

# Moment électrique quadrupolaire

- Définition:

$$q = \frac{1}{e} \sqrt{\frac{16\pi}{5}} Q_{20}|_{M=J}$$

$$q = \sum_{i=1}^Z \langle J, J, \dots | \sqrt{\frac{16\pi}{5}} r_i^2 Y_2^0(\theta_i, \varphi_i) | J, J, \dots \rangle$$
$$= \sum_{i=1}^Z \langle J, J, \dots | r_i^2 (3 \cos^2 \theta_i - 1) | J, J, \dots \rangle$$

dimension  
d'une surface

- Classiquement:

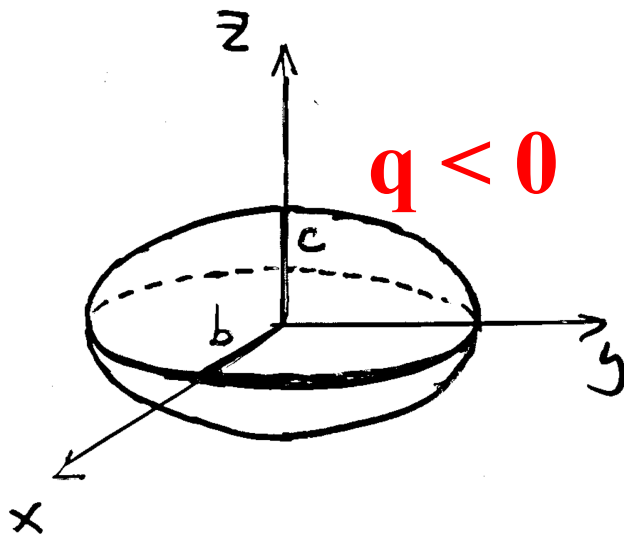
$$q = \frac{1}{e} \int r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) \rho(\vec{r}) d^3\vec{r}$$

- cas d'une distribution de charge à symétrie sphérique:

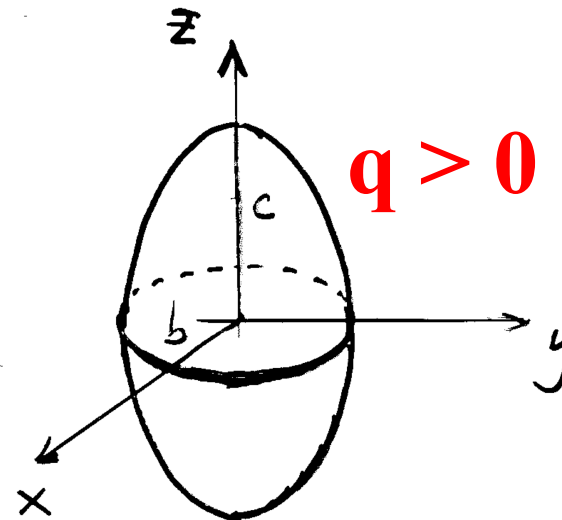
$$q = \frac{1}{e} \int r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) \rho(r) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi dr$$
$$= \frac{2\pi}{e} \int_{\cos\theta=-1}^{+1} (3 \cos^2 \theta - 1) d(\cos\theta) \int_{r=0}^{\infty} r^4 \rho(r) dr = 0$$

# Ellipsoïde de révolution uniformément chargé

$$q = \frac{2}{5} Z (c^2 - b^2) = \frac{4}{5} Z \bar{R}^2 \frac{\delta R}{\bar{R}} \quad \text{avec } \bar{R} = \frac{c+b}{2} \text{ et } \delta R = c - b$$



disque (oblate)



cigare (prolate)

- Moment électrique quadrupolaire réduit:
  - mesure de la déformation des noyaux,  
indépendante de la taille et de la charge totale

$$\frac{q}{Z \bar{R}^2} = \frac{4}{5} \frac{\delta R}{\bar{R}}$$

# Moment quadrupolaire: prédictions du modèle à nucléon célibataire

- Noyau avec Z pair et N pair:

$$J = 0 \Rightarrow \boxed{q = 0} \quad \text{prédiction correcte dans tous les cas}$$

- Noyau avec Z impair et N pair:

- un proton célibataire sur un niveau  $n\ell j$  responsable du moment quadrupolaire

$$\boxed{q = -\langle r^2 \rangle_{n\ell j} \frac{2j-1}{2(j+1)}} \quad \begin{array}{ll} q = 0 & \text{si } j = 1/2 \\ q < 0 & \text{si } j \geq 3/2 \end{array}$$

- ordre de grandeur pour un noyau de rayon R:

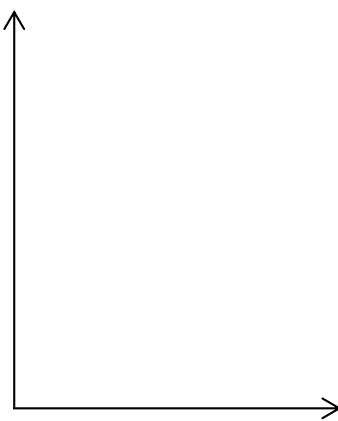
$$\left. \begin{array}{l} \langle r^2 \rangle \approx \frac{3}{5} R^2 \\ j \leq 11/2 \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{2Z} \leq \frac{q}{ZR^2} \leq 0$$

- Noyau avec Z pair et N impair

$$q \rightarrow \frac{Z}{(A-1)^2} q \Rightarrow -\frac{1}{2A^2} \leq \frac{q}{ZR^2} \leq 0$$

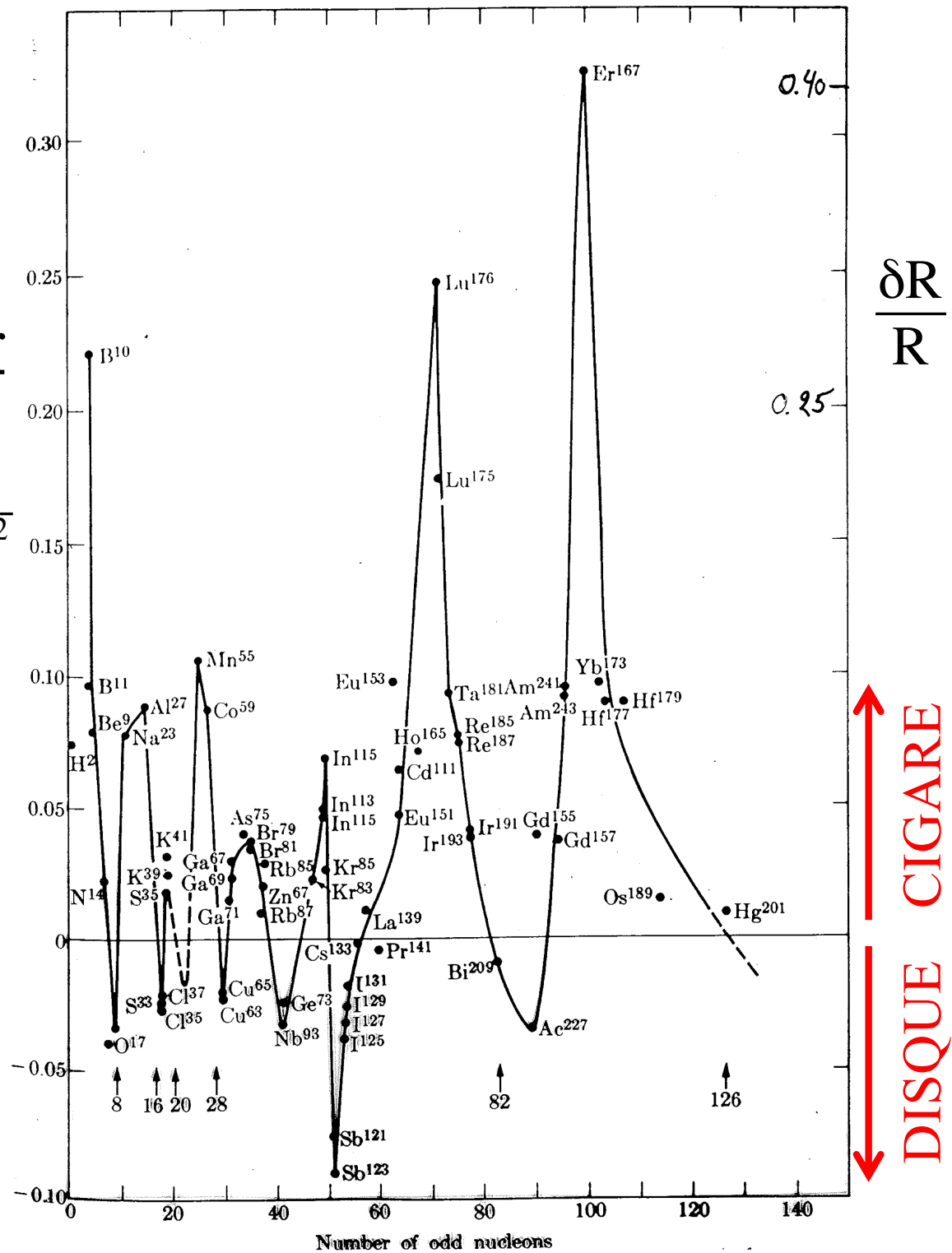
Moments électriques  
quadrupolaires réduits  
des états fondamentaux  
des noyaux de A impair

$$\frac{q}{ZR^2}$$

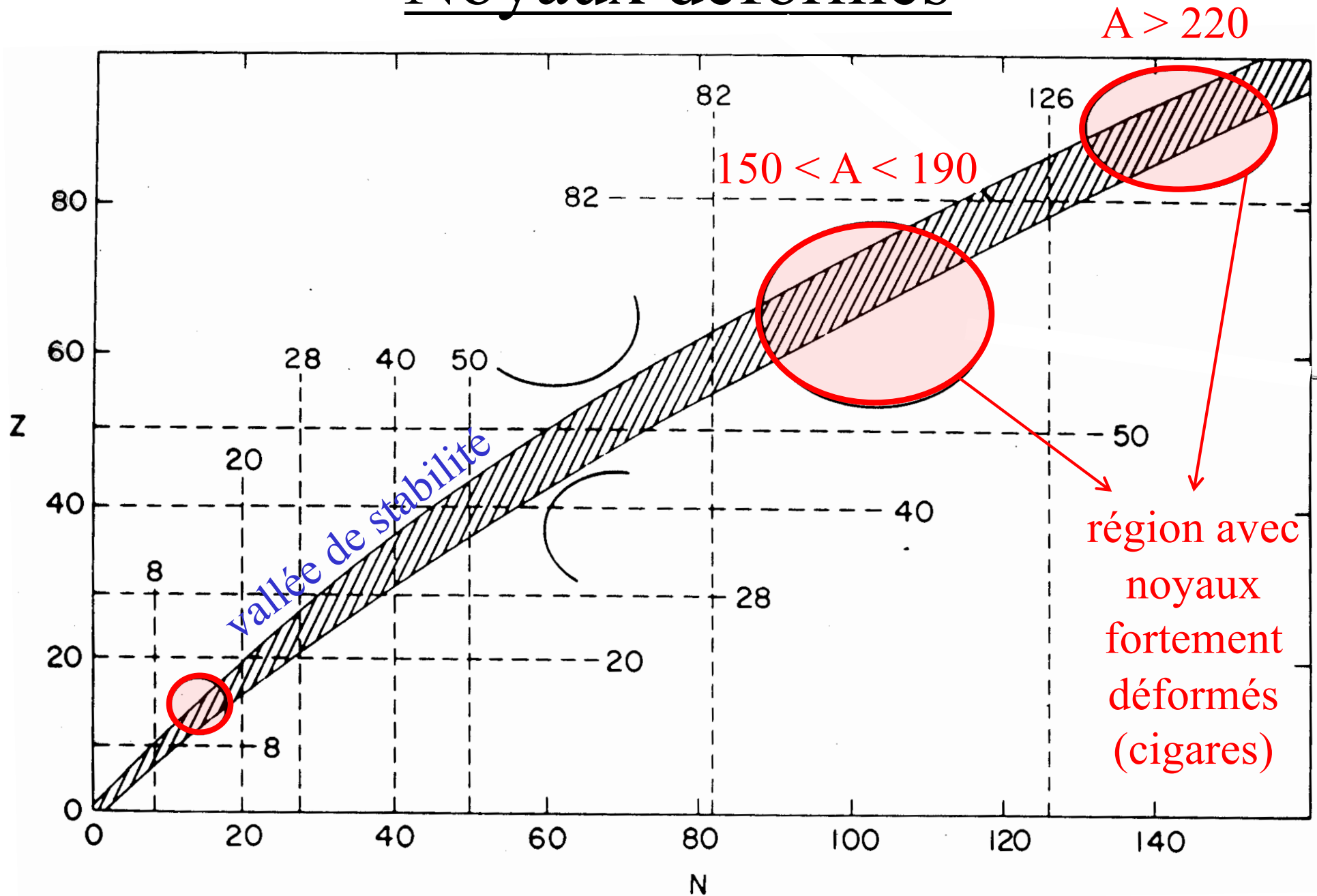


N ou Z impair

$$\frac{q}{ZR^2}$$



# Noyaux déformés



# Description des noyaux déformés

Noyau déformé = noyau ayant une déformation permanente par rapport à la symétrie sphérique

## **A. Approche microscopique**

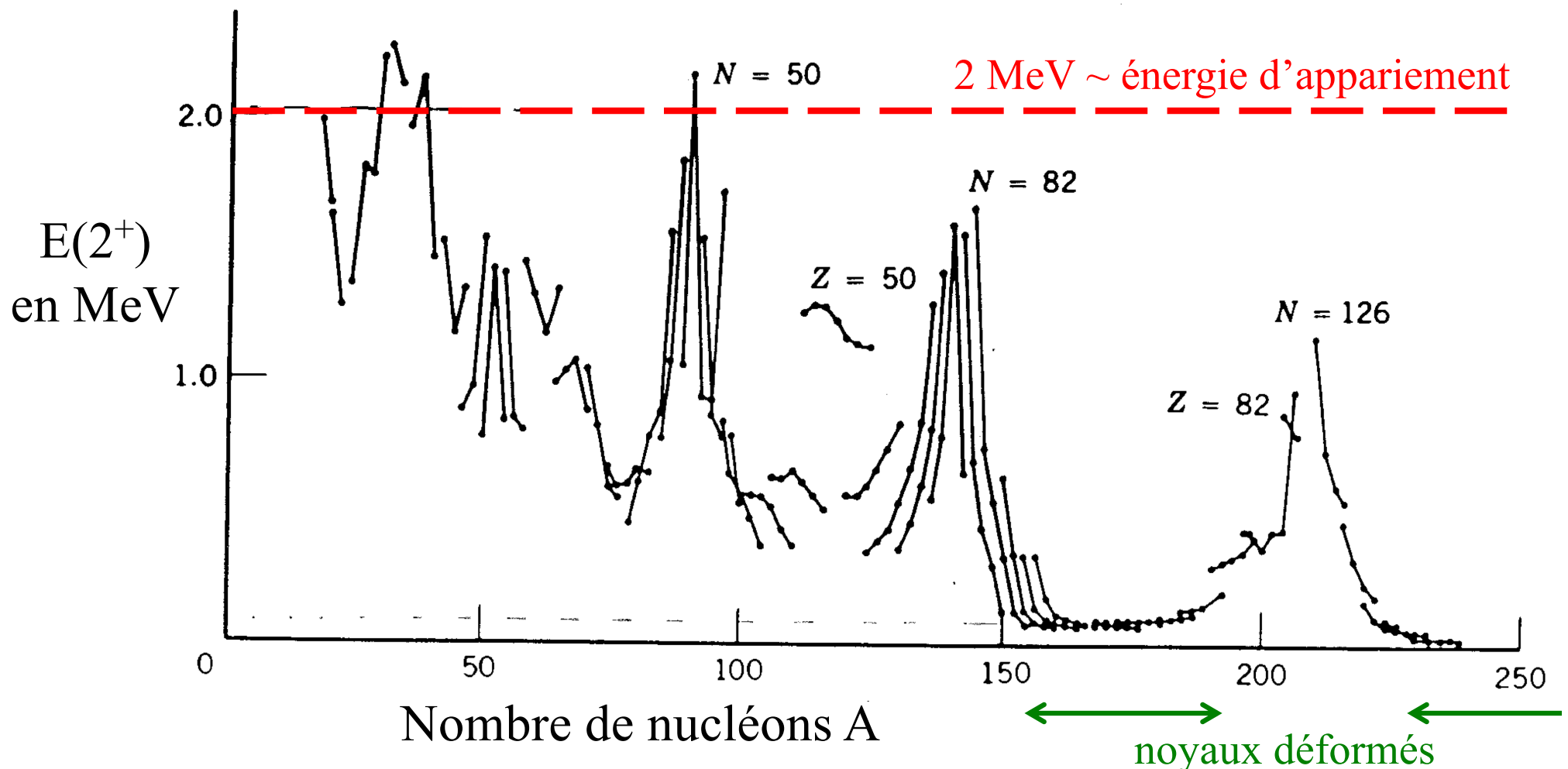
- approche du type « modèle en couches »
  - potentiel déformé, non sphérique
- modèle de Nilsson

## **A. Approche « macroscopique »**

- abandon de la description du mouvement (ou de l'état) des nucléons individuels
  - description de phénomènes collectifs
- modèles collectifs

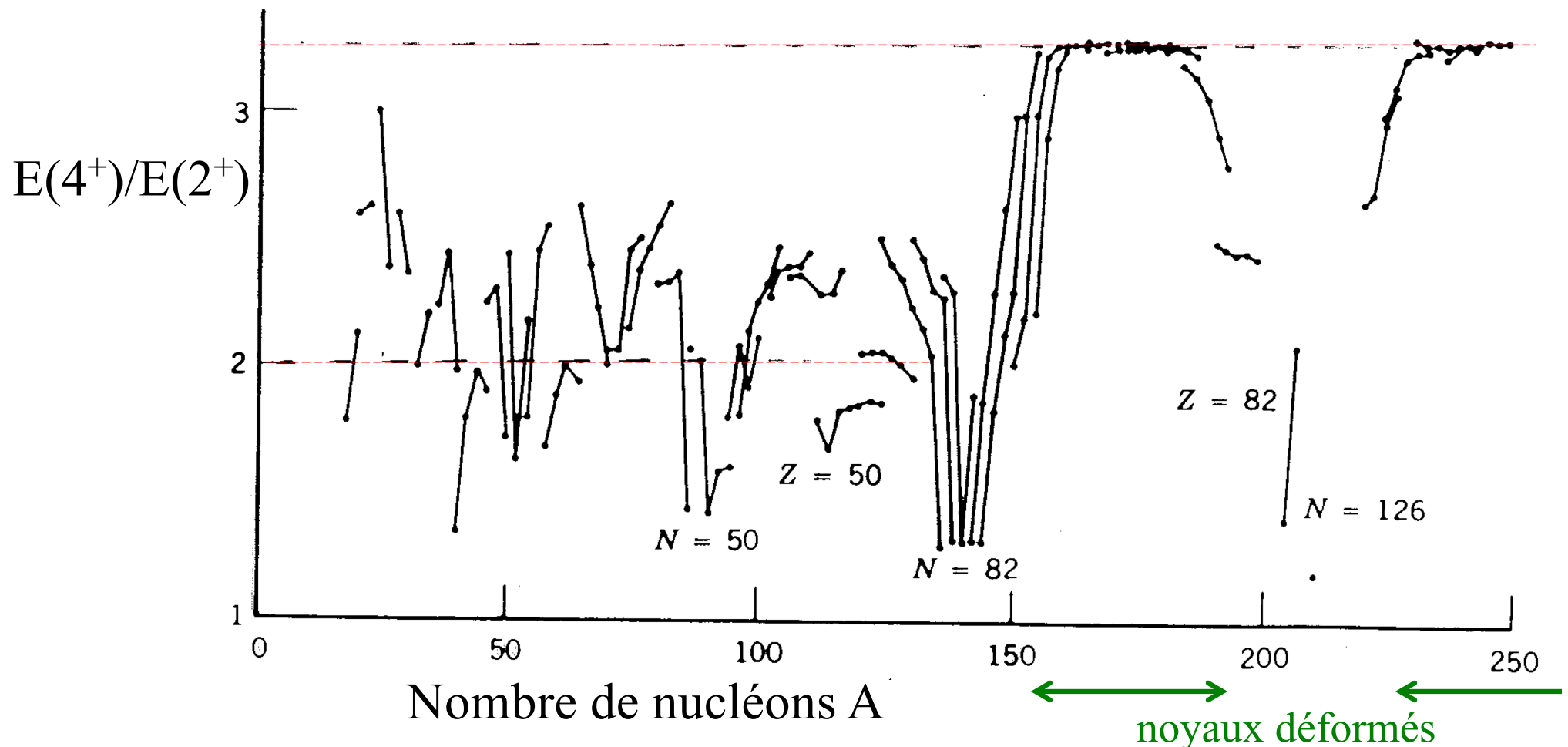
# Energie d'excitation des noyaux pair-pair

- Energie d'excitation  $E(2^+)$  du premier niveau avec  $J^P = 2^+$  (au-dessus du niveau fondamental avec  $J^P = 0^+$ )



# Energie d'excitation des noyaux pair-pair

- Rapport  $E(4^+)/E(2^+)$  des énergies d'excitation des premiers niveaux avec  $J^P = 4^+$  et  $J^P = 2^+$  (au-dessus du niveau fondamental avec  $J^P = 0^+$ )

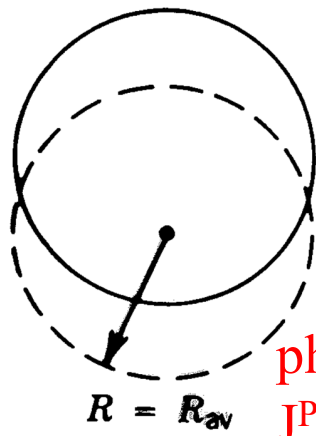
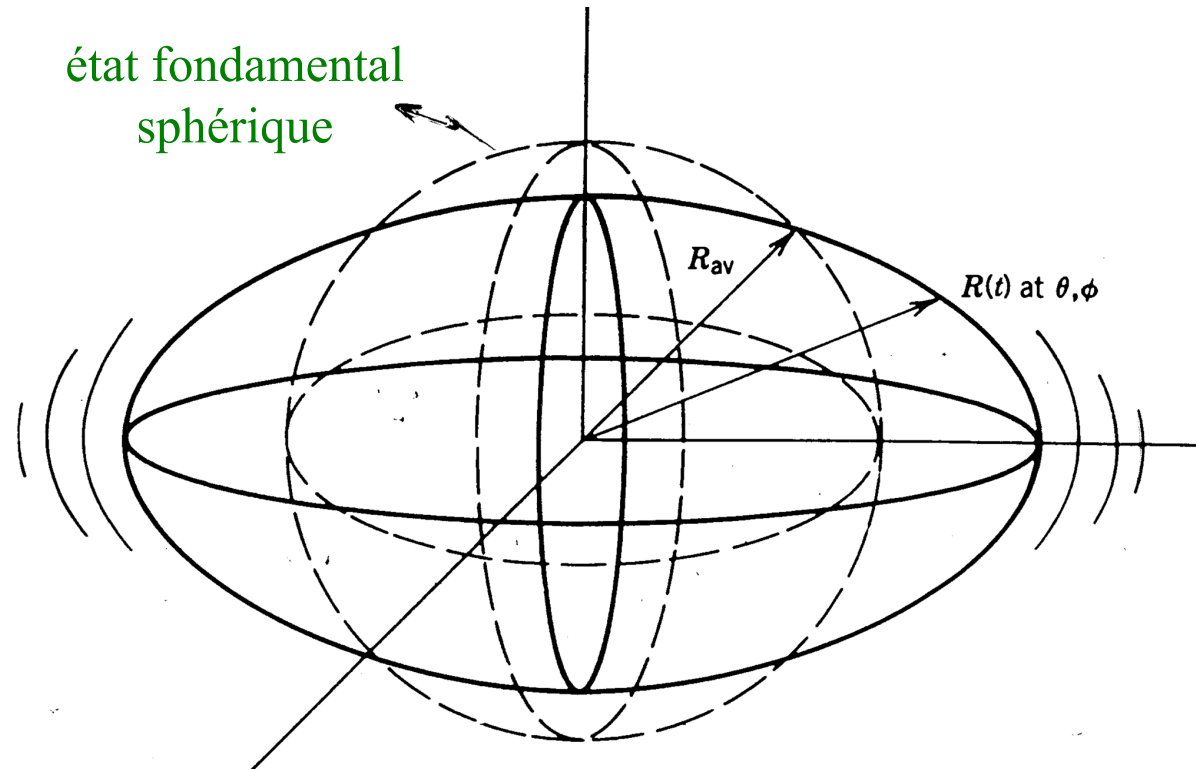


# Modèles collectifs

Introduits dès 1950 par A. Bohr,  
B.R. Mottelson, J. Rainwater  
(prix Nobel 1975)

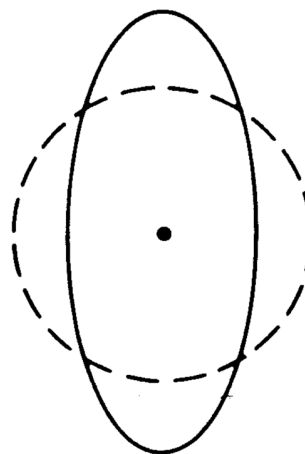
- Excitations collectives
  - 1) dans les **noyaux sphériques** pair-pair
    - **vibrations collectives**:
      - oscillations de la surface du noyau  
(comme pour une goutte liquide)
    - description à l'aide de phonons
  - 2) dans les **noyaux avec une déformation statique**  
( $150 < A < 190$  ou  $A > 220$ )
    - **rotations collectives**

# Excitations vibrationnelles collectives



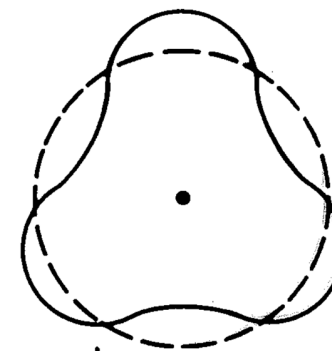
phonon  
 $J^P = 1^-$

$\lambda = 1$   
(Dipole)



phonon  
 $J^P = 2^+$

$\lambda = 2$   
(Quadrupole)



phonon  
 $J^P = 3^-$

$\lambda = 3$   
(Octupole)

# Spectre vibrationnel (prédiction)

$3 \hbar\omega$  3 phonons quadrupolaires  
 $J^P = 0^+, 1^+, 1^+, 1^+, 2^+, 2^+, 2^+, 2^+, 2^+, 3^+, 3^+, 3^+, 3^+, 4^+, 4^+, 4^+, 5^+, 5^+, 6^+$

$2 \hbar\omega$  2 phonon quadrupolaires  
 $J^P = 0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 4^+$

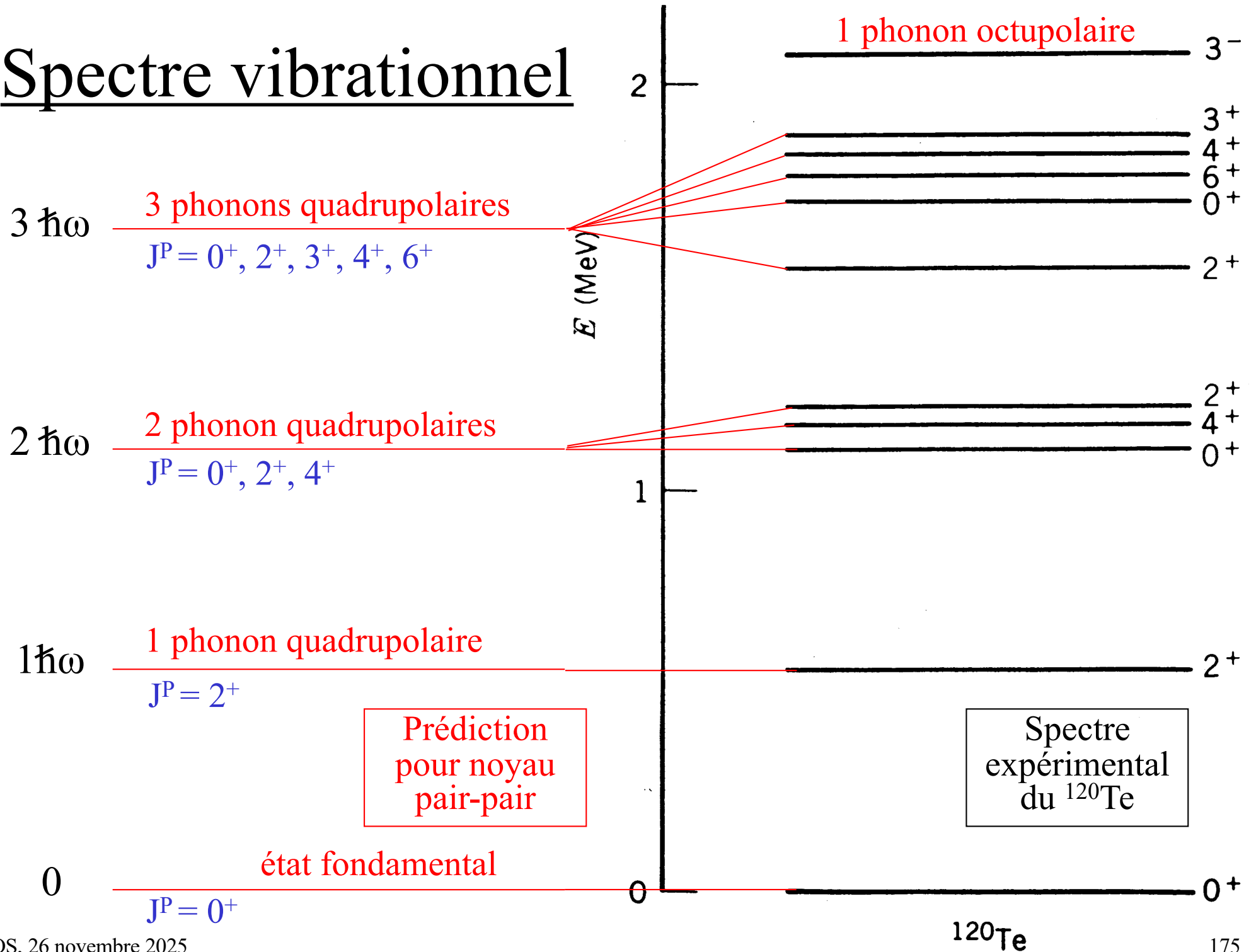
L'état doit être symétrique sous  
l'échange de deux phonons (bosons)

Prédiction  $E(4^+)/E(2^+) = 2$

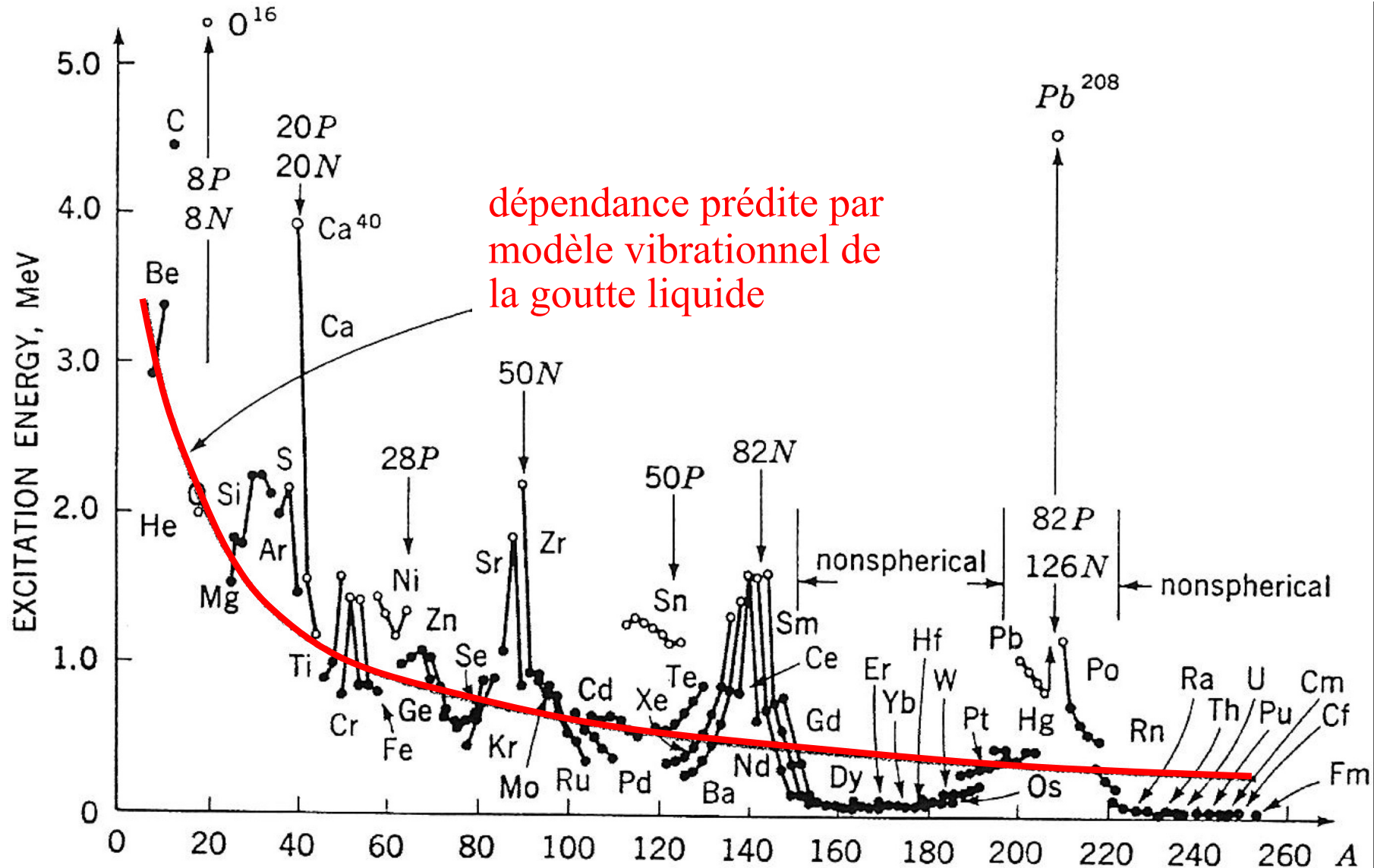
$1 \hbar\omega$  1 phonon quadrupolaire  
 $J^P = 2^+$

$0$  état fondamental noyau pair-pair  
 $J^P = 0^+$

# Spectre vibrationnel

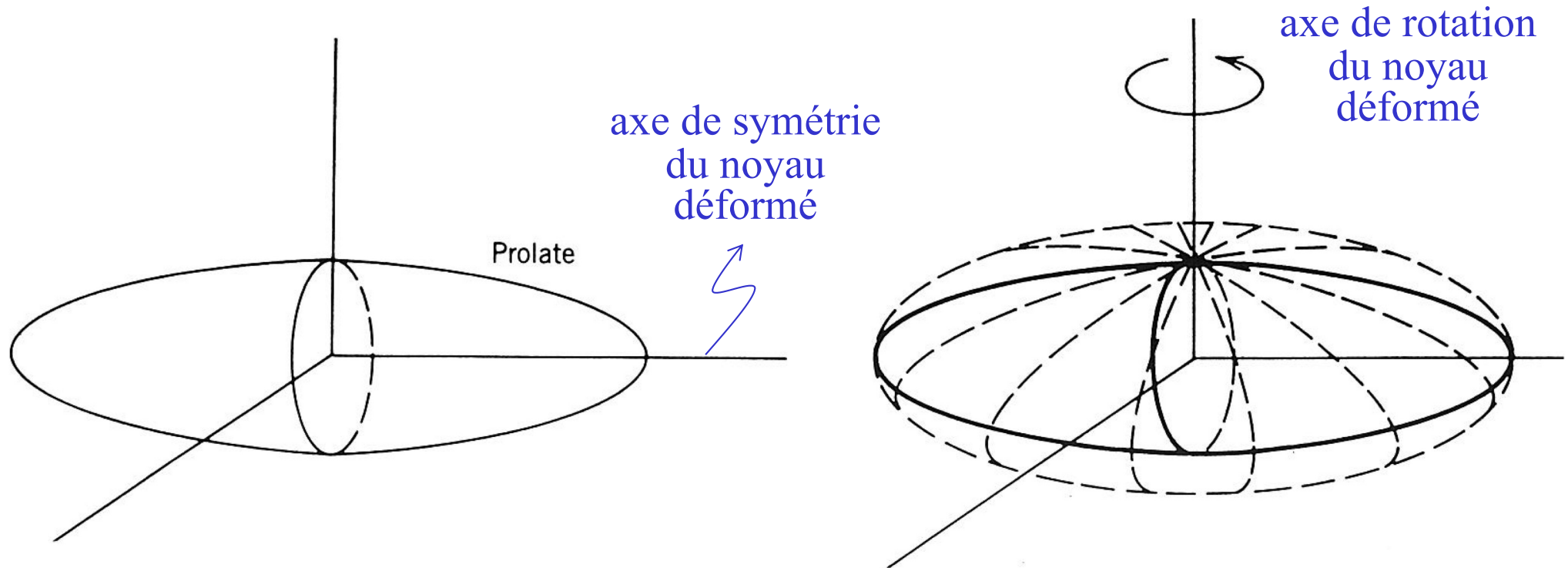


# Energie d'excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair



# Rotation d'un noyau déformé

Seule une rotation autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de symétrie de révolution du noyau est physique



|  | Etat fondamental | Etat excité de rotation |
|--|------------------|-------------------------|
| <b>Forme du noyau</b>                  | « cigare »       | « disque »              |
| <b>Moment électrique quadrupolaire</b> | $q > 0$          | $q < 0$                 |

bien vérifié pour le premier état excité des noyaux pair-pair

# Energie cinétique de rotation

- Classiquement:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \vec{\omega}^2 = \frac{\vec{L}^2}{2I}$$

$I$  = moment d'inertie du noyau  
 $\vec{\omega}$  = vitesse angulaire de rotation  
 $\vec{L} = I\vec{\omega}$  = moment cinétique du noyau

- En mécanique quantique:

$$H_{\text{rot}} = \frac{\vec{J}_{\text{rot}}^2}{2I}$$

hamiltonien

$$Y_{J_{\text{rot}}}^{M_{\text{rot}}}$$

fonctions propres

$$E_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2I} J_{\text{rot}} (J_{\text{rot}} + 1)$$

valeurs propres  
avec  $J_{\text{rot}}$  entier

- Prédictions pour noyau pair-pair:

|  | Etat fondamental | Etats excités de rotation   |
|--|------------------|-----------------------------|
| <b>Spin du noyau</b>                             | 0                | J pair > 0                  |
| <b>Energie (au-dessus du niveau fondamental)</b> | 0                | $\frac{\hbar^2}{2I} J(J+1)$ |

$$E(4^+)/E(2^+) = [4(4+1)] / [2(2+1)] = 20/6 = 3.333$$

# Bandes de rotation

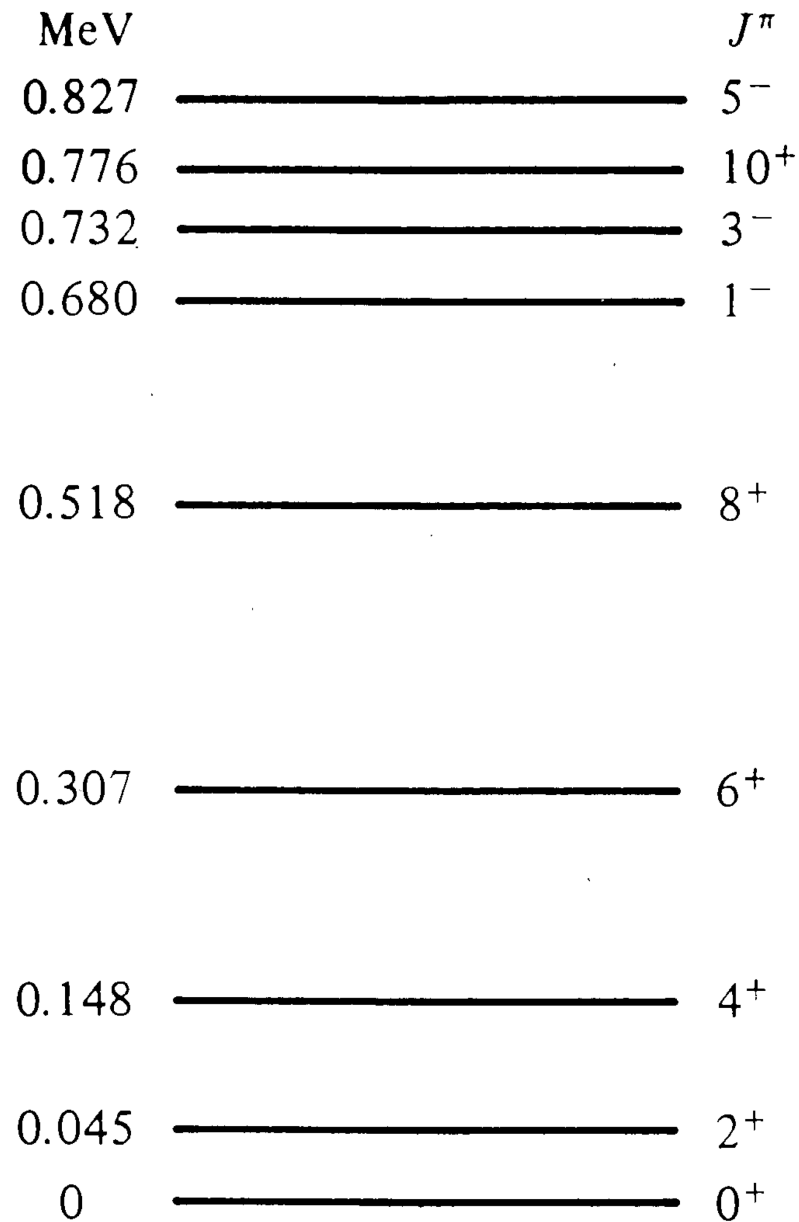
- Spectre expérimental du noyau  $^{238}\text{U}$

- bande de rotation construite sur le niveau fondamental  $0^+$ :

- $0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+, 10^+, \dots$

- autre bande de rotation construite sur un niveau excité  $1^-$ :

- $1^-, 3^-, 5^-, \dots$



$^{238}_{92}\text{U}$

# Bandes de rotations

- Modèle empirique:

$$E_x = C_1 J(J+1) + C_2 J^2(J+1)^2$$

–  $^{176}\text{Yb}$ :

- $C_1 = 13.91$  keV
- $C_2 = -0.009$  keV

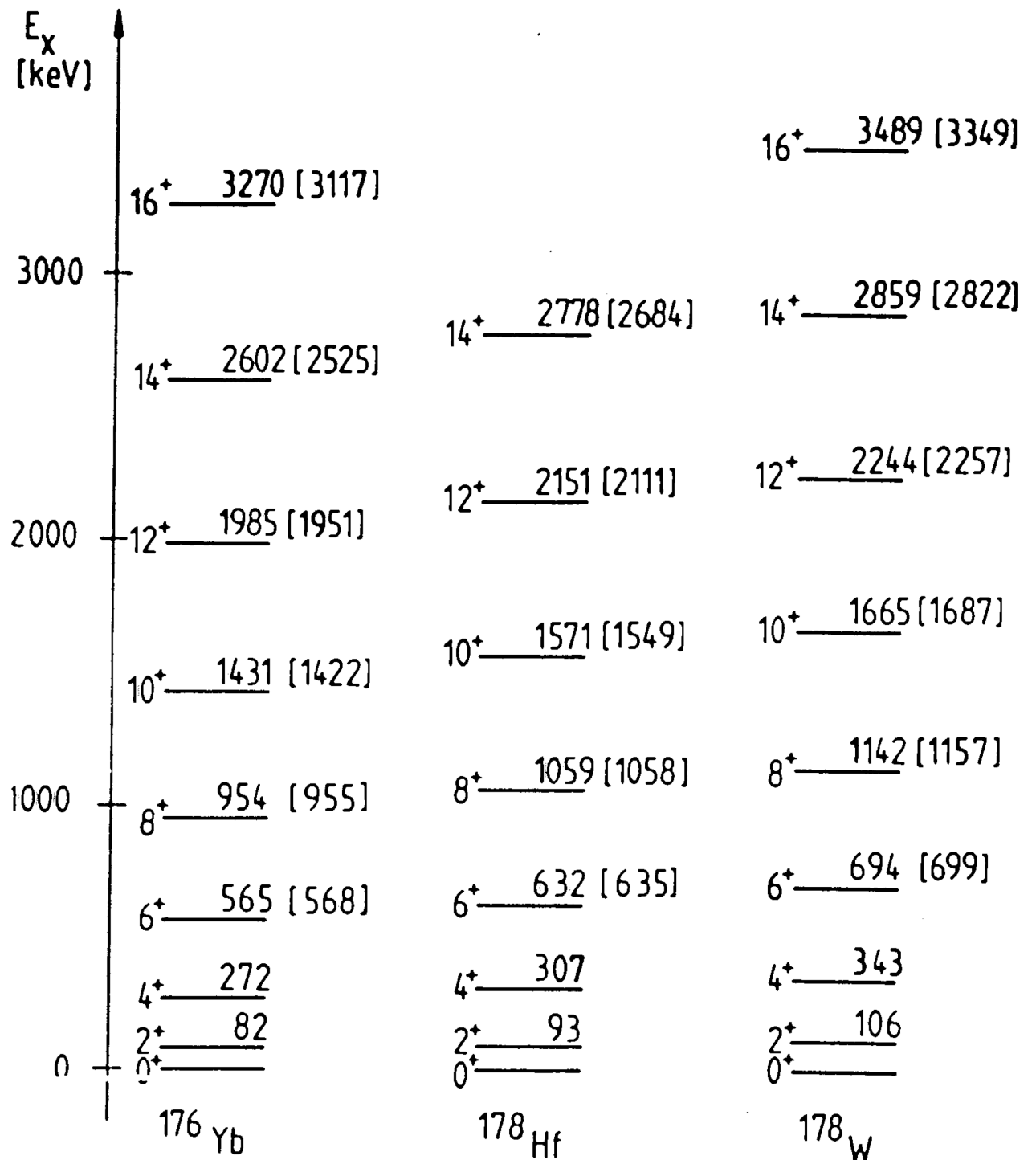
–  $^{178}\text{Hf}$ :

- $C_1 = 15.70$  keV
- $C_2 = -0.014$  keV

–  $^{178}\text{W}$ :

- $C_1 = 17.40$  keV
- $C_2 = -0.019$  keV

- **Modèle rotation OK,**  
avec I qui augmente  
légèrement avec J  
(force centrifuge)



# Moments d'inertie

- Ellipsoïde parfaitement rigide

$$I_{\text{rigide}} \approx \frac{2}{5} M \bar{R}^2 \left( 1 + 0.31 \frac{\delta R}{\bar{R}} \right)$$

- Fluide irrotationnel
  - fluide non visqueux dans une coquille ellipsoïdale

$$I_{\text{fluide}} \approx \frac{9}{8\pi} M (\delta R)^2$$

- Pour tous les noyaux déformés ont observe un moment d'inertie  $I$  tel que  $I_{\text{fluide}} < I < I_{\text{rigide}}$

