Limites infinies en x_0

Soit $x_0 \in \mathbb{R}$ et f une fonction définie sur un voisinage épointé de x_0.

- f tend vers $+\infty$ lorsque $x \to x_0$ si $\forall A > 0$, $\exists \delta > 0$ tel que
$$0 < |x - x_0| < \delta \Longrightarrow f(x) > A.$$
On écrit $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$.
- f tend vers $-\infty$ lorsque $x \to x_0$ si $\forall B < 0$, $\exists \delta > 0$ tel que
$$0 < |x - x_0| < \delta \Longrightarrow f(x) < B.$$
On écrit $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$.

On définit les limites à gauche et à droite de manière analogue:

- $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall A > 0, \exists \delta > 0$ tel que $x_0 < x < x_0 + \delta \Longrightarrow f(x) > A$.
- $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty \iff \forall A > 0, \exists \delta > 0$ tel que $x_0 - \delta < x < x_0 \Longrightarrow f(x) > A$.
- $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall B < 0, \exists \delta > 0$ tel que $x_0 < x < x_0 + \delta \Longrightarrow f(x) < B$.
- $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty \iff \forall B < 0, \exists \delta > 0$ tel que $x_0 - \delta < x < x_0 \Longrightarrow f(x) < B$.