

■ Autrice des dias (2023)
Prof. Katrin Beyer

■ Earthquake
Engineering and
Structural Dynamics
Laboratory

■ Dias supplémentaires
Prof. E. Denarié (2025)

■ Laboratoire de
comportement et
conception des
structures en béton



Statique

Treillis et Isostaticité des structures composées

Prof. E. Denarié

- Email avec toutes les informations suit
- Facultatif, ne compte pas pour la note finale
- Mercredi 2.4.2025
- Horaire : 13:15-14:15
- Sujets : tous aspects discutés pendant les 6 premières semaines du cours
- Livre fermé
- Autorisé : formulaire (une page manuscrite) & calculette non programmable

- **18 Juin 2025 15 h 15 – 18 h 15**
- Compte pour 75 % de la note finale
- Mercredi 18.6.2025
- Horaire : 15:15-18:15
- Salle CO 1
- Sujets : tous aspects discutés pendant le cours
- Livre fermé
- Autorisé : formulaire (deux pages manuscrites) & calculette non programmable

Objectif du cours

A la fin de ce cours, vous saurez :

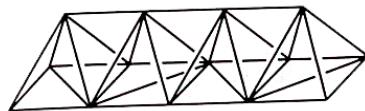
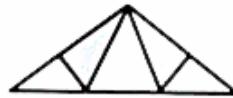
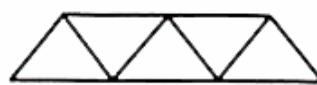
- Comment sont appelées les différentes barres d'un treillis
- Comment déterminer si un treillis est isostatique
- Comment calculer les efforts dans un treillis par différentes méthodes
- Comment identifier rapidement les barres avec effort nul
- Comment déterminer si une structure composée est isostatique

1. Définition et schéma statique d'un treillis
2. Isostaticité des treillis
3. Méthodes d'analyse
 - Equilibre des nœuds
 - Equilibre d'un fragment de treillis
 - Théorème des déplacements virtuels
4. Isostaticité des structures composées

Définition du treillis

- Ensemble de barres
- Liées par leurs articulations
- Formant une structure stable (plane ou spatiale)

- Treillis plans (2D): les charges et la structure sont comprises dans un plan



- Treillis spatiaux (3D)



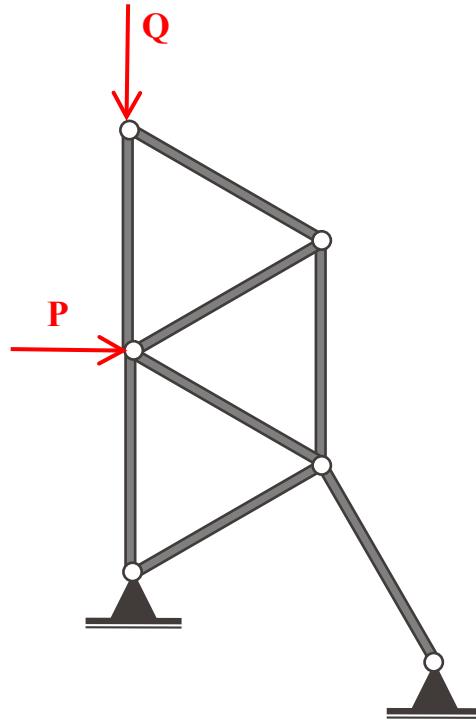
- Usage répandu des treillis :
 - Matériaux : acier, aluminium, bois
 - Construction légère et rationnelle (préfabrication)

Schéma statique du treillis

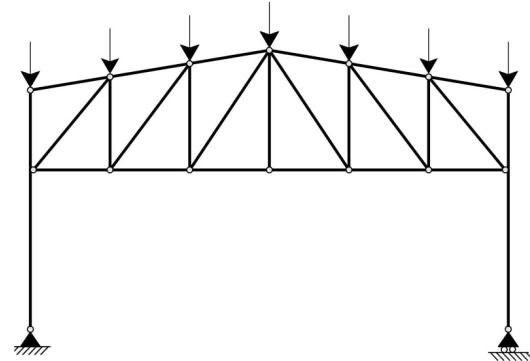
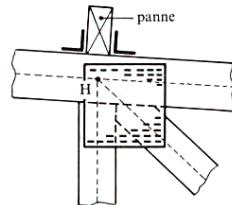
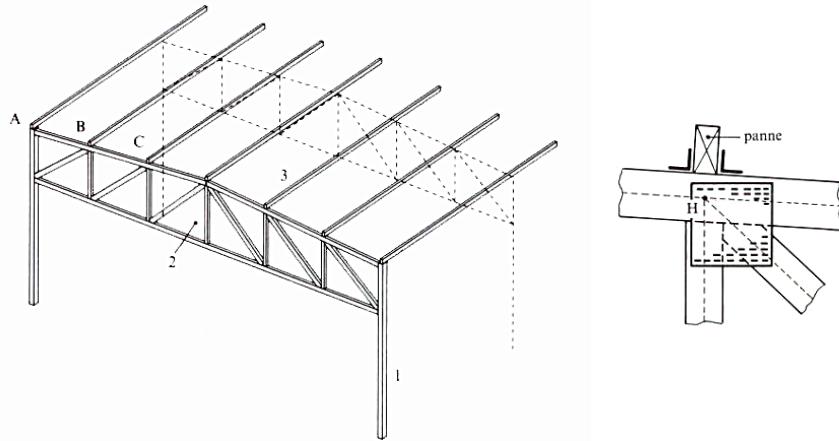
- **Nœuds** : articulations parfaites (pas de moment, rotation libre)
- **Barres** : axes concourants aux nœuds (pas d'excentricités!)
- **Charges** : seulement aux nœuds (puisque élément «barre»)

- Les barres ne transmettent qu'un effort axial (traction ou compression)

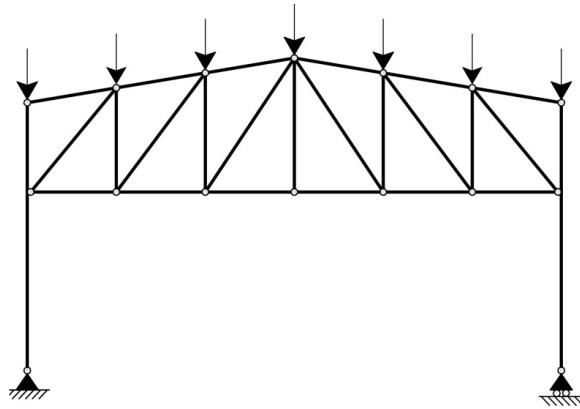
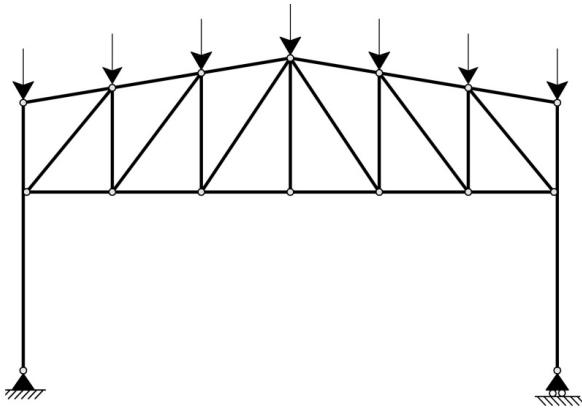
- Modélisation du poids propre :
 - Le poids propre de chaque barre est représenté par deux forces égales aux articulations de la barre
 - Le poids propre n'est pas négligeable mais l'effet local sur la barre est négligeable

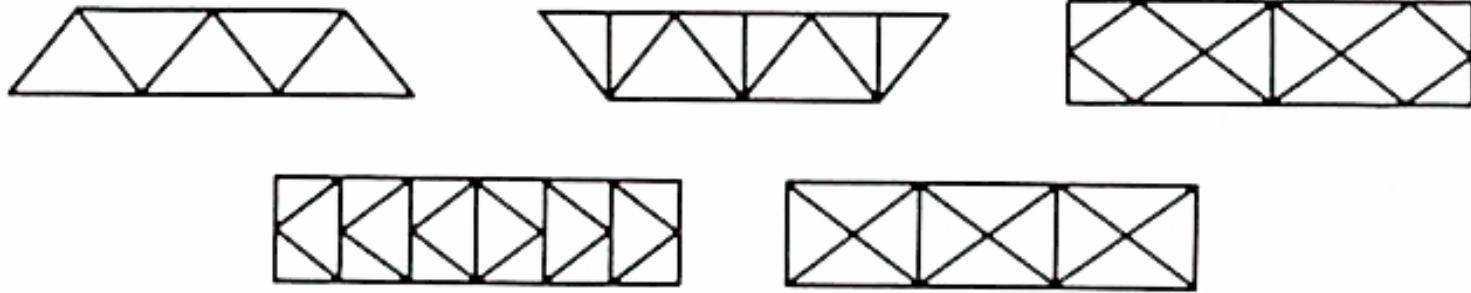


- **Nœuds** : souvent quasi-rigides
 - **Barres** : axes essentiellement concourants
 - **Charges** : essentiellement aux nœuds
- Si les nœuds ne sont pas trop encombrants ni les barres trop massives, le schéma statique du treillis est ok.



Attention à la position des articulations!





Différents types de barres d'une poutre en treillis :

- Membrure supérieure/inférieure (barres orientées dans la plus grande direction de la poutre en treillis)
- Diagonales (barres orientées obliquement à cette direction)
- Montants (barres orientées orthogonalement à cette direction)

Exemple : Old Little Belt Bridge, Danemark (1935)



1. Critère nécessaire (mais pas suffisant!)

- b : nombre de barres
- r : nombre de réactions
- n : nombre de nœuds

Treillis plans (2D)

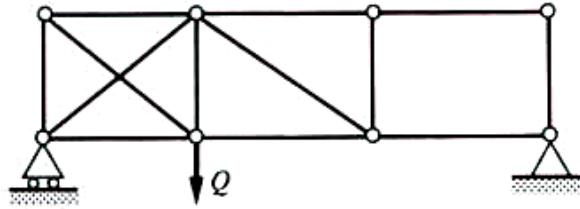
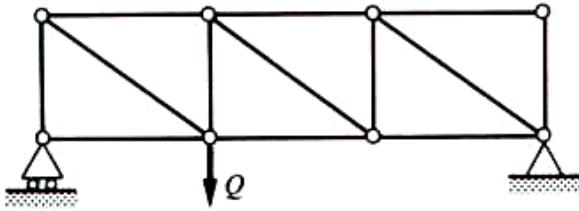
$$b + r = 2n$$

Treillis spatiaux (3D)

$$b + r = 3n$$

2. En plus, il faut vérifier que la structure **n'est pas un mécanisme**

Exemple : isostaticité des treillis



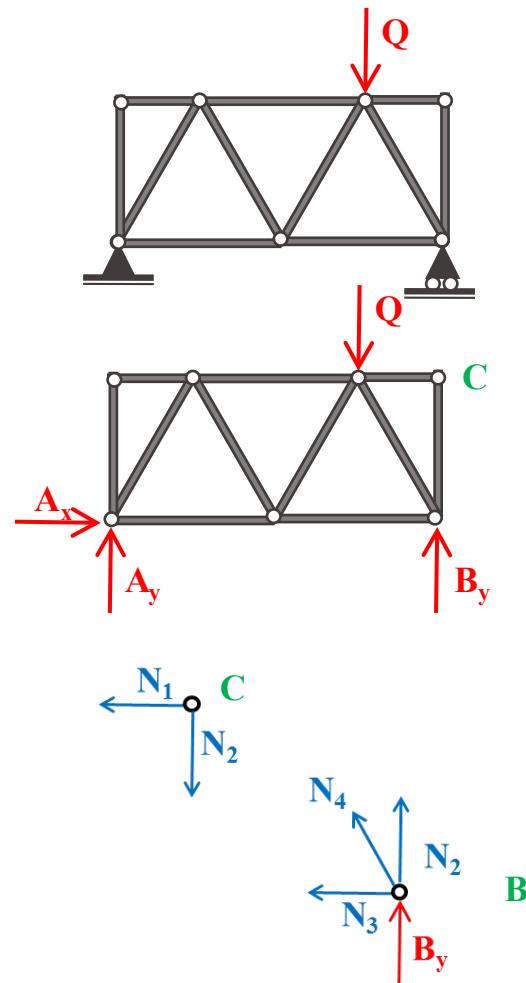
Méthodes pour calculer les efforts axiaux dans les barres des treillis plans isostatiques

3 méthodes :

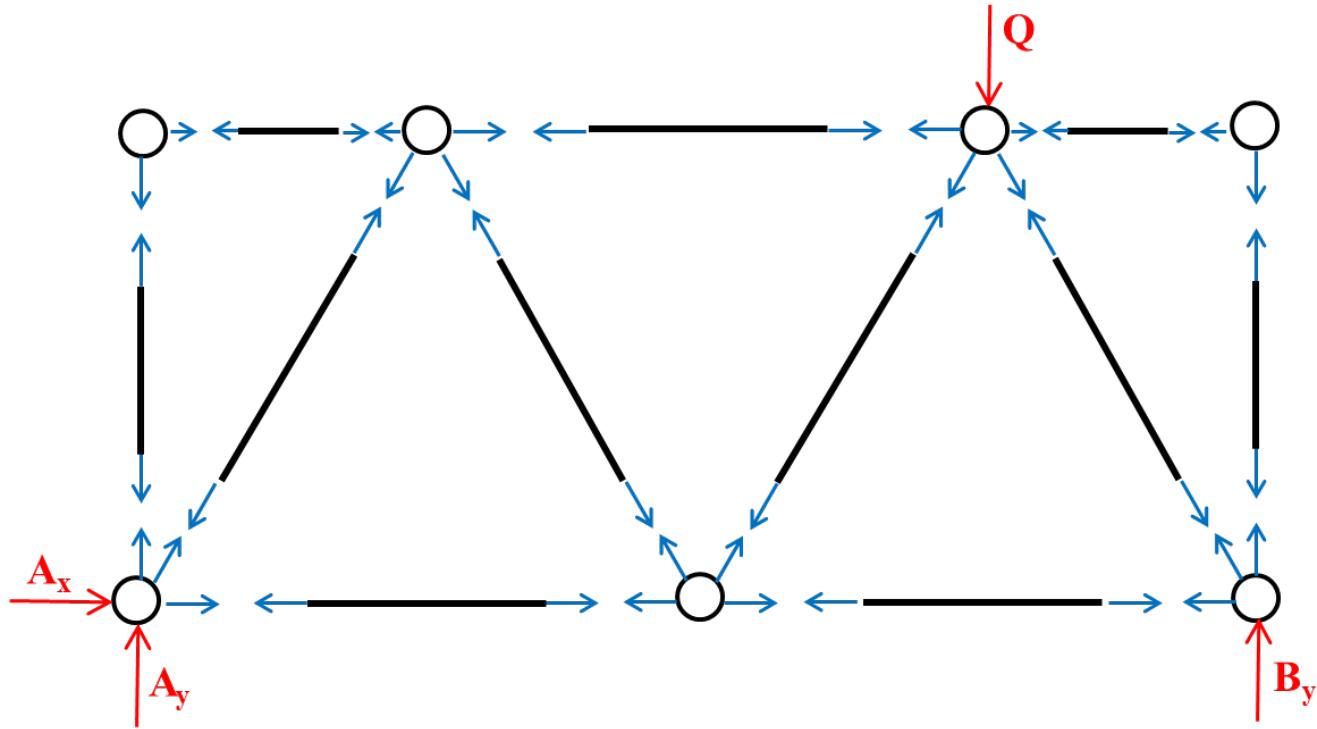
- Equilibre des nœuds
- Equilibre d'un fragment de treillis
- Théorème des déplacements virtuels

Equilibre des nœuds (cas 2D)

1. Calculer les réactions d'appuis
2. Commencer par un nœud où ne sont connectées que 2 barres (« nœud simple »)
3. Isoler les nœuds en coupant les barres
4. **Extérioriser les efforts normaux dans ces barres**
5. Ecrire les équations d'équilibre pour ce nœud
 - $\sum F_{x,noeud} = 0$
 - $\sum F_{y,noeud} = 0$
6. Continuer par un nœud avec seulement 2 inconnues



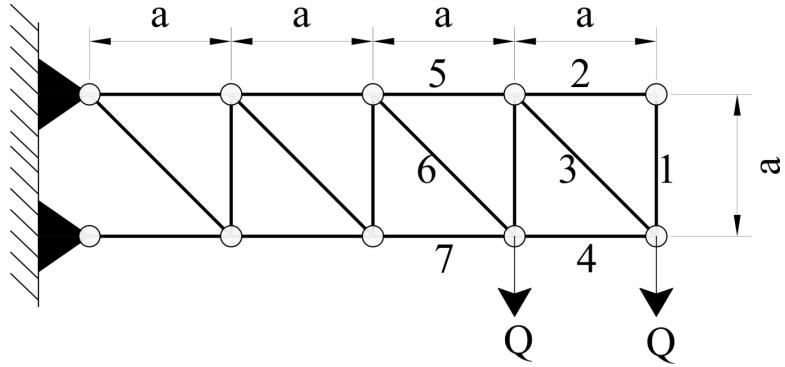
Equilibre des nœuds



Convention de signes pour l'effort normal :

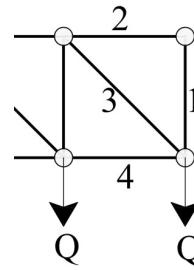
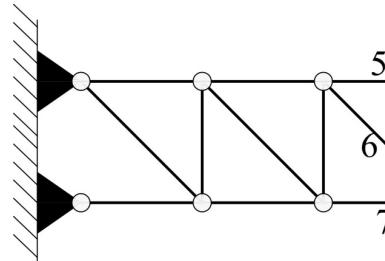
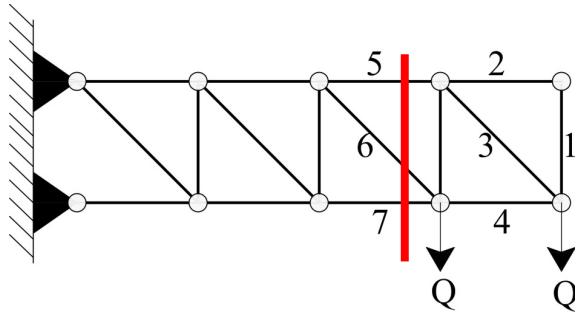
- Traction : +
- Compression : -

Exemple : calculer les efforts normaux dans les barres 1 à 5 et 8 par l'équilibre du nœud

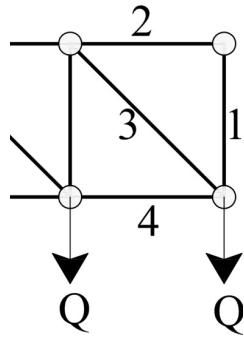
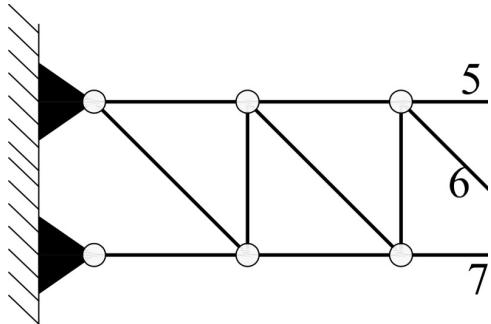


Equilibre d'un fragment d'un treillis

- Couper les treilles en deux fragments en coupant les barres dont les efforts normaux sont recherchés
- Formuler les équations d'équilibre pour un des deux fragments
- Coupe idéale : coupure de deux ou trois barres



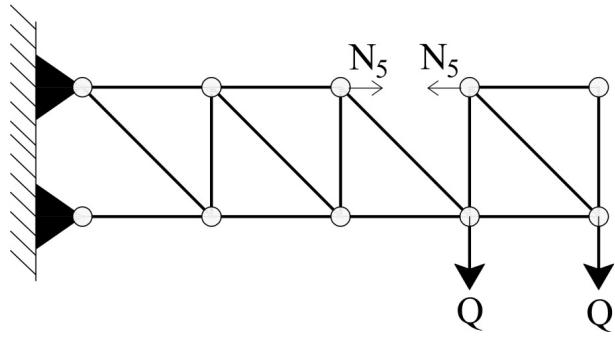
Exemple : calculer les efforts normaux dans les barres 5 à 7 par l'équilibre d'un fragment de treillis



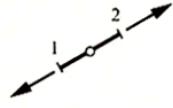
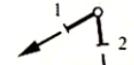
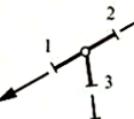
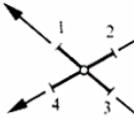
Théorème des déplacements virtuels

- Coupure simple d'une barre, extérioriser l'effort normal
- Trouver un champ de déplacement virtuel qui respecte toutes les autres liaisons
- Calculer l'effort axial par le TdV

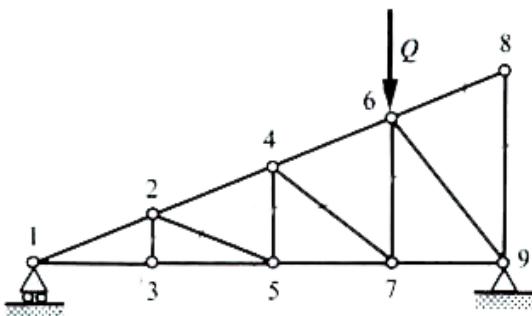
Exemple : Calculer l'effort normal de la barre 5



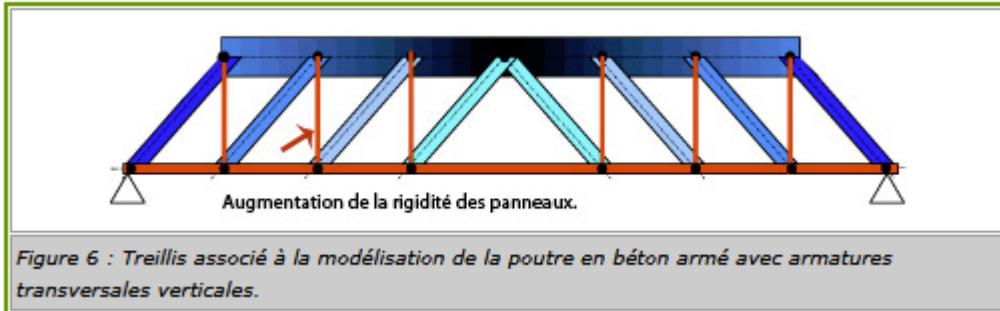
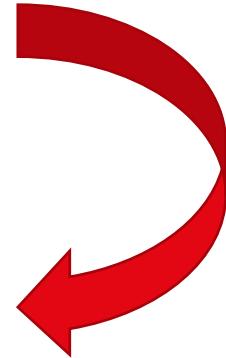
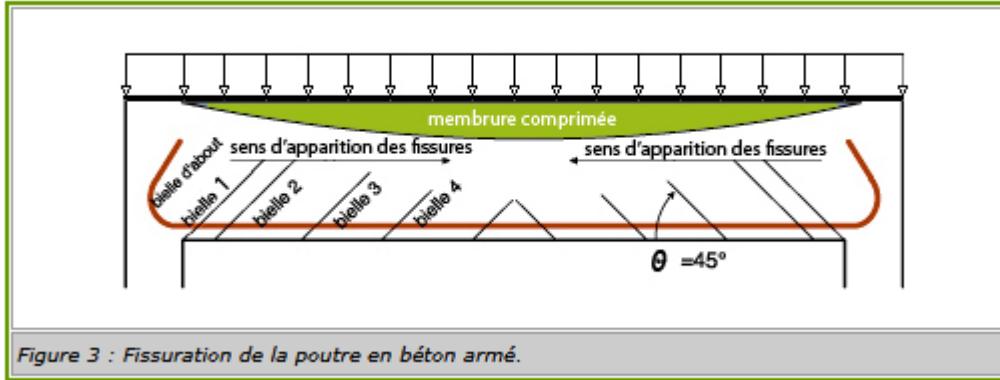
Quelques nœuds particuliers

| | | | | |
|-----------|---|---|---|---|
| Géométrie |  |  |  |  |
| | Barres alignées | | Barres 1 et 2 alignées | Barres alignées deux à deux |
| Propriété | $N_1 = N_2$ | $N_1 = 0$ $N_2 = 0$ | $N_1 = N_2$ $N_3 = 0$ | $N_1 = N_3$ $N_2 = N_4$ |

Avant de commencer à analyser un treillis, il faut identifier les barres avec un effort nul

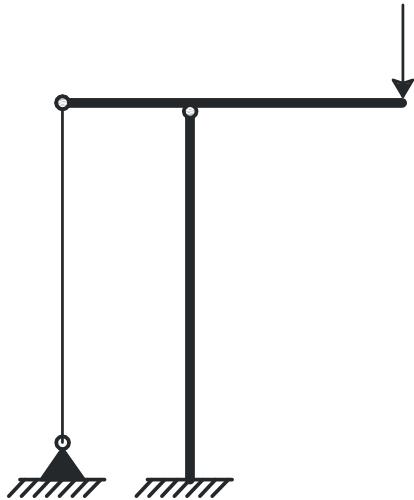


Modèles bielles et tirants (Strut and Tie)

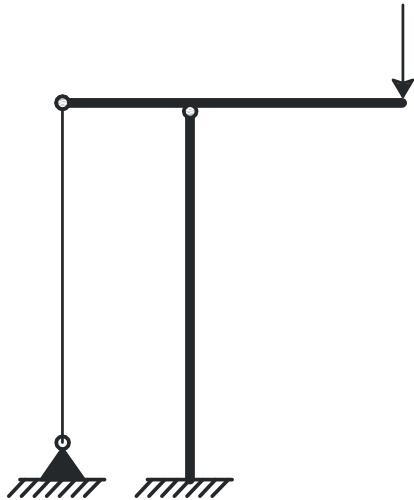


- Nombre d'équations indépendantes par élément isolé (cas 2D) :
 - Poutre (ou solide 2D) : 3
 - Barre : 1
 - Nœud : 2
- Conditions d'isostaticité :
 - Nombre d'inconnues = Nombre d'équations
 - La structure est stable/ne forme pas un mécanisme

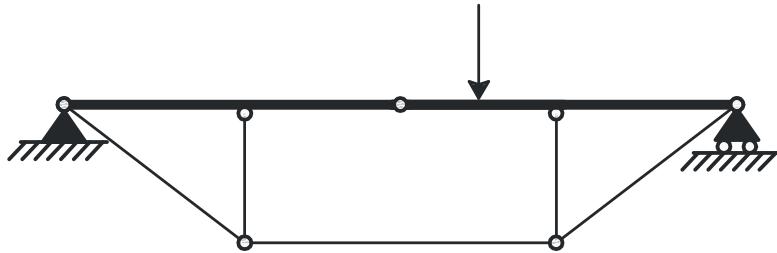
Exemple 1 : Isostaticité des structures composées



Exemple 1 : Isostaticité des structures composées (suite)



Exemple 2 : Isostaticité des structures composées

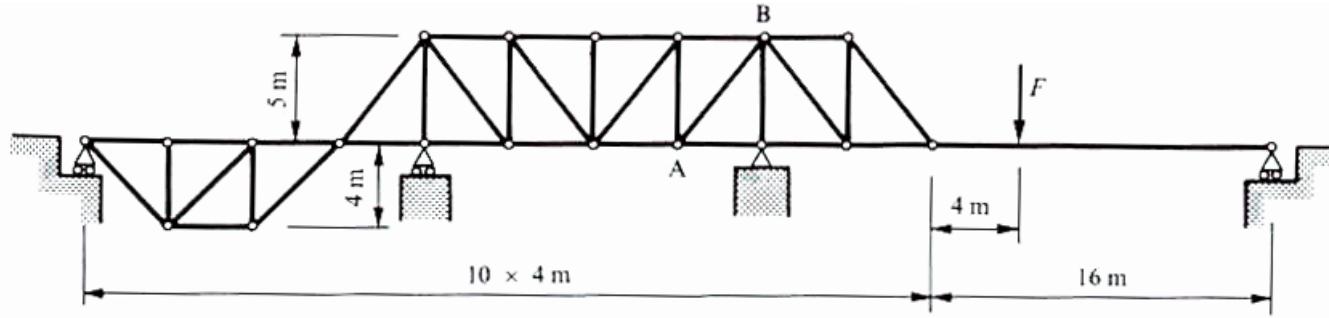


- Isostaticité **extérieure** = isostaticité par rapport aux appuis et liaisons
- Isostaticité **intérieure** = isostaticité par rapport aux poutres et barres
- Isostaticité **globale** = isostaticité extérieure et intérieure

→ Note: Il n'y a pas toujours une seule manière de différencier entre l'isostaticité intérieure et extérieure. Par contre, l'isostaticité globale et le degré d'hyperstaticité global sont sans équivoque

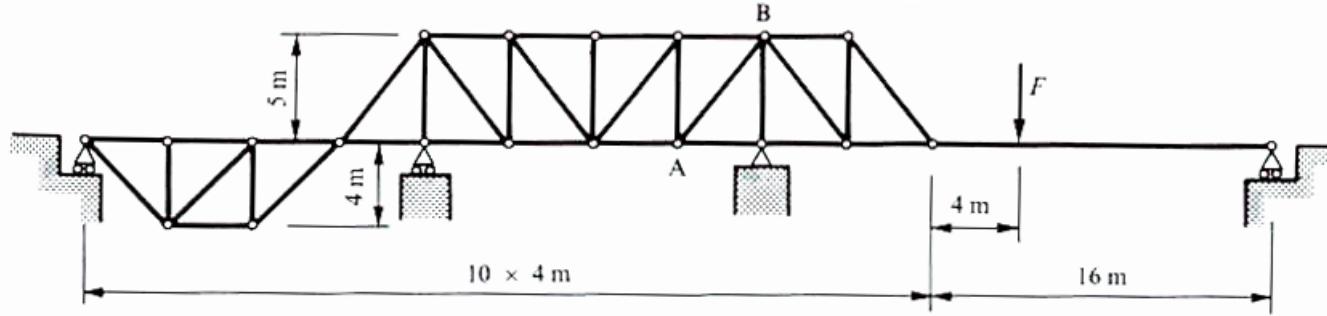
- C'est l'isostaticité globale qui nous intéresse le plus souvent
- Si ce n'est pas spécifié, on cherche l'isostaticité globale («est-ce que la structure est isostatique?»)

Exemple 3 : Structures composées avec poutres en treillis



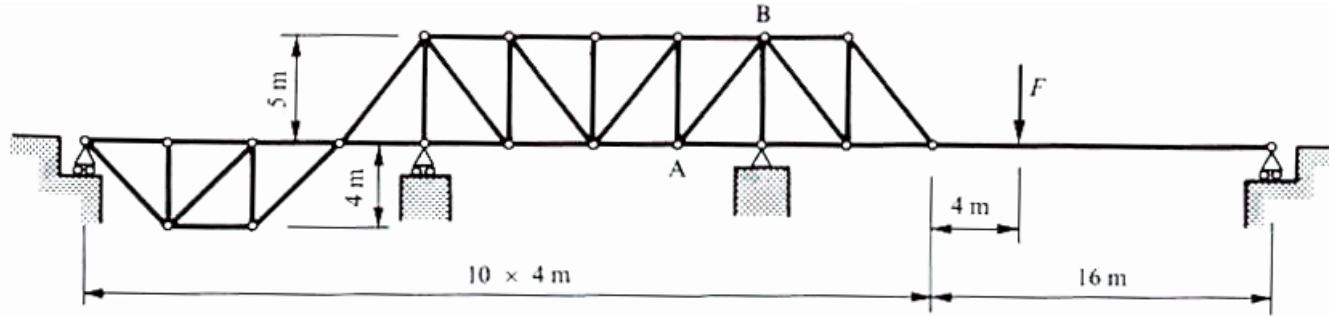
Faux :

Exemple 3 : Structures composées avec poutres en treillis



Isostaticité par rapport aux appuis et liaisons (isostaticité extérieure) :

Exemple 3 : Structures composées avec poutres en treillis



Isostaticité des poutres en treillis (isostaticité intérieure) :

Chapitres à étudier dans le TGC 1

- Chapitre 7 : Treillis (en entier)

Références des illustrations par ordre d'apparition

- [1] [Rainbow Bridge](#) © Ad Meskens, [CC BY-SA 3.0](#)
- [2] Icône exercices : [Figure](#) © Dukesy68, [CC BY-SA 4.0](#) ; [Pont du Golden Gate](#), [CC0 1.0](#)
- [3] [Tour Eiffel](#) © Annish33, [CC BY-SA 3.0](#)
- [4] Ferme avec fentes en treillis: Frey, François. Statique appliquée (TGC volume 1) – Analyse des structures et milieux continus. EPFL Press, 2005.
- [5] [Old little belt bridge](#) © Ævar Arnfjörð Bjarmason, [CC BY-SA 3.0](#)
- [6] Noeuds de treillis particuliers : Frey, François. Statique appliquée (TGC volume 1) – Analyse des structures et milieux continus. EPFL Press, 2005.
- [7] Structure composée avec poutres en treillis : Frey, François. Statique appliquée (TGC volume 1) – Analyse des structures et milieux continus. EPFL Press, 2005.
- [8] Illustration ex. 8.10.1 (i) : Frey, François. Statique appliquée (TGC volume 1) – Analyse des structures et milieux continus. EPFL Press, 2005.
- [9] [https://de.wikipedia.org/wiki/Kirchenfeldbrücke](https://de.wikipedia.org/wiki/Kirchenfeldbr%C3%BCcke)

- The presentations are published under license CC BY-NC 4.0
- If reusing the entire presentation or parts of it, please cite as «Beyer K, Statique 1, Lecture notes, School of Architecture, Civil and Environmental Engineering, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 2023, with additional material from Denarié E. (2025)»