Physique
Semestre d'automne 2025

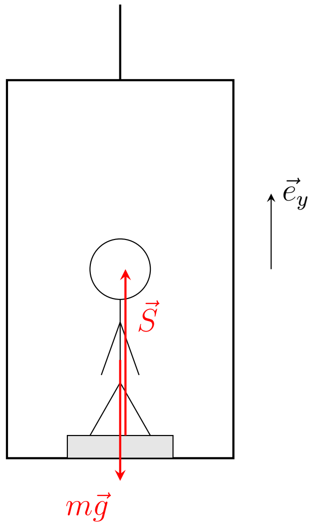
Roger Sauser
Guido Burmeister

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=14848

Corrigé 4

Exercice 1

Après avoir déterminé les forces extérieures qui s'exercent sur l'homme, on écrit la deuxième loi de Newton. On peut alors répondre à la question posée en projetant selon un repère choisi.
Les forces s'exerçant sur l'homme de masse $m = 60\,\mathrm{kg}$ sont le poids et la force de soutien (exercée par la balance sur l'homme) :



La deuxième loi de Newton appliquée à l'homme s'écrit donc

$$m\vec{g} + \vec{S} = m\vec{a}\,.$$

Comme l'homme et l'ascenseur bougent ensemble, ils ont la même accélération.
La balance indique la force qu'elle exerce sur l'homme, c'est-à-dire la norme de $\vec{S}$. Cette norme est donnée par la projection de la deuxième loi de Newton selon $\vec{e}_y$:

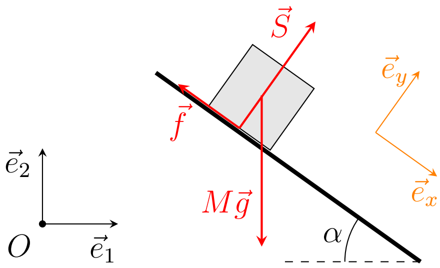
$$-mg + S = ma \quad \Rightarrow \quad S = m(a+g) = 60\,\mathrm{kg}\,(2\,\mathrm{m\,s^{-2}} + 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 708.6\,\mathrm{N}\,.$$

Approximativement,

$$S = m(a+g) = 60\,\mathrm{kg}\,(2\,\mathrm{m\,s^{-2}} + 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 720\,\mathrm{N}\,.$$

Exercice 2

Les forces extérieures exercées sur l'objet de masse M sont le poids $M\vec{g}$ et la force de contact avec le plan incliné. On peut décomposer cette dernière en une force de soutien $\vec{S}$ et une force de frottement $\vec{f}$.



La masse M étant immobile, son accélération est nulle. Ainsi, la deuxième loi de Newton s'écrit

$$M\vec{g} + \vec{S} + \vec{f} = \vec{0}\,.$$

Pour déterminer les forces, on peut les décomposer selon le repère $O\vec{e}_1\vec{e}_2$:

$$\begin{aligned} \text{selon } \vec{e}_1 : &\quad 0 + S\sin\alpha - f\cos\alpha = 0\,, \\ \text{selon } \vec{e}_2 : &\quad -Mg + S\cos\alpha + f\sin\alpha = 0\,. \end{aligned}$$

On obtient alors les expressions recherchées :

$$S = Mg\cos\alpha \quad \text{et} \quad f = Mg\sin\alpha\,.$$

Alternativement, on peut choisir un repère parallèle-perpendiculaire au plan incliné et on détermine les forces en les décomposant selon ce repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$:

$$\begin{aligned} \text{selon } \vec{e}_x : &\quad Mg\sin\alpha + 0 - f = 0\,, \\ \text{selon } \vec{e}_y : &\quad -Mg\cos\alpha + S + 0 = 0\,. \end{aligned}$$

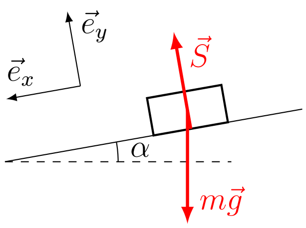
On obtient alors immédiatement les expressions recherchées :

$$S = Mg\cos\alpha \quad \text{et} \quad f = Mg\sin\alpha\,.$$

Le repère $O\vec{e}_x\vec{e}_y$ est manifestement ici plus approprié que le repère $O\vec{e}_1\vec{e}_2$.

Exercice 3

Notons α l'angle d'inclinaison de la pente, à déterminer et choisissons la masse comme objet à considérer.



Objet : masse m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$m\vec{g} + \vec{S} = m\vec{a}\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement selon $\vec{e}_y$.

Selon $\vec{e}_x$:

$$mg\sin\alpha = ma_x \Longrightarrow a_x = g\sin\alpha\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg\cos\alpha + S = ma_y = 0\,.$$

L'accélération étant constante, on écrit les équations horaire sans difficulté.
En choisissant l'origine à l'endroit du lâcher et $t = 0$ à l'instant du lâcher, les équations horaire s'écrivent

$$\begin{aligned} a_x(t) &= g\sin\alpha \\ v_x(t) &= g\sin\alpha\, t \\ x(t) &= \frac{1}{2}g\sin\alpha\, t^2\,. \end{aligned}$$

On exploite ensuite la donnée sur la distance parcourue pendant la durée donnée pour déterminer l'angle α.

Après $t_1 = 5\,\mathrm{s}$, la distance parcourue est $d = 1.5\,\mathrm{m}$:

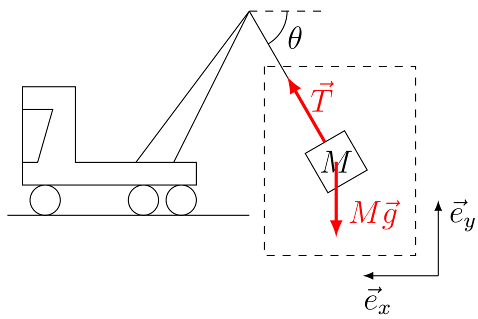
$$x(t_1) = d = \frac{1}{2} g \sin\alpha\, t_1^2 \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{2d}{g t_1^2} = \frac{2 \cdot 1.5\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot (5\,\mathrm{s})^2} = 0.0122 \Longrightarrow \alpha = 0.7°.$$

Approximativement,

$$\sin\alpha = \frac{2d}{g t_1^2} = \frac{2 \cdot 1.5\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot (5\,\mathrm{s})^2} = \frac{3}{250} = 0.012 \Longrightarrow \alpha = 0.012\,\mathrm{rad}.$$

Exercice 4

Il convient de choisir un objet dans l'étude duquel intervient l'angle θ : la charge M. Remarque : la charge M a le même mouvement que le camion.
On admet que la charge M n'est pas en train d'osciller et que l'angle θ est bien défini (et constant).



Objet : M

Forces : poids et tension

Newton :

$$M\vec{g} + \vec{T} = M\vec{a}_M\,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$T\cos\theta = M a_M\,.$$

Selon $\vec{e}_y$ (pas de mouvement) :

$$-Mg + T\sin\theta = 0\,.$$

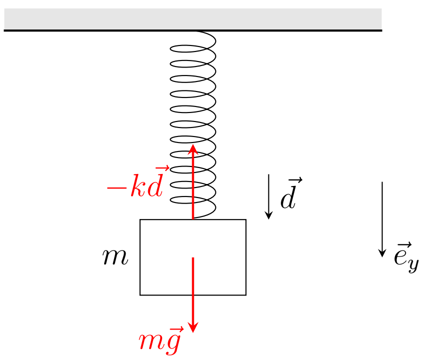
On élimine T par le quotient pris membre à membre :

$$\frac{T\cos\theta}{T\sin\theta} = \cot\theta = \frac{a_M}{g} \Longrightarrow a_M = g\cot\theta = \frac{g}{\sqrt{3}} = \frac{9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}}{\sqrt{3}} = 5.66\,\mathrm{m\,s^{-2}} \approx \frac{10}{\sqrt{3}}\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

L'accélération du camion, égale à celle de M vaut donc $a_c = 5.66\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ et est dirigée vers la gauche.

Exercice 5

Les forces s'exerçant sur la masse m sont le poids $m\vec{g}$ de cette dernière et la force de rappel $-k\vec{d}$ du ressort.



La masse ne bouge pas. Son accélération est donc nulle (la masse est statique) et la deuxième loi de Newton s'écrit

$$\vec{F} = m\vec{g} - k\vec{d} = m\,\vec{0} = \vec{0}\,.$$

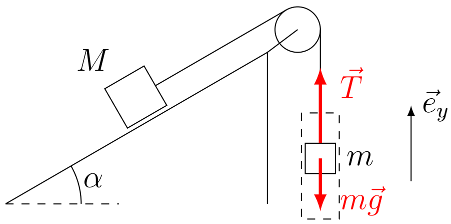
On en déduit l'allongement du ressort en projetant la deuxième loi de Newton selon le repère choisi (ici, $\vec{e}_y$ est choisi vers le bas) :

$$\vec{d} = \frac{m\vec{g}}{k} \quad \longrightarrow \quad d = \|\vec{d}\| = \frac{mg}{k}\,.$$

Remarque : si l'on perturbe la masse alors qu'elle est en équilibre, elle va osciller autour de la position de repos (d'équilibre).

Exercice 6

Les deux masses sont liées. On commence par les étudier séparément.



Objet : m

Forces : poids, tension

Newton :

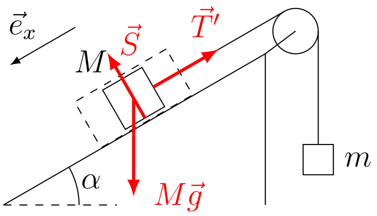
$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_m\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement horizontal.

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg + T = ma_m\,.$$

Remarque : il n'y a qu'une équation pour deux inconnues.



Objet : M

Forces : poids, tension, soutien

Newton :

$$M\vec{g} + \vec{T}' + \vec{S} = M\vec{a}_M\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement normal au plan incliné.

Selon $\vec{e}_x$:

$$Mg\sin\alpha - T' = Ma_M\,.$$

Remarque : il n'y a qu'une équation pour deux inconnues.
La liaison entre m et M s'exprime à deux niveaux :

- dans la norme de la tension (le fil transmet la tension en conservant la norme et en changeant la direction)
- dans la relation géométrique entre les mouvements de m et M (vitesse et donc accélération).

La tension est de même norme dans tout le fil :

$$||\vec{T}|| = ||\vec{T}'||\,.$$

Si M avance avec une vitesse v_M selon $\vec{e}_x$, m avance avec une vitesse v_m égale selon $\vec{e}_y$. On en tire la relation entre les composantes :

$$v_m = v_M \quad \forall\, t\,.$$

Il en est donc de même pour les accélérations :

$$a_m = a_M \quad \forall t\,.$$

Pour résoudre le système d'équations, notons T la norme de la tension dans le fil,

$$T = ||\vec{T}|| = ||\vec{T}'||$$

et a l'accélération de m selon $\vec{e}_y$,

$$a = a_m = a_M\,.$$

Ainsi

$$\left\{\begin{array}{rcl} -mg + T & = & ma \\ Mg\sin\alpha - T & = & Ma\,. \end{array}\right.$$

Par addition membre à membre, nous éliminons T :

$$-mg + Mg\sin\alpha = ma + Ma \Longrightarrow a = \frac{M\sin\alpha - m}{M+m}\,g\,.$$

Nous trouvons T soit en remplaçant a dans l'une des équations, soit en amplifiant et additionnant les deux équations comme suit :

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} -mg + T & = & ma & \cdot M \\ Mg\sin\alpha - T & = & Ma & \cdot(-m) \end{array}\right.$$

d'où

$$-mMg - mMg\sin\alpha + (M+m)T = 0 \Longrightarrow T = \frac{mMg(1+\sin\alpha)}{M+m}\,.$$

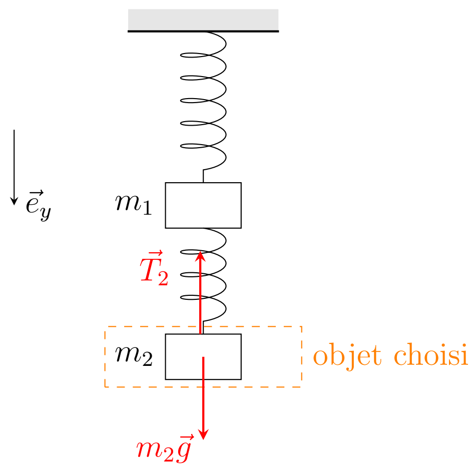
Remarque :

- si $M\sin\alpha > m$, $a = a_m = a_M > 0$ et l'accélération de m est vers le haut et celle de M vers le bas.
- si $M\sin\alpha = m$, $a = a_m = a_M = 0$ et les accélération de m et de M sont nulles : repos ou mouvement rectiligne uniforme.
- si $M\sin\alpha < m$, $a = a_m = a_M < 0$ et l'accélération de m est vers le bas et celle de M vers le haut.
- pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$, nous retrouvons un exercice déjà fait.

Dans tous les cas, la norme de la tension est bien positive !

Exercice 7

Dans un premier temps, on choisit de s'intéresser à la masse m_2. L'objet m_2 subit deux forces extérieures : son poids $m_2\vec{g}$ et la force de rappel $\vec{T}_2 = -k\vec{d}_2$.



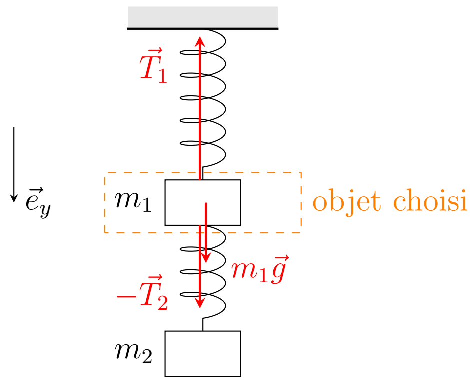
A l'équilibre, la deuxième équation de Newton s'écrit ainsi

$$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = \vec{0}\,.$$

On projette alors selon $\vec{e}_y$ de manière à déterminer l'expression de l'allongement du second ressort :

$$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = \vec{0} \quad \longrightarrow \quad -T_2 + m_2\,g = -kd_2 + m_2g = 0 \quad \Rightarrow \quad d_2 = \frac{m_2g}{k}\,.$$

Dans un second temps, on choisit de s'intéresser à la masse m_1. L'objet m_1 subit trois forces extérieures : son poids $m_1\vec{g}$ et les forces de rappel $\vec{T}_1 = -k\vec{d}_1$ et $-\vec{T}_2$.



A l'équilibre, la deuxième équation de Newton s'écrit ainsi

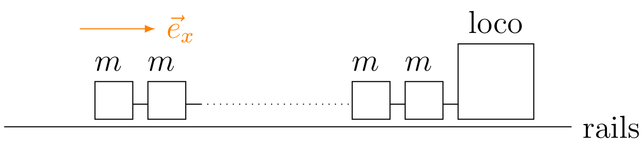
$$\vec{T}_1 - \vec{T}_2 + m_1\vec{g} = \vec{0}\,.$$

On projette alors selon $\vec{e}_y$ de manière à déterminer l'expression de l'allongement du premier ressort :

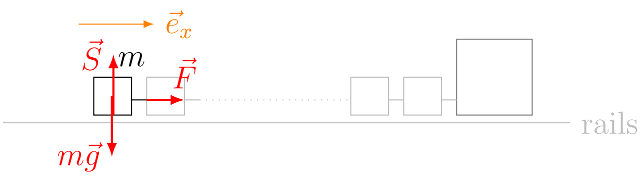
$$\vec{T}_1 - \vec{T}_2 + m_1\vec{g} = \vec{0} \quad \longrightarrow \quad -T_1 + T_2 + m_1g = -kd_1 + m_2g + m_1g = 0 \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}\,.$$

Exercice 8

Tout d'abord, on note que l'accélération est la même pour tous les wagons (tous les wagons du train et la locomotive se déplacent de manière solidaire).



En l'absence de frottement, le dernier wagon (objet considéré) subit son poids, la force de réaction des rails (soutien) et la force de norme F exercée par l'avant-dernier wagon. Les deux premières forces sont verticales et se compensent. La troisième force est horizontale, et la deuxième loi de Newton, appliquée au dernier wagon et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, s'écrit



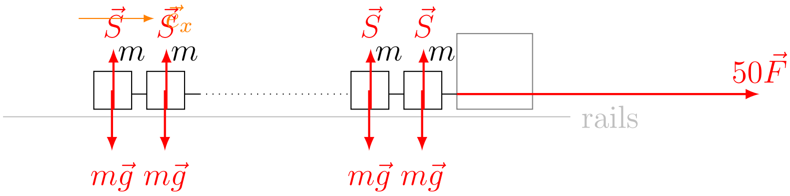
$$m\vec{g} + \vec{S} + \vec{F} = m\vec{a}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$: $F = ma$.

où m est la masse d'un wagon (les wagons sont supposés identiques).

Supposons que le train est constitué d'un nombre N de wagons. L'ensemble de ces wagons (objet considéré) subit une seule force horizontale : la force de traction de la locomotive qui, en norme, vaut $50F$.

La deuxième loi de Newton, appliquée à l'ensemble des N wagons et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, permet donc de déterminer le nombre de wagons formant le train :



$$Nm\vec{g} + N\vec{S} + 50\vec{F} = Nm\vec{a}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$: $50F = Nma$.

Avec la relation $F = ma$ pour le dernier wagon, il suit $N = 50$.

Enfin, le premier wagon (l'objet considéré) subit deux forces horizontales : une force de norme $50F$ vers l'avant et une force de norme F_2 vers l'arrière.

La deuxième loi de Newton, appliquée au premier wagon et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, fournit l'expression de F_2 :

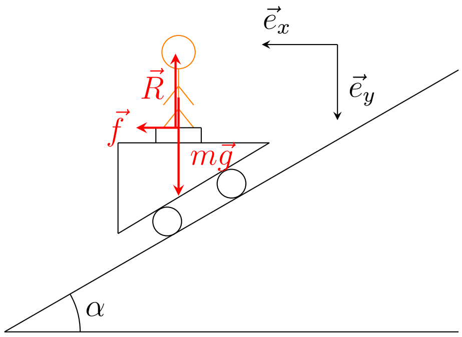
$$50F - F_2 = ma \quad \Rightarrow \quad F_2 = 50F - ma = 50F - F = 49F\,.$$

Remarque : le premier wagon subit également deux forces verticales qui se compensent (son poids et la force de soutien des rails).

Exercice 9

Il paraît judicieux de commencer par étudier un objet subissant la force liée à l'indication de la balance. Ainsi, nous allons tout d'abord nous intéresser à l'objet "passager" (nous aurions également pu nous pencher sur l'objet "chariot").

Remarquons que le chariot et le passager sont solidaires. Ils ont donc la même accélération.



- Objet : passager (masse m)
- Forces (externes) : poids $m\vec{g}$, soutien $\vec{R}$ et frottement $\vec{f}$ de la balance.
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

  $$m\vec{g} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_m\,.$$

  L'accélération $\vec{a}_m$ (de norme $||\vec{a}_m|| = a_m$) du passager est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.
- Projections par rapport au repère choisi :

  selon $\vec{e}_x$:

  $$f = ma_{m,x} = ma_m \cos\alpha\,.$$

selon $\vec{e}_y$:

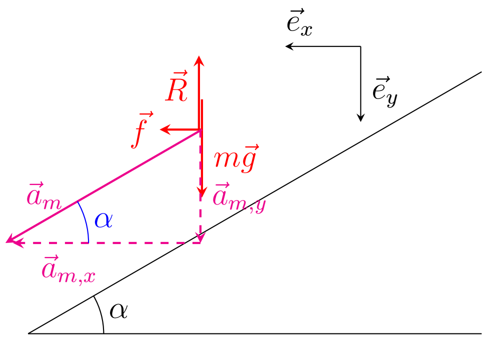
$$mg - R = ma_{m,y} = ma_m \sin\alpha$$
$$\Rightarrow \quad R = m(g - a_m \sin\alpha)\,.$$

Le soutien R n'est pas complètement caractérisé. Il convient encore de déterminer l'expression de l'accélération a_m.

Remarques
Le soutien $\vec{R}$ correspond à l'indication de la balance.

Le frottement $\vec{f}$ exercé par le chariot est dirigé vers l'avant.

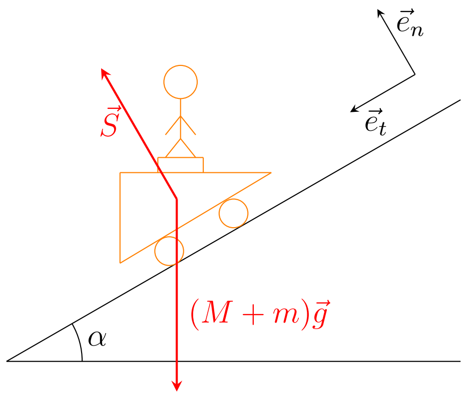
Pour déterminer les deux projections de l'accélération dans le repère choisi, il faut s'aider des triangles semblables :



On a ainsi

$$a_{m,x} = a_m \cos\alpha \quad \text{et} \quad a_{m,y} = a_m \sin\alpha\,.$$

Il est alors nécessaire de considérer un autre objet. Nous allons alors décrire l'objet "chariot+passager".



- Objet : chariot + passager (masse $M + m$)
- Forces (externes) : poids $(M + m)\vec{g}$ et soutien $\vec{S}$ du sol
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

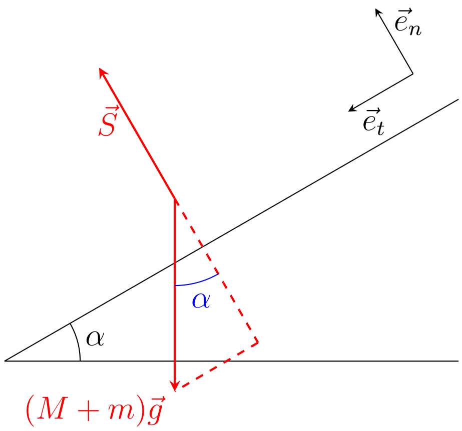
$$(M + m)\vec{g} + \vec{S} = (M + m)\vec{a}_{M+m}\,.$$

L'accélération $\vec{a}_{M+m}$ (de norme $||\vec{a}_{M+m}|| = a_{M+m}$) de l'objet est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.

- Projections par rapport au repère choisi :
  selon $\vec{e}_t$:
$$(M+m)g\sin\alpha = (M+m)a_{M+m}$$
$$\Rightarrow \quad a_{M+m} = g\sin\alpha\,.$$

  selon $\vec{e}_n$:
$$S-(M+m)g\cos\alpha = 0 \quad\Rightarrow\quad S=(M+m)g\cos\alpha\,.$$

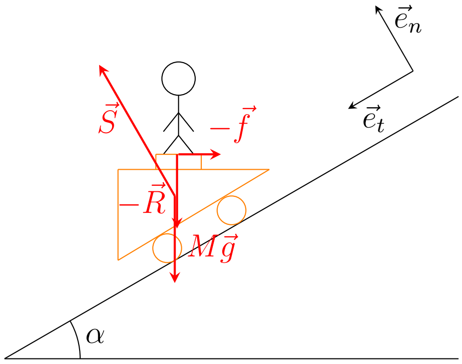
Remarque
Pour déterminer les deux projections du poids, il faut s'aider des triangles semblables :



D'autre part, comme l'accélération est selon la droite inclinée, les composantes de cette dernière selon $\vec{e}_t$ et $\vec{e}_n$ s'écrivent :
$$a_{M+m,t} = ||\vec{a}_{M+m}|| = a_{M+m} \quad\text{et}\quad a_{M+m,n}=0\,.$$
Le passager et le chariot étant solidaires, ils ont la même accélération :
$$\vec{a}_m = \vec{a}_{M+m}\,.$$

Ainsi, $a_m = a_{M+m} = g\sin\alpha$ et le soutien R devient
$$R = m(g-a_m\sin\alpha) = mg(1-\sin^2\alpha) = mg\cos^2\alpha = 588.6\,\mathrm{N}\,,$$
où l'on a pris $g=9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.
Avec $g=10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$: $R = mg\cos^2\alpha = 80\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 600\,\mathrm{N}\,.$

Remarque
On peut aussi étudier l'objet "chariot" (en fait, "chariot + balance") :



- Objet : chariot (masse M)
- Forces (externes) : poids $M\vec{g}$, soutien $\vec{S}$, frottement $-\vec{f}$ et réaction $-\vec{R}$
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$M\vec{g} + \vec{S} - \vec{f} - \vec{R} = M\vec{a}_M \,.$$

  L'accélération $\vec{a}_M$ (de norme $||\vec{a}_M|| = a_M$) du chariot est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.
- Projections par rapport au repère choisi :

  selon $\vec{e}_t$:
  $$(Mg + R)\sin\alpha - f\cos\alpha = Ma_M \,.$$
  selon $\vec{e}_n$:
  $$-(Mg + R)\cos\alpha + S - f\sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \quad S = (Mg + R)\cos\alpha + f\sin\alpha \,.$$

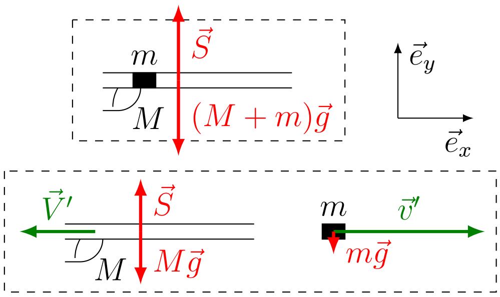
Pour répondre à la question posée, il suffit de considérer deux des trois systèmes (objets) décrits plus haut. On obtient alors

$$R = mg\cos^2\alpha \,, \quad S = (M + m)g\cos\alpha \quad \text{et} \quad f = mg\sin\alpha\cos\alpha \,.$$

Exercice 10 (jeudi)

Le recul d'une arme est la vitesse qu'elle a acquise une fois que le projectile a été tiré.
Le recul a pour origine la force que le projectile exerce sur l'arme, égale et opposée à la force que l'arme exerce sur le projectile.
Il convient de choisir l'objet formé de l'arme et du projectile.

Remarque : on négligera les frottements dus à l'air et le mouvement des particules de poudre...



Objet : M et m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$(M+m)\vec{g}+\vec{S}=\dot{\vec{P}}=(M+m)\vec{a}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$, avant, pendant et après le tir la somme des forces (extérieures) est nulle. La quantité de mouvement horizontale est donc conservée :

$$P_x=\text{cte}\,.$$

Selon $\vec{e}_y$, avant et pendant le tir, les forces s'annulent. Après le tir, le projectile est en chute libre... sans influence sur le recul.
Exploiter la projection selon $\vec{e}_x$.
Selon $\vec{e}_x$,

- Avant le tir,
$$P_x=MV_x+mv_x=0+0=0\,.$$
- après le tir,
$$P'_x=MV'_x+mv'_x\,.$$

Ainsi, la conservation de la quantité de mouvement horizontale donne

$$MV'_x+mv'_x=0\Longrightarrow V'_x=-\frac{mv'_x}{M}=-\frac{4\,\mathrm{g}\cdot 300\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{600\,\mathrm{g}}=-2\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

Remarque : comme $V'_x<0$, la vitesse de recul est opposée à $\vec{e}_x$ (choisi de même sens que la vitesse de sortie $\vec{v}'$ du projectile).