Physique
Semestre d'automne 2025

Roger Sauser
Guido Burmeister

https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=14848

Corrigé 10

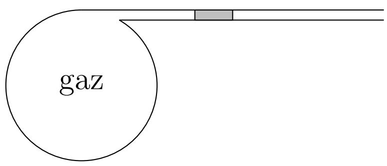
Exercice 1

La loi des gaz parfaits, $pV = nRT$, permet d'exprimer le volume d'une mole de gaz :

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{1\,\text{mole} \cdot 8.3144\,\text{J}\,\text{mole}^{-1}\text{K}^{-1} \cdot 273.15\,\text{K}}{1.013 \cdot 10^5\,\text{Pa}} \cong 2.242 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^3 = 22.42\,\ell\,.$$

Exercice 2

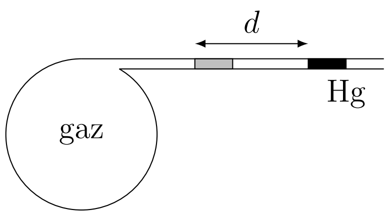
Le gaz est passé d'un état à un autre. On peut admettre qu'il s'agit d'un gaz parfait. Considérons le gaz dans l'état initial.



La goutte de mercure est à l'équilibre : les forces horizontales (ce sont des forces de pression) se compensent et alors $p_{\mathbf{gaz}} = p_a$ et

$$p_a V = NkT\,.$$

Considérons le gaz dans l'état final.



A nouveau, la goutte de mercure est à l'équilibre : les forces horizontales (ce sont des forces de pression) se compensent et alors $p_{\mathbf{gaz}} = p_a$.
Le volume du gaz a changé de Sd et la température de ΔT :

$$p_a(V + Sd) = Nk(T + \Delta T)\,.$$

Le système s'écrit

$$\begin{aligned} p_a V &= NkT \\ p_a(V + Sd) &= Nk(T + \Delta T)\,. \end{aligned}$$

En faisant le quotient membre à membre, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{V + Sd}{V} &= \frac{T + \Delta T}{T} \\ 1 + \frac{Sd}{V} &= 1 + \frac{\Delta T}{T} \end{aligned}$$

et donc

$$\Delta T = \frac{ST}{V}\,d\,.$$

Exercice 3

Le système est isolé et l'énergie donc conservée. La température ne change pas. Initialement,

$$p_1 V_1 = N_1 kT \quad \text{et} \quad p_2 V_2 = N_2 kT\,.$$

A l'équilibre, le mélange peut être considéré comme un seul gaz d'équation

$$pV = NkT$$

avec

$$N = N_1 + N_2 \quad \text{et} \quad V = V_1 + V_2 \,.$$

Il vient ainsi

$$p = \frac{NkT}{V} = \frac{(N_1 + N_2)kT}{V_1 + V_2} = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} \,.$$

Exercice 4

Pour un gaz (supposé parfait) dans des conditions de pression, volume et température bien définies, on peut utiliser la loi du gaz parfait.

Pour le gaz dans la boîte, la pression, le volume et la température sont connus :

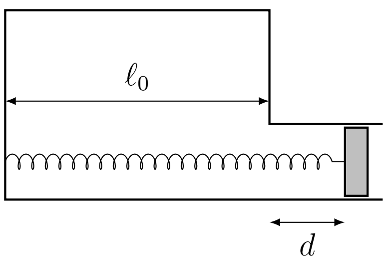
$$V_0 = 5\,\ell = 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \quad p_a = 10^5\,\mathrm{Pa} \quad T_0 = 27.7\,^\circ\mathrm{C} = 300.85\,\mathrm{K}.$$

Le nombre de moles dans la boîte est alors

$$p_a V_0 = nRT_0 \Rightarrow n = \frac{p_a V_0}{RT_0} = \frac{10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{8.31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}} \cdot 300.85\,\mathrm{K}} = 0.2\,\mathrm{mol}\,.$$

Le gaz étant enfermé, le nombre de moles ne change pas, mais le gaz se trouve, à l'équilibre, dans de nouvelles conditions de pression, volume et température.

Le volume de la boîte dépend de la position du piston.



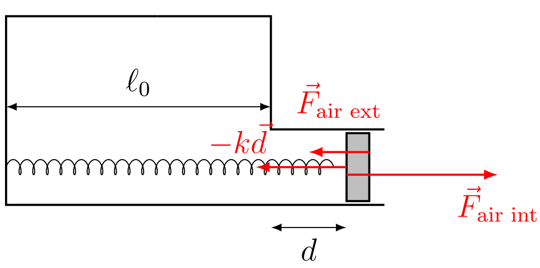
Le nouveau volume est

$$V = V_0 + Sd = 5.3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \,.$$

Sous l'élévation de la température, la pression du gaz a augmenté. En termes de nouvelle pression p, nouveau volume V et nouvelle température T,

$$pV = nRT \,.$$

Pour déterminer la nouvelle pression du gaz, considérer un objet subissant la force de pression.



Objet : piston

Forces : rappel du ressort, forces de pression de l'air intérieur et de l'air ambiant (poids et soutien se compensent)

$$-k\vec{d} + \vec{F}_{\text{air int}} + \vec{F}_{\text{air amb}} = \vec{0}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$ vers la droite,

$$-kd + pS - p_a S = 0 \Longrightarrow p = p_a + \frac{kd}{S} = 1.3 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\,.$$

Ainsi, le changement de température est

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{pV}{nR} - T_0 = 113.7\,\mathrm{K}.$$

Exercice 5

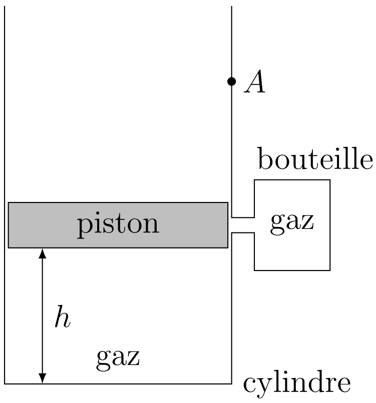
Pour le gaz dans la bouteille, la pression, le volume et la température sont connus :

$V_b = V = 37\,\ell = 37 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \quad p_b = p = 1.6\,\mathrm{atm} = 1.62 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \quad T_0 = 27.5\,{}^\circ\mathrm{C} = 300.65\,\mathrm{K}.$

Le nombre de moles dans la bouteille est alors

$$p_b V_b = n_b R T_0 \Rightarrow n_b = \frac{p_b V_b}{R T_0} = \frac{1.62 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 37 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}{8.31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}} \cdot 300.65\,\mathrm{K}} = 2.4\,\mathrm{mol}\,.$$

La distance entre le piston et le fond du cylindre est lié au volume du gaz enfermé dans le cylindre.



Pour le gaz sous le piston, la température et le nombre de moles sont connus :

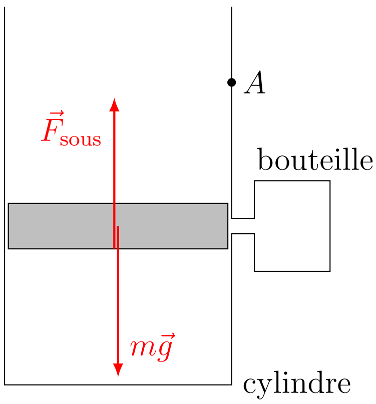
$$n_c = 0.5\,\mathrm{mol} \quad T_0 = 27.5\,{}^\circ\mathrm{C} = 300.65\,\mathrm{K}.$$

Le gaz suit la loi des gaz parfaits

$$p_c V_c = n_c R T_0$$

et le volume du gaz V_c est lié à la hauteur h du gaz par $V_c = Sh$.
Cherchons encore la pression du gaz.

Considérons encore un objet subissant la force de pression du gaz enfermé dans le cylindre.



Objet : piston

Forces : poids, force de pression

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{sous}} = \vec{0}\,.$$

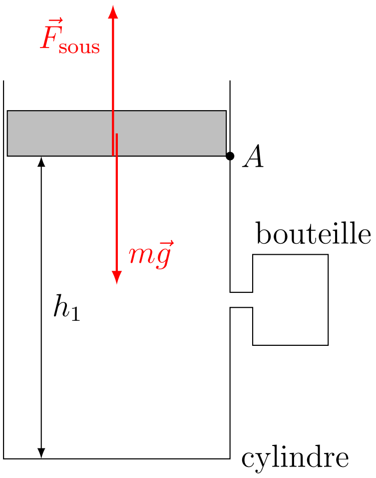
Selon la verticale,

$$mg = p_c S\,.$$

Finalement, pour le gaz dans le cylindre, $p_c V_c = p_c S h = n_c R T_0$

$$\Rightarrow h = \frac{n_c R T_0}{p_c S} = \frac{n_c R T_0}{mg} = \frac{0.5\,\mathrm{mol} \cdot 8.31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}} \cdot 300.65\,\mathrm{K}}{100\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 1.27\,\mathrm{m}.$$

Les gaz de la bouteille et du cylindre sont réunis. Considérer la nouvelle situation.
Considérer tous les gaz enfermés comme un seul gaz, caractérisé par son volume (total), le nombre de moles (total), sa pression et sa température.



Gaz parfait :

$$p_1 V_1 = n_1 R T_1\,.$$

- Pression : comme précédemment

  Objet : piston

  Forces : poids, force de pression

  $$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{sous}} = \vec{0}\,.$$

  Selon la verticale, $mg = p_1 S$.
- Volume : $V_1 = Sh_1 + V_b$.
- Nombre de moles : $n_1 = n_0 + n_b$.
- Température finale T_1 .

On en tire la hauteur h_1 :

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{V_1 - V_b}{S} = \frac{V_1}{S} - \frac{V_b}{S} = \frac{n_1 R T_1}{p_1 S} - \frac{V_b}{S} = \frac{n_1 R T_1}{mg} - \frac{V_b}{S} \\ &= \frac{2.9\,\mathrm{mol} \cdot 8.31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}} \cdot 373.15\,\mathrm{K}}{100\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}} - \frac{37 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}}{150 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m^2}} \\ &= 9.17\,\mathrm{m} - 2.47\,\mathrm{m} = 6.70\,\mathrm{m}. \end{aligned}$$

Exercice 6

La paroi poreuse permet aux molécules de gaz de passer d'un récipient à l'autre. Soit V le volume de chaque récipient. Le nombre de molécules est donnée par

$$p2V = NkT \quad \Rightarrow \quad N = \frac{2pV}{kT}\,.$$

Après le changement de température, on a pour les récipients 1 et 2 à la même pression finale p_f

$$p_f V = N_1 k T_1 \qquad p_f V = N_2 k T_2\,.$$

Comme $N_2 = N - N_1$,

$$p_f V T_2 = N_1 k T_1 T_2 \qquad p_f V T_1 = (N - N_1) k T_2 T_1$$

et donc

$$p_f V (T_1 + T_2) = N k T_1 T_2 = \frac{2pV}{T} T_1 T_2\,.$$

La pression d'équilibre a donc pour expression

$$p_f = 2p \frac{T_1 T_2}{T(T_1 + T_2)} \cong 1.08\,\mathrm{atm}.$$

Exercice 7

Après avoir chauffé le bocal, la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur est plus faible et le couvercle est moins plaqué contre le bord.

Exercice 8

En amenant la boîte à sa position sous l'eau, on comprime l'air enfermé, ce qui modifie le volume qu'il occupe.
Objet : air et boîte

Forces : poids, poussée d'Archimède, tension.

Newton :

$$m\vec{g} - \varrho_{\text{eau}} V_{\text{im}} \vec{g} + \vec{T} = \vec{0}\,.$$

Selon la verticale,

$$T = \varrho_{\text{eau}} V_{\text{im}} g - mg = (\varrho_{\text{eau}} V_{\text{im}} - m) g\,.$$

On peut raisonnablement négliger la masse de l'air enfermé devant la masse de la boîte. En négligeant également l'épaisseur des parois de la boîte, on a

$$V_{\text{im}} = V_{\text{air}} = Sh\,,$$

h étant la hauteur d'air dans la boîte ($0 < h < H$).

V_{air} est le volume d'air enfermé dans la boîte. L'air ne s'étant pas échappé lors de la descente, le nombre de molécules a été conservé.

- Air dans la boîte hors de l'eau : $p_0 V_0 = NkT_0$. La pression est celle de l'air ambiant, tout comme la température :

$$p_a SH = NkT_0\,.$$

- Air dans la boîte sous l'eau : $p_1 V_1 = NkT_1$. Le volume est $V_1 = V_{\text{air}} = Sh$ et la température est celle de l'eau dont on peut supposer qu'elle est la même que celle de l'air ambiant.

$$p_1 Sh = NkT_0\,.$$

Ainsi

$$p_a SH = NkT_0 = p_1 Sh \Leftrightarrow p_a H = p_1 h\,.$$

La pression de l'air enfermé est aussi celle de l'eau au niveau de l'interface air-eau dans la boîte.
Selon la loi de l'hydrostatique pour l'eau entre la surface de l'eau et la profondeur $\delta + h$,

$$p_1 - p_a = \varrho_{\text{eau}} g(\delta + h)\,.$$

Ainsi

$$p_a H = p_1 h = \big(p_a + \varrho_{\text{eau}} g(\delta + h)\big) h \Leftrightarrow \varrho_{\text{eau}} g h^2 + (p_a + \varrho_{\text{eau}} g \delta) h - p_a H = 0\,.$$

Posons $r = \dfrac{p_a}{\varrho_{\text{eau}} g} = 10\,\text{m}$. Alors

$$h^2 + (r + \delta) h - rH = 0\,.$$

Les solutions en h à cette équation du second degré sont

$$h = \frac{-(r+\delta) \pm \sqrt{(r+\delta)^2 + 4rH}}{2}\,.$$

Comme $h > 0$, nous avons

$$h = \frac{-(r+\delta) + \sqrt{(r+\delta)^2 + 4rH}}{2} = \frac{-13\,\text{m} + \sqrt{(13\,\text{m})^2 + 120\,\text{m}^2}}{2} = 2\,\text{m}\,.$$

Le volume de l'air comprimé est alors

$$V_{\rm air} = V_{\rm im} = Sh = 2\,{\rm m}^3$$

et la tension

$$T = (\varrho_{\rm eau} V_{\rm im} - m)g = (2 \cdot 10^3\,{\rm kg} - 1 \cdot 10^3\,{\rm kg})\,10{\rm m\,s}^{-2} = 10^4\,{\rm N}\,.$$