}r^2} = 0$$

suivit d'un deuxième changement de variable: $\frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}r} = \xi$

$$-\frac{1}{r} = \frac{1}{\xi} \frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}r}$$

En intégrant les deux membres de l'équation précédente, on obtient (avec une constante d'intégration c):

$$c - \ln(r) = \ln[\xi(r)]$$

$$\mathrm{e}^c / r = \xi(r) = \frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}r}$$

$$c_1 / r = \frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}r} \Rightarrow \chi(r) = c_1 \ln(r) + c_2$$

1. Calculez les constantes d'intégration c_1 et c_2 en imposant les conditions aux limites (Figure 3 a):

$$\begin{cases} h(r_0) = h_0 \\ h(r_L) = h_L \end{cases}$$

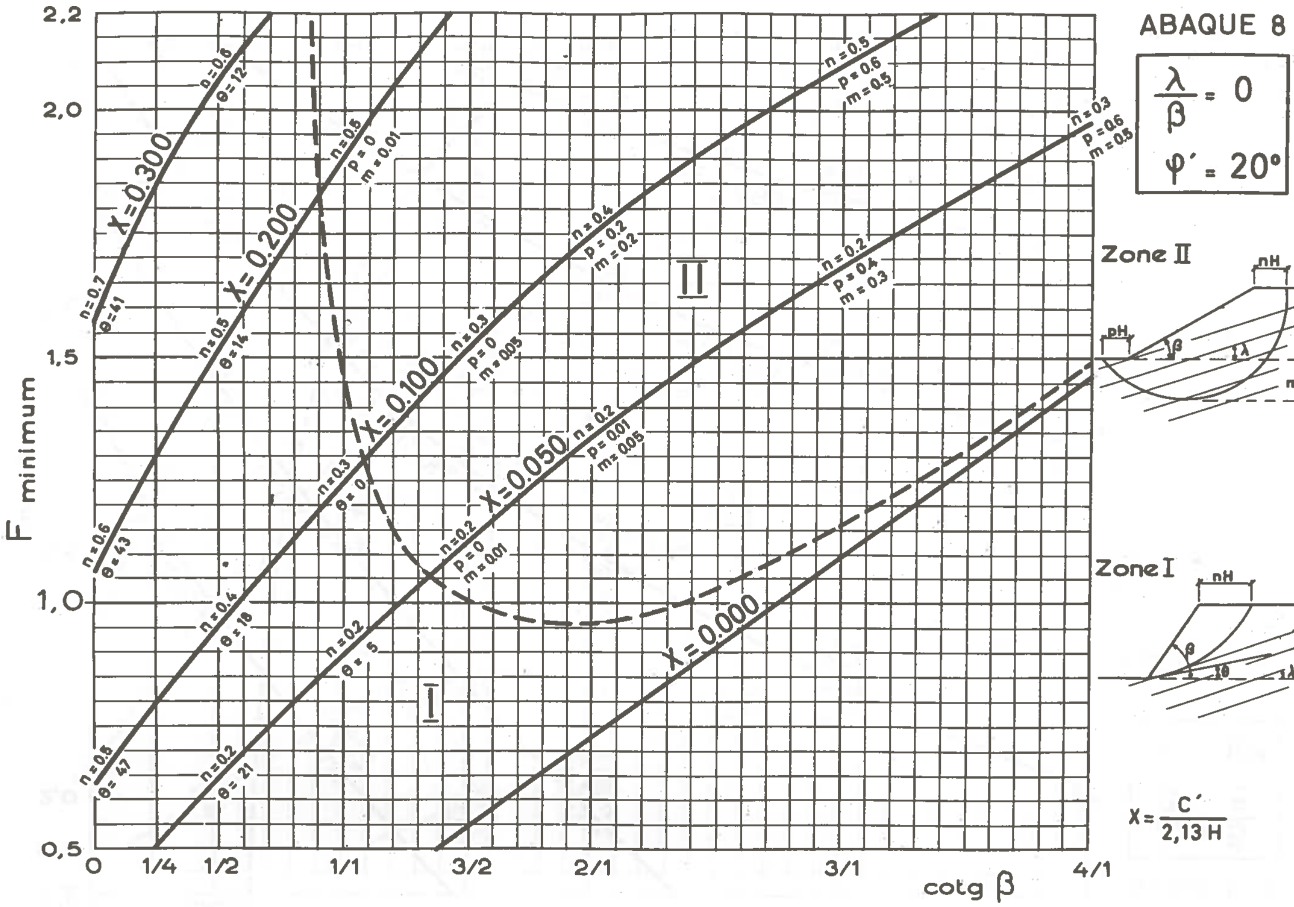
2. Exprimer les constantes d'intégration c_1 et c_2 en fonction du débit Q et h_0.

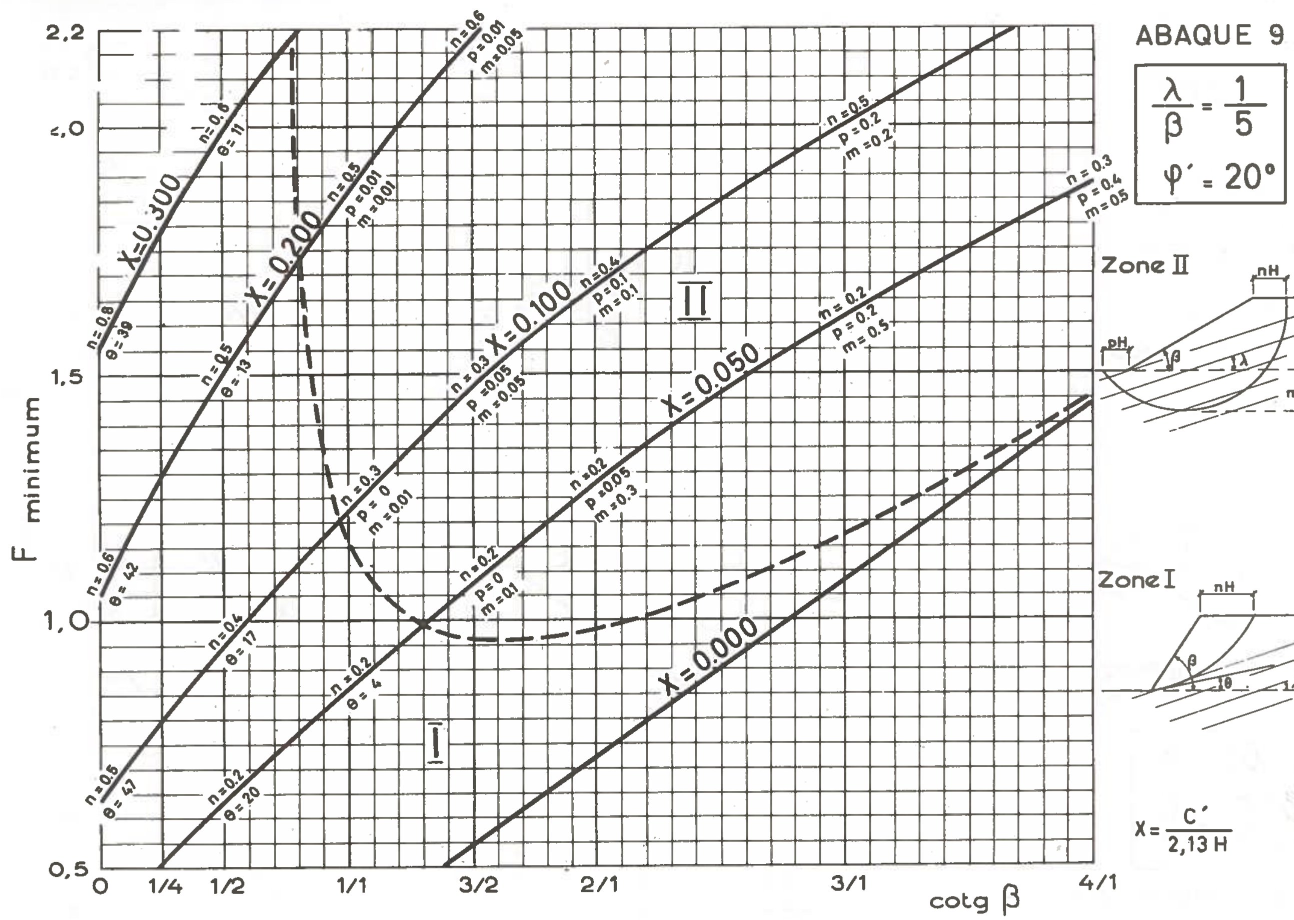
3. Parmi les équations différentielles écrites ci-dessus, rapportez celle du second ordre et linéaire.

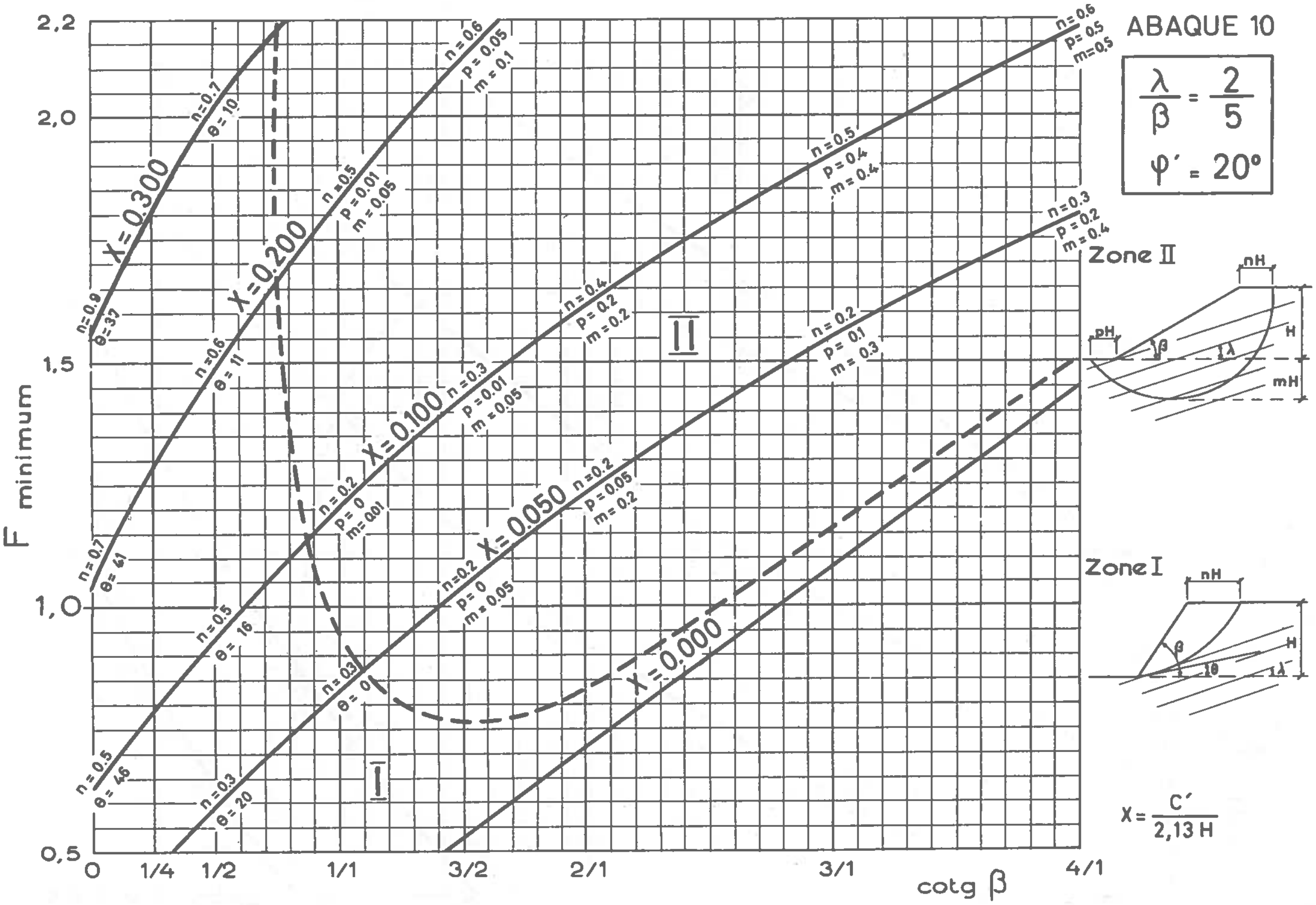
4. Utilisez le principe de superposition des effets (c'est valable pour les équations différentielles linéaires!) pour obtenir la hauteur de la nappe phréatique au point $r = 0$ de la Figure 3 b). Utilisez les constants obtenues à la question 2. en fonction du débit Q et h_o.

Utiliser $r_1 = r_2$.

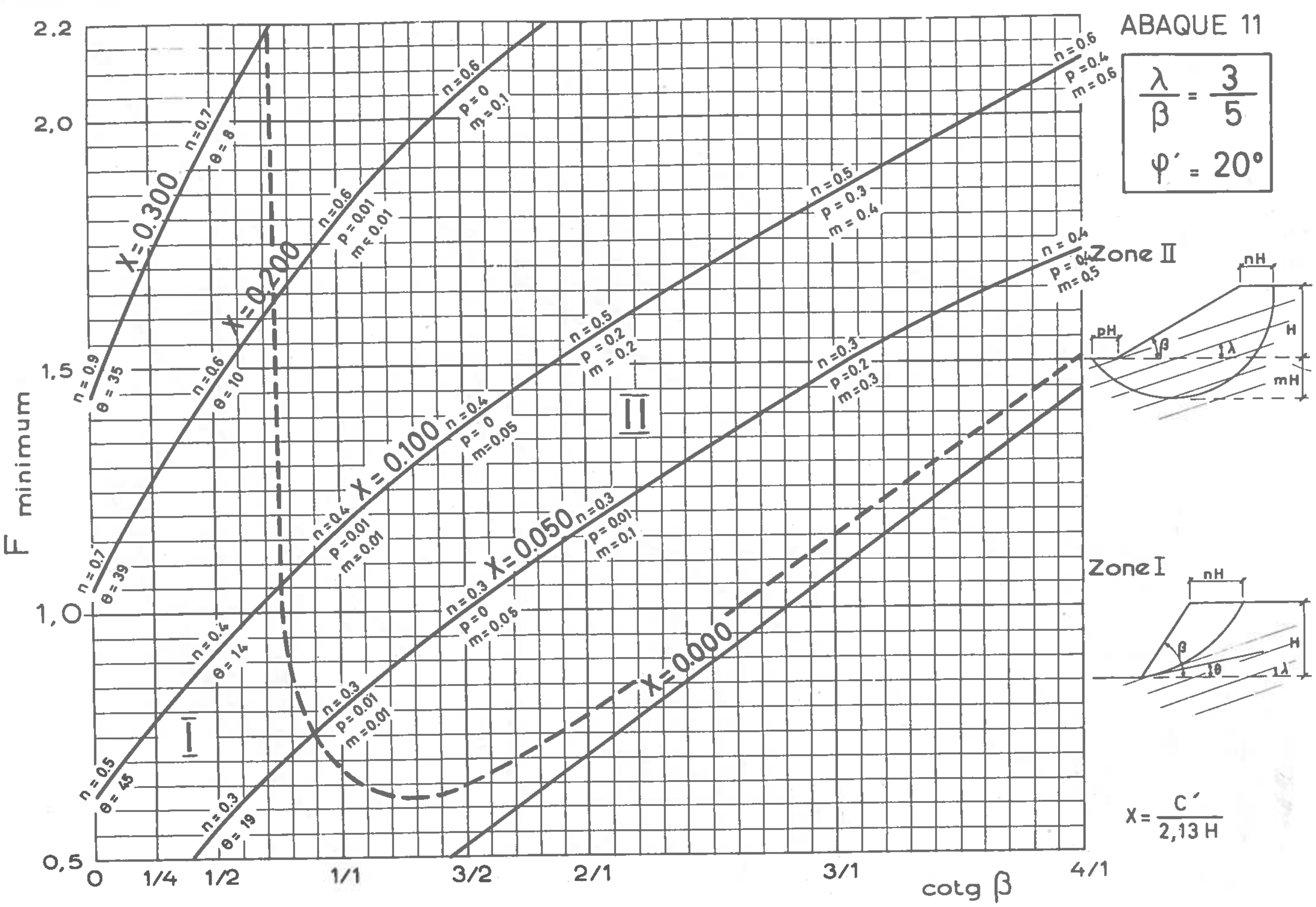
Annexes


ABAQUE 8
λ/β = 0
φ' = 20°
F minimum
cotg β
0
1/4
1/2
1/1
3/2
2/1
3/1
4/1
0,5
1,0
1,5
2,0
2,2
X=0.300
X=0.200
X=0.100
X=0.050
X=0.000
I
II
Zone II
Zone I
nH
pH
mH
H
β
λ
θ
X = C' / 2,13 H

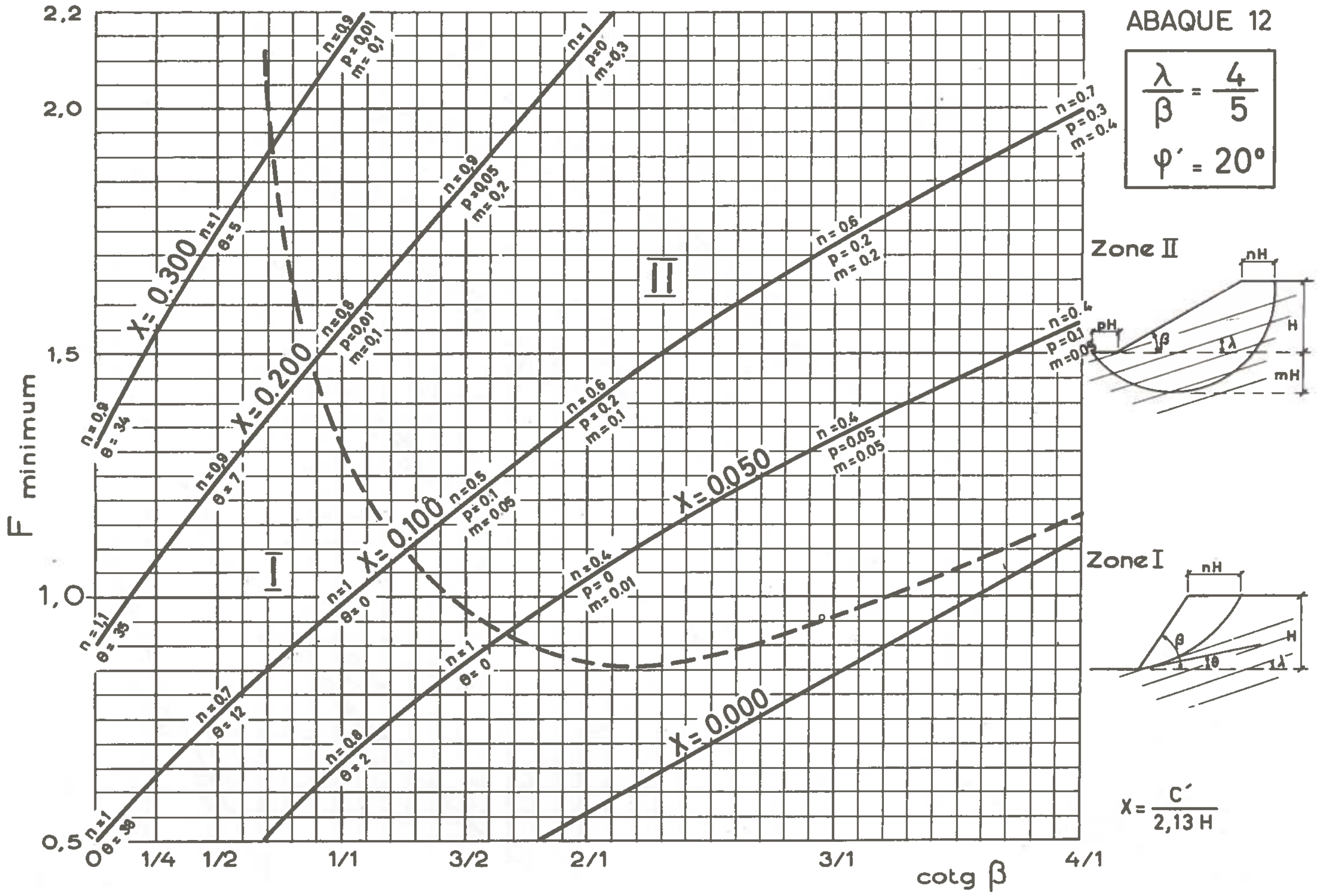

ABAQUE 9
λ/β = 1/5
φ' = 20°
F minimum
cotg β
0
1/4
1/2
1/1
3/2
2/1
3/1
4/1
0,5
1,0
1,5
2,0
2,2
X=0.300
X=0.200
X=0.100
X=0.050
X=0.000
I
II
Zone II
Zone I
nH
pH
mH
H
β
λ
θ
X = C' / 2,13 H

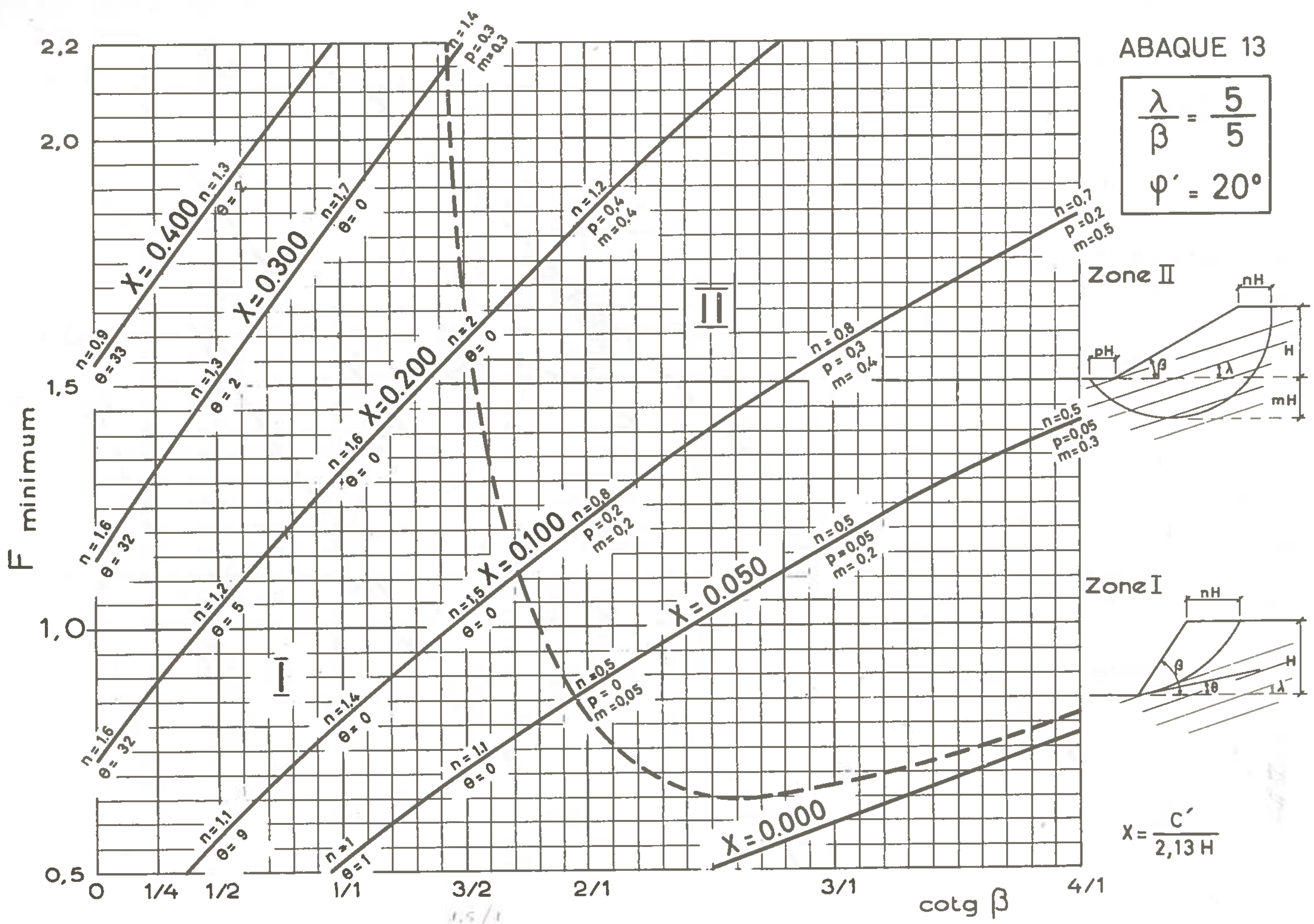


ABAQUE 10
λ/β = 2/5
φ' = 20°
Zone II
Zone I
X = C' / 2,13 H
F minimum
cotg β
X=0.300
X=0.200
X=0.100
X=0.050
X=0.000
I
II



ABAQUE 11
λ/β = 3/5
φ' = 20°
Zone II
Zone I
X = C' / 2,13 H
F minimum
cotg β
X=0.300
X=0.200
X=0.100
X=0.050
X=0.000
I
II


ABAQUE 12
$\frac{\lambda}{\beta} = \frac{4}{5}$
$\varphi' = 20°$
F minimum
cotg β
Zone II
Zone I
$X = \frac{C'}{2,13\,H}$
X = 0.300
X = 0.200
X = 0.100
X = 0.050
X = 0.000
I
II


ABAQUE 13
$\frac{\lambda}{\beta} = \frac{5}{5}$
$\varphi' = 20°$
F minimum
cotg β
Zone II
Zone I
$X = \frac{C'}{2,13\,H}$
X = 0.400
X = 0.300
X = 0.200
X = 0.100
X = 0.050
X = 0.000
I
II