

# Dégénérescence des niveaux d'énergie

- Le nucléon est une particule de spin  $s = 1/2$
- Fonction d'onde d'un état propre de  $H$ ,  $L^2$ ,  $L_z$  et  $S^2$  et  $S_z$

$$\psi_{n\ell m_\ell m_s}(\mathbf{r}, \theta, \phi) = R_{n\ell}(\mathbf{r}) Y_\ell^{m_\ell}(\theta, \phi) \chi_s^{m_s}$$

état défini par  
4 nombres  
quantiques

$$\left\{ \begin{array}{l} n = \text{nombre quantique radial} \\ \ell = \text{nombre quantique orbital (moment cinétique)} \\ m_\ell = \text{projection du moment cinétique orbital} \\ m_s = \text{projection du spin } s = 1/2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{nombres} \\ \text{quantiques} \\ \text{magnétiques} \end{array}$$

$$H \psi_{n\ell m_\ell m_s}(\mathbf{r}, \theta, \phi) = E_{n\ell} \psi_{n\ell m_\ell m_s}(\mathbf{r}, \theta, \phi)$$

énergie  $E_{n\ell}$   
indépendante  
de  $m_\ell$  et  $m_s$  !

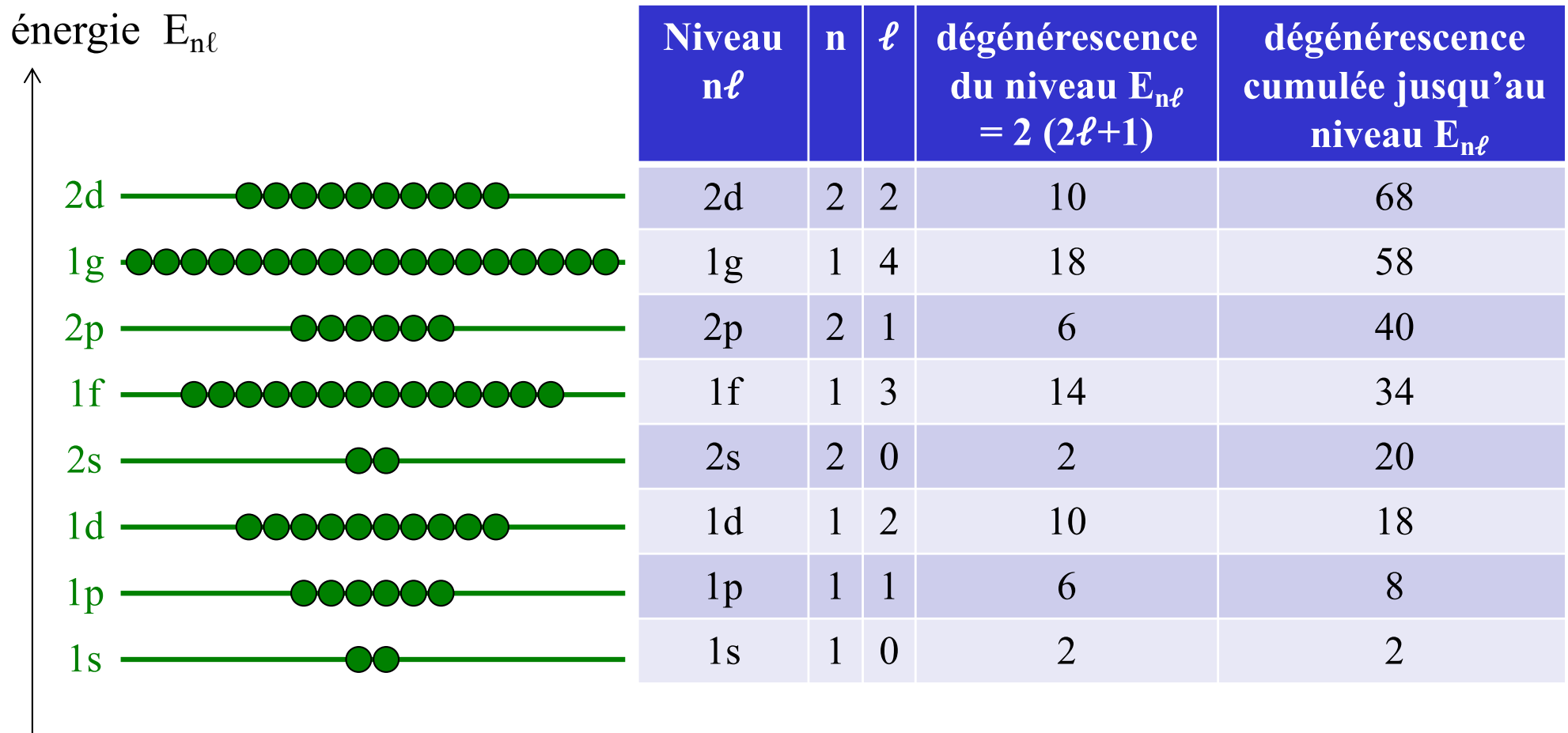
- Dégénérescence = nombre d'états distincts par niveau  $E_{n\ell}$   
=  $2(2\ell+1)$

2 valeurs possibles pour  $m_s$ :  
 $m_s = \pm 1/2$

$2\ell+1$  valeurs possibles pour  $m_\ell$ :  
 $m_\ell = -\ell, -\ell+1, \dots, \ell-1, \ell$

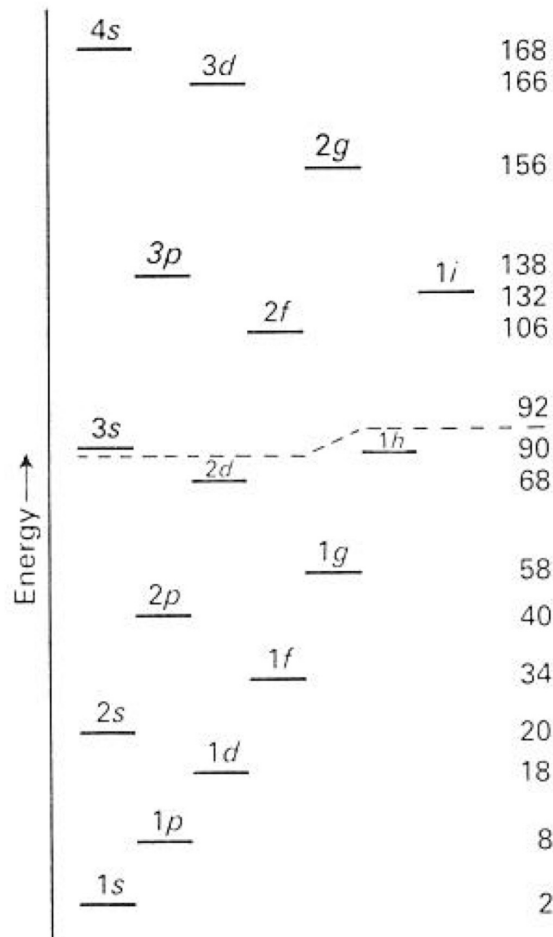
# Remplissage des niveaux d'énergie

- Principe d'exclusion de Pauli appliqué séparément aux neutrons et aux protons
  - pour une des deux espèces:

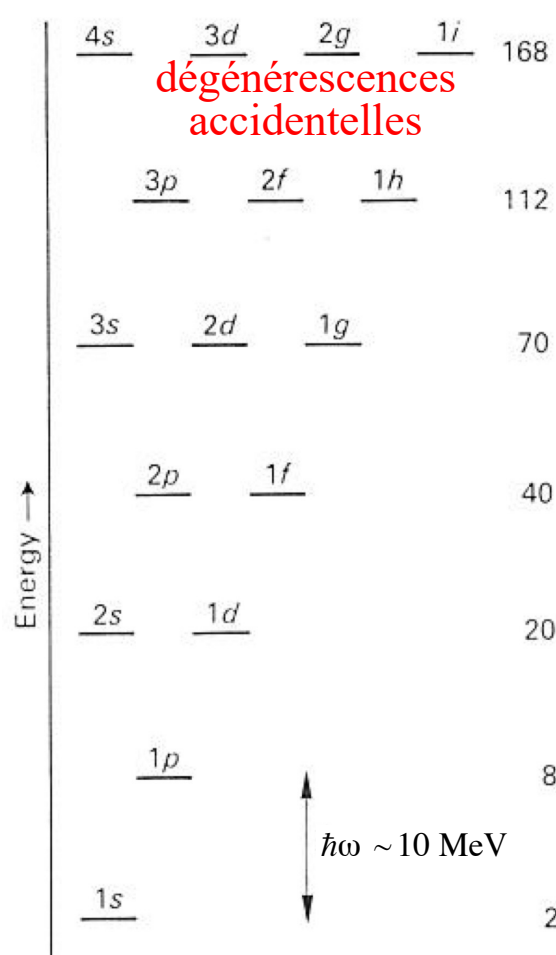


# Comparaison entre différents spectres

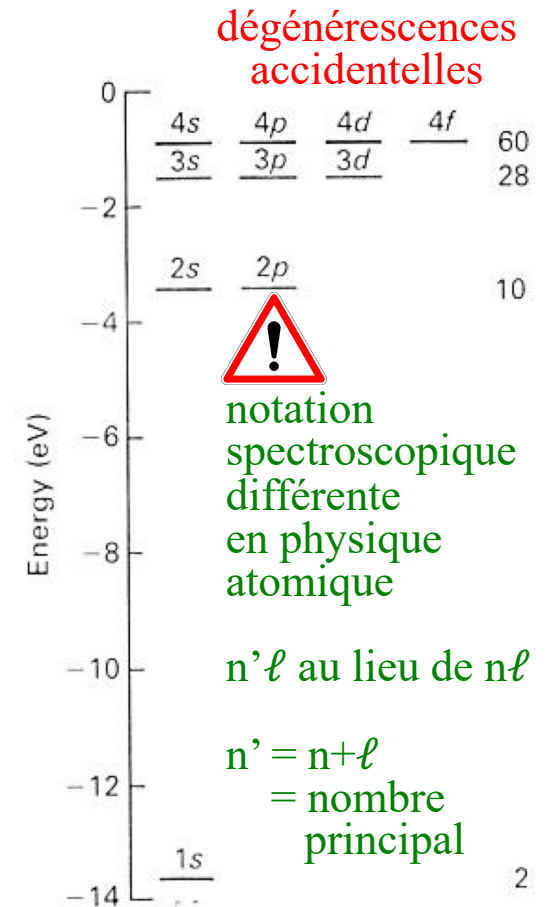
potentiel rectangulaire  
(noyau)



potentiel harmonique  
(noyau)



potentiel coulombien  
(atome H)



$$E_{n\ell} = \hbar\omega \left( 2n + \ell - \frac{1}{2} \right) - V_0$$

$$E_{n\ell} = -\frac{E_1}{(n + \ell)^2} \equiv -\frac{E_1}{n'^2}$$

# Nombres magiques

- Un **noyau magique** est un noyau ayant un **nombre magique** de neutrons ou de protons
- Dans un noyau magique, les neutrons ou les protons ne forment que des **couches complètes**

- Nombres magiques:

<b>... observés</b>	<b>2</b>	<b>8</b>	<b>20</b>	<b>28</b>	<b>50</b>	<b>82</b>	<b>126</b>	
... prédits par potentiel rectangulaire	2	8	20	34	40	58	92	138
... prédits par potentiel harmonique	2	8	20		40	70	112	

- Question:
  - quel est le potentiel  $V(r)$  qui peut prédire correctement tous les nombres magiques ?

# Potentiel de Saxon-Woods

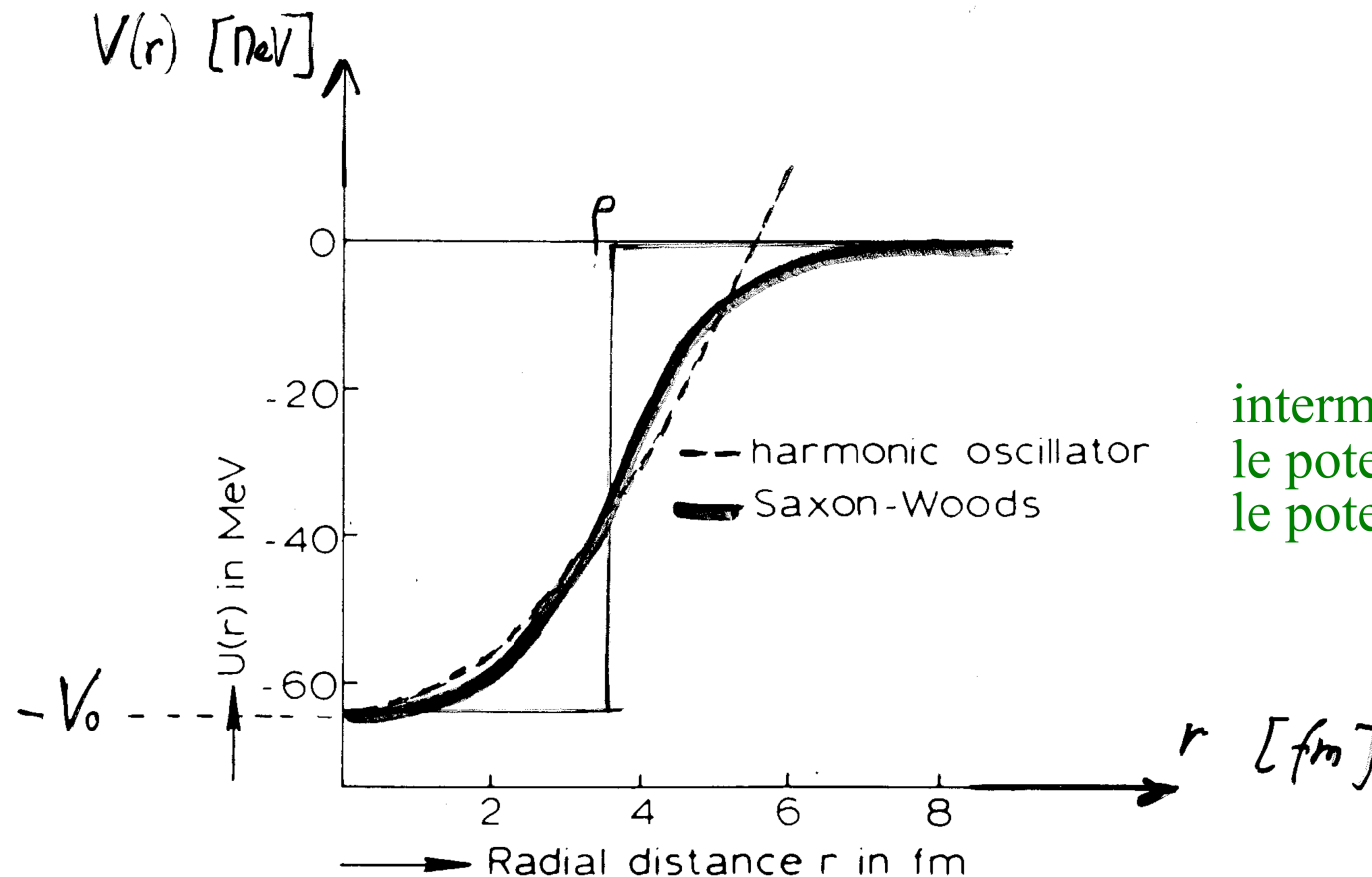
- Déterminé empiriquement à partir de mesures de densité nucléaire

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp(\mu(r - \rho))}$$

$$V_0 = 50-60 \text{ MeV}$$

$$\rho = r_0 A^{1/3}, \quad r_0 \sim 1.2 \text{ fm}$$

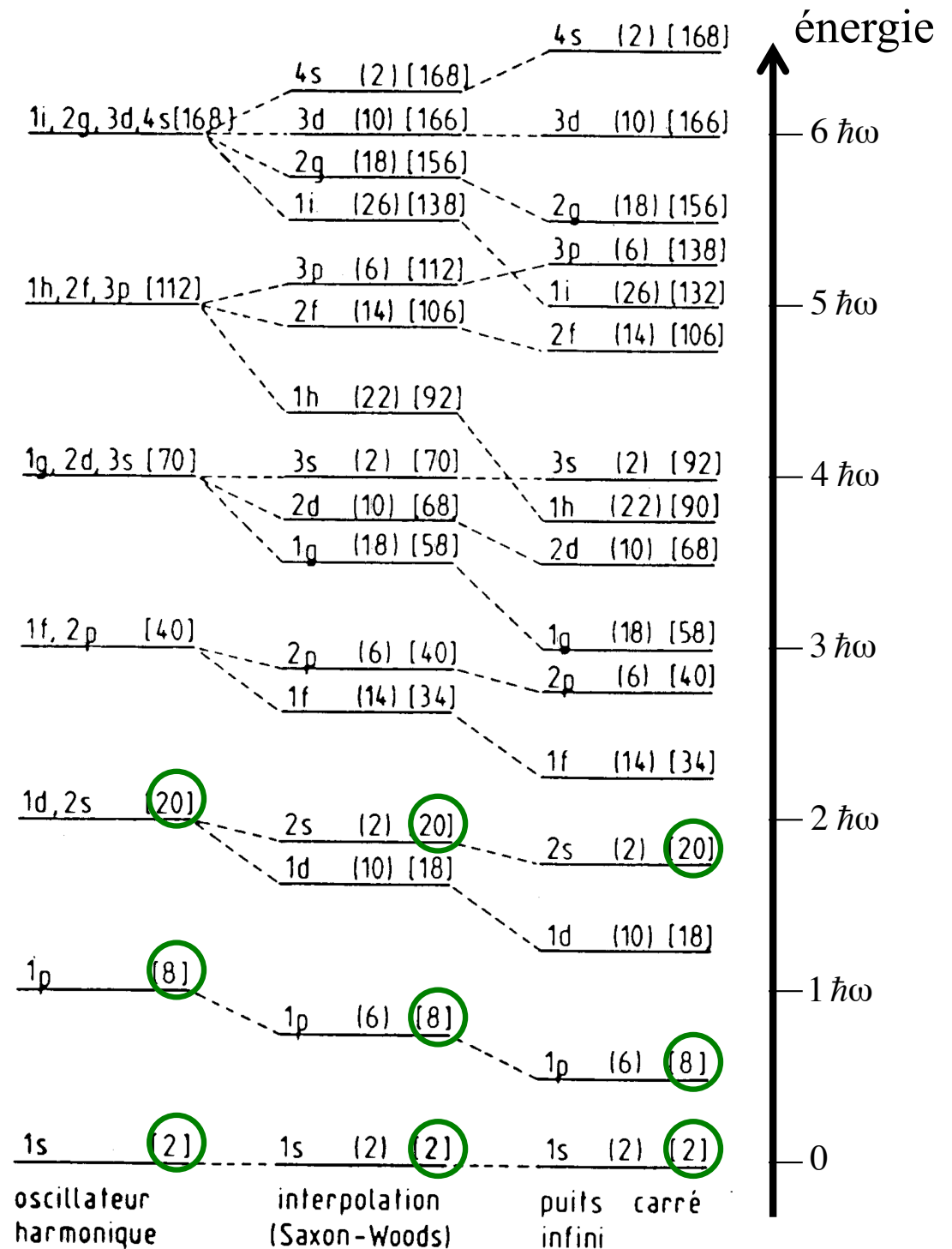
$$\mu = 1-2 \text{ fm}^{-1}$$



intermédiaire entre  
le potentiel harmonique et  
le potentiel rectangulaire

# Spectre avec potentiel de Saxon-Woods

- Nombres magiques reproduits
  - 2, 8, 20
- Nombres magiques pas reproduits
  - 28, 50, 82, 126



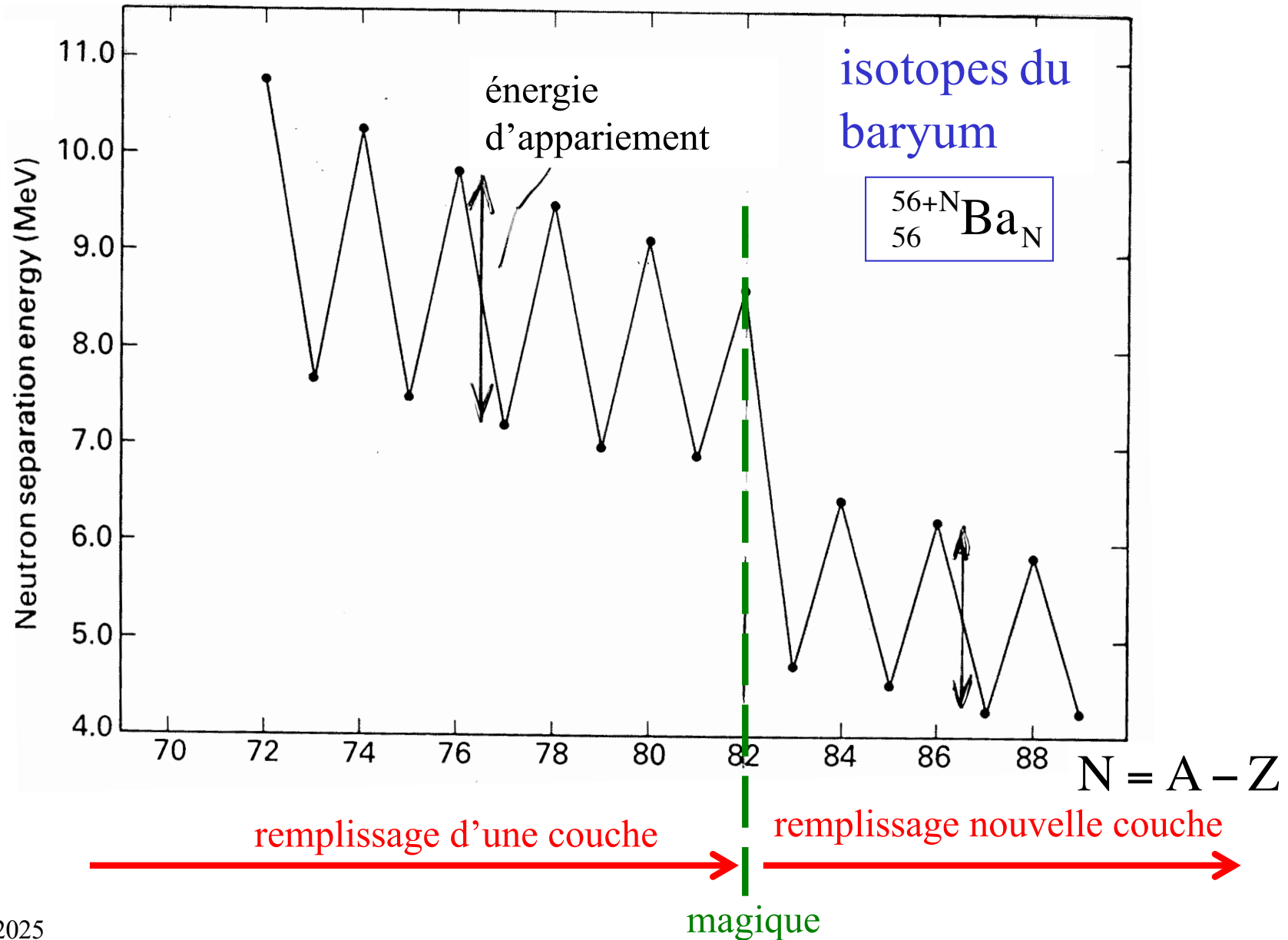
# Modèle en couches

**Modèle en couches de la physique nucléaire**  
= modèle à nucléon indépendant permettant de  
reproduire les nombres magiques

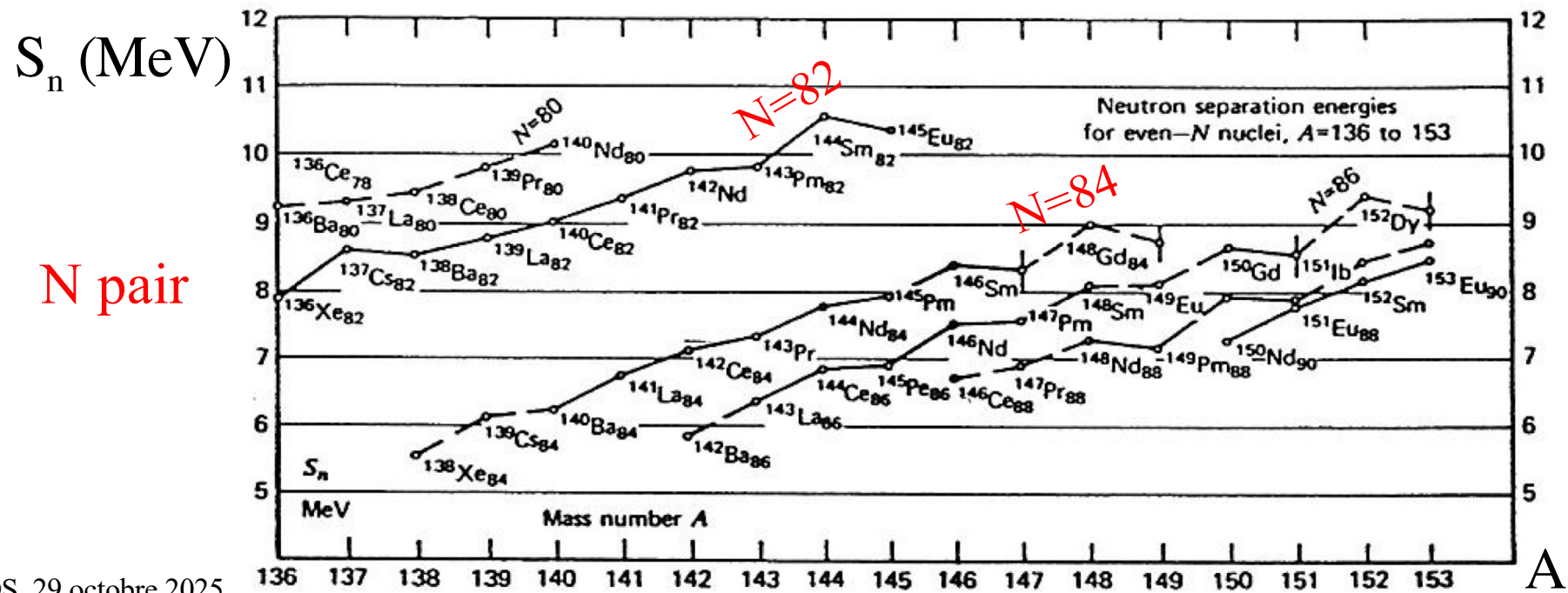
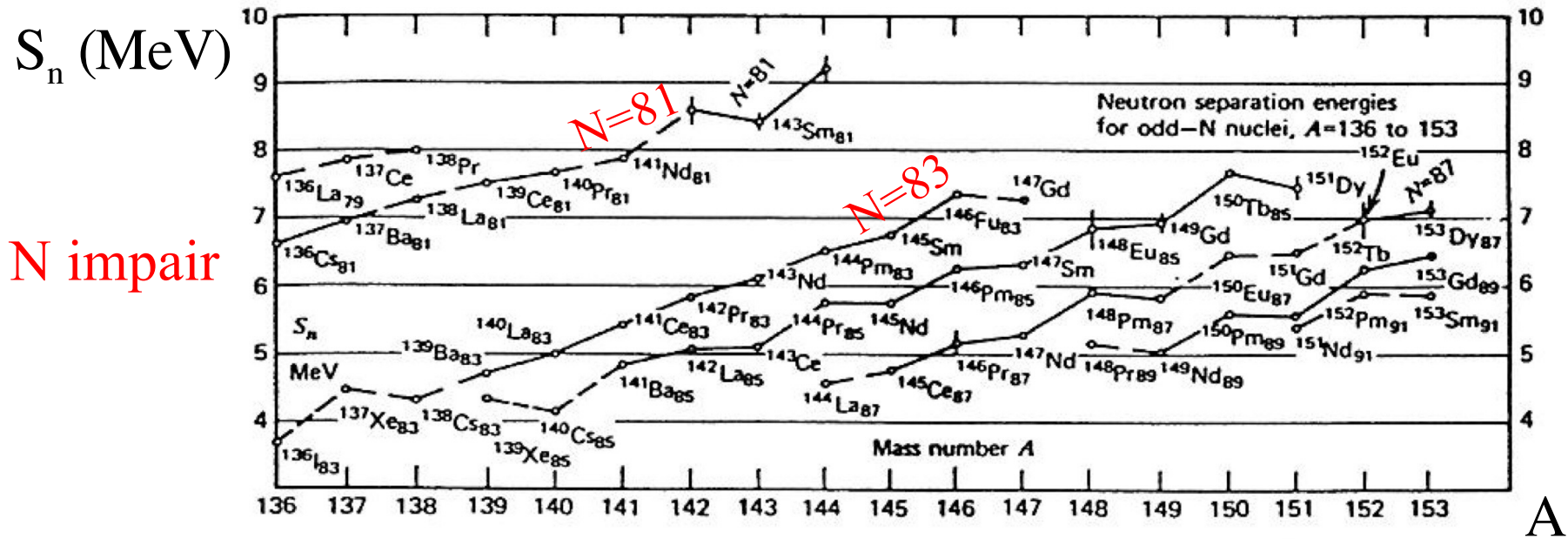
- Evidences expérimentales en faveur des nombres magiques
  - **2, 8, 20, 28, 50, 82, 126**
- Potentiel permettant de reproduire les nombres magiques
  - potentiel non-central, avec couplage spin-orbite
- Prédiction du modèle en couches et comparaison avec les mesures expérimentales
  - spin-parité des niveaux fondamentaux et excités
  - moment magnétique dipolaire
  - moment électrique quadrupolaire

# Energie de séparation du neutron le moins lié

$$S_n = B(Z, A) - B(Z, A - 1)$$



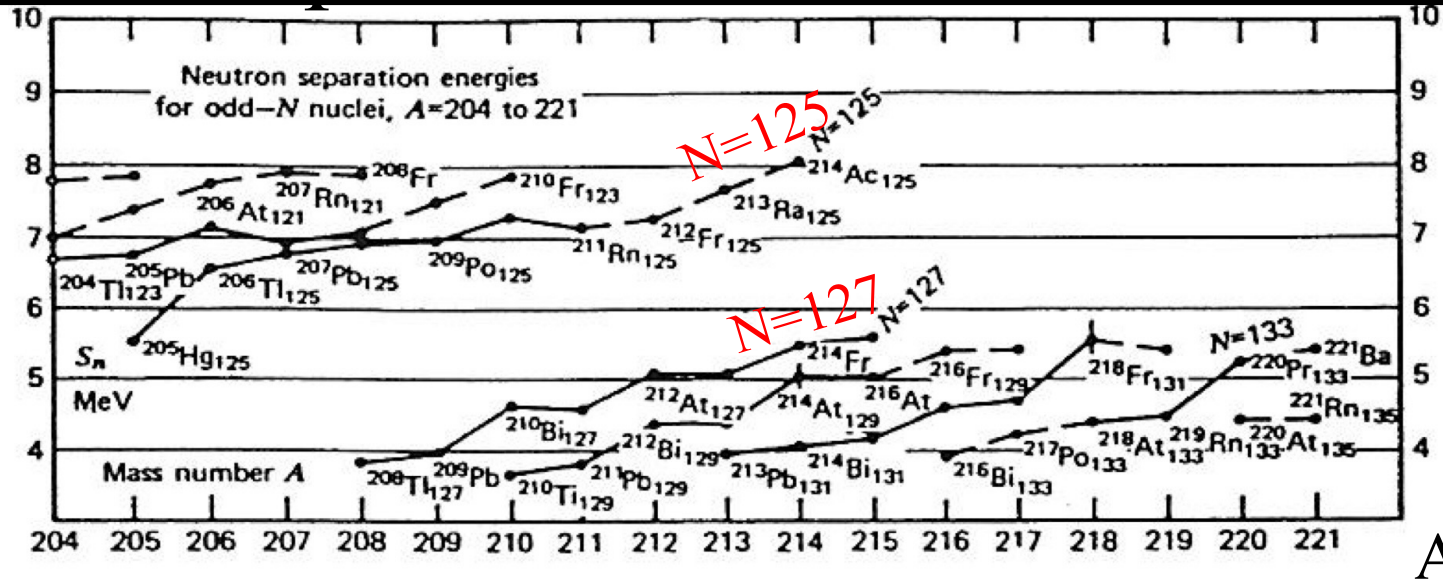
# Energie de séparation du neutron le moins lié



# Energie de séparation du neutron le moins lié

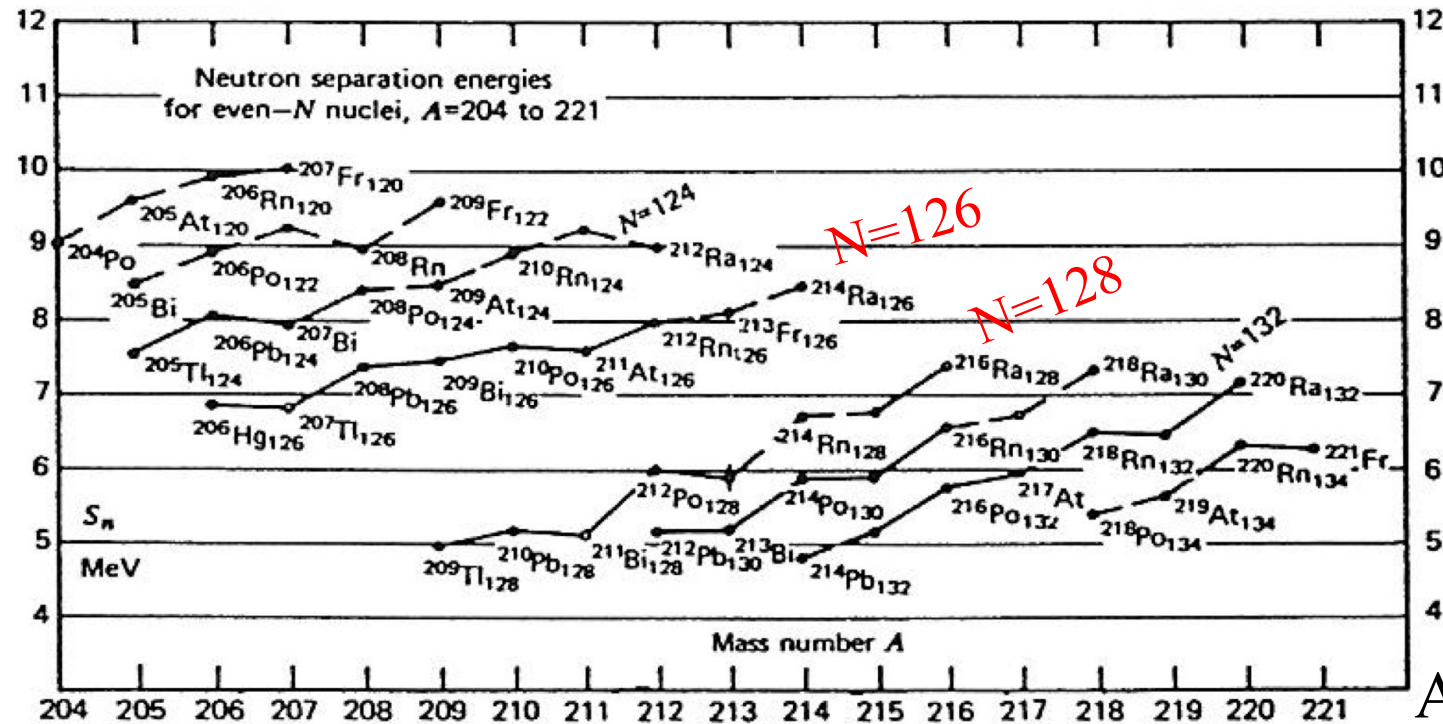
$S_n$  (MeV)

$N$  impair



$S_n$  (MeV)

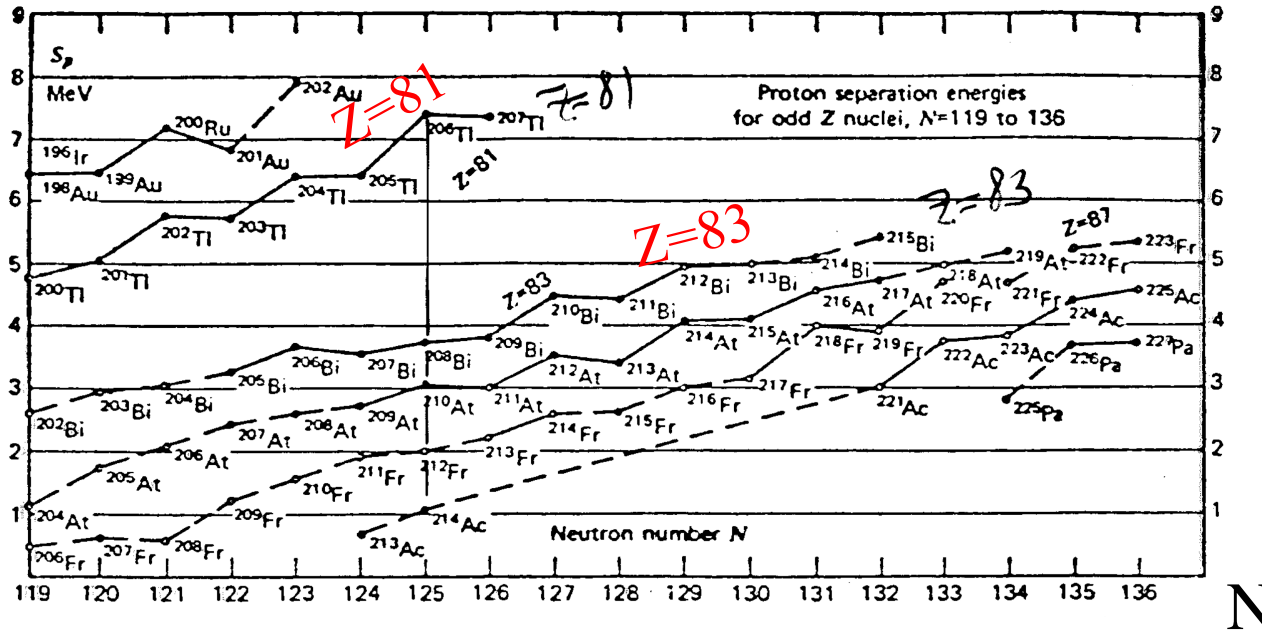
$N$  pair



# Energie de séparation du proton le moins lié

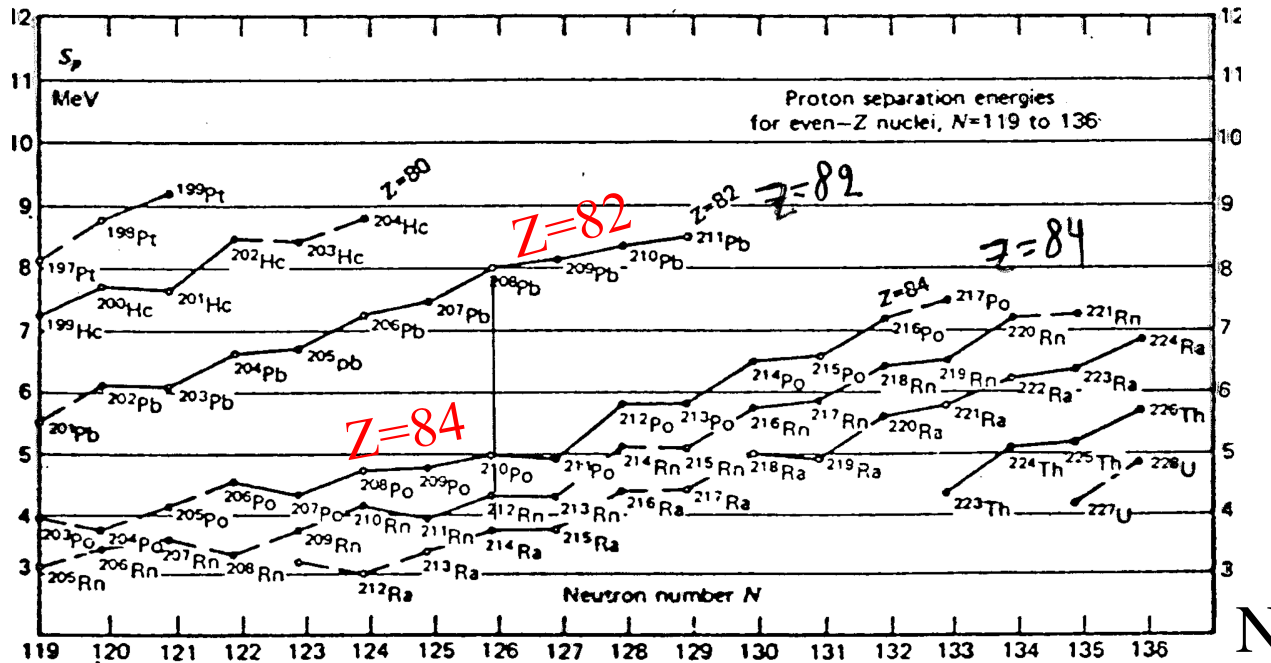
$S_p$  (MeV)

Z impair



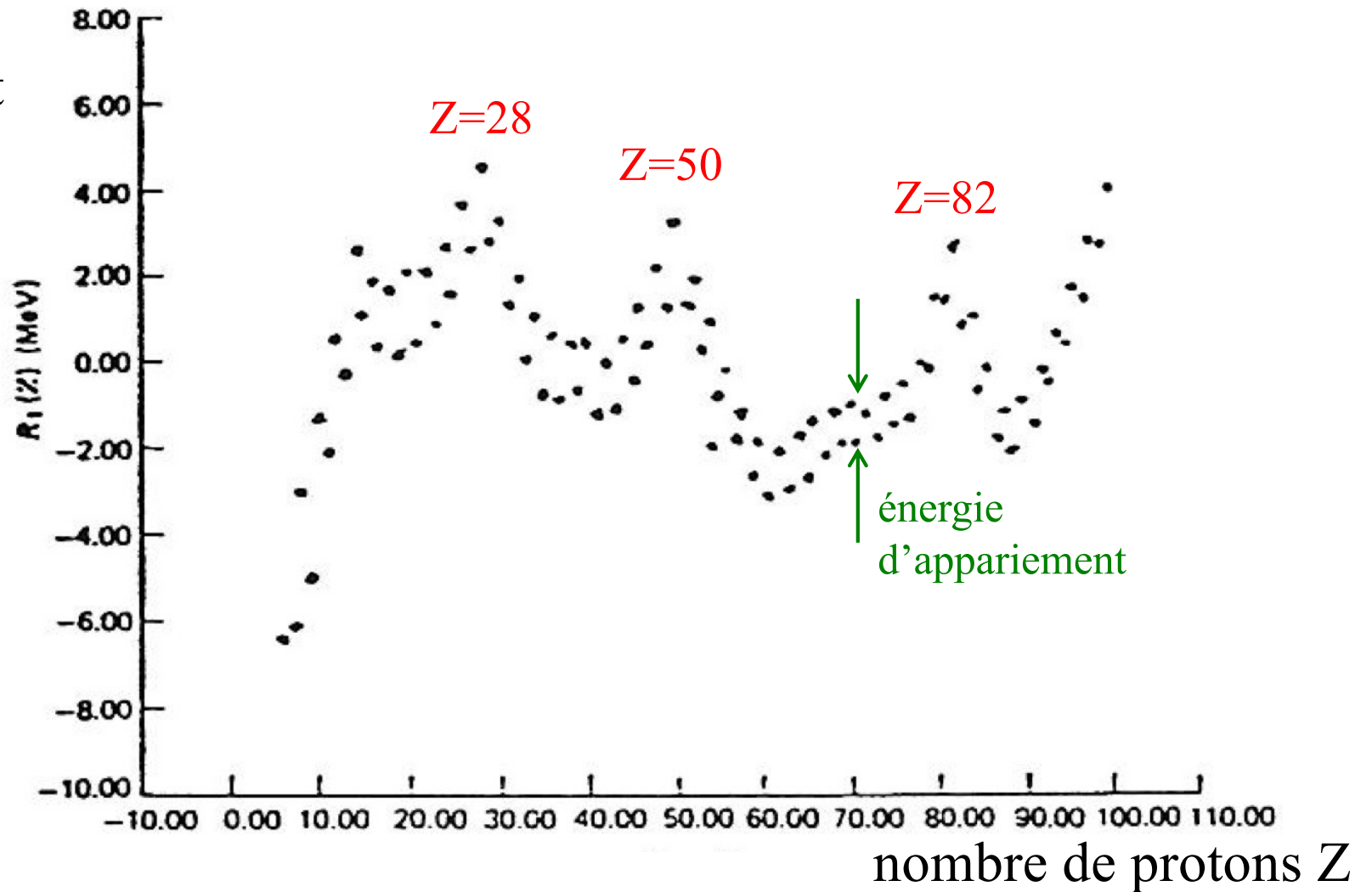
$S_p$  (MeV)

Z pair



# Irrégularités de l'énergie de liaison

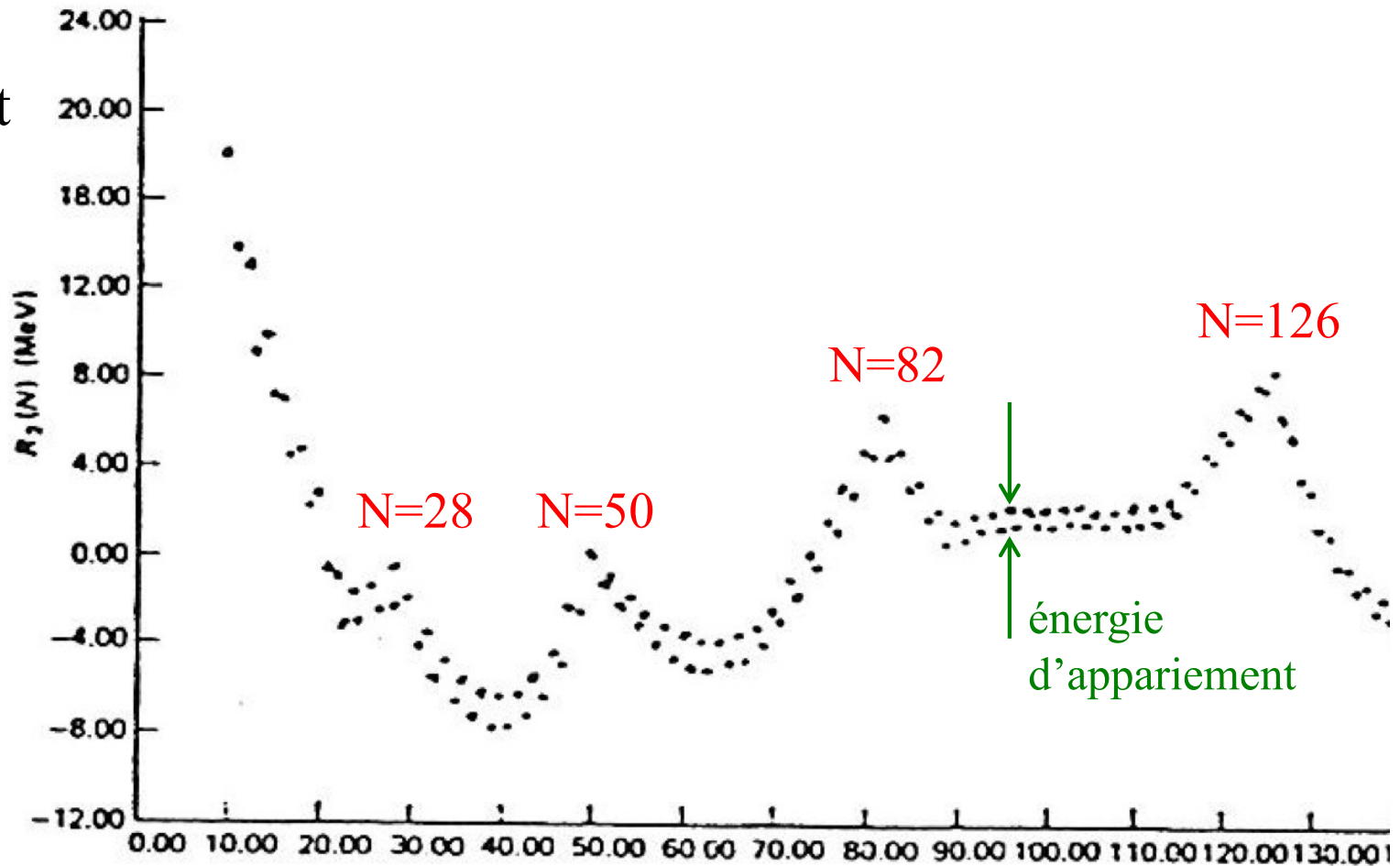
résidu =  
 $B(Z,A) - \text{fit}$   
en MeV



fit = polynôme de degré 2 en A et Z

# Irrégularités de l'énergie de liaison

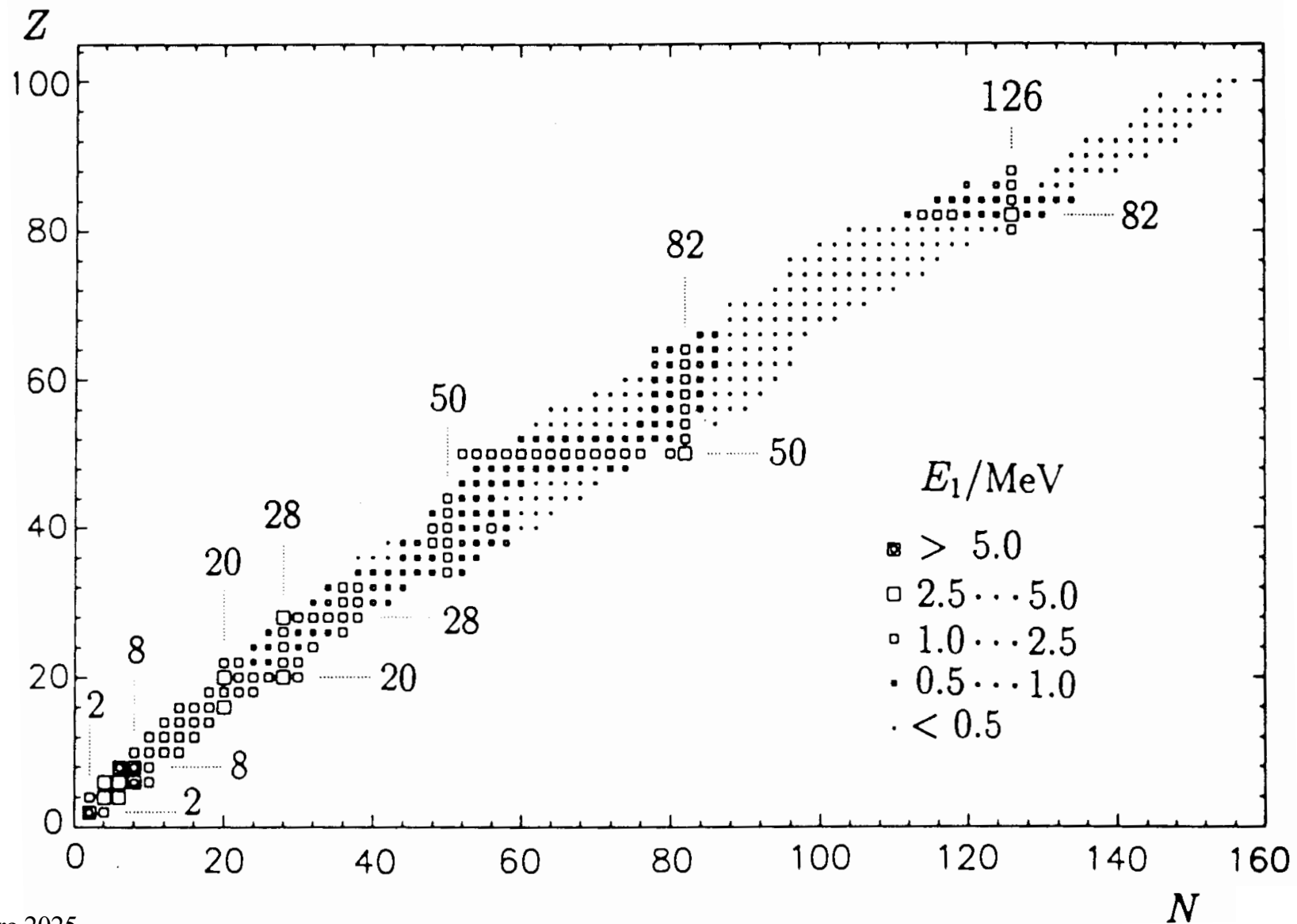
résidu =  
 $B(Z,A) - \text{fit}$   
en MeV



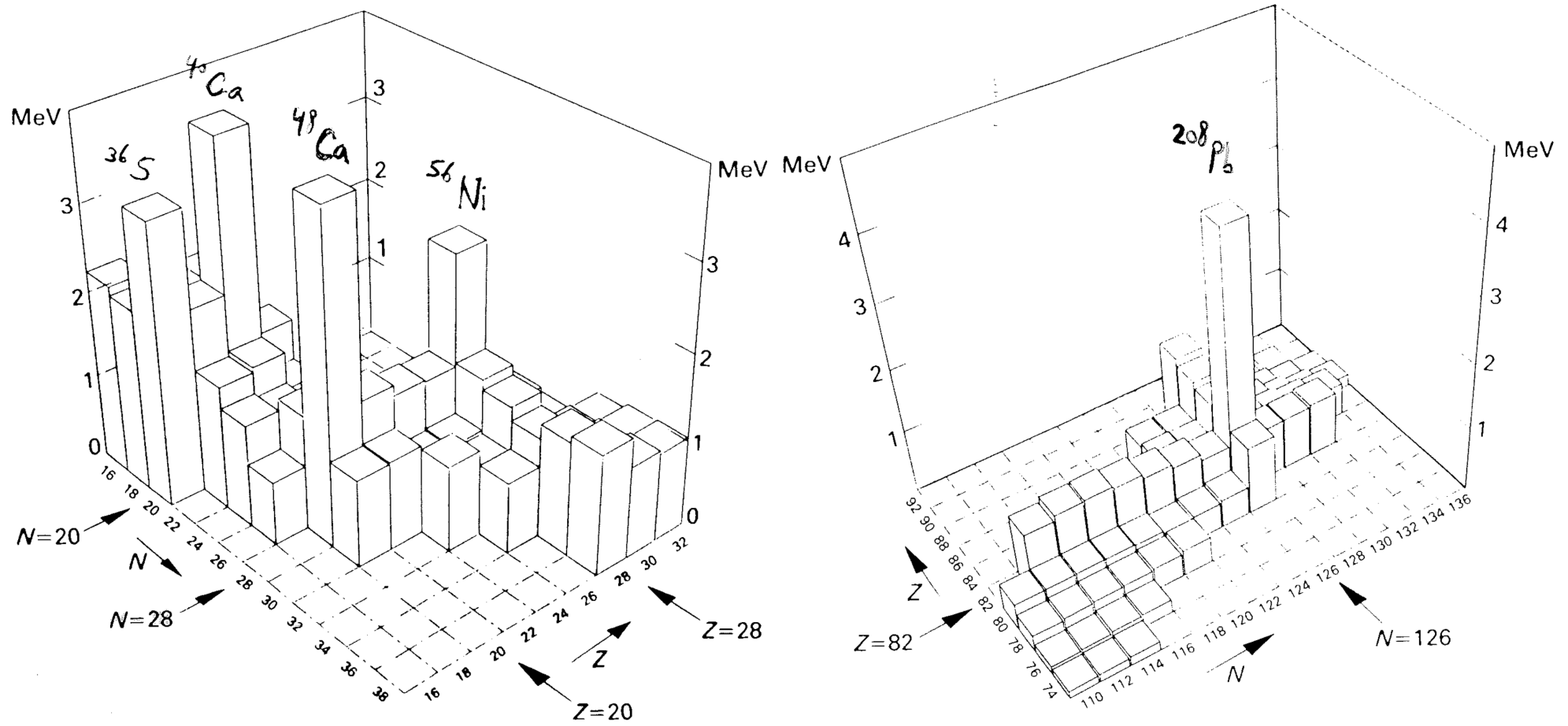
nombre de neutrons N

fit = polynôme de degré 2 en A et Z

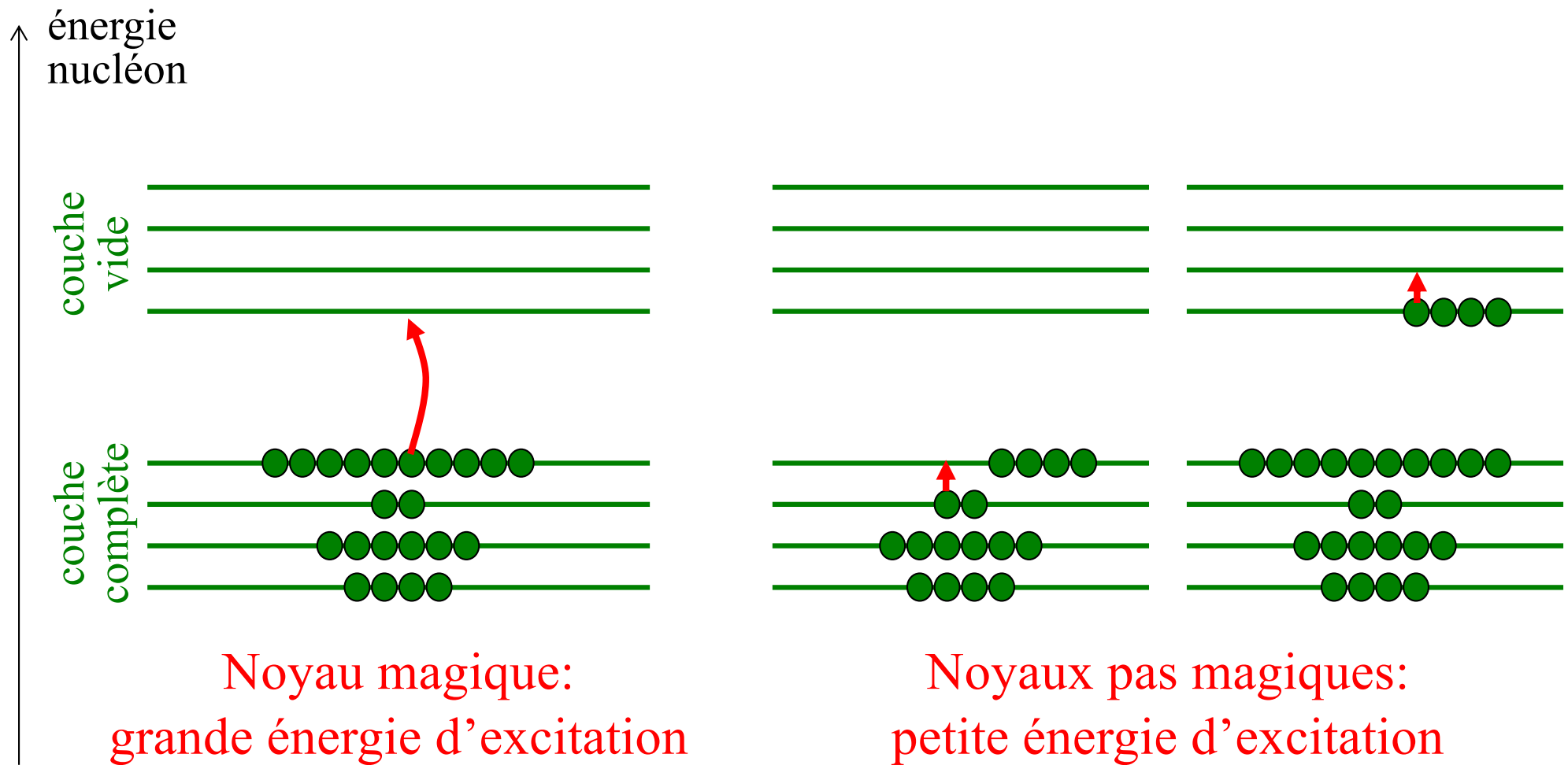
# Energie d'excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair



# Energie d'excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair



# Energie d'excitation du premier niveau excité des noyaux pair-pair

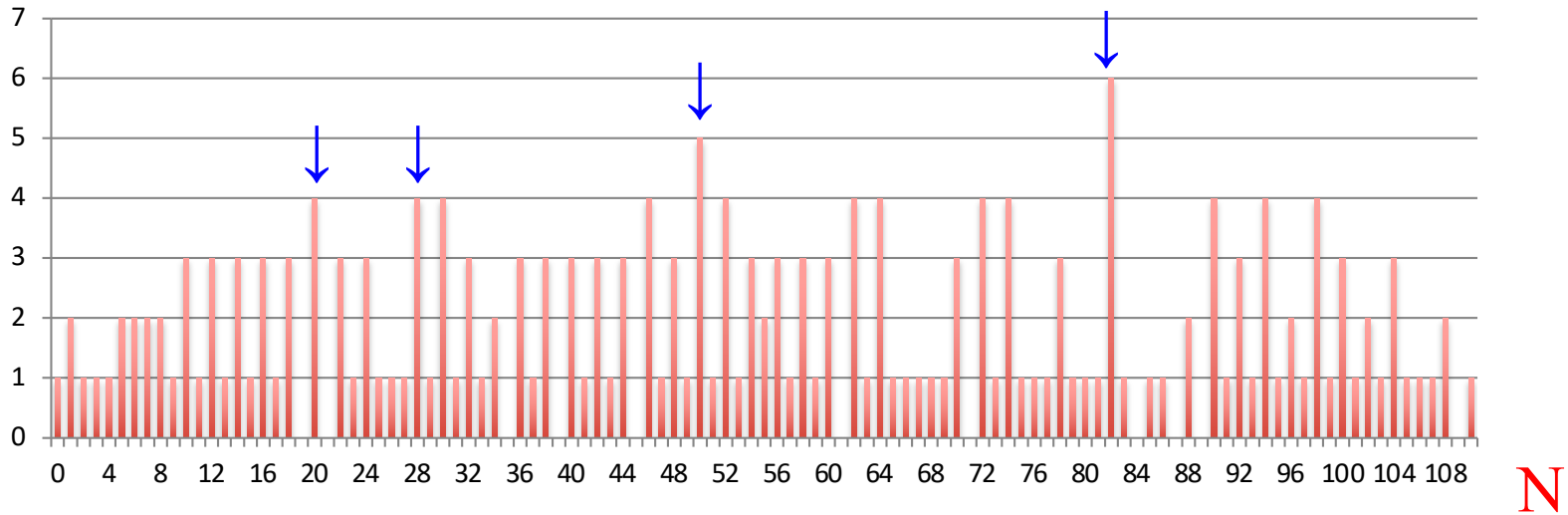


# Nombre d'isotones ou isotopes stables

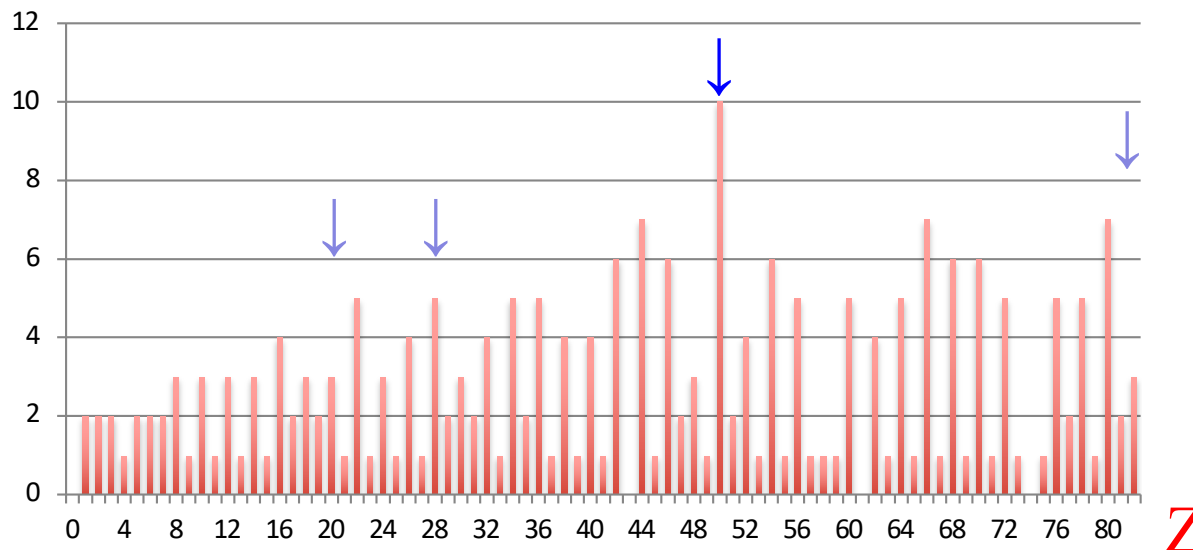
isotones  $\leftrightarrow$  même  $N$   
 isotopes  $\leftrightarrow$  même  $Z$

en général plus élevé pour les noyaux magiques

Nombre  
d'isotones  
stables



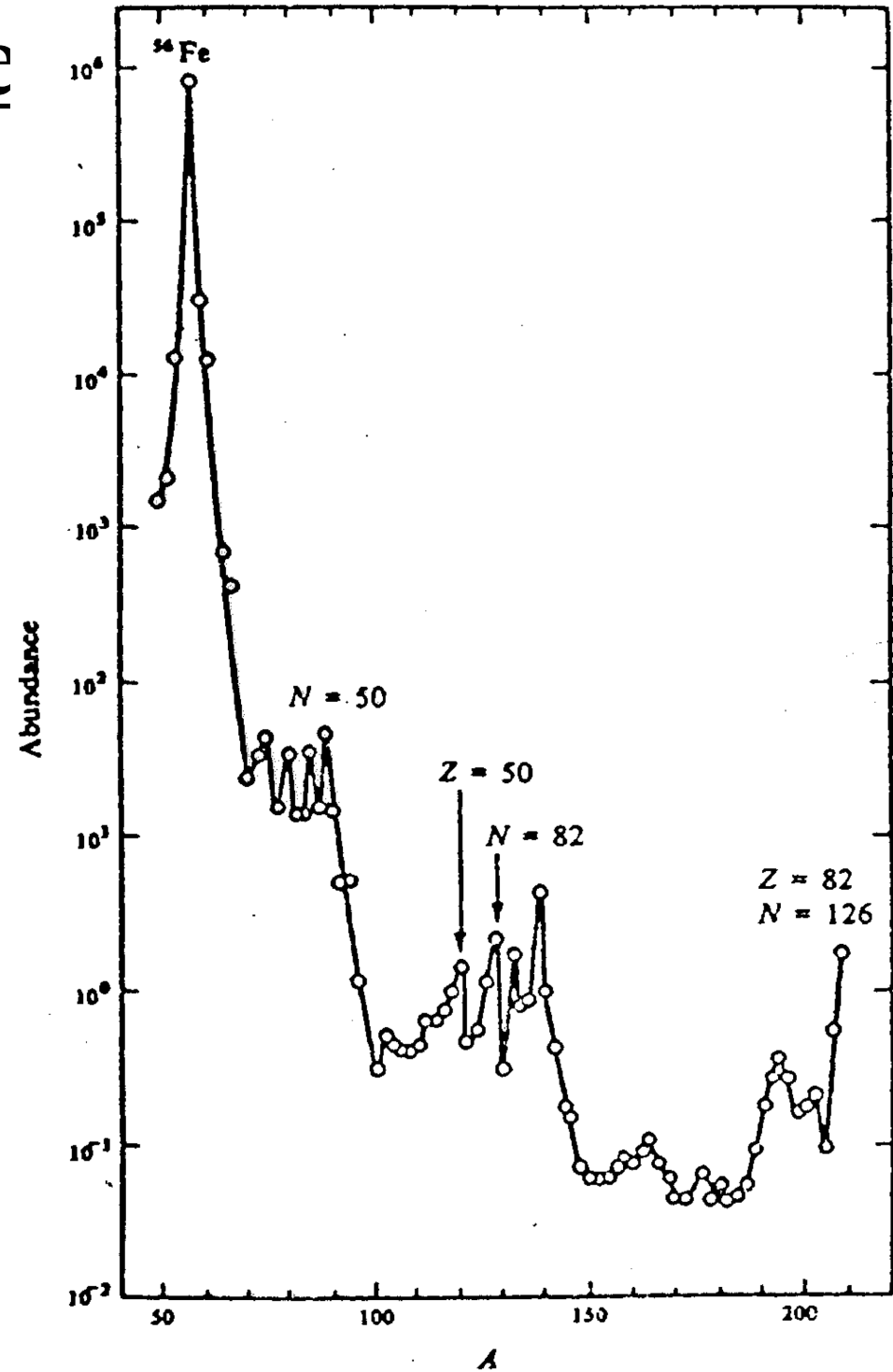
Nombre  
d'isotopes  
stables



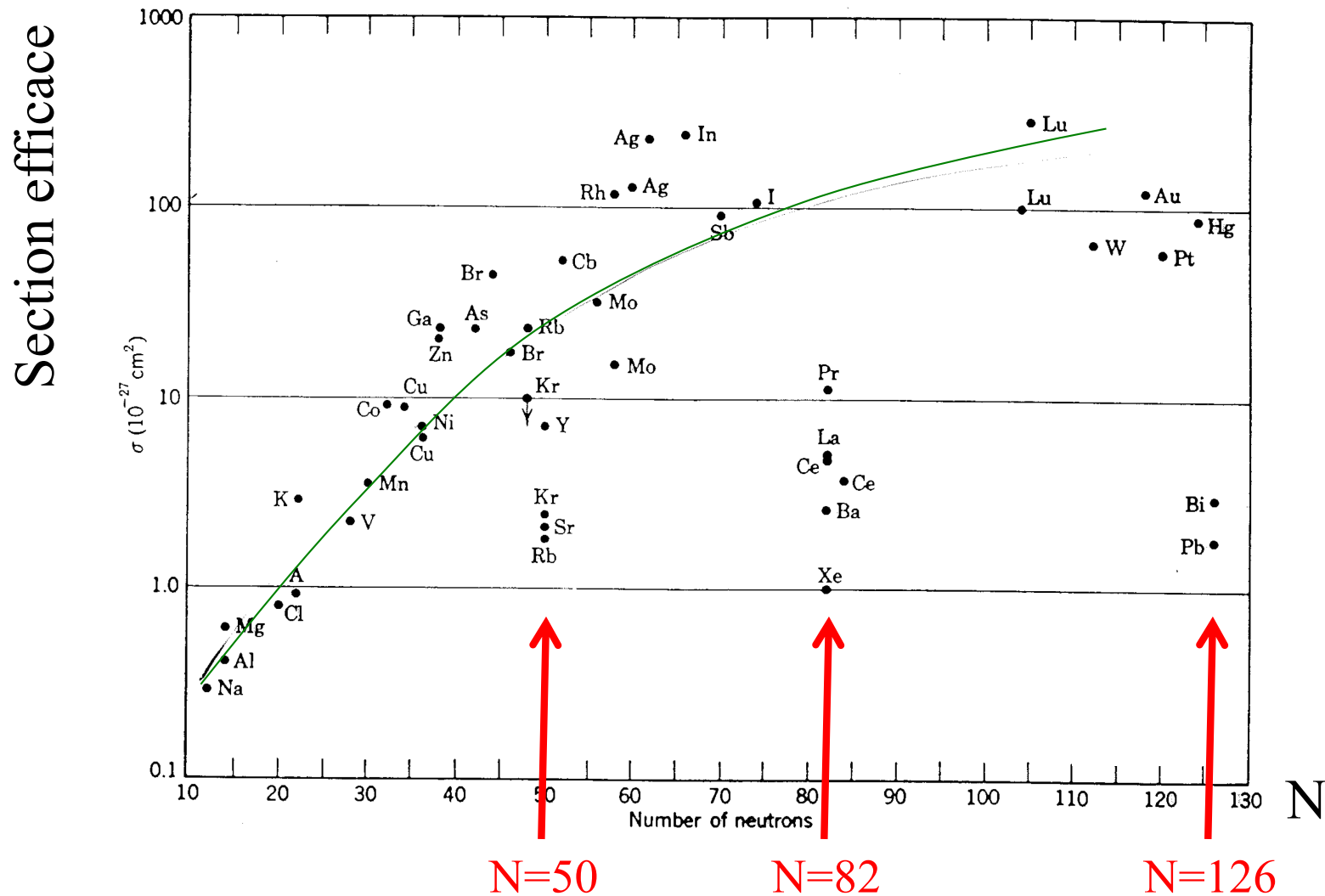
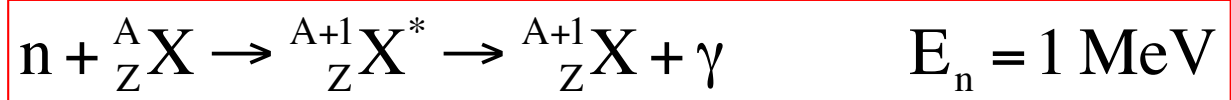
L'étain  $_{50}\text{Sn}$  a  
10 isotopes  
stables !

# Abondance naturelle relative des noyaux

$^1\text{H}$ : 93%  
 $^4\text{He}$ : 7%  
autres: 0.1%



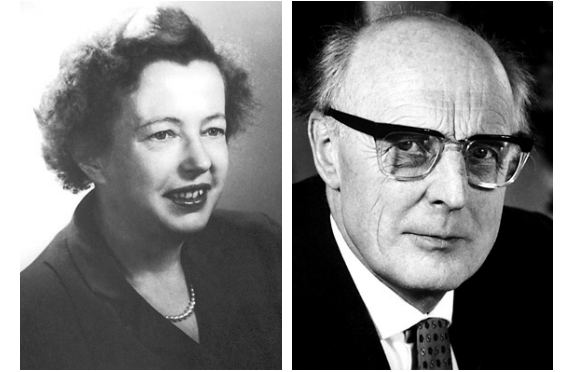
# Capture radiative des neutrons lents



# Couplage spin-orbite

- Introduit (sur suggestion de Fermi) en 1949 par
  - Maria Goeppert-Mayer (Chicago)
  - J. Hans D. Jensen (Heidelberg)

} ½ prix Nobel 1963



$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(r) + \xi(r) \vec{\ell} \cdot \vec{s}$$

potentiel central  
(p. ex. Saxon-Woods)

interaction spin-orbite

$\vec{\ell}$  = moment cinétique orbital du nucléon  
 $\vec{s}$  = spin du nucléon

- Les fonctions propres de  $\vec{\ell}^2$ ,  $l_z$ ,  $\vec{s}^2$ ,  $s_z$  et  $H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(r)$

$$\Psi_{nlm_\ell m_s}(\mathbf{r}, \theta, \phi) = R_{nl}(r) Y_{\ell}^{m_\ell}(\theta, \phi) \chi_s^{m_s}$$

ne sont pas des fonctions propres de H car

$$[H, l_z] = \xi(r) [\vec{\ell} \cdot \vec{s}, l_z] \neq 0 \quad \text{et} \quad [H, s_z] = \xi(r) [\vec{\ell} \cdot \vec{s}, s_z] \neq 0$$

# Couplage spin-orbite (suite)

- Moment cinétique total du nucléon indépendant:
  - les opérateurs  $H$ ,  $\vec{\ell}^2$ ,  $\vec{s}^2$ ,  $\vec{j}^2$  et  $j_z$  commutent entre eux
  - on cherche donc des fonctions stationnaires  $\psi$  telles que

$$\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}$$

$$H \psi = E \psi$$

$$\vec{\ell}^2 \psi = \ell(\ell + 1)\hbar^2 \psi$$

$$\vec{s}^2 \psi = s(s + 1)\hbar^2 \psi$$

$$\vec{j}^2 \psi = j(j + 1)\hbar^2 \psi$$

$$j_z \psi = m\hbar \psi$$

$$\ell = 0, 1, 2, \dots$$

$$s = \frac{1}{2}$$

$$j = \ell \pm \frac{1}{2}$$

$$m = -j, -j+1, \dots, j-1, j$$

- Valeurs propres  $\lambda_{\ell j}$  de  $\vec{\ell} \cdot \vec{s}$  :  $\vec{\ell} \cdot \vec{s} \psi = \lambda_{\ell j} \psi$

$$\lambda_{\ell j} = \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)] = \begin{cases} +\frac{1}{2} \hbar^2 \ell & \text{si } j = \ell + \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \hbar^2 (\ell + 1) & \text{si } j = \ell - \frac{1}{2} \end{cases}$$

# Couplage spin-orbite (suite)

- Nouvelle équation radiale

$$\left[ \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} (E - V(r) - \xi(r) \lambda_{\ell j}) - \ell(\ell + 1) \right] R(r) = 0$$

- pour chaque  $\ell > 0$ , deux équations radiales différentes ( $j = \ell + 1/2$  et  $j = \ell - 1/2$ )
  - pour chaque couple  $\ell j$ , plusieurs solutions numérotées  $n = 1, 2, \dots$  par ordre croissant d'énergie
- $$\begin{cases} E \rightarrow E_{n\ell j} \\ R(r) \rightarrow R_{n\ell j}(r) \\ \psi \rightarrow \psi_{n\ell jm} \end{cases}$$

- « Splitting » (clivage) des niveaux pour  $\ell > 0$ :

