

$$l_{cr} = 2.7 \cdot 60.0 \text{ mm} (1 - 0) \sqrt{\frac{210\,000 \text{ N/mm}^2}{235 \text{ N/mm}^2}} = 4840 \text{ mm}$$

La condition (6.19) n'est donc pas satisfaite, puisque l'on a $l_D = 6000 \text{ mm} > l_{cr} = 4840 \text{ mm}$. Le déversement du montant n'est donc pas empêché.

- Vérification de la stabilité

Comme le flambage hors plan et le déversement ne sont pas empêchés, la vérification de la stabilité du montant est à faire soit avec la formule (6.22a), soit avec la formule d'interaction donnée dans la SIA 263, chiffre 5.1.7. Prenons le cas général; pour pouvoir appliquer la formule d'interaction (6.22a), il est cependant encore nécessaire d'établir les valeurs suivantes:

$$N_{cry} = \frac{\pi^2 EI_y}{l_{Ky}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \text{ kN / mm}^2 \cdot 77.6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{(5400 \text{ mm})^2} = 5520 \text{ kN}$$

$$\omega_y = 0.6 + 0.4 \frac{M_{y,Ed,min}}{M_{y,Ed,max}} = 0.6 + 0 = 0.6 \geq 0.4$$

142 II

$M_{D,Rd,min} = 145 \text{ kNm}$ (calculé selon SIA 263, § 4.5.2) avec $l_D = 6000 \text{ mm}$ et $\eta = 1$ (diagramme des moments constant)

157 I

$M_{D,Rd}(\eta) = 148 \text{ kNm}$ selon l'exemple 11.5 pour $\eta = 1.75$ (correspond au diagramme réel des moments) La vérification de la stabilité avec la formule d'interaction (6.22a) montre que le profilé HEA 240 est suffisant:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Kz,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cry}}} \frac{\omega_y M_{y,Ed,max}}{M_{D,Rd,\text{min}}} = \frac{135}{865} + \frac{1}{1 - \frac{135}{5520}} \frac{0.6 \cdot 145}{107} = 0.16 + 0.83 = 0.99 \leq 1.0$$

$M_{y,Ed,max} = 145 \text{ kNm} \leq M_{D,Rd}(\eta) = 148 \text{ kNm}$. Le profilé HEA 240 est suffisant.
Si l'on veut vérifier la stabilité du montant selon le chiffre 5.1.7.2 de la SIA 263, formule (52), il faut encore établir, pour un moment selon l'axe z nul, la valeur de $M_{y,red,Rd}$:

$$\left(\frac{\omega_y M_{y,Ed}}{M_{y,red,Rd}} \right)^\beta \leq 1.0$$

pour un calcul conservateur, on prendra $\beta = 1$, ainsi selon (6.24), cas d'une flexion selon un axe:

$$M_{y,red,Rd} = M_{D,Rd,\text{min}} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Kz,Rd}} \right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} \right)$$

avec $M_{y,red,Rd} \leq \omega_y \cdot M_{D,Rd}(\eta)$

$$M_{y,red,Rd} = 107 \text{ kNm} \left(1 - \frac{135 \text{ kN}}{865 \text{ kN}} \right) \left(1 - \frac{135 \text{ kN}}{5520 \text{ kN}} \right) = 88.4 \text{ kNm} \quad 129.3$$

$$M_{y,red,Rd} \leq \omega_y M_{D,Rd}(\eta) = 0.6 \cdot 148 \text{ kNm} = 89 \text{ kNm} \quad 94.2$$

$$\text{d'où } M_{y,red,Rd} = 88.4 \text{ kNm} \quad 157 \\ \text{donc} \quad 94.2$$

$$\left(\frac{\omega_y M_{y,Ed}}{M_{y,red,Rd}} \right)^\beta = \left(\frac{0.6 \cdot 145 \text{ kNm}}{88.4 \text{ kNm}} \right)^1 = 0.99 \leq 1.0$$

Le profilé HEA 240 est suffisant. Cette vérification est plus défavorable, en partie à cause de $\beta = 1$.

Résistance en section

Il est nécessaire de vérifier la résistance en section du montant en particulier lorsque le coefficient ω_y est inférieur à 1.0. Pour une interaction entre un effort normal et un moment de flexion selon l'axe y, la résistance en section est à vérifier avec (4.85a) et (4.83):

$$\sigma_{Dv} = \eta \frac{\pi}{l_D W_{y,el}} \sqrt{EI_z GK}$$

$$\sigma_{Dv} = 1.13 \frac{\pi}{5000 \cdot 252 \cdot 10^3} \sqrt{210 \cdot 10^3 \cdot 2.05 \cdot 10^6 \cdot 81 \cdot 10^3 \cdot 89.8 \cdot 10^3} = 158 \text{ N/mm}^2$$

Les tables SZS C4106 donnent comme valeur du rayon de giration i_D de la membrure comprimée:
 $i_D = 29 \text{ mm. } 106$

La composante non uniforme σ_{Dw} est obtenue à partir de (11.24):

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E}{(l_D / i_D)^2} = 1.13 \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2}{(5000 \text{ mm}/29 \text{ mm})^2} = 78.8 \text{ N/mm}^2$$

Avec les conditions aux limites aux appuis $v = v'' = 0$ et $\varphi = \varphi'' = 0$, on peut utiliser (11.15) pour déterminer la contrainte critique de déversement élastique $\sigma_{cr,D}$:

$$\sigma_{cr,D} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2} = \sqrt{(158 \text{ N/mm}^2)^2 + (78.8 \text{ N/mm}^2)^2} = 177 \text{ N/mm}^2$$

Le moment critique de déversement élastique M_{cr} s'obtient alors avec (11.13):

$$M_{cr,D} = \sigma_{cr,D} W_{y,el} = 177 \text{ N/mm}^2 \cdot 252 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 44.6 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 44.6 \text{ kNm}$$

Le coefficient d'élancement au déversement $\bar{\lambda}_D$ vaut:

$$\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{cr,D}}} = \sqrt{\frac{355 \text{ N/mm}^2 \cdot 286 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{44.6 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}} = 1.51$$

(A noter que la section appartenant à la classe 1, on a $W_y = W_{y,pl}$.)

On en déduit Φ_D :

$$\Phi_D = 0.5 [1 + \alpha_D (\bar{\lambda}_D - 0.2) + \bar{\lambda}_D^2] \text{ avec } \alpha_D = 0.21 \text{ pour un profilé laminé et il est sous-entendu que } \beta = 1$$

$$\text{d'où } \Phi_D = 0.5 [1 + 0.21 (1.51 - 0.2) + 1.51^2] = 1.78$$

$$\text{et } \chi_D = \frac{1}{\Phi_D + \sqrt{\Phi_D^2 - \bar{\lambda}_D^2}} = \frac{1}{1.78 + \sqrt{1.78^2 - 1.51^2}} = 0.368$$

$$\text{d'où } M_{D,Rd} = \chi_D \cdot W_{y,pl} \cdot f_y / \gamma_M = 0.368 \cdot 286 \cdot 10^3 \cdot 355 / 1.05 = 35.6 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 35.6 \text{ kNm} \quad 2 \rightarrow 36.4$$

Poutre bi-encastrée

Note: pour un moment cat, C4106 $M_{D,Rd} = 33 \text{ kNm}$

Dans le cas d'une poutre bi-encastrée avec une charge uniformément répartie, la procédure pour déterminer le moment de déversement $M_{D,Rd}$ est identique à celle utilisée ci-dessus pour la poutre simple, à la seule différence que le coefficient η est égal à $C_1 = 1.28$ (tab. 11.8). On obtient ainsi:

$$\sigma_{Dv} = \eta \frac{\pi}{l_D W_{y,el}} \sqrt{EI_z GK} \quad \text{peut être pris}$$

en déposant à la SIA 203 qui ne traite que les diag. de moments linéaires.

$$\sigma_{Dv} = 1.28 \frac{\pi}{5000 \cdot 252 \cdot 10^3} \sqrt{210 \cdot 10^3 \cdot 2.05 \cdot 10^6 \cdot 81 \cdot 10^3 \cdot 89.8 \cdot 10^3} = 179 \text{ N/mm}^2 \quad 360.8$$

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E i_D^2}{l_D^2} = 1.28 \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot (29 \text{ mm})^2}{(5000 \text{ mm})^2} = 89.2 \text{ N/mm}^2 \quad 179.8$$

$$\sigma_{cr,D} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2} = \sqrt{(179 \text{ N/mm}^2)^2 + (89.2 \text{ N/mm}^2)^2} = 200 \text{ N/mm}^2 \quad 403.1$$

$$M_{cr,D} = \sigma_{cr,D} W_{y,el} = 200 \text{ N/mm}^2 \cdot 252 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 504 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 504 \text{ kNm}$$

403.1

101.6

101.6

⚠ Pas correct,
selon SIA 203:

2013 $\zeta = 0.4$

10.2 3x

11 1.757

2x 10.377

44 -2,58

$$\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{crD}}} = \sqrt{\frac{355 \text{ N/mm}^2 \cdot 286 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{101.6 \cdot 50.4 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}} = 1.42 \quad 1.0$$

(A noter que la section appartenant à la classe 1, on a $W_y = W_{y,pl}$)

$$\Phi_D = 0.5[1 + \alpha_D(\bar{\lambda}_D - 0.2) + \bar{\lambda}_D^2] = 0.5[1 + 0.21(1.42 - 0.2) + 1.42^2] = 1.64 \quad 2 \times 1.0 \cdot 1.64$$

(avec $\alpha_D = 0.21$ car profilé laminé et $\beta = 1$ qui est sous-entendu)

$$\chi_D = \frac{1}{\Phi_0 + \sqrt{\Phi_D^2 - \bar{\lambda}_D^2}} = \frac{1}{1.64 + \sqrt{1.64^2 - 1.42^2}} = 0.408 \quad 0.702$$

$$\text{d'où } M_{D,Rd} = \chi_D \cdot W_{y,pl} \cdot f_y / \gamma_M = \frac{0.408 \cdot 286 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 355 \text{ N/mm}^2}{702} / 1.05 = 39.5 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 39.5 \text{ kNm} \quad 67.9 \quad 67.9$$

En comparant les résultats obtenus, on constate que le moment de déversement $M_{D,Rd}$ de la poutre bi-encastrée n'est supérieur à celui de la poutre simple ~~mais de 76%~~ de 32%. Cela confirme les conclusions des exemples 11.1 et 11.3, où il avait été montré que le moment de déversement $M_{D,Rd}$ est plus sensible à la présence d'appuis intermédiaires ~~que à une modification~~ des conditions d'appui. $M_{cr,D}$

Remarquons encore que ~~la~~ la résistance de la poutre (en l'occurrence le moment de déversement) n'est ~~que peu~~ différente selon le type de système statique, ~~mais également les~~ ce n'est pas le cas des sollicitations. Si l'on déterminait la valeur de calcul q_{Ed} de la charge q que ces deux poutres peuvent reprendre, en vérifiant la relation générale suivante:

$$M_{Ed} \leq M_{D,Rd}$$

avec $M_{Ed} = q_{Ed} l^2 / 8$ pour la poutre simple et $M_{Ed} = q_{Ed} l^2 / 12$ pour la poutre bi-encastrée, on obtiendrait respectivement $q_{Ed} = 11.6 \text{ kN/m}$ pour la poutre simple et $q_{Ed} = 19.0 \text{ kN/m}$ pour la poutre bi-encastrée, ce qui représente ~~tout de même~~ 67% de plus pour cette dernière. $32.6 \quad 28.0$

Exemple 11.5 Moment de déversement d'une poutre soumise à un moment de flexion

Soit une poutre simple constituée d'un HEA 240 en acier S 235 d'une portée de 6.00 m. Elle est sollicitée à l'une de ses extrémités par un moment de flexion M selon son axe fort (fig. 11.21).

Calculer le moment de déversement de cette poutre selon la méthode de la SIA 263 en admettant comme conditions aux limites aux appuis $v = v'' = 0$ et $\varphi = \varphi'' = 0$.

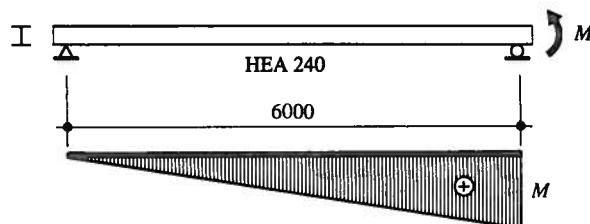


Fig. 11.21 Système statique et condition de chargement de la poutre.

Le moment de déversement $M_{D,Rd}$ peut être obtenu avec (11.28) à partir du moment critique de déversement élastique M_{crD} . La section d'un profilé laminé soumis à la torsion résiste simultanément en torsion uniforme et non uniforme, soit en torsion mixte. Les deux composantes σ_{Dv} et σ_{Dw} doivent ainsi être déterminées. La composante uniforme σ_{Dv} est obtenue à partir de (11.16), avec un coefficient $\eta = 1.75$ (fig. 11.16) et la valeur de $W_{y,el} = 675 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ tirée des tables S2S C5:

$$\sigma_{Dv} = \eta \frac{\pi}{l_D W_{y,el}} \sqrt{EI_z GK}$$

$$\sigma_{Dv} = 1.75 \frac{\pi}{6000 \cdot 675 \cdot 10^3} \sqrt{210 \cdot 10^3 \cdot 27.7 \cdot 10^6 \cdot 81 \cdot 10^3 \cdot 410 \cdot 10^3} = 596 \text{ N/mm}^2$$

Les tables SZS C4.1 donnent comme valeur du rayon de giration i_D de la membrure comprimée:

$$i_D = 65 \text{ mm}$$

La composante non uniforme σ_{Dw} est obtenue à partir de (11.24):

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E}{(i_D / i_D)^2} = 1.75 \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2}{(6000 \text{ mm}/65 \text{ mm})^2} = 426 \text{ N/mm}^2$$

Avec les conditions aux limites aux appuis $v = v'' = 0$ et $\varphi = \varphi'' = 0$, on peut utiliser (11.15) pour déterminer la contrainte critique de déversement élastique $\sigma_{cr,D}$:

$$\sigma_{cr,D} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2} = \sqrt{(596 \text{ N/mm}^2)^2 + (426 \text{ N/mm}^2)^2} = 733 \text{ N/mm}^2$$

Le moment critique de déversement élastique $M_{cr,D}$ s'obtient alors avec (11.13), avec la valeur de $W_{y,el} = 675 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ tirée des tables SZS C5:

$$M_{cr,D} = \sigma_{cr,D} W_{y,el} = 733 \text{ N/mm}^2 \cdot 675 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 495 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 495 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{235 \text{ N/mm}^2 \cdot 744 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{495 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}} = 0.594$$

($W = W_{y,pl}$ car section de classe 1)

$$\Phi_D = 0.5 [1 + \alpha_D (\bar{\lambda}_D - 0.2) + \bar{\lambda}_D^2] = 0.5 [1 + 0.21(0.594 - 0.2) + 0.594^2] = 0.718 \quad 2 \times 0.6$$

($\alpha_D = 0.21$ car profilé laminé et il est sous-entendu que $\beta = 1$)

$$\chi_D = \frac{1}{\Phi_D + \sqrt{\Phi_D^2 - \bar{\lambda}_D^2}} = \frac{1}{0.718 + \sqrt{0.718^2 - 0.594^2}} = 0.892 \quad 0.942$$

$$M_{D,Rd} = \chi_D \cdot W_{y,pl} \cdot f_y / \gamma_{M1} = 0.892 \cdot 744 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 235 \text{ N/mm}^2 / 1.05 = 148 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 148 \text{ kNm}$$

Précisons que la valeur du moment de déversement $M_{D,Rd}$ obtenue ci-dessus est utilisée dans l'exemple 6.3, qui traite de la stabilité d'une barre comprimée et fléchie.

Note: pour un moment cst, C4/06 $M_{D,Rd} = 150 \text{ kNm}$

Références

- [11.1] TIMOSHENKO, S.P., *Théorie de la stabilité élastique*, Dunod, Paris, 1966 (2^e édition).
- [11.2] CLARK, J.W., HILL, H.N., *Lateral Buckling of Beams*, Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division, vol. 86, no. ST7, 1960.
- [11.3] DJALALY, H., Calcul de la résistance ultime au déversement, *Construction métallique*, vol. 11, No. 1 et 4, 1974, pp. 58-77 et 54-61.
- [11.4] JOHNSTON, B.G., *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, John Wiley & Sons, New York, 1976 (3rd edition).
- [11.5] SALVADORI, M.G., *Lateral Buckling of Excentrically Loaded I-Columns*, Transactions ASCE, vol. 121, 1956, p. 1163.
- [11.6] BEAULIEU, PICARD, TREMBLAY, GRONDIN, MASSICOTTE, *Calcul des charpentes d'acier*, tome I, ICCA, Willowdale, 2003.
- [11.7] ECCS Technical Committee 8; Stability – Background documentation and design guidelines, 3rd draft, 2005.
- [11.8] IBN Committee «Steel Structures», *Belgian National Annex for the EN 1993 Parts 1-1, 1-8, 1-9 and 1-10*, Université de Liège, Belgique, 2005.