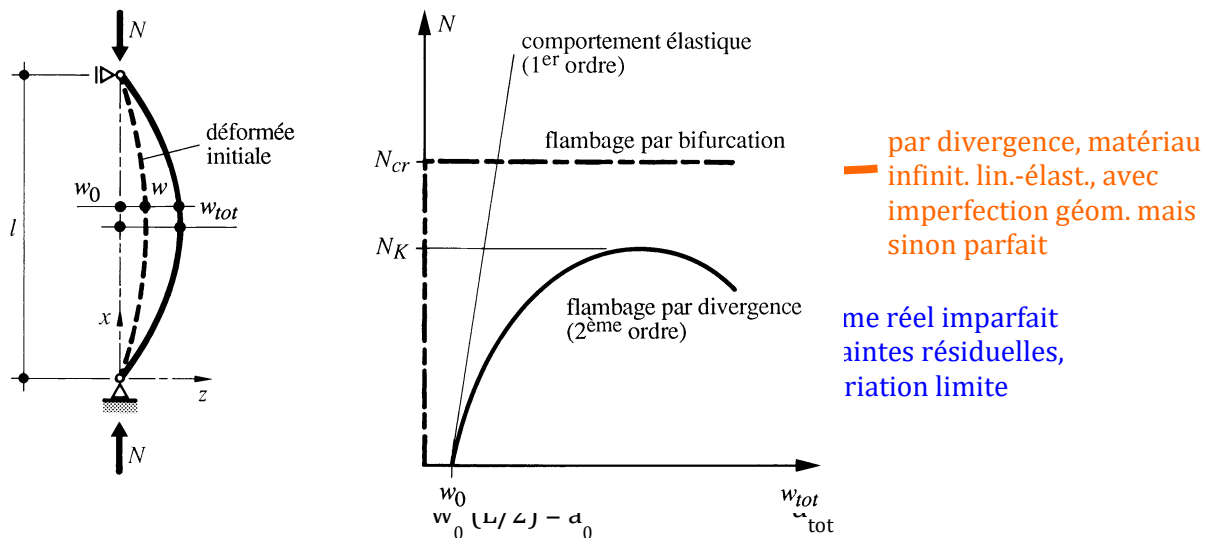


## EXERCICE 6: DIMENSIONNEMENT - CORRIGÉ

### THEORIE

#### Question 1

Les différences entre flambage par bifurcation et divergence sont représentées dans la figure ci-dessous :



#### Question 2

**Pour l'acier**, dans le cas d'un flambage centré (effort normal seul), la résistance est réduite par le facteur  $\chi_K$ . Ce facteur provient des courbes de flambage (SIA 263, figure 7). Ces courbes, qui dépendent principalement des imperfections géométriques, des contraintes résiduelles et du type de section, ont pu être établies grâce à l'existence de sections normalisées.

**Pour le bois**, c'est la même chose. **Pour le béton**, dans tous les cas de sollicitation, la vérification doit être menée sur la base du système déformé (SIA 262, § 4.3.7), car il n'y a pas de sections normalisées, donc sur la base de la théorie du 2<sup>ème</sup> ordre. On introduit un moment de flexion ( $M_d = -N_d \cdot e_d$ ) proportionnel à l'effort normal et à la somme des excentricités dues aux imperfections géométriques, à la déformation du premier ordre et à la déformation du deuxième ordre. On vérifie ensuite la résistance en section sous ces sollicitations majorées.

De plus **en acier**, il est aussi possible d'effectuer un calcul au 2<sup>ème</sup> ordre par ordinateur comme pour le béton, en introduisant des imperfections équivalentes (SIA 263, § 4.2.3). En pratique cependant, sous  $M+N$ , on préfère utiliser une formule d'interaction qui vérifie la stabilité (P- $\delta$ ); elle contient la réduction de résistance sous effort normal seul ( $N_{Ed}/N_{k,Rd}$ ), ainsi qu'une majoration pour les effets du second ordre grâce au terme suivant:

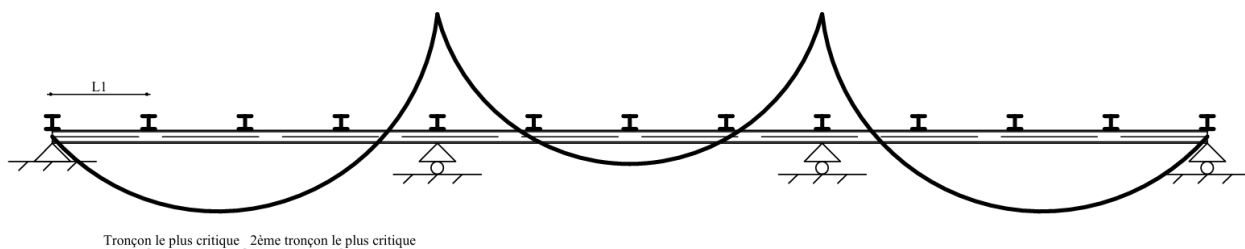
$$\frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cry}}$$

### Question 3

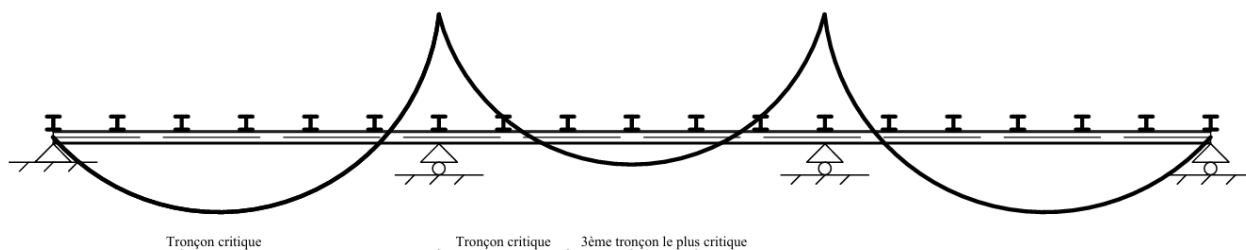
Les sections dont la résistance à la torsion est faible, c'est à dire en particulier les sections ouvertes, associé au fait que ces mêmes sections – lorsque sollicitées en flexion selon leur axe d'inertie fort – sont sensibles au phénomène de déversement. Parmi les quatre sections, la section b est la plus sujette au déversement, suivie de la section a. La section d ne déverse pas car elle est sollicitée selon son axe faible d'inertie. Le tube carré ne déverse pas car il n'est pas plus haut que large et sa résistance à la torsion est grande (un tube rectangulaire élancé sollicité selon son axe fort est résistant en torsion, mais pourrait toutefois déverser).

### Question 4

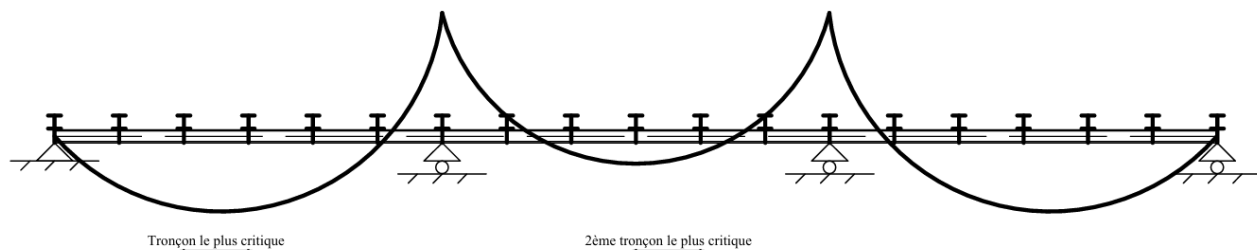
- a. Tous les  $L_D$  sont égaux à  $L_1$



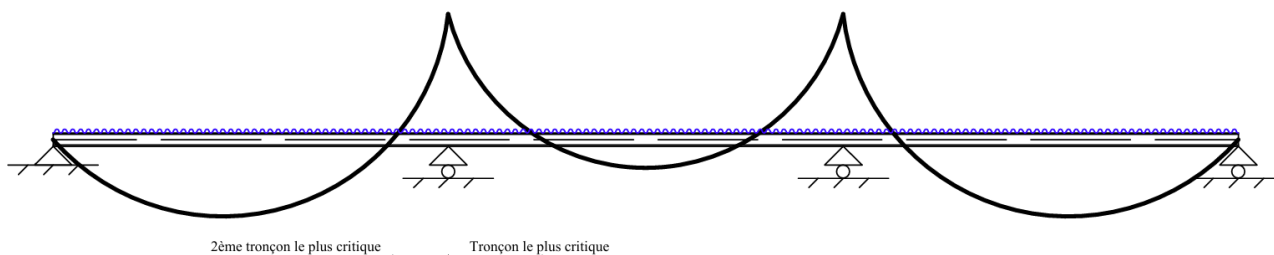
- b.



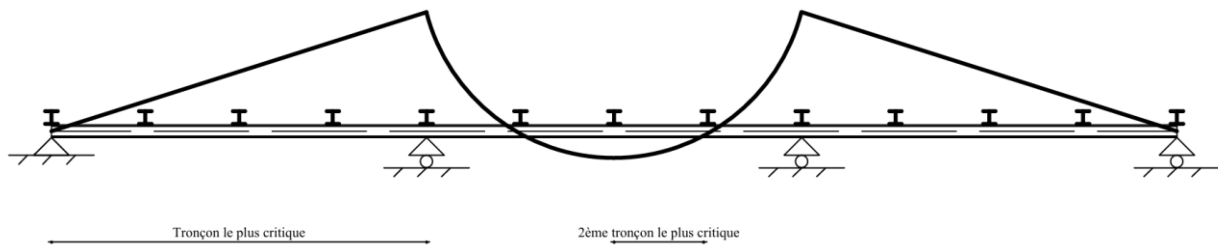
- c.



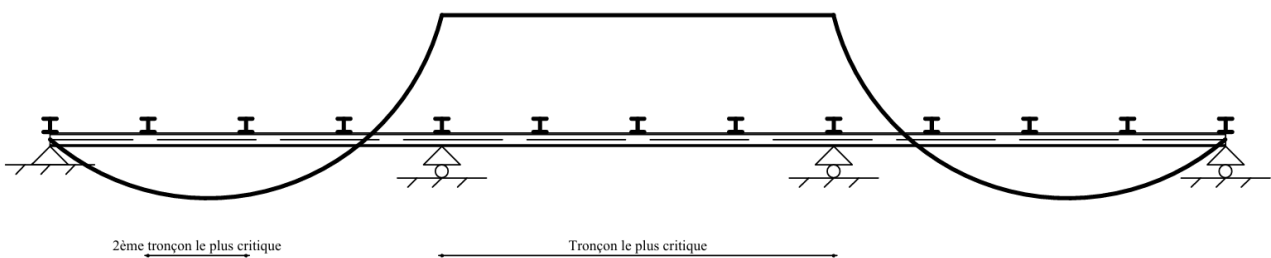
- d.



e.



f.

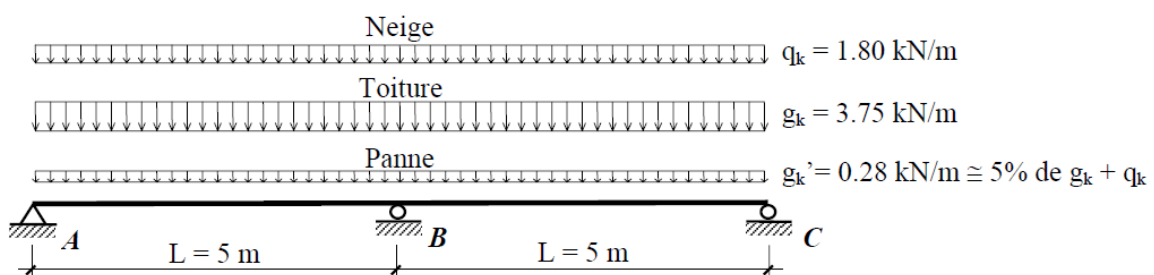


## PROBLEME

### Question 1

Valeur de calcul des sollicitations :

$$q_{Ed} = q_k \cdot \gamma_q + (g_k + g_k') \cdot \gamma_g = 1.8 \cdot 1.5 + (3.75 + 0.28) \cdot 1.35 = 8.14 \text{ kN/m}$$



**Figure 1** – Sollicitations de la panne

Diagrammes des efforts intérieurs et valeurs de calcul :

Remarque : on considère pour cet exercice que les pannes sont posées avec l'axe z-z vertical (ce qui revient à ne pas considérer la pente de la toiture, ou alors à prendre des mesures constructives).

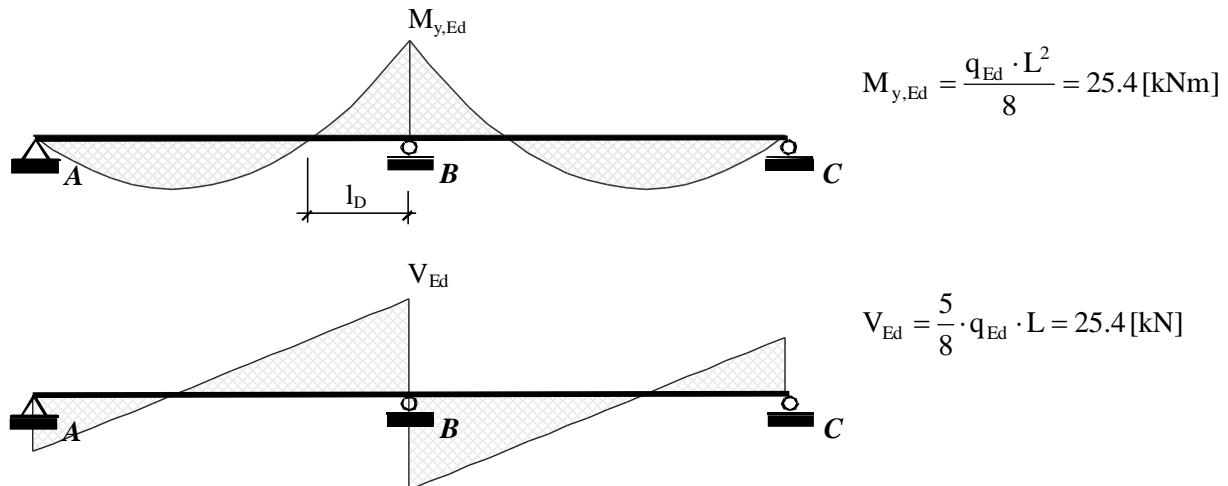


Figure 2 – Diagramme des moments et diagramme des efforts tranchants selon un calcul élastique

## Question 2

### Dimensionnement par calcul E-E

Note : les profilés I et H en S235 en flexion simple satisfont tous la classe de section 1, donc aucune limitation quant à la méthode de calcul, elles peuvent toutes être utilisées.

$$M_{y,el,Ed} \leq M_{y,el,Rd} \quad M_{y,el,Rd} = \frac{W_{y,el} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \rightarrow \quad W_{y,el} \geq \frac{M_{y,el,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{f_y} = 114 \cdot 10^3 [\text{mm}^3]$$

Il faut de plus s'assurer que la longueur critique de déversement pour un calcul E-E n'est pas dépassée (SIA 263, tableau 6 ou TGC 10 p.177, formule 5.5a):

$$\text{Longueur de déversement : } R_A \cdot (L - l_D) - \frac{q \cdot (L - l_D)^2}{2} = 0 \quad \text{et} \quad R_A = \frac{3}{8} q \cdot L \quad \rightarrow \quad l_D = \frac{L}{4} = 1250 [\text{mm}]$$

$$L_D \leq 1.1 \cdot L_{cr} \quad \text{où} \quad L_{cr} = 2.7 \cdot i_z (1 - 0.5\Psi) \sqrt{E/f_y} \quad \text{et} \quad \Psi = 0$$

Profilé	$W_{y,el} [\text{mm}^3]$	$g [\text{kg/m}]$	$g_k'/(g_k+q_k) [\%]$	$h [\text{mm}]$	$1.1 \cdot L_{cr} [\text{mm}]$	$\geq 1250 \text{ mm}$
IPE 160	109 · 10 <sup>3</sup>	15.8	2.85	160	1634	→ N.G.
IPE 180	146 · 10 <sup>3</sup>	18.8	3.39	180	1820	→ ok
HEA 140	155 · 10 <sup>3</sup>	24.7	4.45	133	3125	→ ok
HEB 120	144 · 10 <sup>3</sup>	26.7	4.81	120	2717	→ ok
HEM 100	190 · 10 <sup>3</sup>	41.8	7.53	120	2433	→ ok*

(SZS C5 pp. 26-27 et pp. 34-39)

\* Revérifier en prenant le poids propre du profilé

On choisit un IPE 180 pour son poids léger, favorable pour une panne de toiture, si aucune limitation de hauteur.

### Dimensionnement par calcul E-P

$$M_{y,el,Ed} \leq M_{y,pl,Rd} \quad M_{y,pl,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \rightarrow \quad W_{y,pl} \geq \frac{M_{y,el,Ed} \cdot \gamma_{M1}}{f_y} = 114 \cdot 10^3 [\text{mm}^3]$$

Il faut de plus s'assurer que la longueur critique de déversement pour un calcul E-P n'est pas dépassée (SIA 263, tableau 6 ou TGC 10 p.177, formule 5.5b):

Longueur de déversement :  $l_D = 1250$  [mm]

$$L_D \leq L_{cr} \quad \text{où} \quad L_{cr} = 2.7 \cdot i_z (1 - 0.5\Psi) \sqrt{E/f_y} \quad \text{et} \quad \Psi = 0$$

Profilé	$W_{y,pl}$ [mm <sup>3</sup> ]	$g$ [kg/m]	$g_k'/(g_k+q_k)$ [%]	$h$ [mm]	$L_{cr}$ [mm]	$\geq 1250$ mm
IPE 160	$124 \cdot 10^3$	15.8	2.85	160	1485	→ ok
HEA 120	$119 \cdot 10^3$	19.9	3.59	114	2438	→ ok
HEB 120	$165 \cdot 10^3$	26.7	4.81	120	2470	→ ok
HEM 100	$236 \cdot 10^3$	41.8	7.53	120	2212	→ ok*

(SZS C5 pp. 26-27 et pp. 34-39)

On choisit un IPE 160 pour son poids léger, favorable pour une panne de toiture, si aucune limitation de hauteur.

### Question 3

La vérification E-E se fait selon l'article SIA 263 § 5.2.4:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} = \frac{\tau_y}{\gamma_{M1}} \cdot A_w \quad \text{où} \quad \tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}}$$

Pour un IPE 160 :  $A_w = 763 \text{ mm}^2$   $V_{Rd} = 98.6 \text{ [kN]}$   $V_{Ed} = 25.4 \text{ [kN]}$  → ok

Pour un IPE 180 :  $A_w = 912 \text{ mm}^2$   $V_{Rd} = 117.8 \text{ [kN]}$   $V_{Ed} = 25.4 \text{ [kN]}$  → ok

On doit aussi vérifier la condition des 50% par rapport à  $V_{Rd}$  de l'article 5.2.5.1, pour le profilé le plus petit :

$$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd}} = \frac{25.4}{98.6} = 0.26 \leq 0.5 \quad \text{ok}$$

Pas d'interaction M-V à vérifier, pour tout profilé IPE 160 ou plus grand.

Note : La vérification E-E pourrait se faire selon la relation suivante (qui donne des valeurs un peu inférieures à  $V_{el,Rd}$ ) :

$$V_{Ed} \leq V_{el,Rd} \quad V_{el,Rd} = \tau_y \cdot \frac{I_y \cdot t_w}{S_y \cdot \gamma_{M1}} \quad \text{où} \quad \tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \text{TGC 10 p.106, formule (4.27)}$$

Pour un IPE 180 :  $S_y = 83 \cdot 10^3 \text{ [mm}^3\text{]}$   $I_y = 13.2 \cdot 10^6 \text{ [mm}^4\text{]}$   $V_{el,Rd} = 109 \text{ [kN]} \geq V_{Ed} = 25.4 \text{ [kN]}$  → ok

Mais alors il faudrait aussi vérifier l'interaction flexion-effort tranchant selon von Mises. En pratique, on n'utilise pas cette méthode de vérification pour les profilés laminés en flexion.

Quant à la vérification E-P, elle s'effectue selon la SIA 263 § 5.1.4.1 (ou TGC 10 p.107, formule 4.29b) et la condition du § 5.1.5.1:

$$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd} \quad V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}}}{\gamma_{M1}} \quad \text{où} \quad A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r) t_f$$

Pour un IPE 160:  $A_v = 966 \text{ [mm}^2\text{]}$   $V_{Rd} = 125 \text{ [kN]}$   $V_{Ed} = 25.4 \text{ [kN]}$

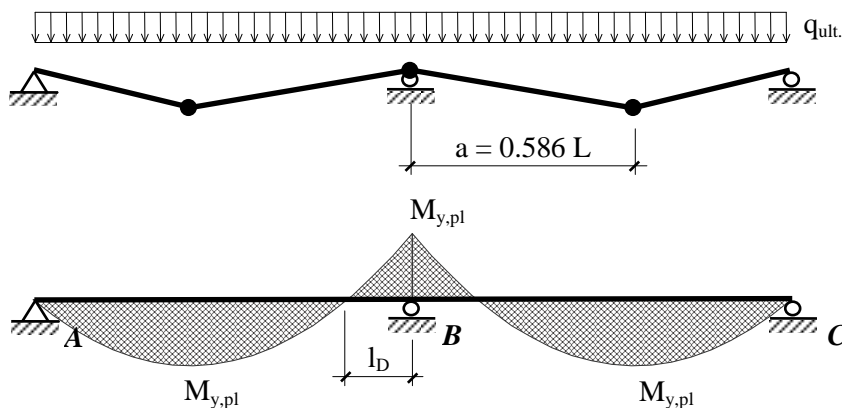
Pour un IPE 180:  $A_v = 1125 \text{ [mm}^2\text{]}$   $V_{Rd} = 145 \text{ [kN]}$   $V_{Ed} = 25.4 \text{ [kN]}$

On doit aussi vérifier la condition des 50% par rapport à  $V_{Rd}$  de l'article 5.1.5.1, qui va évidemment être satisfaite puisqu'elle l'était pour le calcul élastique et que  $V_{pl,Rd} > V_{el,Rd}$ .

Note : on remarque que l'on augmente la résistance au cisaillement de pratiquement le même pourcentage en augmentant d'un profilé (IPE 160 -> 180, +19%) qu'en passant d'un calcul élastique à un calcul plastique (+23%).

## Question 4

Diagramme des moments de flexion sous la charge ultime  $q_{ult}$  (charge de ruine) :



$$q_{ult} = \frac{11.66 \cdot M_{y,pl}}{L^2}$$

Pour ce cas standard, directement dans la table SZS C4 p. 176.

On peut aussi utiliser la méthode pas à pas vue en cours (TGC 11 §11.3.4).

Figure 3 – Mécanisme de ruine plastique et diagramme des moments correspondant

## Question 5

### Dimensionnement par calcul P-P

(Seulement valable si profilé est de classe 1)

$$q_{Ed} \leq q_{Rd} = \frac{11.66 \cdot M_{y,pl,Rd}}{L^2} \quad \rightarrow \quad M_{y,pl,Rd} \geq \frac{q_{Ed} \cdot L^2}{11.66} = 17.5 \text{ [kNm]}$$

$$M_{y,pl,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \rightarrow \quad W_{y,pl} \geq \frac{\frac{q_{Ed} \cdot L^2}{11.66} \cdot \gamma_{M1}}{f_y} = 78.2 \cdot 10^3 \text{ [mm}^3\text{]}$$

Il faut de plus s'assurer que la longueur critique de déversement pour un calcul P-P n'est pas dépassée (SIA 263, tableau 6 ou TGC 10 p.177, formule 5.5c):

Longueur de déversement :  $R_A \cdot (L - l_D) - \frac{q \cdot (L - l_D)^2}{2} = 0$  et  $R_A = (1 - 0.586) \cdot q \cdot L$  (cf. SZS C4)

$$\rightarrow l_D = 860 \text{ [mm]}$$

$$l_D \leq l_{cr} \quad \text{ou} \quad l_{cr} = 2.0 \cdot i_z \cdot \left(1 - \frac{2\Psi}{3}\right) \sqrt{E/f_y} \quad \text{et} \quad \Psi = 0$$

Profilé	$W_{y,pl}$ [mm <sup>3</sup> ]	$g$ [kg/m]	$g_k'/(g_k+q_k)$ [%]	$h$ [mm]	$L_{cr}$ [mm]	
IPE 140	$88.4 \cdot 10^3$	12.9	2.35	140	986	$\geq 860$ mm → ok
HEA 100	$83.0 \cdot 10^3$	16.7	3.01	96	1501	→ ok
HEB 100	$104 \cdot 10^3$	20.4	3.68	100	1513	→ ok
HEM 100	$236 \cdot 10^3$	41.8	7.53	120	1638	→ ok

(SZS C5 pp. 26-27 et pp. 34-39)

On choisit un IPE 140 pour son poids léger, favorable pour une panne de toiture, si aucune limitation de hauteur.

Vérification à l'effort tranchant : la valeur de l'effort diffère un peu de la répartition élastique des efforts (à cause de la redistribution plastique).

Effort tranchant appui A :  $R_A = (1-0.586) q_{Ed} L = 0.414 \cdot 8.145 = 16.9$  kN

Effort tranchant à gauche de l'appui B :  $V_{B,gauche} = R_A - q_{Ed} L = -23.9$  kN = -  $V_{B,droite}$  (symétrie)

$V_{Ed, max} = 23.9$  kN <  $V_{Rd} = 98$  kN (SZS C5, p. 26) et aussi < 50% de  $V_{Rd} = 49$  kN

La vérification à l'effort tranchant est satisfaite et il n'y a pas d'interaction M-V à vérifier.

## Question 6

**Référence : TGC 10, paragraphe 2.5.2.**

Le calcul plastique P-P permet en général d'économiser de la matière ; profilé plus léger, mais il faut pour cela que la capacité de rotation des sections soit suffisante. Le matériau doit donc avoir une bonne ductilité et les profilés doivent être composés d'éléments ayant des élancements de plaques  $b/t$  limités pour éviter des phénomènes d'instabilité (attention avec les aciers à haute limite élastique S355 ou S460 ; pas de problème pour ceux en acier S235).

De plus, il faudra faire attention à bien vérifier l'aptitude au service, car celle-ci devient parfois déterminante étant donné qu'un profilé dimensionné par un calcul P-P possède une inertie plus faible.

Pour ces raisons, mais aussi pour la *facilité* du calcul élastique des efforts intérieurs par rapport au calcul plastique, en pratique c'est la méthode E-P qui est généralement utilisée. La méthode P-P est plutôt utilisée pour contrôler la capacité portante (restante) d'une structure existante.