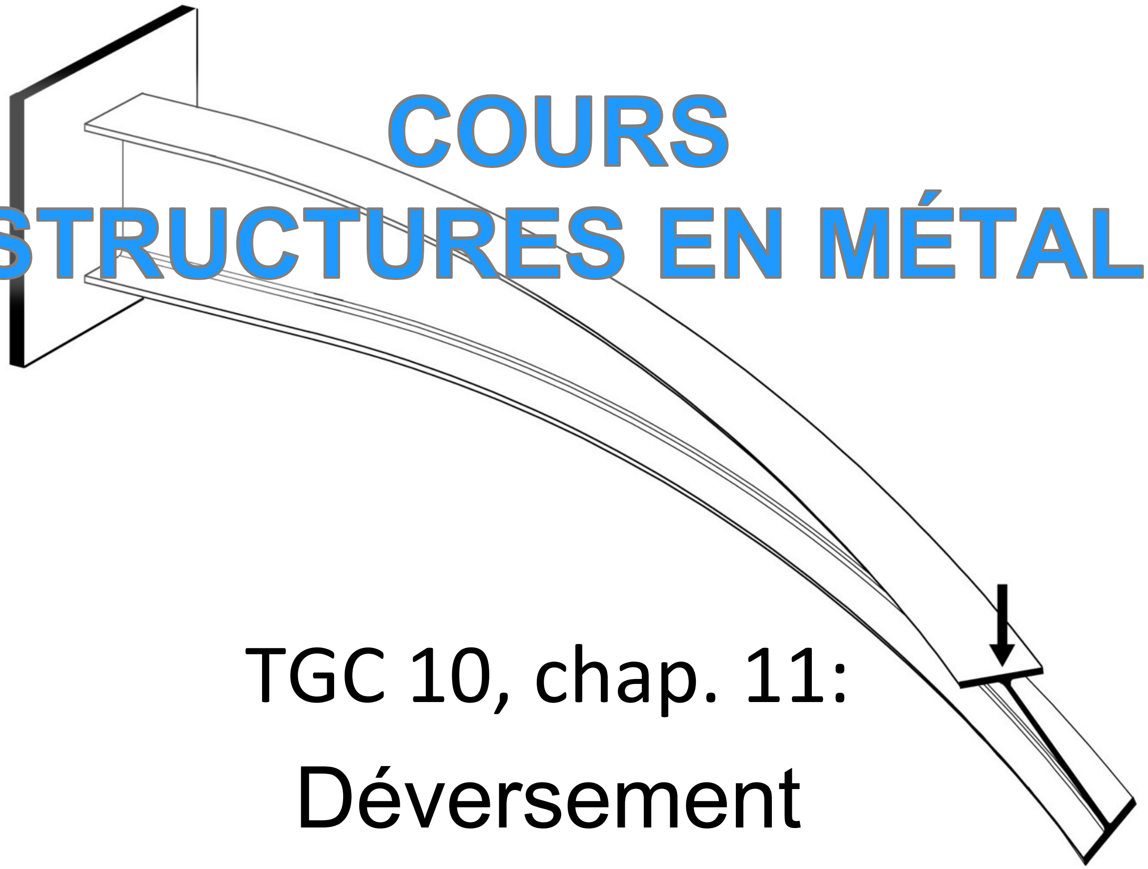
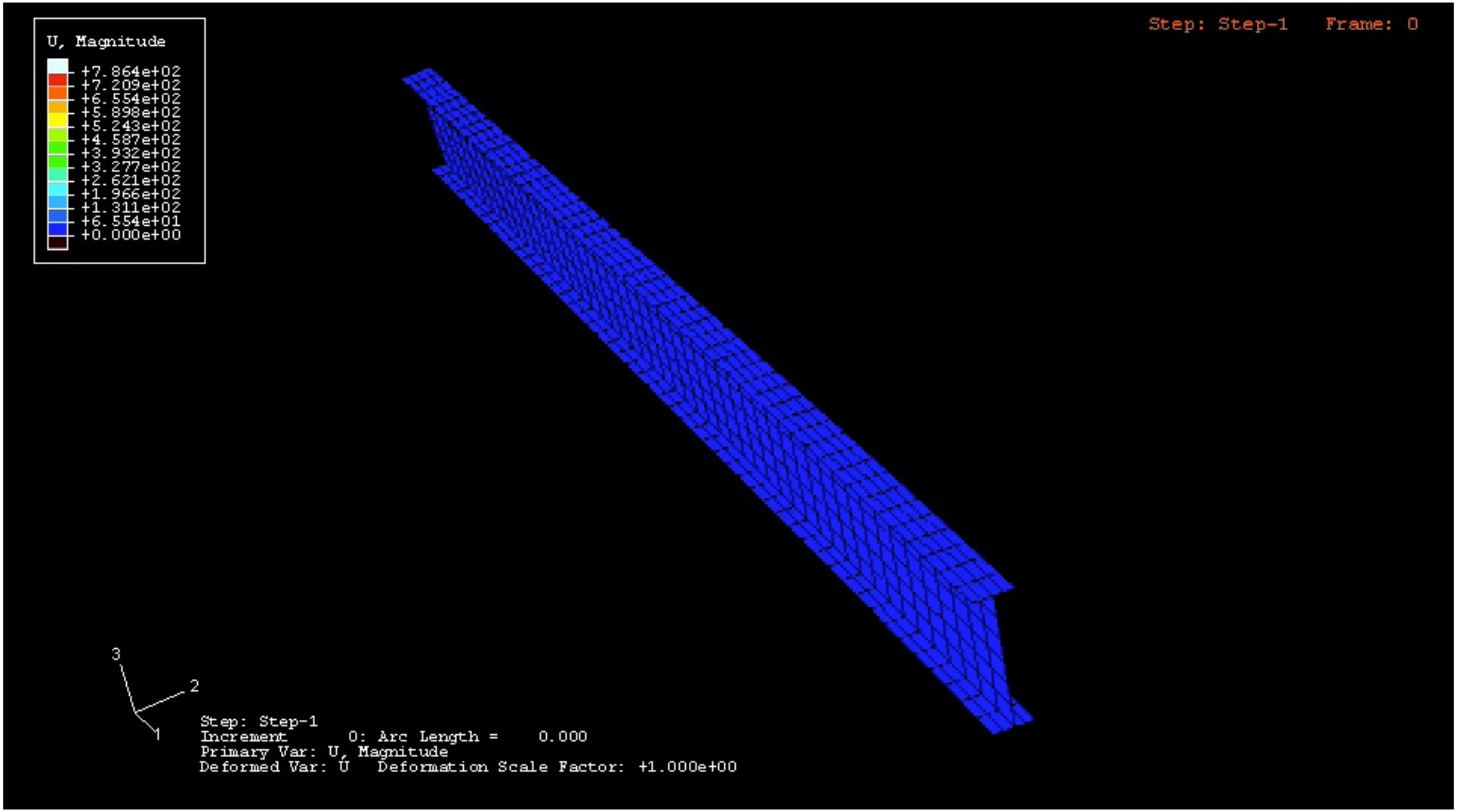
EPFL



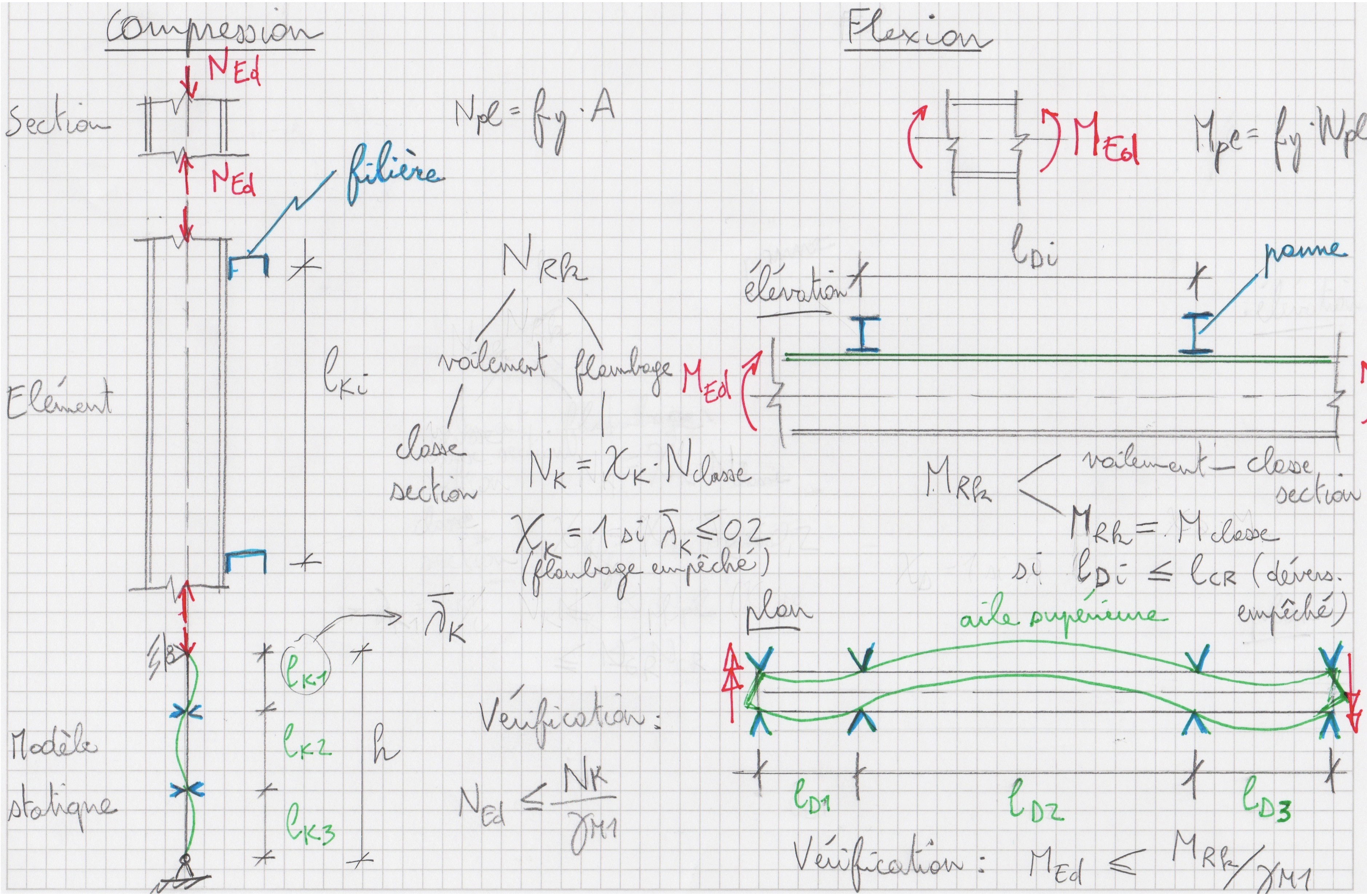
COURS
STRUCTURES EN MÉTAL

TGC 10, chap. 11:
Déversement

Simulation déversement poutre en porte-à-faux

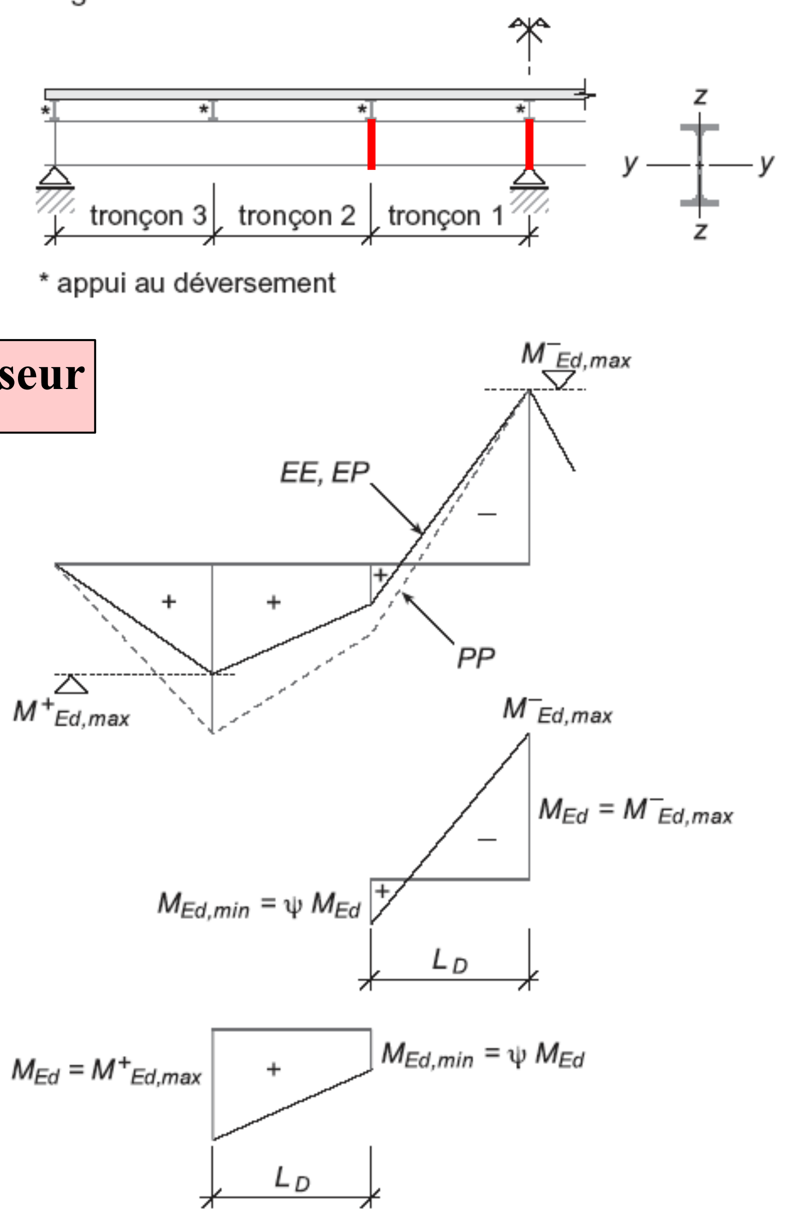


RAPPEL: Analogie entre compression et flexion



RAPPEL: méthode de vérification a)
SIA 263, tableau 6: Longueur critique de déversement

Longueur de déversement



| = raidisseur

Méthode PP		
Pour tous les tronçons avec rotule plastique aux extrémités, la condition suivante doit être remplie: $L_D \leq L_{cr}$		
Longueur critique de déversement pour la méthode PP	$-1 \leq \psi \leq 0,5$	$\psi \geq 0,5$
En général: L_{cr} =	$2,0\, i_z(1-2\psi/3)(E/f_y)^{0,5}$	$1,35\, i_z(E/f_y)^{0,5}$
Exemple: tronçon 1 $\lvert M^-_{Ed,max}\rvert = M_{pl}/\gamma_{M1}$ tronçon 2, 3 $\lvert M^+_{Ed,max}\rvert = M_{pl}/\gamma_{M1}$		

Méthode EP	
Pour tous les tronçons, la condition suivante doit être remplie: $L_D \leq L_{cr}$	
Longueur critique de déversement pour la méthode EP	$-1 \leq \psi \leq 1$
En général: L_{cr} =	$2,7\, i_z(1-0,5\psi)\sqrt{E/f_y}$

Méthode EE

– La vérification au déversement n'est pas nécessaire si la longueur L_D d'un tronçon remplit la condition suivante:

$L_D \leq 1,1\, L_{cr}$

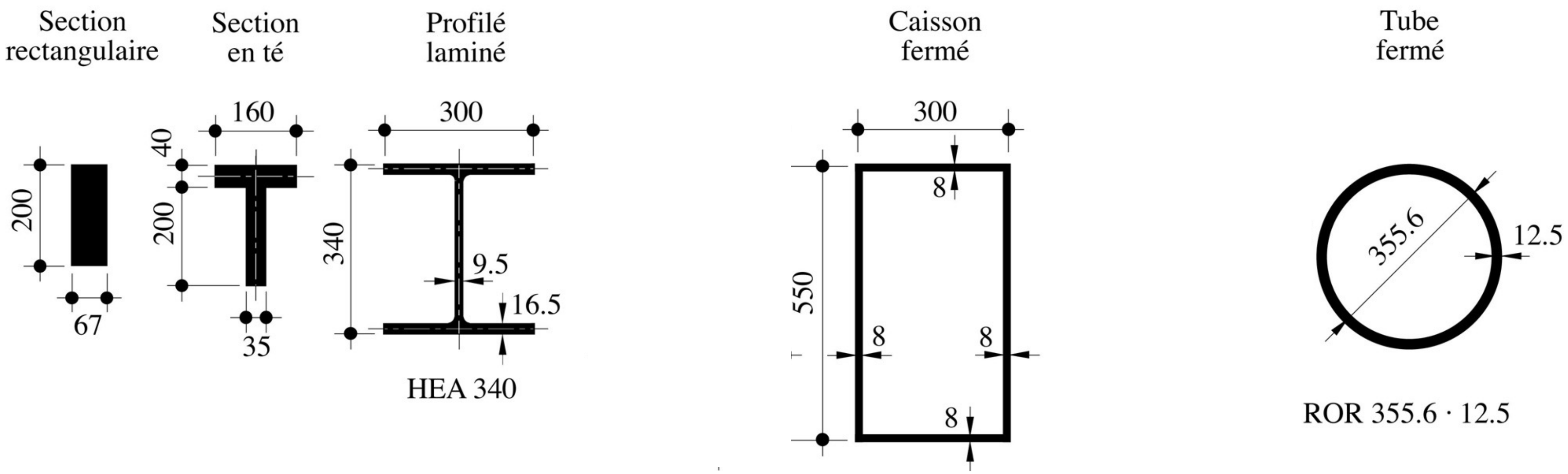
avec L_{cr} calculé selon la méthode EP

– Pour les tronçons où $L_D > 1,1\, L_{cr}$, une vérification au déversement doit être effectuée selon le chiffre 4.5.2

RAPPEL: sensibilité au déversement

EN1993-1-1 § 6.3.2.1

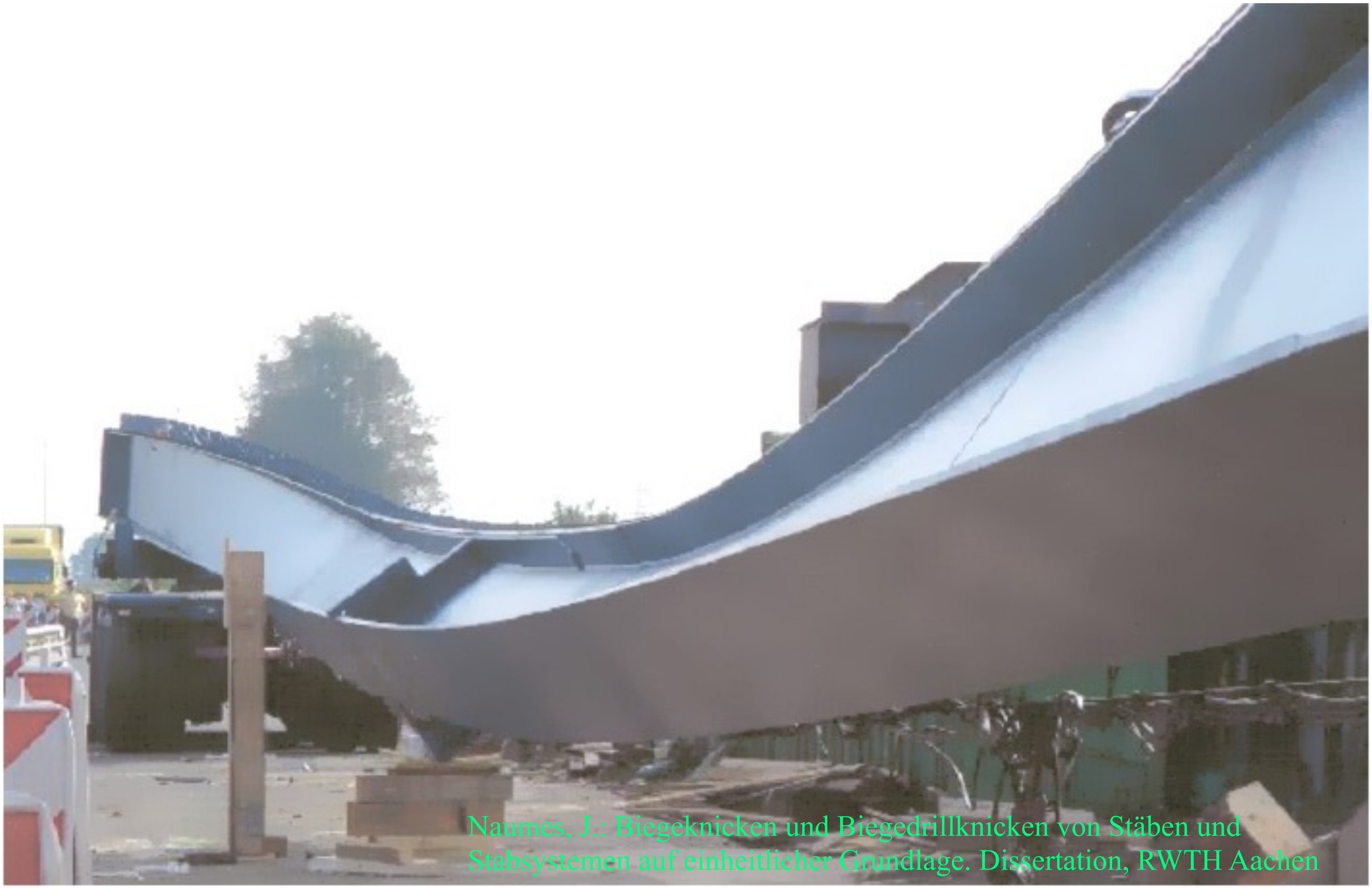
(2) Les poutres dont la semelle comprimée est suffisamment maintenue ne sont pas sensibles au déversement. En outre, les poutres possédant certains types de sections transversales, comme les profils creux circulaires ou carrés, les sections creuses circulaires ou en caisson carrées reconstituées, ne sont également pas sensibles au déversement.



Exemples pratiques de déversement

Exemples pratiques de déversement

Déversement d'une poutre sous propre poids lors arrivée sur chantier (au moment de l'enlèvement du bogie intermédiaire de transport)



Déversement d'une poutre caisson ouverte lors travaux de bétonnage dalle supérieure (passerelle piétons Marcy, New York, 2002)

Naumes, J.: Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben und Stabsystemen auf einheitlicher Grundlage. Dissertation, RWTH Aachen

Déversement de poutres élancées lors de leur montage (pont à Edmonton, Canada, 2015)

Bridge Design & Engineering, web news, Edmonton braces warped bridge girders, 2015: http://bridgeweb.com/MemberPages/article.aspx?id=3590

Théorie linéaire du déversement élastique

TGC 10, section 11.2

Fig. 11.3: décomposition du mouvement d'une poutre sujette au déversement

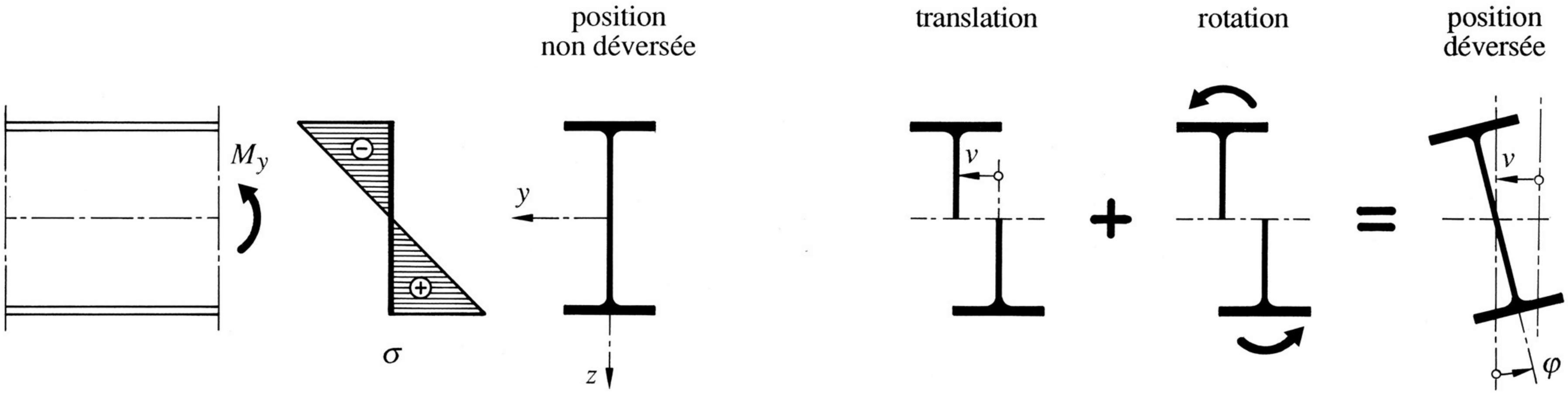


Fig. 11.2: comportement d'un élément fléchi

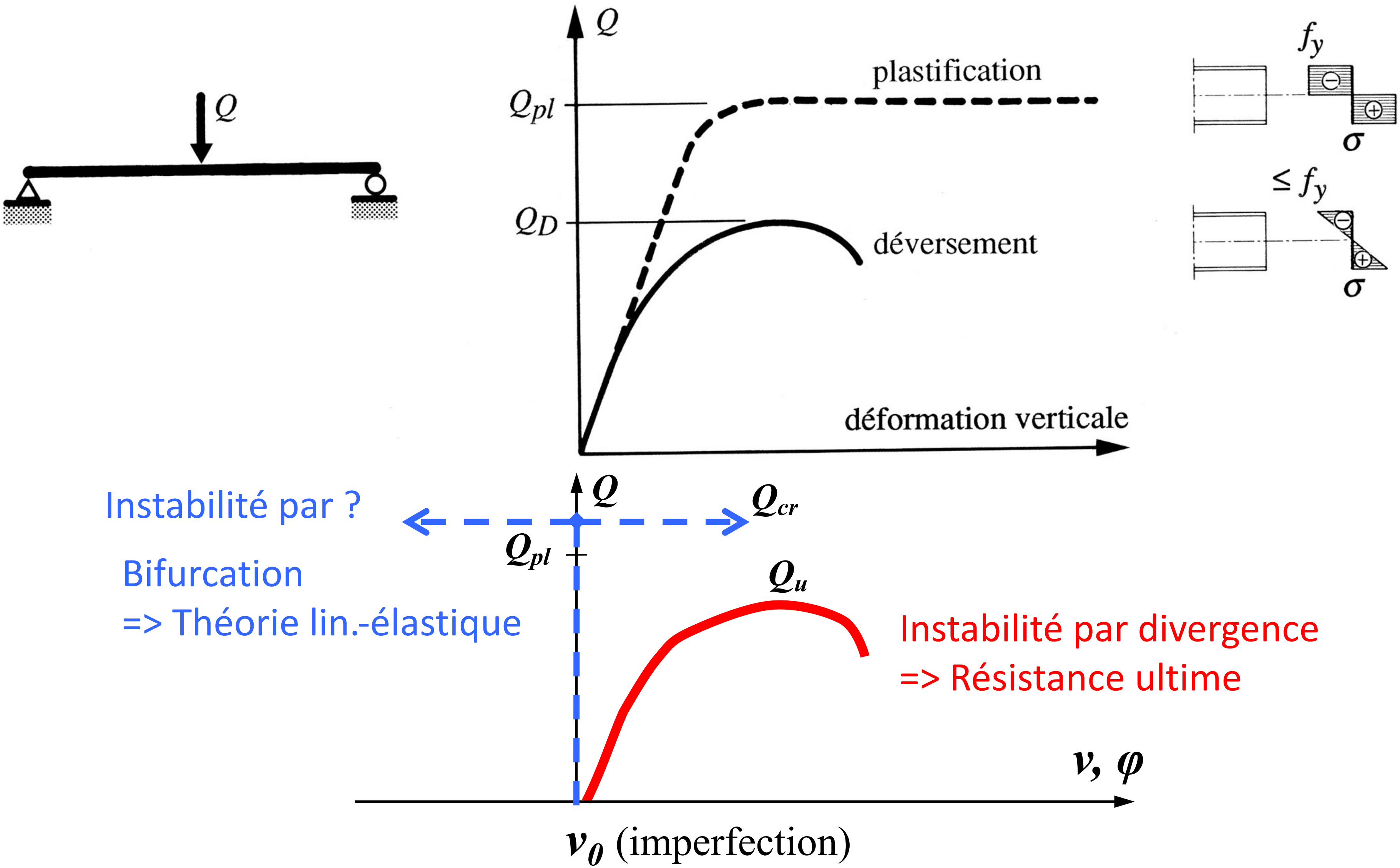
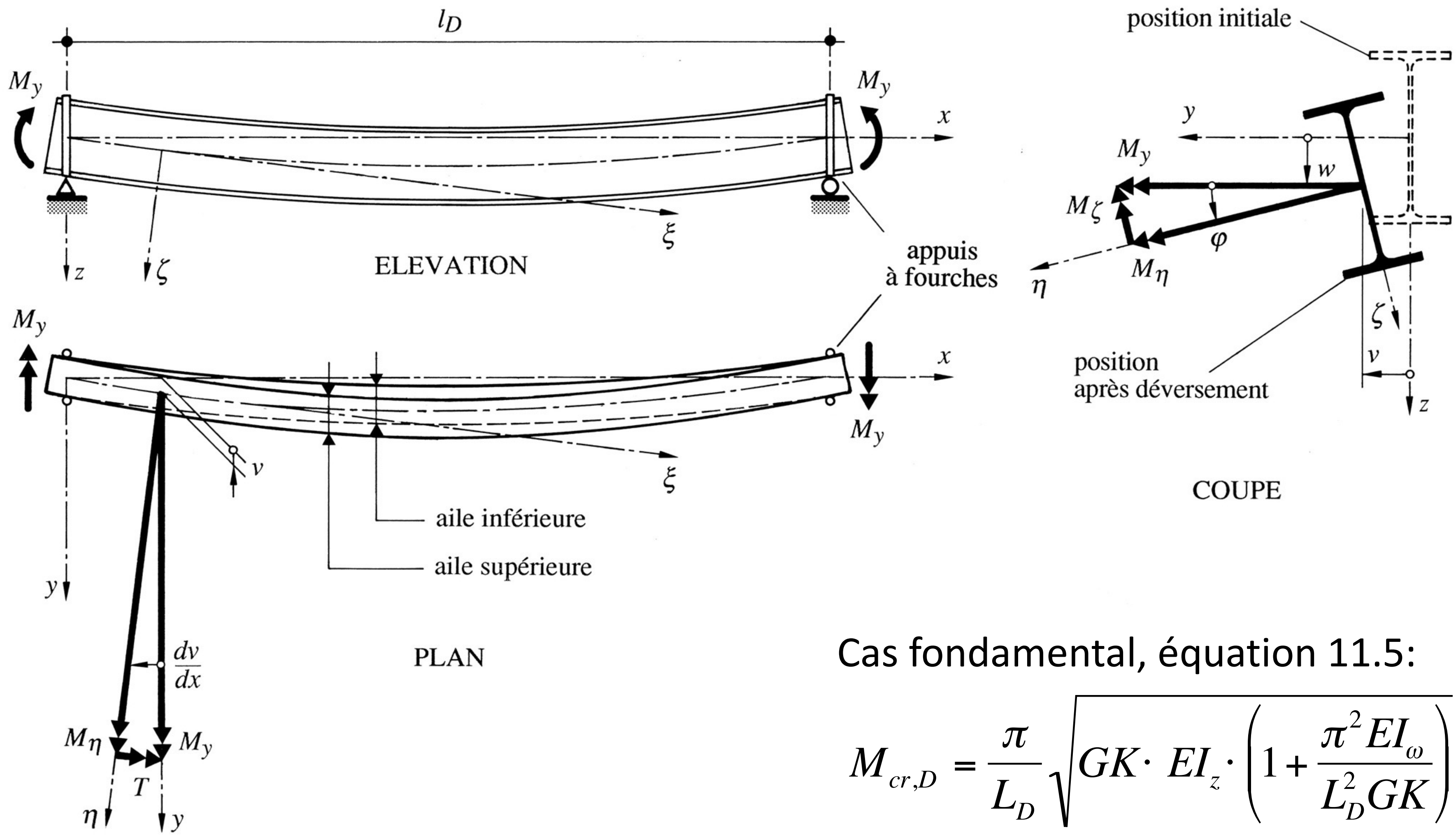


Fig. 11.4: poutre en position déformée (en double-té et soumis à M_y)



Cas fondamental, équation 11.5:

$$M_{cr,D} = \frac{\pi}{L_D}\sqrt{GK \cdot EI_z \cdot \left(1 + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L_D^2 GK}\right)}$$

Expression pour le moment critique de déversement élastique

Expression pour le moment critique de déversement élastique

Cas général, équation 11.6:

$$M_{cr,D} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{k_v k_\varphi L_D^2} \left[\sqrt{\left(C_2 z_a + C_3 \beta\right)^2 + \frac{I_\omega}{I_z}\left(\frac{GK \cdot k_\varphi^2 L_D^2}{\pi^2 E I_\omega} + 1\right)} + \left(C_2 z_a + C_3 \beta\right) \right]$$

Sections bisymétriques: β = 0

Sections monosymétriques: voir expressions pour β, z_C, K, I_ω dans TGC 10, équ. 11.8 à 11.11 (et aussi section 4.5 sur torsion)

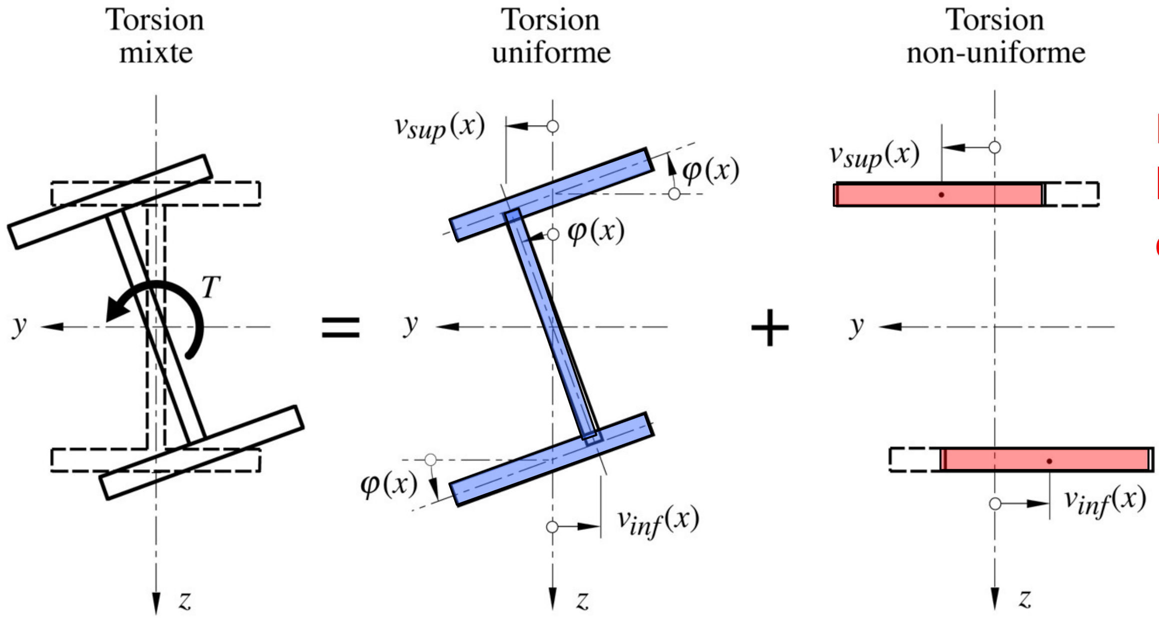
C_1 : influence forme de la distribution du moment fléchissant et conditions de maintiens aux extrémités

C_2: influence point d'application de la charge

k_v, k_φ : coeff. encastrement aux extrémités, aux appuis

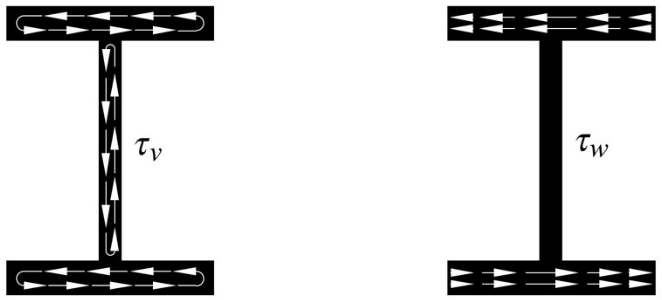
Note: $M_{cr,D}$ au point de moment maximum le long de la poutre

RAPPEL: Torsion. Fig. 4.28: décomposition rotation barre prismatique



Mobilise I_z en bimoment (flexions opposées)

Flux des contraintes tangentielles



Pour profilé double-té (équ. 4.50):

$$I_\omega = I_z \frac{\left(h - t_f\right)^2}{4} = I_{aile,z} \frac{\left(h - t_f\right)^2}{2}$$

Fig. 11.11: influence position du point d'application de la charge

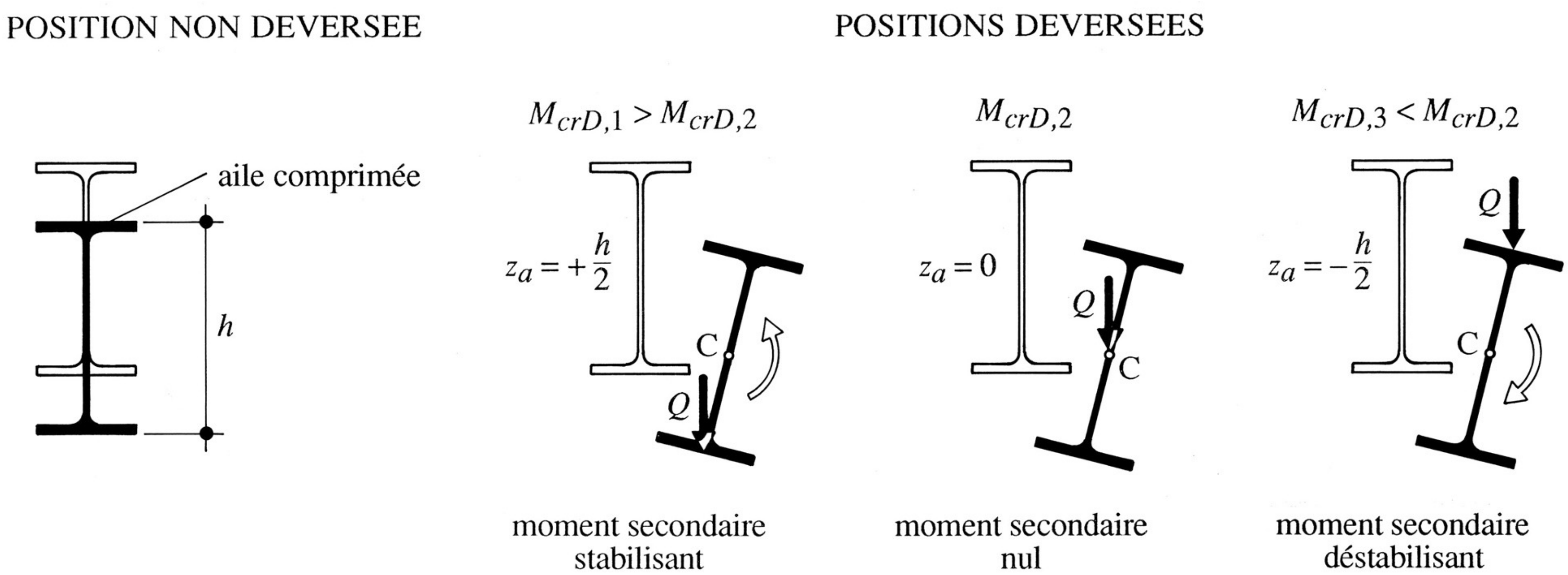
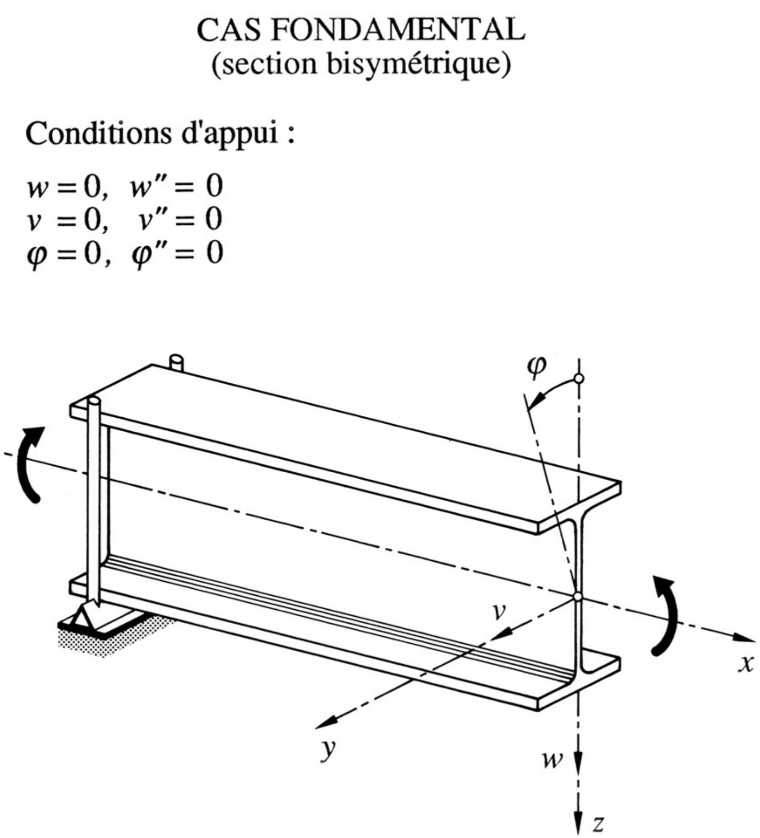
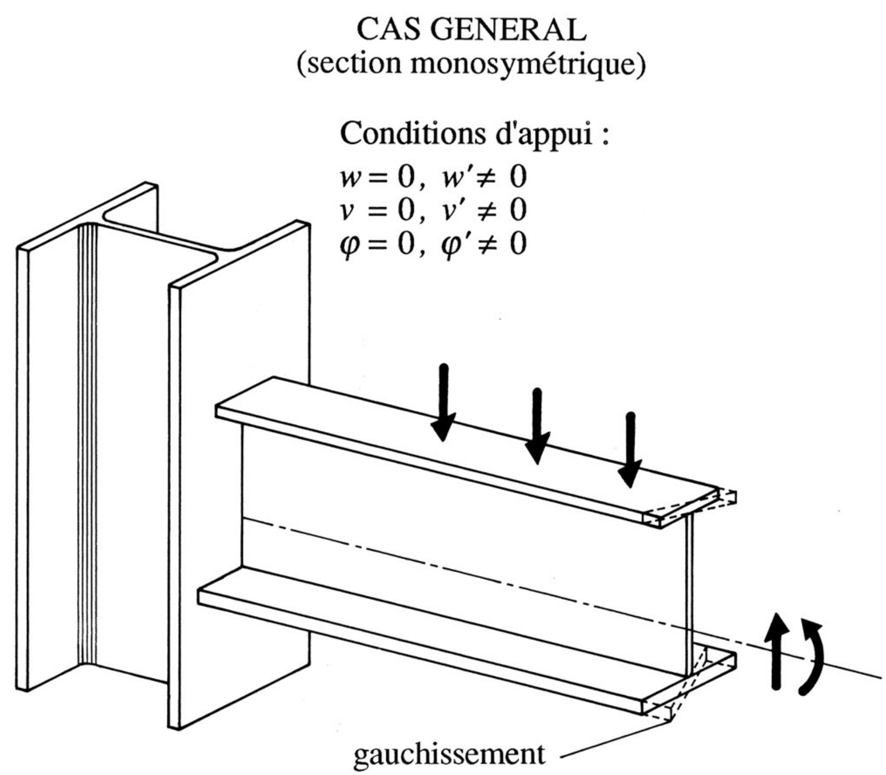
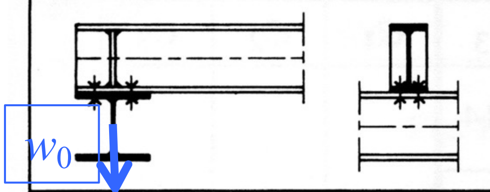
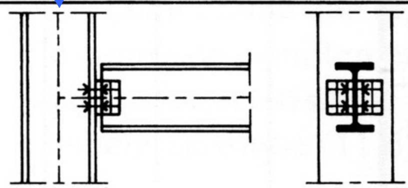
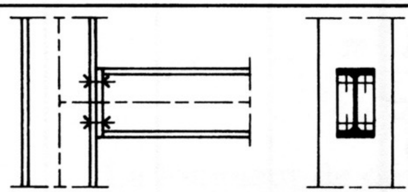
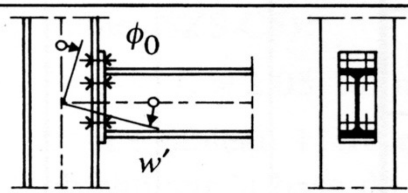
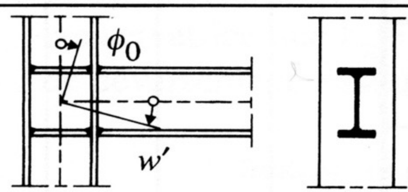
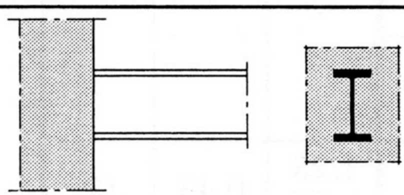


Fig. 11.5: conditions d’appui, charges et types de sections transversales





Tab. 11.7: conditions aux limites et valeurs approchées des coefficients d'encastrement (2 appuis identiques)

Schémas des appuis	Conditions aux limites	k_v et k_φ	Remarques
	$w = w_0$ $\quad w'' = 0$ $v = 0$ $\quad v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\quad \varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Raidisseurs ou appuis latéraux au niveau de la membrure comprimée nécessaires afin d'empêcher la rotation de la poutre aux appuis. w_0 : déplacement vertical de l'appui.
	$w = 0$ $\quad w'' = 0$ $v = 0$ $\quad v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\quad \varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Liaison articulée dans laquelle les cornières doivent être suffisantes pour empêcher la rotation de la poutre aux appuis.
	$w = 0$ $\quad w'' = 0$ $v = 0$ $\quad v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\quad \varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Liaison semi-rigide peu résistante en flexion et avec gauchissement non empêché des ailes. On néglige la rigidité à la torsion du poteau.
	$w = 0$ $\quad w' = \phi_0$ $v = 0$ $\quad v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\quad \varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi < 1.0$	Liaison semi-rigide résistante en flexion et avec gauchissement empêché des ailes ($k_\varphi < 1.0$). On néglige la rigidité à la torsion du poteau. ϕ_0: inclinaison du poteau.
	$w = 0$ $\quad w' = \phi_0$ $v = 0$ $\quad v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\quad \varphi' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 0.5$	Encastrement parfait de la poutre à la torsion, gauchissement empêché par les raidisseurs. On néglige la rigidité à la torsion du poteau. ϕ_0: inclinaison du poteau.
	$w = 0$ $\quad w' = 0$ $v = 0$ $\quad v' = 0$ $\varphi = 0$ $\quad \varphi' = 0$	$k_v = 0.5$ $k_\varphi = 0.5$	Encastrement parfait de la poutre à la flexion et à la torsion, gauchissement empêché par l'appui que l'on considère comme étant rigide à la torsion.

Tab. 11.8: valeurs des facteurs de déversement élastique (version 2015)

Cas M linéaire

Mode de chargement	$k_v = 1.0$			$k_v = 0.5$			$k_v = 2.0$		
	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
M … M	1.00	①	1.00	1.00	①	1.76			
M … $M/2$	1.31	①	1.00	1.32	①	1.78			
M	1.77	①	1.16	1.76	①	1.83			
M … $M/2$	2.33	①	0.68	2.25	①	1.55			
M … M	2.56	①	0.00	2.25	①	0.00			
q	1.13	0.46	0.53	0.97	0.30	0.98			
q	-2.58	1.53	0.75	-1.49	2.00	1.07			
Q	1.36	0.59	1.73	1.07	0.43	3.06			
Q	-1.69	1.50	2.64	-0.94	0.71	4.80			
$l/4$ Q $l/2$ Q $l/4$	1.05	0.43	1.12	1.01	0.41	1.89			
αl Q							$\frac{1.28}{\alpha}$	0.43	②
q							2.05	0.83	②

① Sans influence s'il n'y a pas de charge transversale
② Sans influence pour une section bisymétrique

Logiciel LTbeam

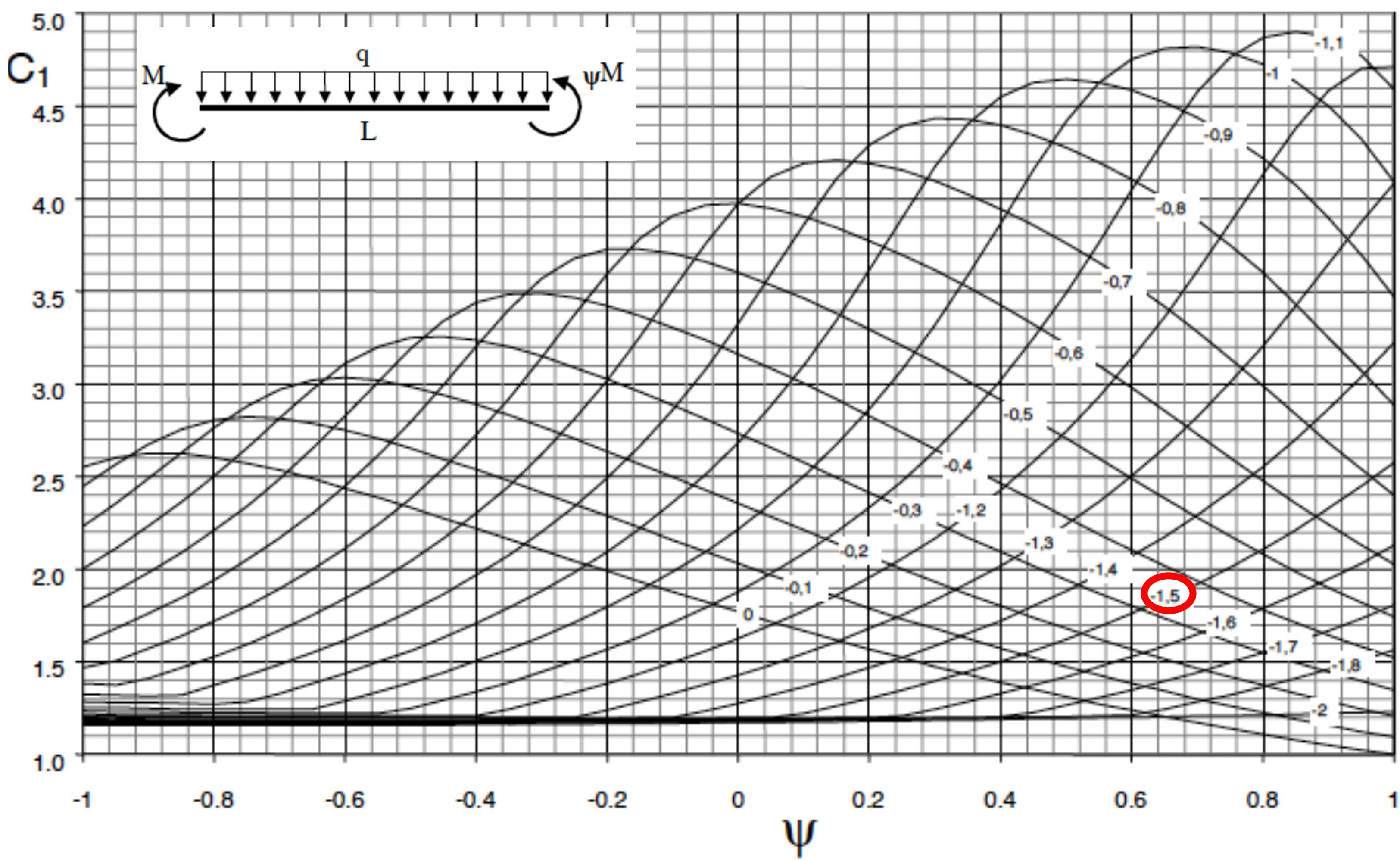
C_3 est fonction d'un paramètre supplémentaire, fonction des inerties des parties tendue et comprimée de la section asymétrique.

Autre manière de représenter les valeurs des coefficients

Selon Y. Galéa, construction métallique, n° 2, 2002

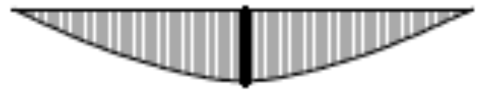
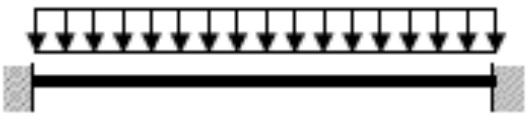
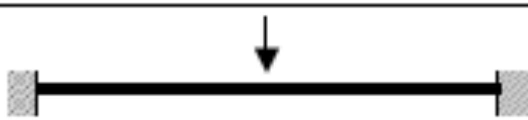
Abaque 2 – *Coefficient C_1 – Moments d'extrémité et charge répartie – μ négatif*

$$\mu = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot M}$$

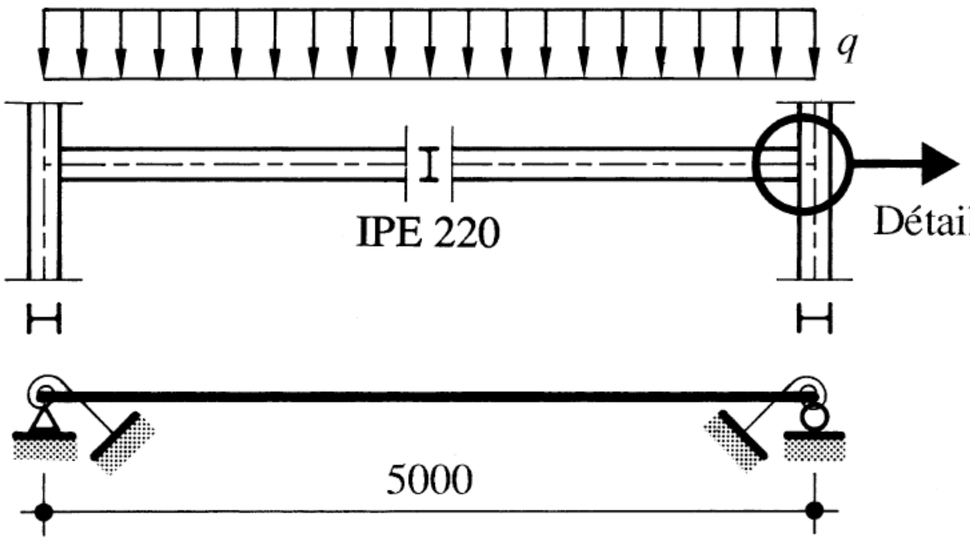


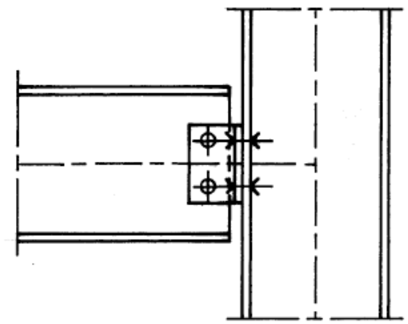
2.58

EN 1993-1-1, DAN France, Tab. A.2: valeurs des coefficients de déversement élastique

Chargement et conditions d'appul dans le plan	Diagramme du moment fléchissant	C_1	C_2
		1,13	0,45
		2,57	1,55
		1,35	0,59
		1,69	1,50
Note : M_{cr} est calculé pour la section de moment maximal le long de la barre (*en gras*).			

Exemple de calcul 11.1 de M_{crD} , cas articulé





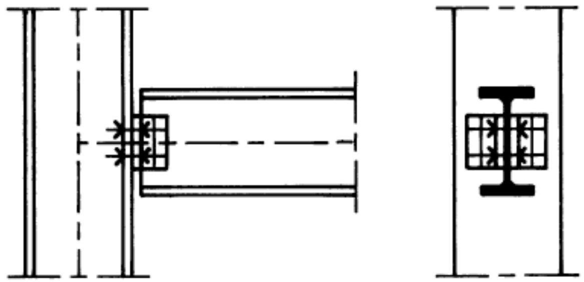
Attache par cornières boulonnées (articulée)

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{k_v k_\varphi l_D^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z}\left(\frac{GKk_\varphi^2 l_D^2}{\pi^2 EI_\omega}+1\right)}$$

From table SZS C5: $I_z = 2.05 \cdot 10^6 \text{mm}^4, K = 0.0898 \cdot 10^6 \text{mm}^4$

Using (4.50)
ou (4.58b exact): $I_\omega = I_z \frac{\left(h - t_f\right)^2}{4} = 2.05 \cdot 10^6 \frac{(220 - 9.2)^2}{4} = 22.8 \cdot 10^9\ mm^6$

Exemple de calcul 11.1, cas articulé



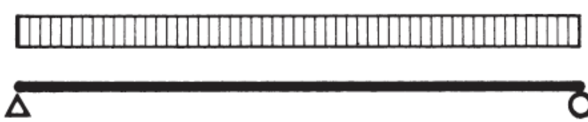
$w = 0 \qquad w'' = 0$

$v = 0 \qquad v'' = 0$

$\varphi = 0 \qquad \varphi'' = 0$

$k_v = 1.0$

$k_\varphi = 1.0$



C_1	C_2
1.13	0.46

Type de liaison	articulé	semi-rigide	rigide
k_v	1.0	1.0	1.0
k_φ	1.0	1.0	$0.5 \rightarrow 1.0^*$
$\lvert C_1 \rvert$	1.13	$(2.58 + 1.13)/2 = 1.85$	2.58
$\lvert M_{cr,D} \rvert$	44.6 kNm	72.4 kNm	102 kNm
% $\lvert M_{cr,D,\ articulé} \rvert$	(100%)	(162%)	(229%)

*admis conservativement comme valant 1.0.

Calcul Moment critique de déversement élastique selon SIA 263 (1)

ANNEXE B MOMENT CRITIQUE DE DEVERSEMENT ELASTIQUE M_{cr}

B.1 Si les appuis aux extrémités de la barre sont des appuis à fourche et que la charge agit dans l'axe de la barre, le moment critique de déversement élastique est:

$$M_{cr} = W_{el,y} \sigma_{cr,D} \tag{91}$$

$\sigma_{cr,D}$ selon le chiffre B.3.

B.2 Dans les cas pratiques et malgré les différences dans les conditions d'appuis et de l'introduction des charges, le calcul simplifié du moment critique de déversement élastique M_{cr} est généralement admis.

B.3 La contrainte critique de déversement élastique σ_{crD} d'une barre à section bisymétrique est:

$$\sigma_{crD} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2} \tag{92}$$

B.4 La composante σ_{Dv} (torsion uniforme) de la contrainte critique de déversement élastique est donnée par :

$$\sigma_{Dv} = \eta \frac{\pi}{L_D W_{el,y}} \sqrt{GK\,EI_z} \tag{93}$$

η selon le chiffre B.6

L_D longueur de déversement (longueur du tronçon, soit la distance entre deux appuis latéraux empêchant le déversement)

$W_{el,y}$ module de section élastique selon l'axe fort de la section

G, E selon le chiffre 3.2.2.1

K constante de torsion uniforme

I_z moment d'inertie de la section selon l'axe faible z.

Pour les sections à parois minces qui ne remplissent pas les conditions de la classe de section 3 (voir le chiffre 5.6.2.3), la composante $\sigma_{Dv} = 0$.

Calcul Moment critique de déversement élastique selon SIA 263 (2)

B.5 La composante σ_{Dw} (torsion non uniforme) de la contrainte critique de déversement élastique est égale à la contrainte critique de flambage élastique (Euler) de la membrure comprimée du profilé. Cette membrure se compose de l'aile comprimée et du tiers adjacent de la partie comprimée de l'âme ($t_w h_c/3$) selon la figure 40:

$$\sigma_{Dw} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_K^2} \qquad (94)$$

$\lambda_K = L_K/i$ élancement de la membrure comprimée

i_D rayon de giration de la membrure comprimée

$L_K = L_D/\sqrt{\eta}$ longueur de déversement réduite

L_D longueur de déversement (longueur du tronçon) selon chiffre B.4.

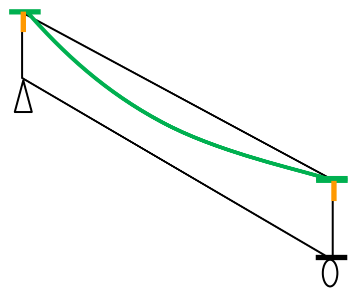
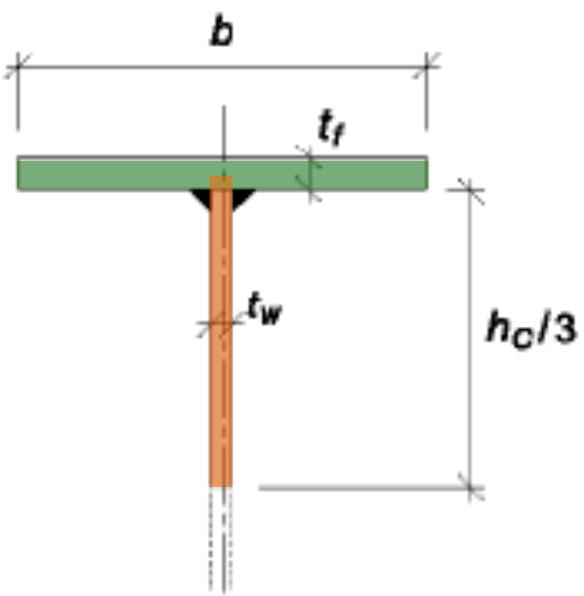


Figure 40: Membrure comprimée prise en compte dans le calcul de σ_{Dw}



$$i_D = \sqrt[4]{\frac{I_z I_\omega}{W_{y,el}^2}} = \sqrt{\frac{1/2 \cdot I_z}{A_f + 1/6 \cdot A_w}}$$

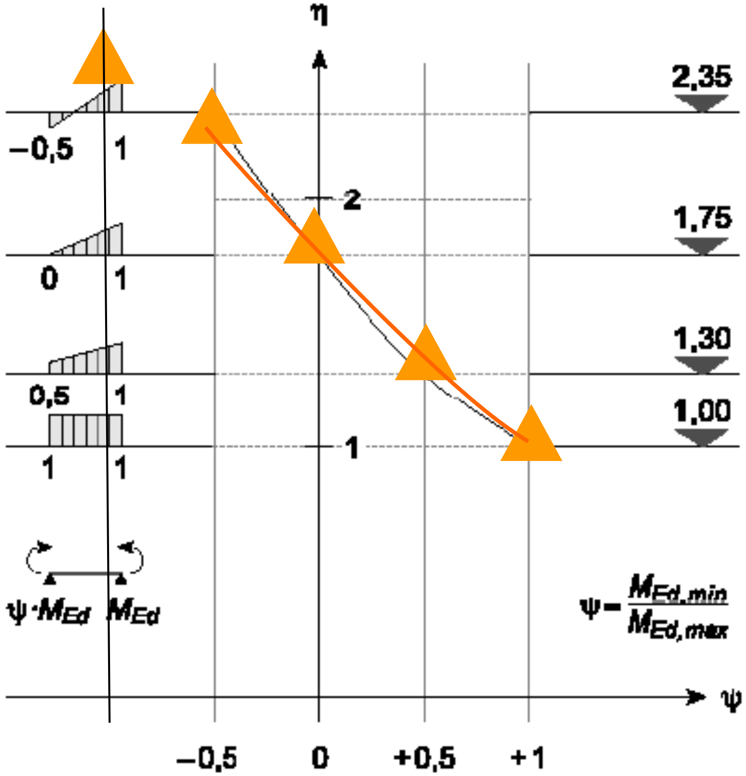
Calcul Moment critique de déversement élastique selon SIA 263 (3)

B.6 Le coefficient η prend en considération les appuis et le type de sollicitation à la flexion de la poutre. La formule 95, resp. la figure 41, est valable pour les tronçons de poutres avec des appuis à fourche à leurs extrémités et une répartition linéaire des moments.

$$\eta = 1{,}75 - 1{,}05\psi + 0{,}3\psi^2 \qquad \text{pour } \psi \geq -0{,}5 \qquad (95)$$

ψ rapport entre le plus petit et le plus grand moment d'extrémité, signes compris (voir la figure 41).

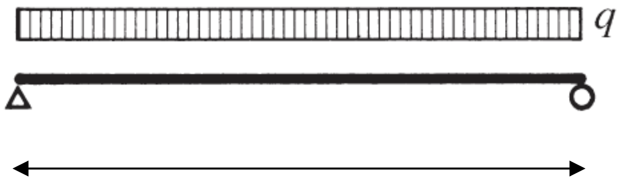
Figure 41: Coefficient η pour la prise en compte des différentes répartitions des moments



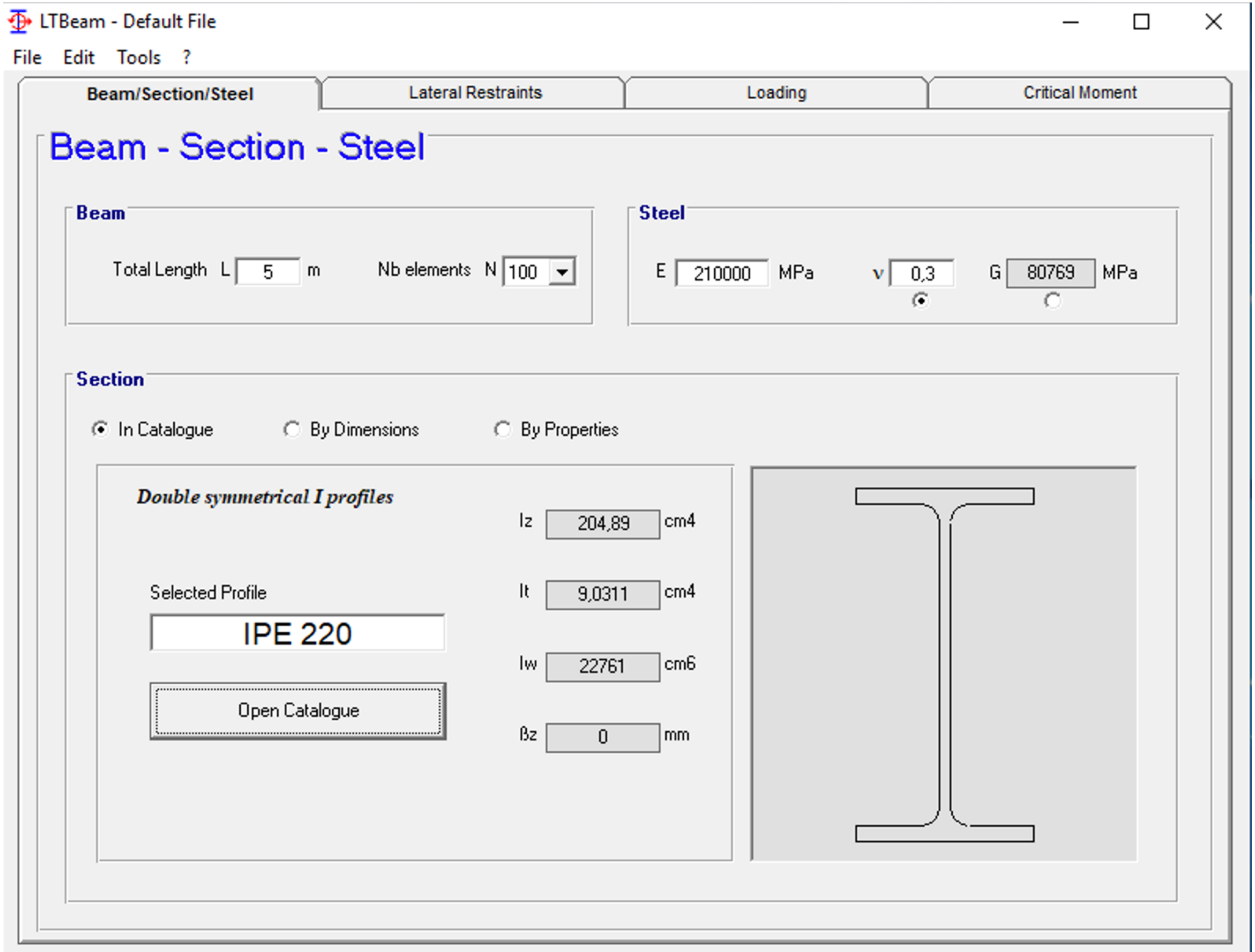
Note: $\eta \cong \dfrac{C_1}{k_v}$

$(k_\varphi = 1{,}0)$

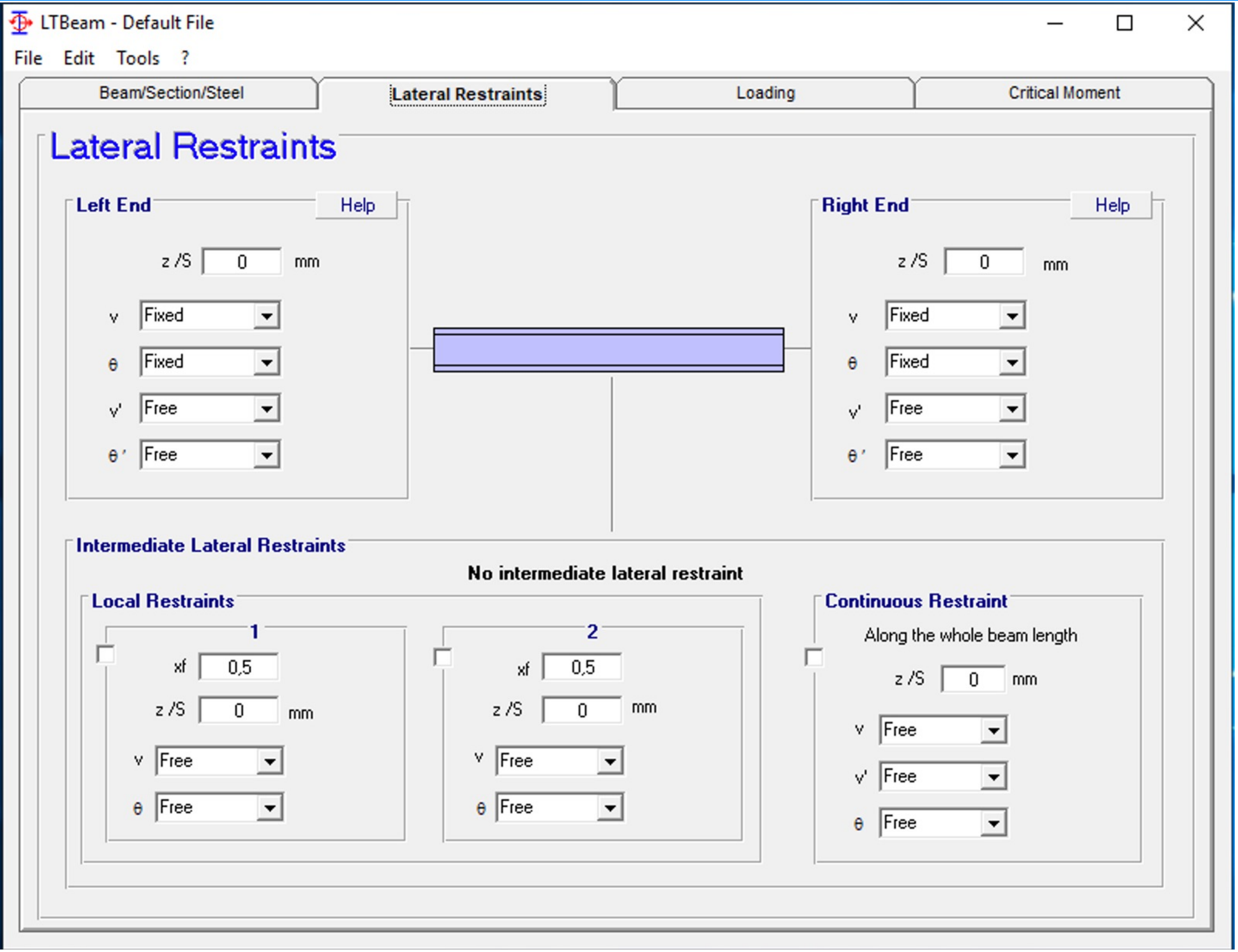
Exemple de calcul 11.1, cas articulé, selon SIA 263, annexe B



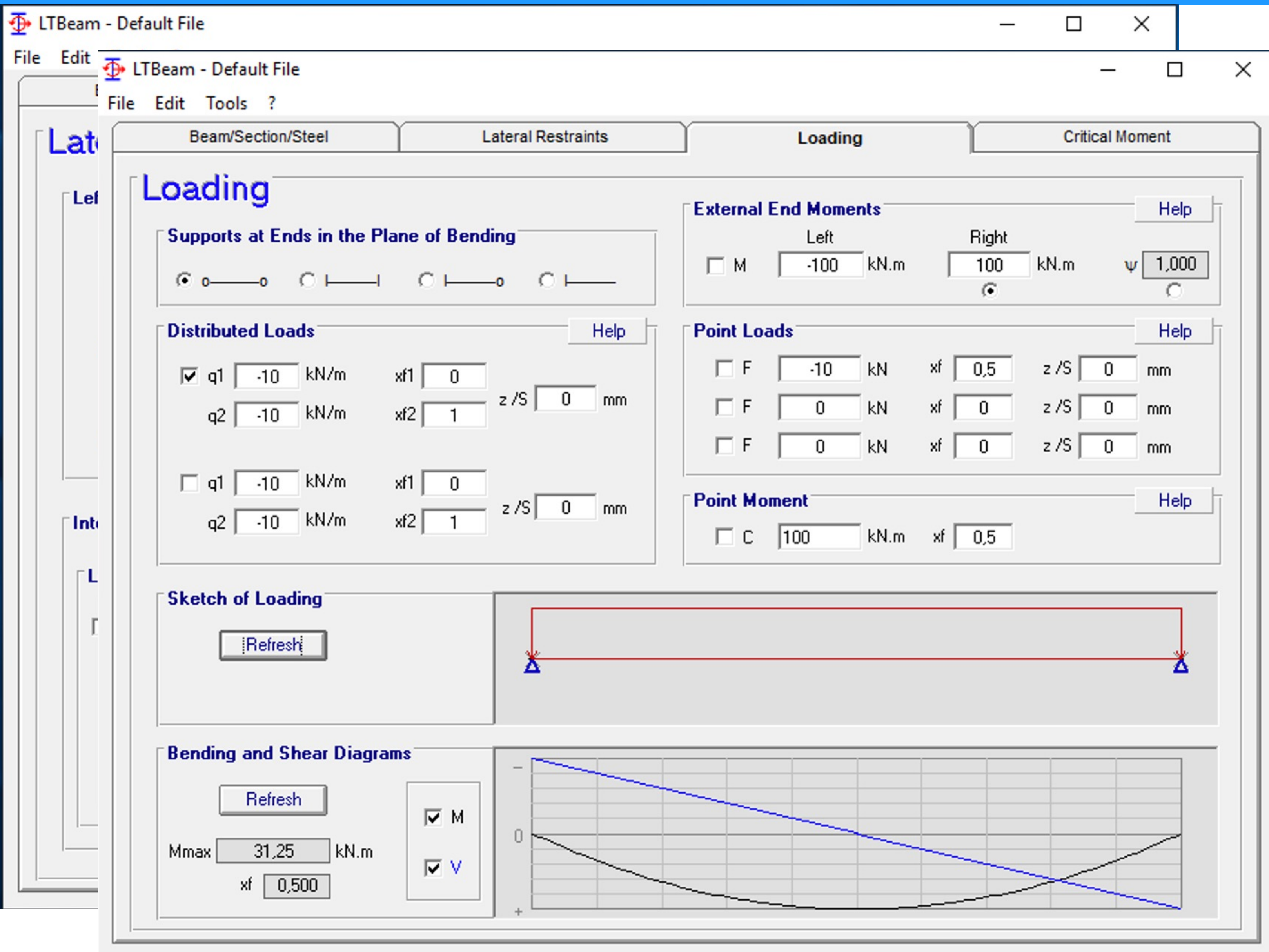
Alternative: Logiciel LTBeam pour le calcul de $M_{cr,D}$



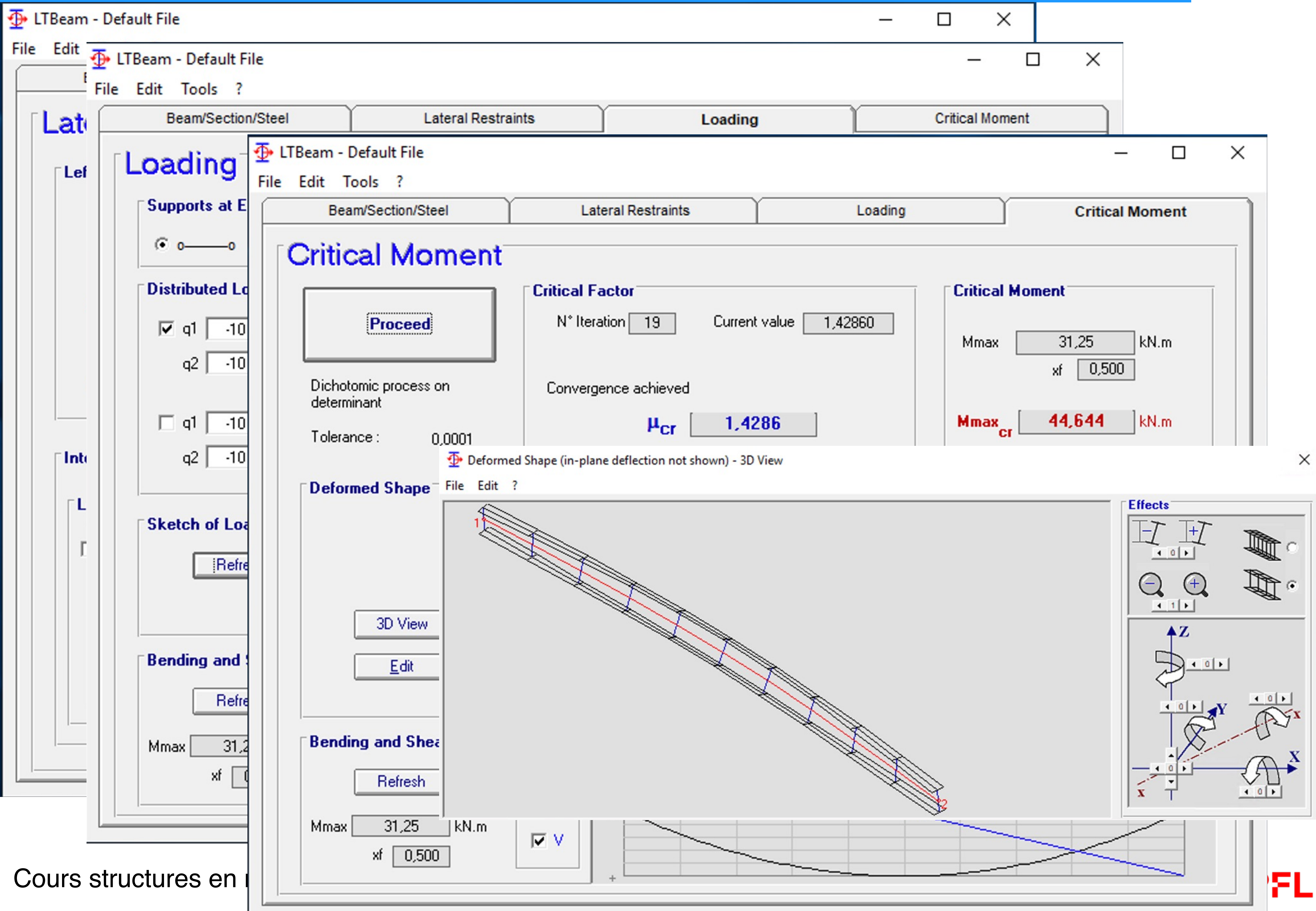
Alternative: Logiciel LTBeam pour le calcul de $M_{cr,D}$



Alternative: Logiciel LTBeam pour le calcul de $M_{cr,D}$



Alternative: Logiciel LTBeam pour le calcul de $M_{cr,D}$



Alternative: Logiciel LTBeam pour le calcul de $M_{cr,D}$

Traite des cas suivants:

- ✓ poutres à simple travée ou continues sur plusieurs appuis
- ✓ soumises à une flexion simple dans leur plan de forte inertie
- ✓ à sections transversales bi-symétriques ou mono-symétriques par rapport au plan de flexion
- ✓ maintiens latéraux vis-à-vis du déversement ponctuels ou continus, rigides ou élastiques
- ✓ maintiens du déplacement latéral, de la rotation de torsion, rotation de flexion latérale et du gauchissement
- ✓ les charges appliquées et les maintiens latéraux peuvent agir au-dessus ou au-dessous du centre de cisaillement des sections transversales

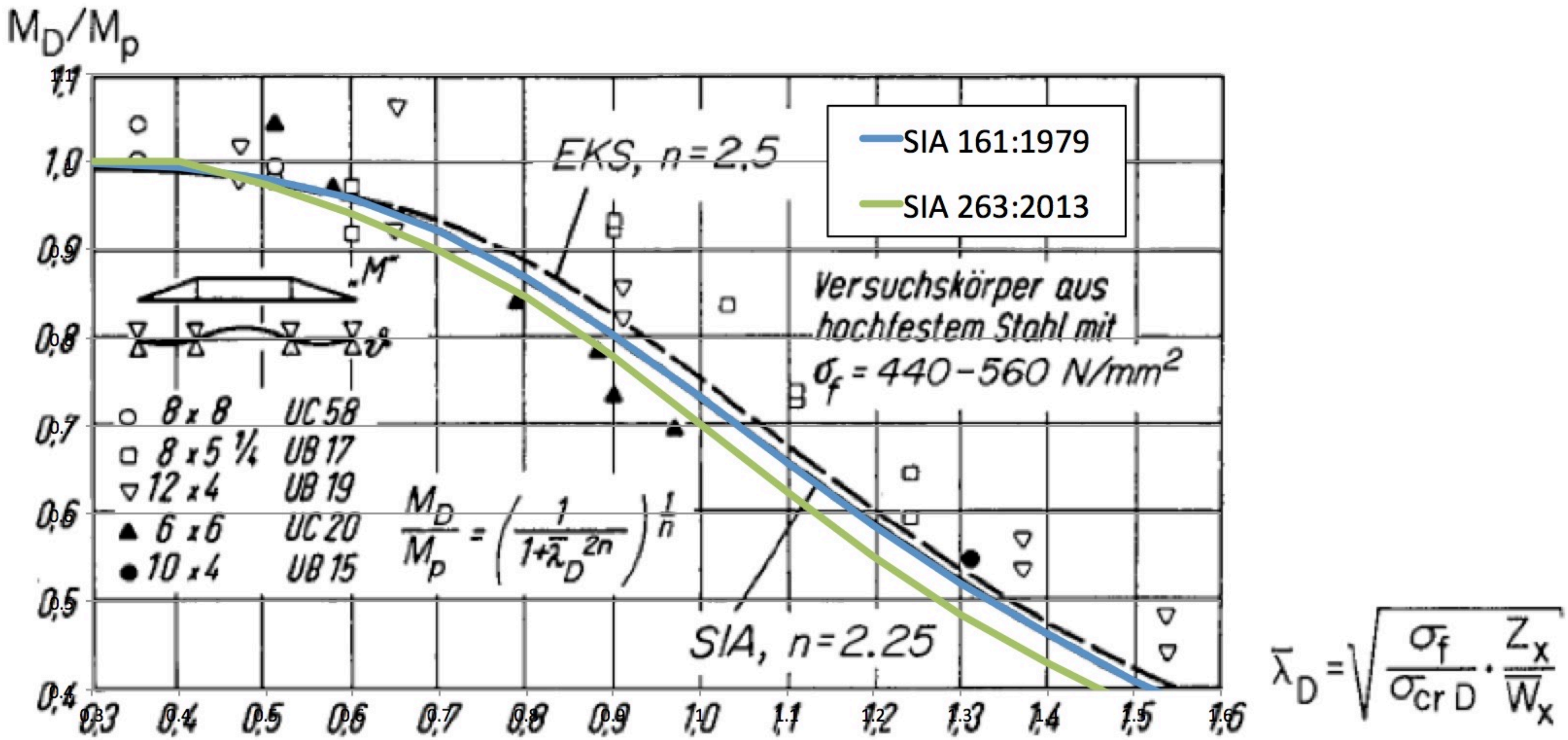
- Fonctionne sous environnements Windows XP, Vista, Windows 7, ...
- Téléchargement logiciel:

  Voir Moodle ou directement https://www.cticm.com/logiciel/ltbeam/
- Petit tutoriel vidéo disponible sur Moodle

Résistance ultime au déversement
et résumé des formules d'interaction à utiliser

TGC 10, section 11.3

Courbes de déversement, comparaison avec essais (Dubas, 1979)



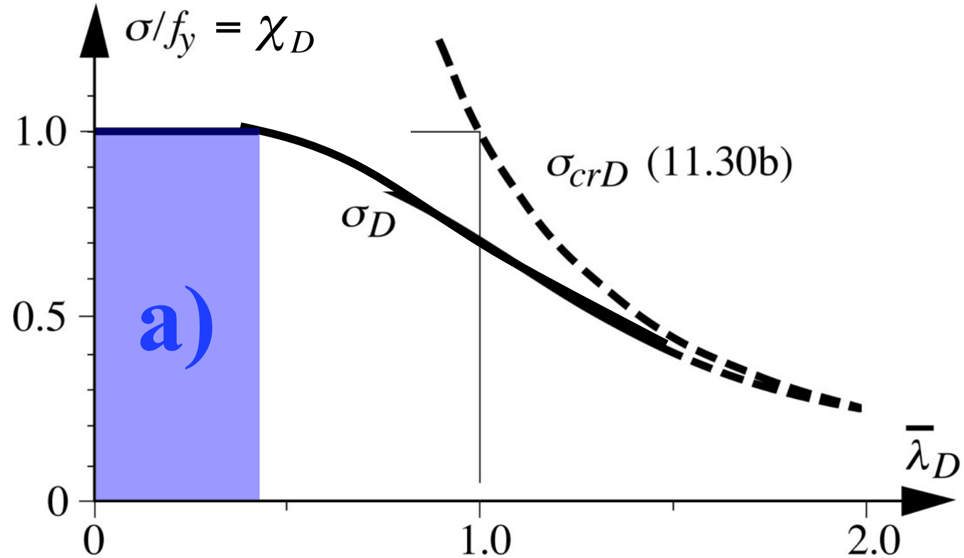
Méthode de vérification a) pas de déversement

$$\left.\begin{array}{l} L_D \leq L_{cr} \\ \text{et} \quad \dfrac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \leq 0{,}15 \\ \\ ou \quad \bar{\lambda}_D \leq 0.4 \end{array}\right\} \quad M_{Rd} = M_{classe}$$

Vérif. interaction si nécessaire

Besoin de $M_{cr,D}$ car :

$$\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{W \cdot f_y}{M_{cr,D}}}$$



Méthode de vérification b) calculer le moment résistant $M_{D,Rd}$

$$M_{D,Rd} = \frac{\chi_D \cdot W \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

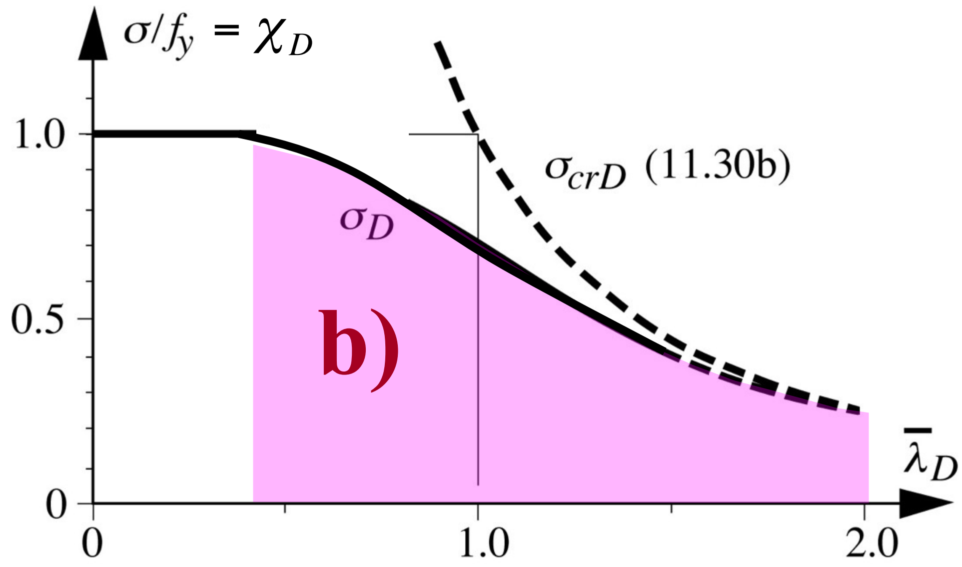
Pour cela, besoin de $M_{cr,D}$ car :

$$\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{W \cdot f_y}{M_{cr,D}}}$$

Une fois χ_D et $M_{D,Rd}$ déterminés,

vérification : $M_{Ed} \leq M_{D,Rd}$

Ou vérification interaction



Formules des courbes de déversement (SIA 263)

Identiques aux courbes de flambage, à part coefficients d'ajustement (ζ et β)

4.5.2.2 La valeur de calcul de la résistance au déversement de poutres fléchies sans appuis latéraux sera déterminée comme suit:

$$M_{D,Rd} = \chi_D \cdot W \cdot f_y / \gamma_{M1} \tag{9}$$

χ_D facteur de réduction pour le déversement selon le chiffre 4.5.2.3

W module de section, selon la classification des sections:

classes de section1 et 2: $W = W_{pl,y}$

classe de section 3: $W = W_{el,y}$

classe de section 4: $W = W_{eff,y}$ à partir de la section efficace selon le chiffre 4.5.3

4.5.2.3 Le facteur de réduction χ_D sera déterminé comme suit:

$$\chi_D = \frac{1}{\Phi_D + \sqrt{\Phi_D^2 - \bar{\lambda}_D^2}} \le 1{,}0$$

$$\Phi_D = 0{,}5\left[1 + \alpha_D \cdot \left(\bar{\lambda}_D - 0{,}4\right) + \bar{\lambda}_D^2\right]$$

$$\chi_D = \frac{1}{\Phi_D + \sqrt{\Phi_D^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_D^2}} \tag{10}$$

$$\Phi_D = 0{,}5\left[1 + \alpha_D\left(\bar{\lambda}_D - \zeta\right) + \beta \cdot \bar{\lambda}_D^2\right]$$

Amendement $\zeta = 0{,}4$ et $\beta = 1{,}0$

où $\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{W \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,D}}} \cdot \sqrt{\frac{W}{W_{el}}}$, coefficient d'élancement au déversement

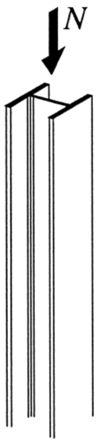
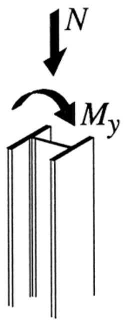
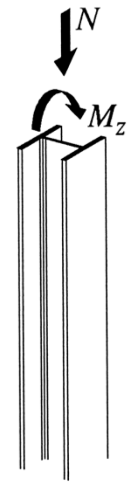
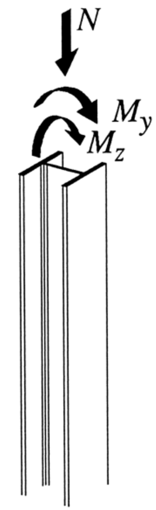
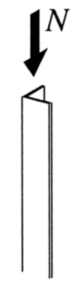
M_{cr}, $\sigma_{cr,D}$: moment ou contrainte critique de déversement élastique déterminé selon la théorie de l'élasticité (par exemple selon l'annexe B)

Coefficients d'imperfection:

profilés laminés: $\alpha_D = 0{,}21$

profilés soudés: $\alpha_D = 0{,}49$

Tableau 6.5: les différents cas d'instabilité d'éléments

N	$N + M_y$		$N + M_z$	$N + M_y + M_z$	N
					
	flambage hors plan et déversement empêchés	flambage hors plan et déversement non empêchés			flambage par flexion et torsion
§ 6.3.1	§ 6.3.2		§ 6.3.3	§ 6.3.4	§ 6.3.5
exemple 6.1	exemple 6.2	exemple 6.3	–	–	exemple 6.4

Formules de vérification interaction N+M selon SIA 263

ELEMENT (cadres à nœuds fixes = tenu):

Formule interaction:
SIA 263, equ. (49)

$$\frac{N_{Ed}}{N_{k,Rd}} + \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \frac{\omega \cdot M_{Ed,\max}}{M_{Rd}} \leq 1.0$$

$\omega = \omega_y < 1$ et déversement non-empêché, utiliser $M_{Rd} = M_{D,Rd}$ (cours suivant)
Et aussi effectuer la vérif. en section (avec N_{Rd} *et* $M_{y,Rd}$)
Si flambage hors-plan non-empêché et $N_{k,Rd,min} = N_{kz,Rd}$, alors utiliser $\omega_y = 1$ (et en flexion uniaxiale $M_{Rd} = M_{D,Rd}$, si biaxiale conservativement $M_{D,Rd,min}$)
Ceci couvre les cas d'interaction flexion-torsion, règles EC3 sont plus complètes.
(ou alors vérif. 2ème ordre direct avec e_0, $\mathcal{M}_{Ed}$)

Autres cas: SIA 263 § 5.1.9.1 et § 5.1.10.3

(49), (50), (51)

Pour des barres chargées transversalement ou des montants de cadres libres latéralement, la formule peut également être employée avec ω égal à 1. Pour les cadres libres latéralement, il faut prendre les longueurs de flambage $L_K \geq h$ correspondantes.

Formules de vérification interaction N+M selon SIA 263

CADRE/ELEMENT (cadres à nœuds déplaçables = non-tenu):

SIA 263 § 5.1.9.1

Pour des barres chargées transversalement ou des montants de cadres libres latéralement, la formule (49) peut également être employée avec ω égal à 1. Pour les cadres libres latéralement, il faut prendre les longueurs de flambage $L_K \geq h$ correspondantes.

1er ordre

Formule interaction APPROCHE I:
SIA 263, equ. (49)

$$\frac{N_{Ed}}{N_{k,Rd}} + \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \frac{M_{Ed,\max}}{M_{Rd}} \leq 1.0$$

SIA, non-tenu rigide
(si souple, attention !)

Mode à nœuds déplaçables !
Effets P-δ et P-Δ confondus
(formulation Eurocode meilleure)

APPROCHE II: Vérif. en section
(calcul 2ème ordre direct, avec φ,e_0):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{\mathcal{M}_{\varphi,e_0,Ed}}{M_{Rd}} \leq 1.0$$

SIA 263 Formules de vérification interaction $N+M_y+M_z$

Errata 2022, formules (50) et (51)

5.1.10.1 Dans le cas de barres à section constante, sollicitées en compression et en flexion selon les deux axes, la vérification de la stabilité peut être effectuée selon la formule:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{K,Rd}} + \frac{\omega_y}{1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{D,Rd}} + \frac{\omega_z}{1-\frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1{,}0 \quad (50)$$

5.1.10.2 Dans le cas de sections I bisymétriques et de profilés creux rectangulaires laminés, sollicitées en compression et en flexion selon les deux axes, si le flambage hors du plan et le déversement ne sont pas empêchés, la vérification de la stabilité peut être effectuée selon la formule d'interaction suivante:

$$\left(\frac{\omega_y M_{y,Ed}}{M_{y,red,Rd}}\right)^{\beta} + \left(\frac{\omega_z M_{z,Ed}}{M_{z,red,Rd}}\right)^{\beta} \leq 1{,}0 \quad (51)$$

$M_{D,Rd,}$ valeur de calcul du moment de déversement selon le chiffre 4.5.2 avec un moment constant sur toute la longueur de la barre dans le cas d'une flexion selon les deux axes, avec la répartition effective des moments dans le cas d'une fléxion selon un axe

Conservatif

$M_{D,Rd,min}$ valeur de calcul du moment de déversement avec un moment constant

$N_{k,Rd}$ le minimum des 2 valeurs $N_{ky,Rd}$ et $N_{kz,Rd}$. Si $N_{kz,Rd}$ alors prendre $\omega_y = 1$

Flambage et déversement:

Formules plus complètes de stabilité de l'Eurocode 3

- Formulation générale:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{k,Rd}} + f_{ij}\left(\omega_i;\frac{1}{1-N_{Ed}/N_{cri}};\ldots\right)\frac{M_{y,Ed,\max}}{M_{D,Rd}} + f_{ij}\left(\omega_j;\frac{1}{1-N_{Ed}/N_{crj}};\ldots\right)\frac{M_{z,Ed,\max}}{M_{z,Rd}} \leq 1.0$$

- EN1993-1-1: 2005 § 6.3.3 et Annexe A:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy}\frac{M_{y,Ed}+\Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT}\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz}\frac{M_{z,Ed}+\Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \\ &\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy}\frac{M_{y,Ed}+\Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT}\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz}\frac{M_{z,Ed}+\Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \end{aligned}\right.$$

N_{Rk}

$$N_{k,Rd} = \frac{\chi_k \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}$$

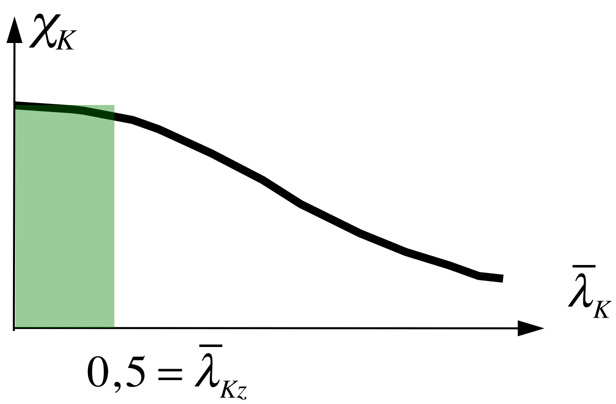
- Formulation SIA 263 (néglige le couplage d'instabilités en flexion-torsion):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{k,Rd}} + \frac{\omega_y}{1-N_{Ed}/N_{y,cr}}\frac{M_{y,Ed}}{M_{D,Rd}} + \frac{\omega_z}{1-N_{Ed}/N_{z,cr}}\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1.0$$

Errata 2022: Exige, conservativement, ω_y = 1 si $N_{kz,Rd}$ *et je recommande* $M_{D,Rd,min}$ si M biaxial

Résumé utilisation des formules d'interaction N + M

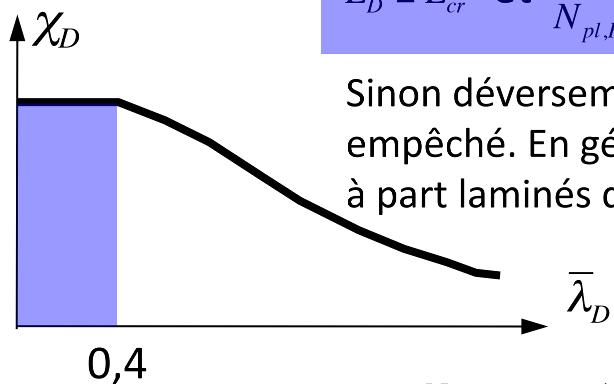
Flambage :



Déversement:

$L_D \leq L_{cr}$ et $\dfrac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \leq 0{,}15$

Sinon déversement pas empêché. En général calcul EE, à part laminés double-té



Elément $\dfrac{N_{Ed}}{N_{k,Rd}} + \dfrac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \dfrac{\omega \cdot M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \leq 1.0$

Flambage hors plan empêché et déversement empêché, classes 1 et 2:

- Tout profilé ⟹ SIA 263, équ. (49) et, si nécessaire (44)

En section

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1.0$$

- Double té bisymétrique ⟹ SIA 263, § 5.1.9.2 et (45)

$$\frac{N_{Ed}}{N_{k,Rd}} + \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \frac{\omega \cdot M_{Ed}}{\xi \cdot M_{Rd}} \leq 1.0$$

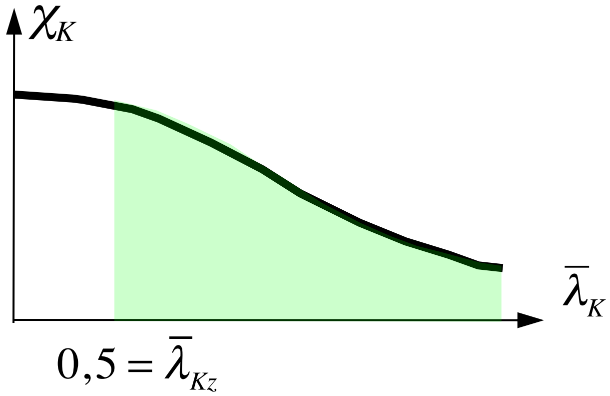
$$M_{y,Ed} \leq M_{y,N,Rd} = M_{y,Rd} \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}\right) \leq M_{y,Rd}$$

Classe 3: élastique, réduction correspondante des moments résistants

(Classe 4: formules exprimées en contrainte limite, à la place d'efforts)

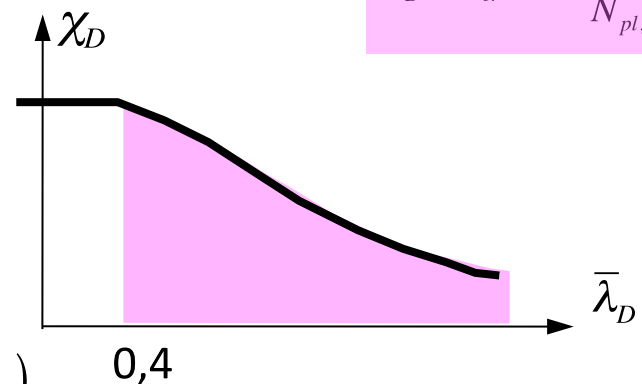
Résumé utilisation des formules d'interaction N + M

Flambage :



Déversement:

$L_D > L_{cr}$ ou $\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} > 0{,}15$



$\min\left(N_{ky,Rd}; N_{kz,Rd}\right)$

Elément $$\frac{N_{Ed}}{N_{k,Rd}} + \frac{\omega_y}{1 - N_{Ed}/N_{y,cr}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{D,Rd}} + \frac{\omega_z}{1 - N_{Ed}/N_{z,cr}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1.0$$

En section $$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1.0$$

Flambage et déversement non-empêchés, classes 1 et 2:

- Tout profilé ⟹ SIA 263, équ. (50) et, si nécessaire (44)
- Double té bisymétrique ⟹ SIA 263, équ. (51) et ((45) ou (48))

$$\left(\frac{\omega_y \cdot M_{y,Ed}}{M_{y,red,Rd}}\right)^{\beta} + \left(\frac{\omega_z \cdot M_{z,Ed}}{M_{z,red,Rd}}\right)^{\beta} \leq 1.0$$

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}}\right)^{2} + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}}\right)^{\beta} \leq 1.0$$

Suite(s) à ce cours

- CIVIL-369: Structural Stability (Dr. A. Castro e Sousa, Prof. D. Lignos)

Advanced topics in structural stability. Static and dynamic loads; elastic & inelastic buckling of columns; beam-columns; lateral-torsional buckling; nonlinear geometric effects; structural stability in the design codes; case studies include real-world applications of stability theory.

- CIVIL-511: Evaluation de structures existantes (Profs. E. Denarié & A. Nussbaumer)

Encompasses the examination of condition and load-carrying capacity, decision criteria, and methods for rehabilitation or strengthening. Bases necessary for this approach at the level of materials (NDE, derteriorations, updating of resistance, UHPFRC and external prestressing) and structural response (safety level, updating of action effects).

- CIVIL-526: Métal, chap. choisis (Prof. A. Nussbaumer)

Accent sur particularités métal, soit les méthodes d'analyse et de dimensionn. à la fatigue et à l'incendie, de structures mixtes.


FIN

ANNEXES backup dias avec texte

Expression pour le moment critique de déversement élastique

1) flexion selon l'axe η : $EI_y \cdot \frac{d^2w}{dx^2} + M_\eta = 0$ $M_\eta = M_y \cdot \cos\frac{dv}{dx} \cong M_y$

$M_\eta \approx M_y$

2) flexion axe faible ζ : $EI_z \cdot \frac{d^2v}{dx^2} + M_\zeta = 0$ $M_\zeta = M_y \cdot \sin\varphi \cong M_y \cdot \varphi$

3) torsion selon ξ : (voir TGC 10, équ. 4.63)

$\times[-1]$ $-GK\frac{d\varphi}{dx} + EI_w\frac{d^3\varphi}{dx^3} + T = 0$ $T = M_y \cdot \sin\frac{dv}{dx} \cong M_y \cdot \frac{dv}{dx}$

$EI_w\frac{d^4\varphi}{dx^4} - GK\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -M_y \cdot \frac{d^2v}{dx^2} = +M_y^2 \frac{\varphi}{EI_z}$

cond. aux limites :

$x = 0$ et L

$w = 0$

$\varphi = 0$

$\varphi'' = 0$

$(\varphi \neq 0)$

de 2) $\frac{d^2v}{dx^2} = -M_y \cdot \frac{\varphi}{EI_z}$

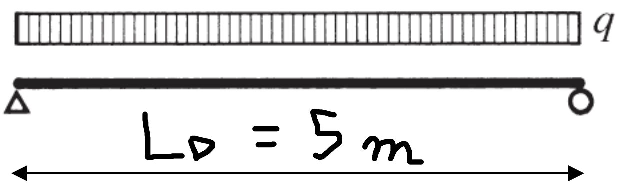
$\lambda_1 = \frac{GK}{EI_w}$

$\lambda_2 = \frac{M_y^2}{E^2 \cdot I_z \cdot I_w}$

$\varphi^{IV} - \lambda_1 \cdot \varphi'' - \lambda_2 \cdot \varphi = 0$

$\varphi = e^{\lambda z}$ $\lambda = \pm\alpha$ $\lambda = \pm i\beta$

$\varphi(x) = A\cosh(\alpha \cdot x) + B\sinh(\alpha x) + C\sin(\beta x) + D\cos(\beta x)$

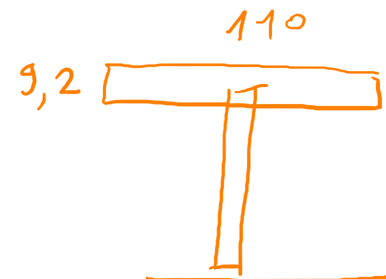


M

Tab. 6 $L_{CR}(EP) \simeq 1000\,mm << L_D$

$$\sigma_{DV} = \eta \frac{\pi}{L_D \cdot W_{y,el}} \sqrt{G \cdot K \cdot E \cdot I_z} = \frac{\pi \cdot 55{,}96 \cdot 10^6}{5000 \cdot 252} = 139{,}5\,N/mm^2$$

$\eta = 1{,}0$



$$\sigma_{DW} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_K^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000}{172{,}14^2} = 70\,N/mm^2$$

$$\lambda_K = \frac{L_K}{i_D} = \frac{L_D}{\sqrt{\eta} \cdot i_D} = \frac{5000}{\sqrt{1{,}0} \cdot 29} = 172{,}14$$

$$i_D = \sqrt{\frac{1/2 \cdot I_z}{A_f + 1/6\,A_w}} = \sqrt{\frac{2{,}05 \cdot 10^6 / 2}{110 \cdot 9{,}2 + 1/6 \cdot 1240}} = 29\,mm$$

$$\sigma_{CR,D} = \sqrt{\sigma_{DV}^2 + \sigma_{DW}^2} = \sqrt{139{,}5^2 + 70^2} = 156{,}1\,N/mm^2$$

$$M_{CR,D} = W_{y,el} \cdot \sigma_{CR,D} = 252 \cdot 10^3 \cdot 156{,}1 = \underline{\underline{39{,}3\,kNm}}$$

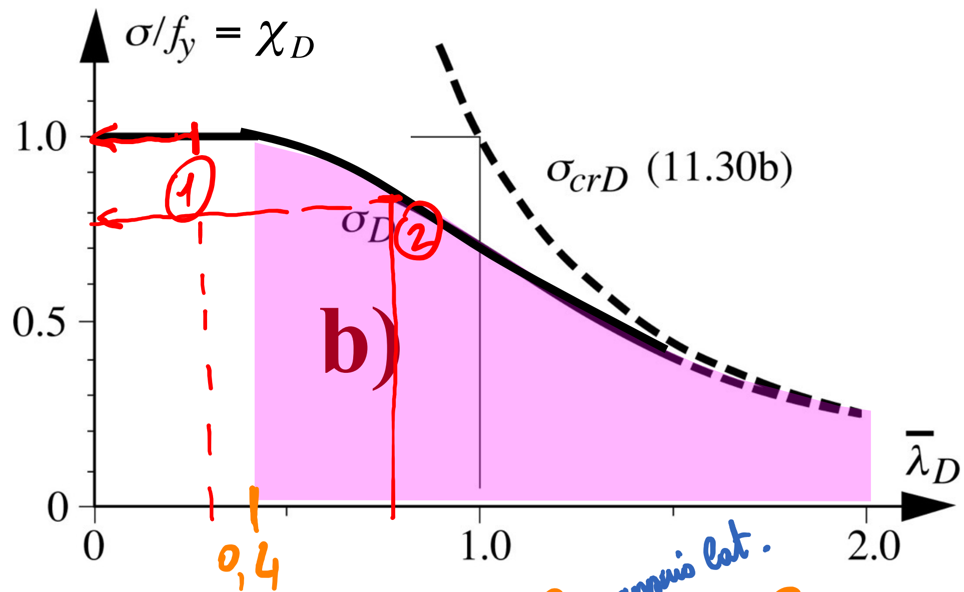
(TGC 10, $C_1 = 1{,}13$
$M_{CRD} = 44{,}6\,kNm$)

Méthode de vérification b) calculer le moment résistant $M_{D,Rd}$

$$M_{D,Rd} = \frac{\chi_D \cdot W \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

Pour cela, besoin de $M_{cr,D}$ car :

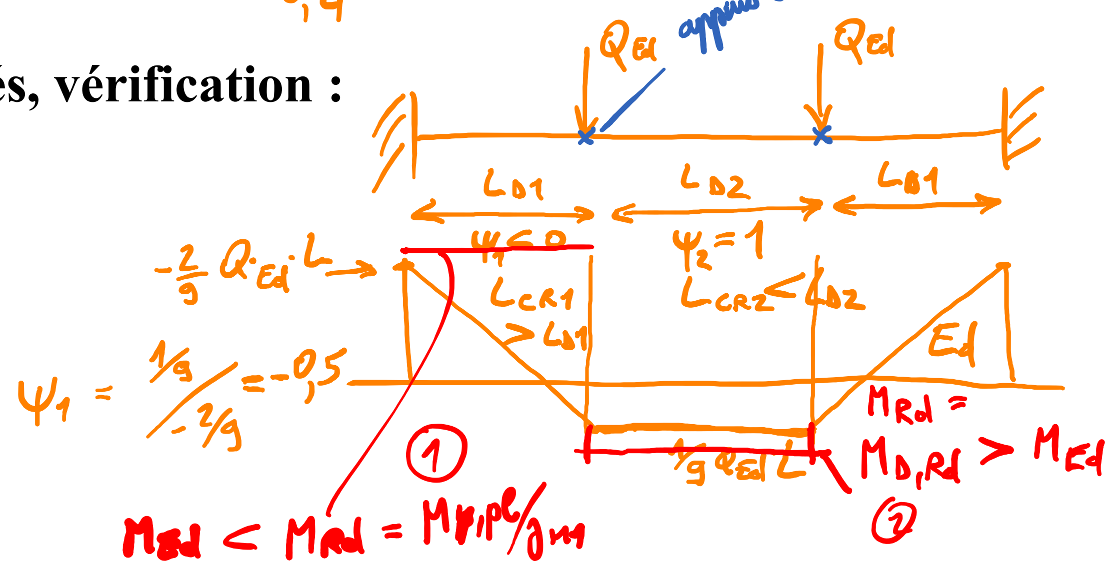
$$\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{W \cdot f_y}{M_{cr,D}}}$$



Une fois χ_D et $M_{D,Rd}$ déterminés, vérification :

$$M_{Ed} \leq M_{D,Rd}$$

Ou vérification interaction



CADRE SOUPLE, formule interaction, principes EN rapportés à SIA 263

CADRE SOUPLE/ELEMENT:
(Formule 1er ordre + amplif. Efforts, 2nd terme surestime effet, donc compensation avec 1er terme):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{k,Rd}} + \frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cr}} \frac{\omega \cdot \mathcal{M}_{\varphi,Ed,\max}}{M_{Rd}} \leq 1.0$$

Mode à nœuds fixes ! Effet P-δ

$$3 \leq \alpha_{cr} < 10$$

$$\mathcal{M}_{\varphi,Ed} = \frac{1}{1-1/\alpha_{cr}} M_{I,Ed}^{H+\varphi} + M_{I,Ed}^{Vert.}$$

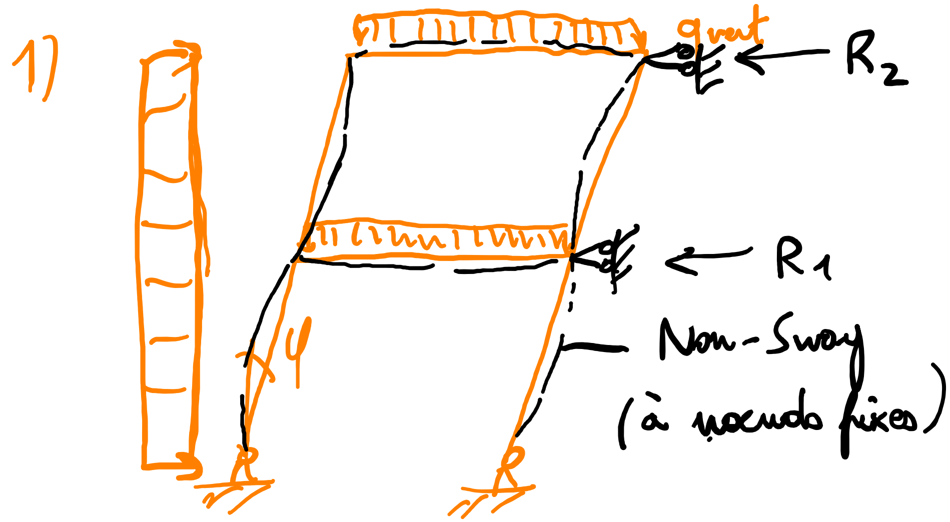
Mode à nœuds déplaçables

Contient les effets de 2ème ordre P-Δ.
Dans 2nd terme formule interaction, ne reste que les effets 2ème ordre P-δ à considérer, donc modes à nœuds fixes

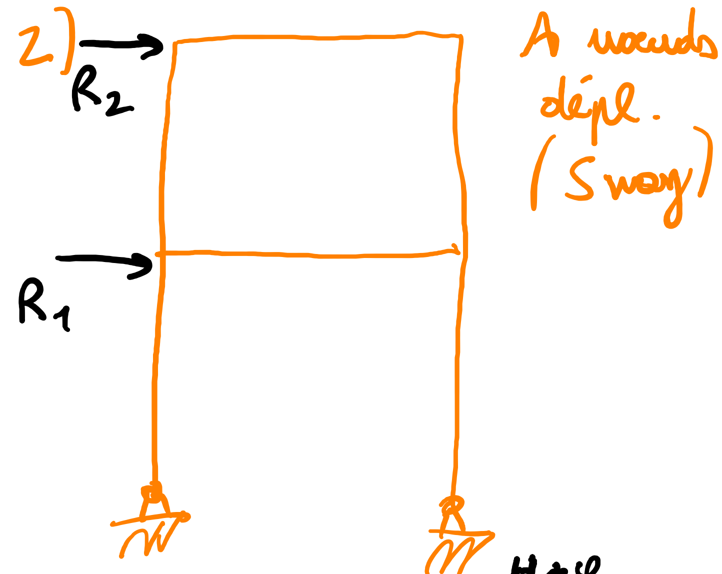
Toujours possible: Vérif. en toute section (calcul 2ème ordre direct, avec φ, e_0):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{\mathcal{M}_{\varphi,e_0,Ed}}{M_{Rd}} \leq 1.0$$

Cadres souples non-tenus, principe méthode « européenne »



$\Rightarrow M^{vent}_{I,Ed}$



$\Rightarrow M^{H+\varphi}_{I,Ed}$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{K,Rd,NS}} + \underbrace{\frac{1}{1 - N_{Ed}/N_{cR,NS}}}_{P-\delta} \; \frac{\overset{\overset{1,0}{\equiv}}{w_y} \cdot M_{y,Ed,max}}{M_{y,Rd}} \le 1,0$$

$M_{pl,Rd}, \dots$
$M_{D,Rd},$

$$M_{y,Ed,max} = M^{vent}_{I,Ed} + \underbrace{\frac{1}{1 - 1/\alpha_{cR,SW}}}_{P-\Delta} \cdot M^{H+\varphi}_{I,Ed}$$