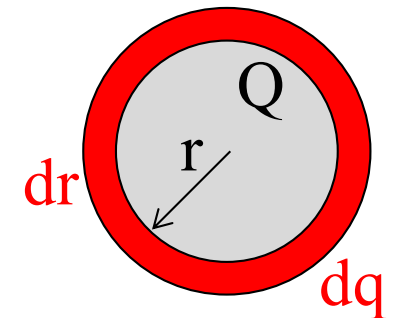


Energie coulombienne d'un noyau

- On considère une boule de rayon R de charge Ze , uniformément chargée, densité de charge $= \eta = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$
- Energie d'interaction d'une boule de rayon r et de charge Q avec une coquille de rayon r , d'épaisseur dr et de charge dq :

$$dE_c = \frac{dq Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{(4\pi r^2 dr \eta) \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \eta\right)}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{4\pi}{3\epsilon_0} \eta^2 r^4 dr$$



- Energie totale pour la boule de rayon R :

$$E_c = \int_0^R dE_c = \frac{4\pi}{3\epsilon_0} \eta^2 \int_0^R r^4 dr = \frac{4\pi}{3\epsilon_0} \left(\frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right)^2 \frac{R^5}{5} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{5} \frac{Z^2}{R}$$

$$= \frac{3}{5} \frac{\alpha \hbar c}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}} = \frac{3}{5} \times \frac{197 \text{ MeV fm}}{137 \times 1.2 \text{ fm}} \times \frac{Z^2}{A^{1/3}} \approx 0.72 \text{ MeV} \times \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

$= a_c$

Asymétrie N – Z

- Pour les noyaux stables légers:

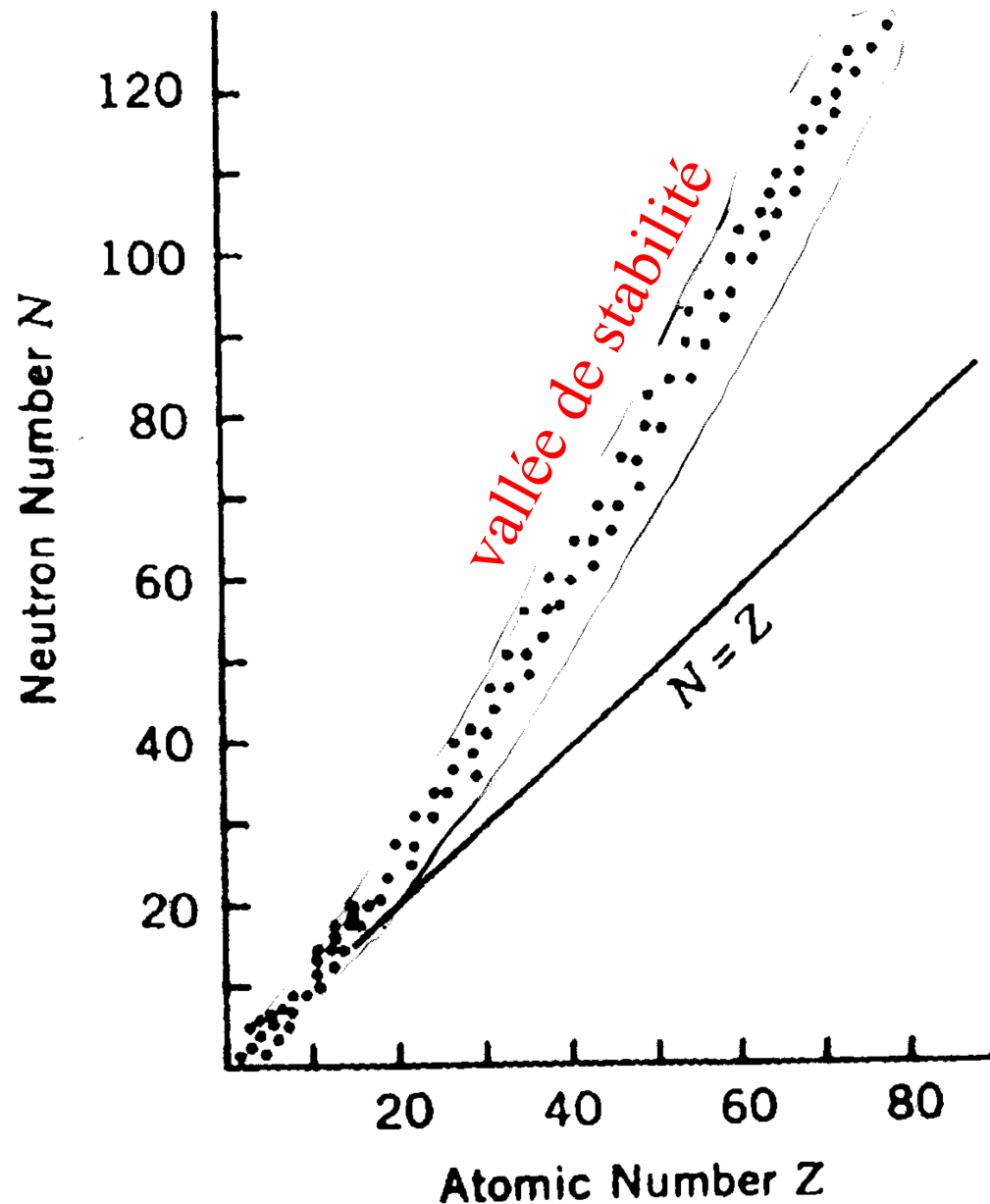
$$N \approx Z$$

- Pour les noyaux stables moyens ou lourds:

$$N > Z$$

- Effets déterminants:

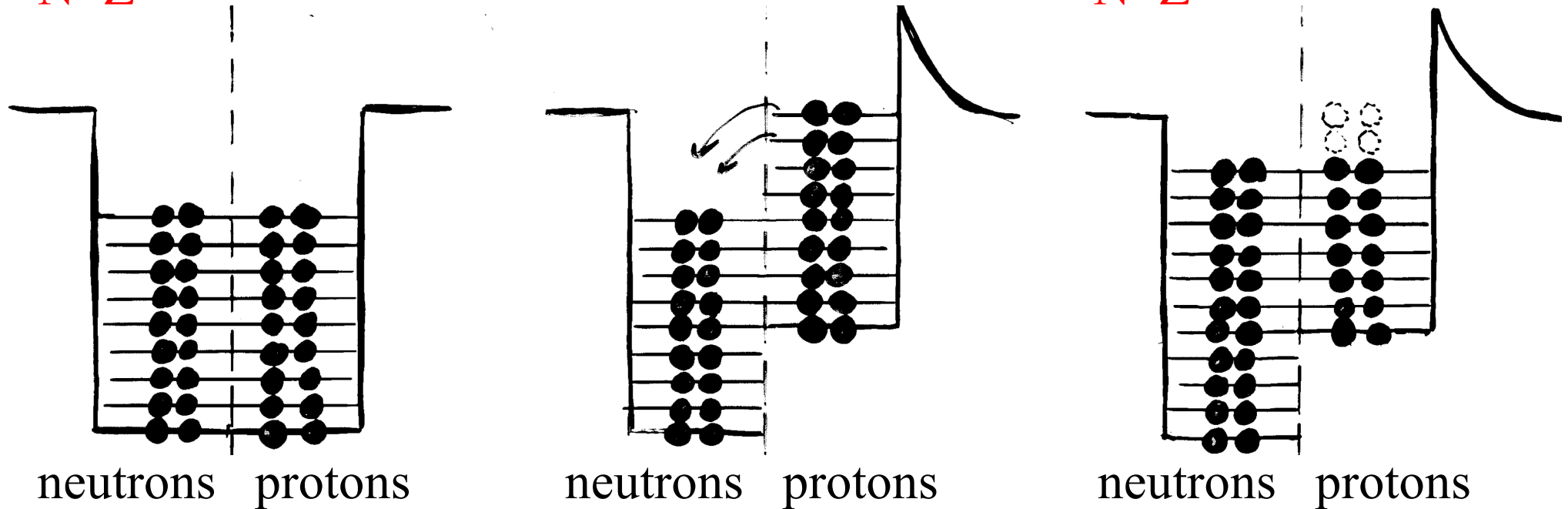
- ① principe d'exclusion
- ② répulsion coulombienne



Etat d'énergie minimale d'un noyau

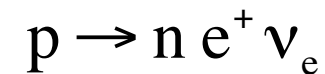
noyau symétrique
 $N=Z$

noyau asymétrique
 $N>Z$



répulsion coulombienne
entre les protons

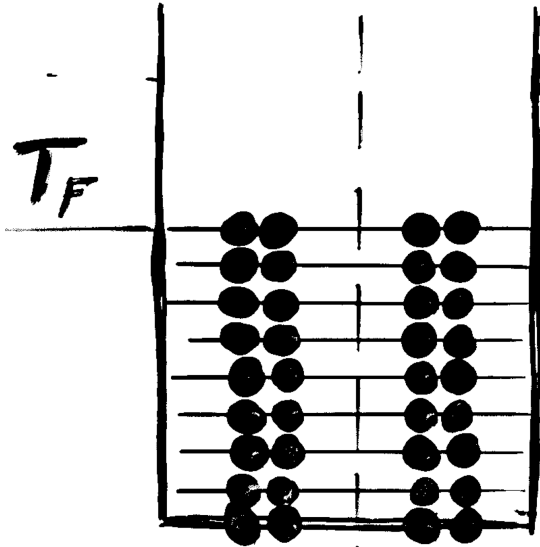
configuration d'énergie
minimale atteinte par
désintégration β^+



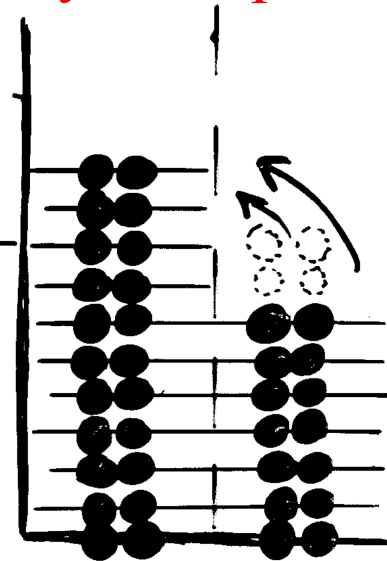
Energie d'asymétrie

noyau symétrique de A nucléons

noyau asymétrique de A nucléons



$A/2$ neutrons + $A/2$ protons



N neutrons + Z protons

$$N = \frac{A}{2}(1 + \lambda) \quad Z = \frac{A}{2}(1 - \lambda)$$

$$N - Z = \lambda A$$

- Energie supplémentaire due à l'asymétrie:

$$E_a = \underbrace{2 \int_{A/4}^{A/4(1+\lambda)} T du}_{\text{neutrons en plus}} - \underbrace{2 \int_{A/4(1-\lambda)}^{A/4} T du}_{\text{protons en moins}}$$

Energie d'asymétrie (calcul)

$$F(u) = \int_0^u T \, du' \quad \frac{dF}{du} = T(u) = \text{énergie du } u\text{-ième niveau}$$

$$E_a = 2 \left[F\left(\frac{A}{4}(1+\lambda)\right) - F\left(\frac{A}{4}\right) \right] - 2 \left[F\left(\frac{A}{4}\right) - F\left(\frac{A}{4}(1-\lambda)\right) \right]$$

Développement limité en λ au 2^{ème} ordre (valable si $\lambda \ll 1$):

$$F\left(\frac{A}{4}(1 \pm \lambda)\right) = F\left(\frac{A}{4}\right) \pm \left(\lambda \frac{A}{4}\right) \frac{dF}{du} \Big|_{u=A/4} + \frac{1}{2} \left(\lambda \frac{A}{4}\right)^2 \frac{d^2F}{du^2} \Big|_{u=A/4}$$

$$E_a \approx 4 \frac{1}{2} \left(\lambda \frac{A}{4}\right)^2 \frac{d^2F}{du^2} \Big|_{u=A/4} = \frac{1}{8} \lambda^2 A^2 \frac{dT}{du} \Big|_{u=A/4} = \frac{1}{8} (N-Z)^2 \frac{dT}{du} \Big|_{u=A/4}$$

$$\left(T = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \text{et} \quad u = \frac{\Omega}{6\pi^2} k^3 \right) \Rightarrow T(u) = \beta u^{2/3} \Rightarrow \frac{dT}{du} = \frac{2}{3} \beta u^{-1/3} = \frac{2}{3} \frac{T}{u}$$

$$E_a \approx \frac{1}{8} (N-Z)^2 \frac{2}{3} \frac{T_F}{\frac{A}{4}} = \frac{T_F}{3} \frac{(N-Z)^2}{A} = 11 \text{ MeV} \times \frac{(N-Z)^2}{A}$$

$\frac{T_F}{3} = a_a$

Désintégrations (instabilités) nucléaires

- Population de noyaux instables, avec durée de vie moyenne τ

$$N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

– temps de demi-vie $t_{1/2}$ $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \Rightarrow t_{1/2} = \tau \ln(2)$

- Activité = nombre de désintégrations par unité de temps

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = A_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad A_0 = \frac{N_0}{\tau}$$

- Désintégration:



- Energie cinétique dégagée:
(on a posé $c=1$)

$$Q = m_X - m_A - m_B - m_C > 0$$

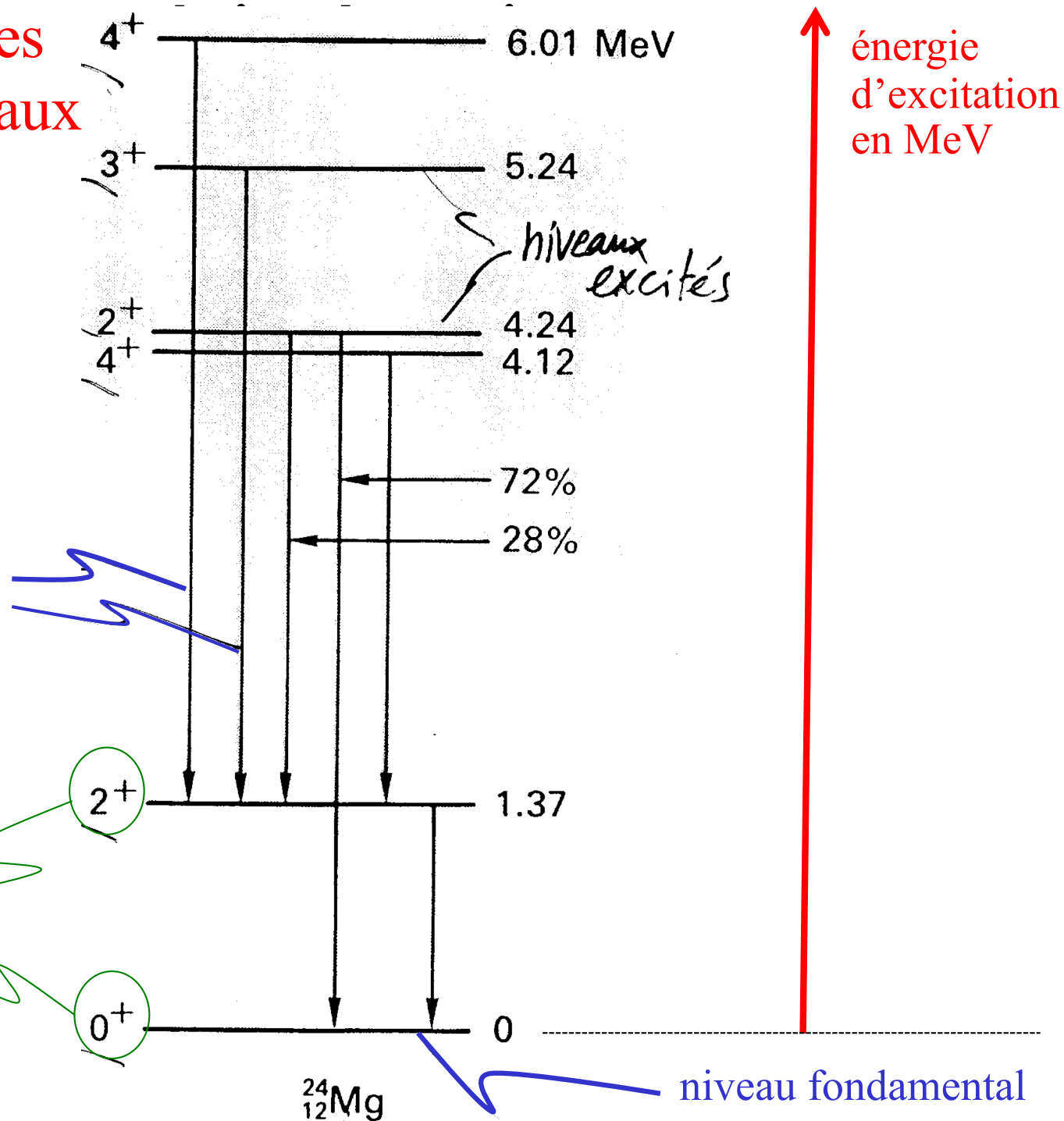
Désintégrations (instabilités) nucléaires

<p>α émission α fission (cas plus général)</p>	${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}$ ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A'}_{Z'} Y^{(*)} + {}^{A-A'}_{A-Z'} W^{(*)} + \text{neutrons}$	$Q_\alpha = M_X - M_Y - M_{\text{He}}$
<p>β émission β^- émission β^+ capture électronique (par ex. capture K)</p>	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y^{(*)} + e^- + \bar{\nu}_e$ ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y^{(*)} + e^+ + \nu_e$ ${}^A_Z X + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} Y^{(*)} + \nu_e$	$Q_{\beta^-} = M_X - M_{Y^{(*)}}$ $Q_{\beta^+} = M_X - M_{Y^{(*)}} - 2m_e$ $Q_{\text{EC}} = M_X - M_{Y^{(*)}}$
<p>γ émission γ conversion interne</p>	${}^A_Z X^* \rightarrow {}^A_Z X + \gamma$ ${}^A_Z X^* + e^- \rightarrow {}^A_Z X + e^-$	$Q_\gamma = M_{X^*} - M_X$

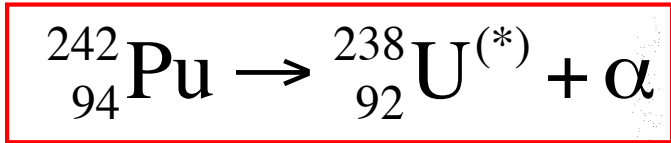
Diagramme des premiers niveaux d'énergie du noyau $^{24}_{12}\text{Mg}$

transitions possibles par émission γ

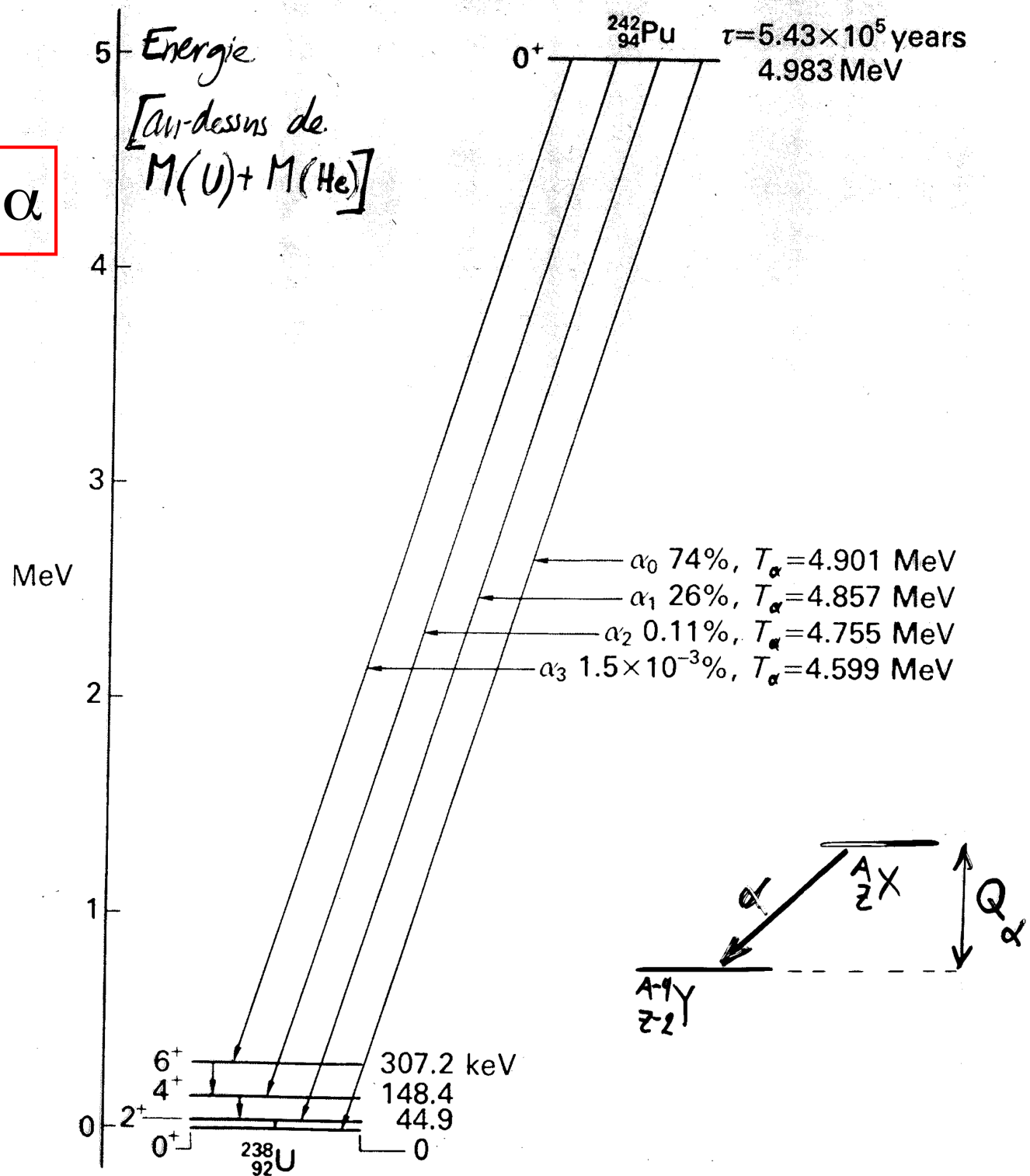
spin et parité



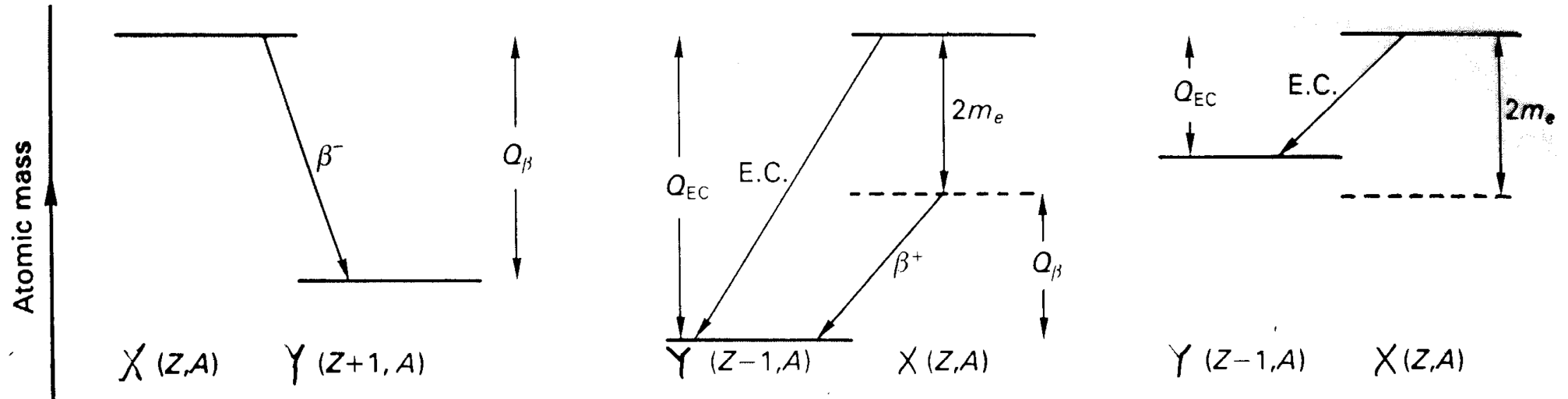
Désintégration α



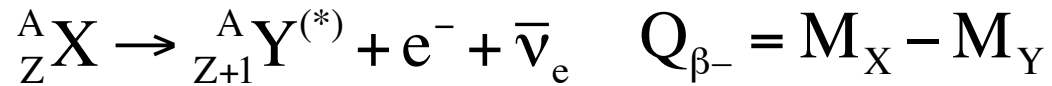
(voir exercice)



Désintégration β



émission β^-



émission β^+

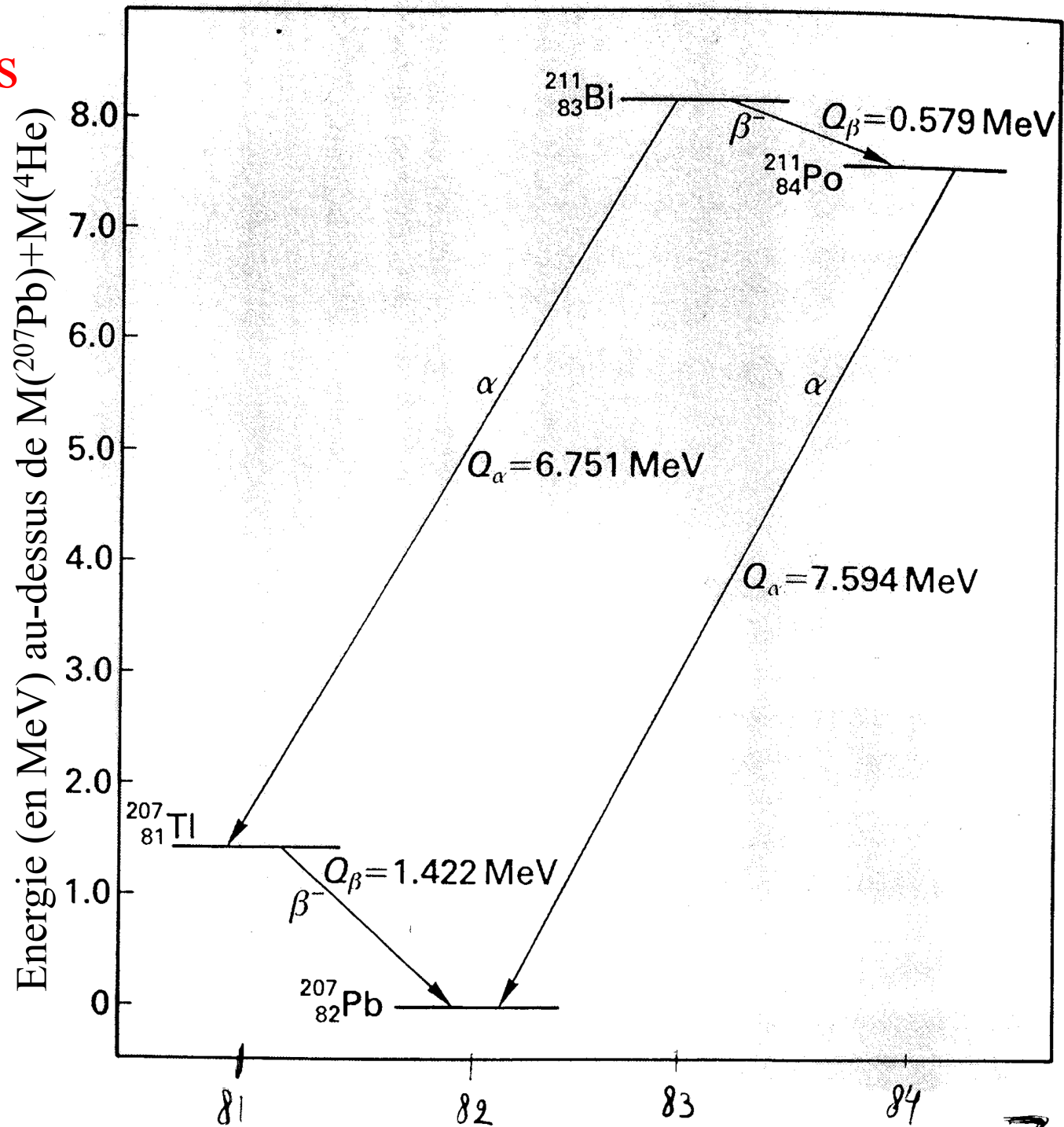


capture électronique



La capture électronique est toujours possible si l'émission β^+ est possible, car $Q_{EC} > Q_{\beta^+}$

Désintégrations successives

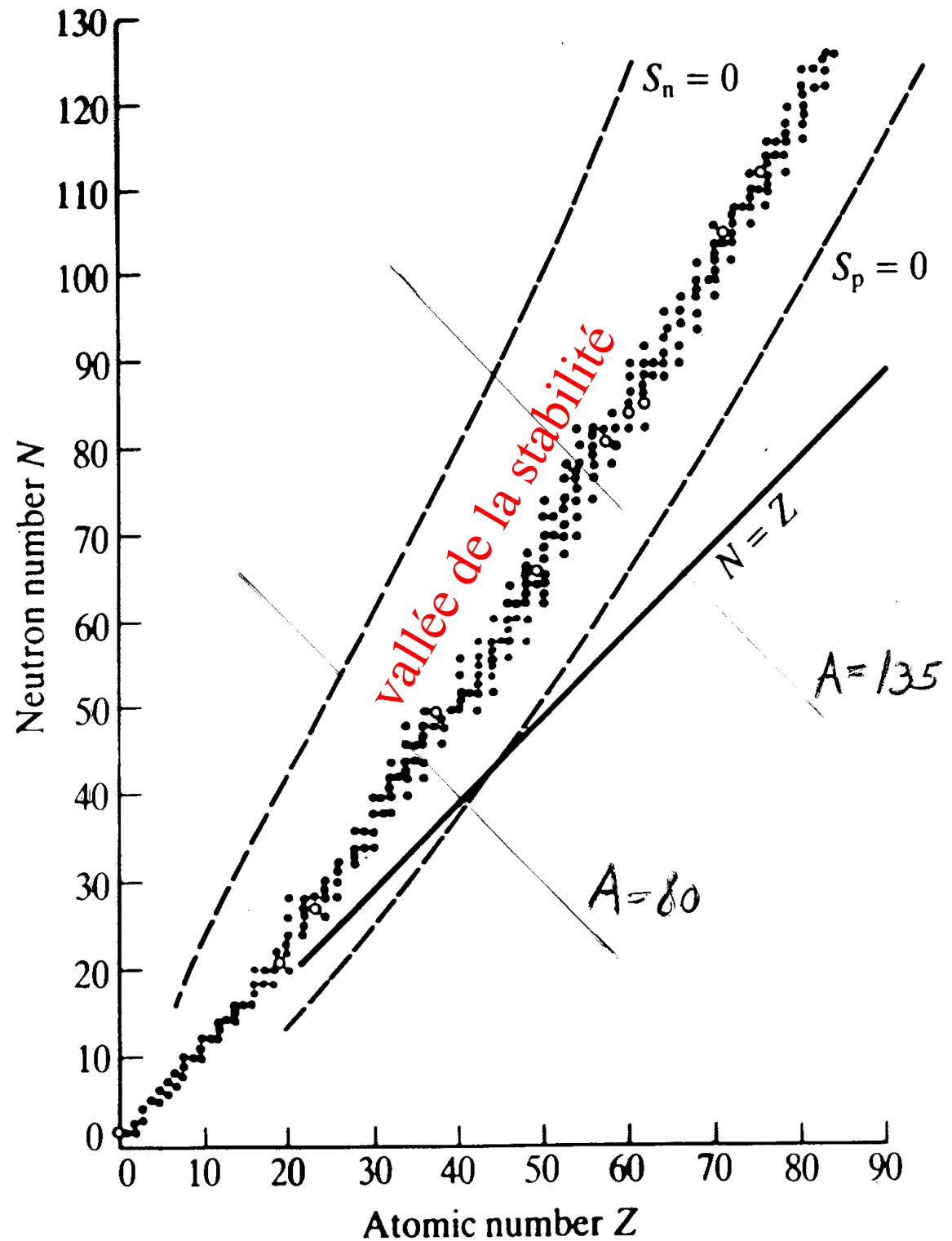


- Z_A = nombre de protons de l'isobare à A nucléons qui soit stable par rapport aux désintégrations β

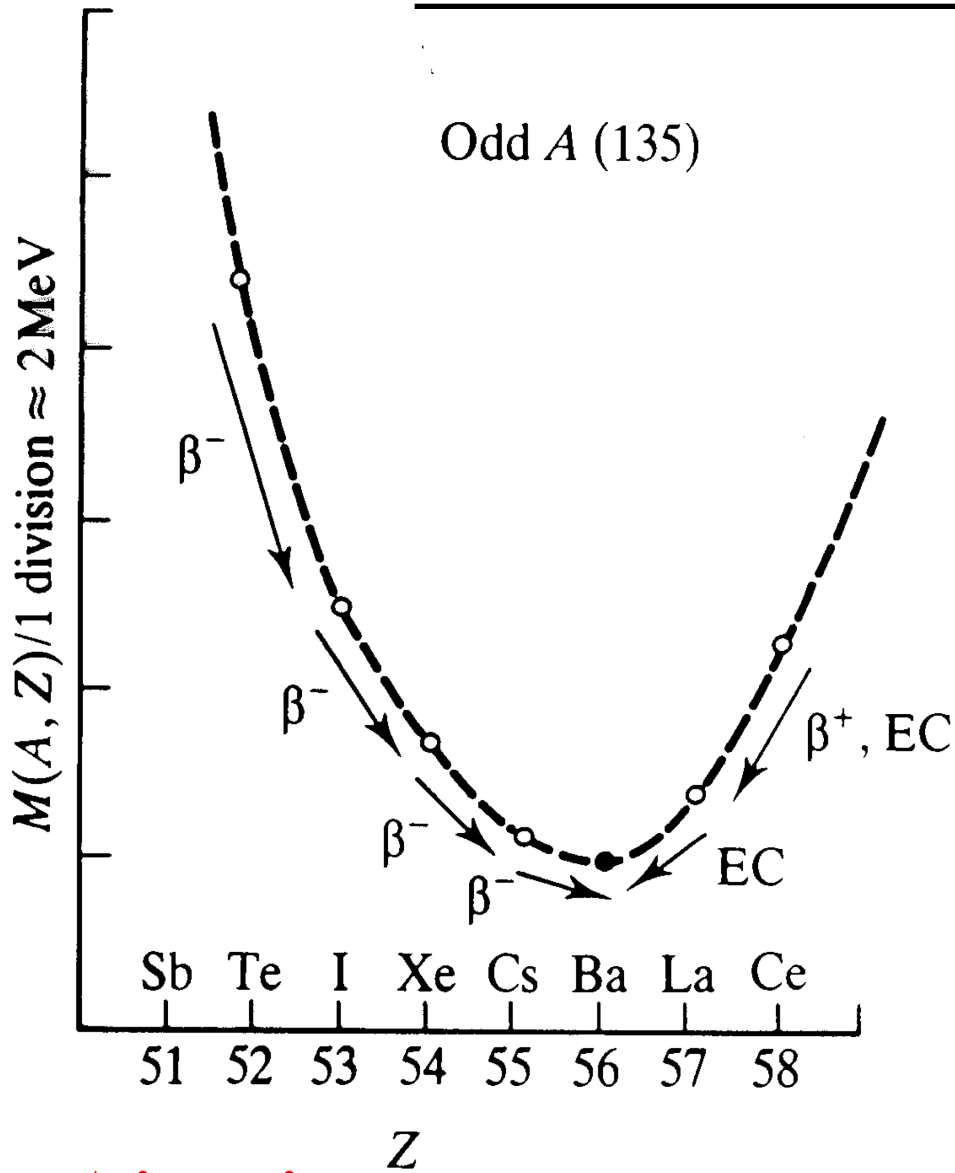
- A fixé
- formule de la masse $M(Z,A)$
- on pose $\left. \frac{\partial M}{\partial Z} \right|_{Z=Z_A} = 0$

$$Z_A = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \frac{a_c}{4a_a} A^{2/3}} < \frac{A}{2}$$

$$= \frac{A}{2} \frac{1}{1 + 0.0075 A^{2/3}}$$

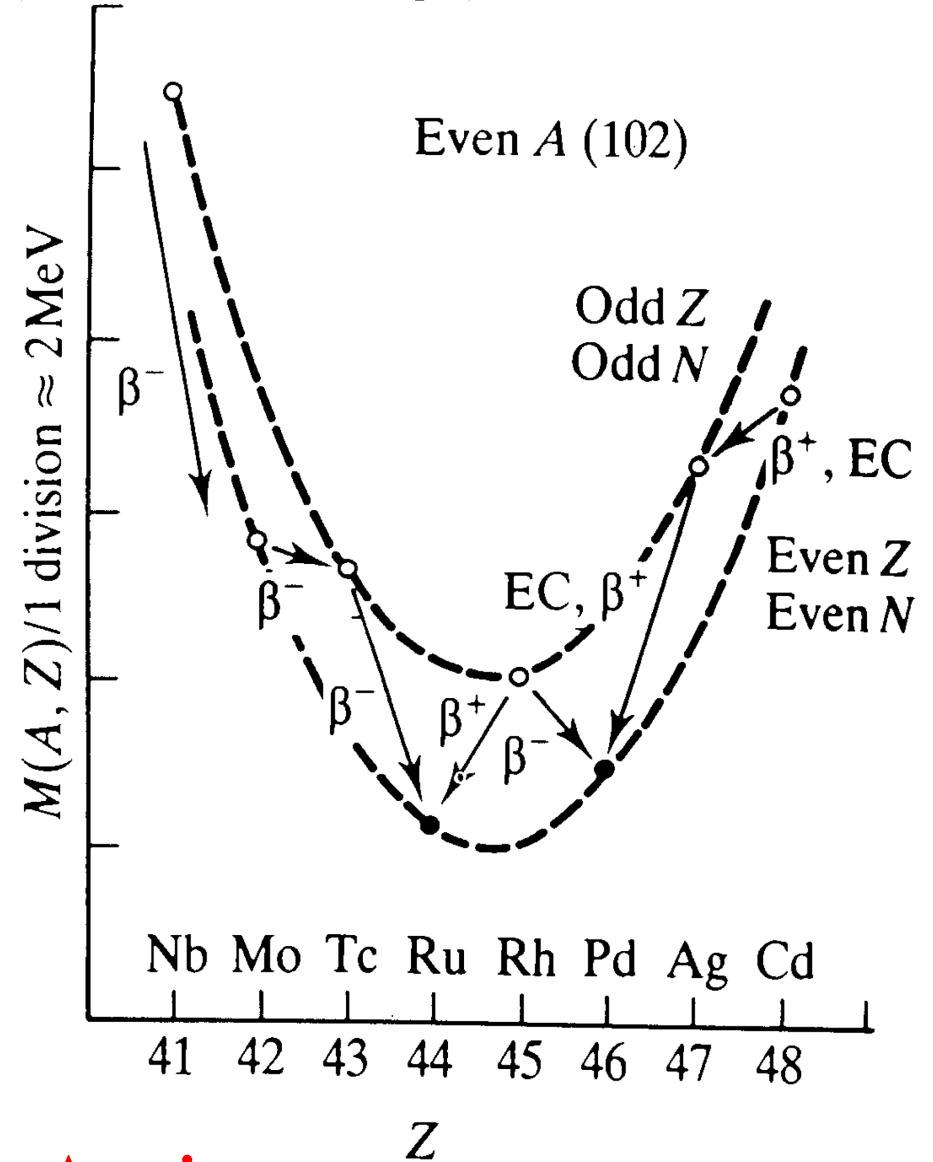


Isobare stable (stabilité β)



A impair:

– un seul isobare stable

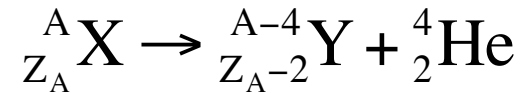


A pair:

– un ou deux isobares stables
avec N et Z pairs

Stabilité α

- Désintégration α d'un isobare stable pour la désintégration β



- formule de la masse $M(Z, A)$

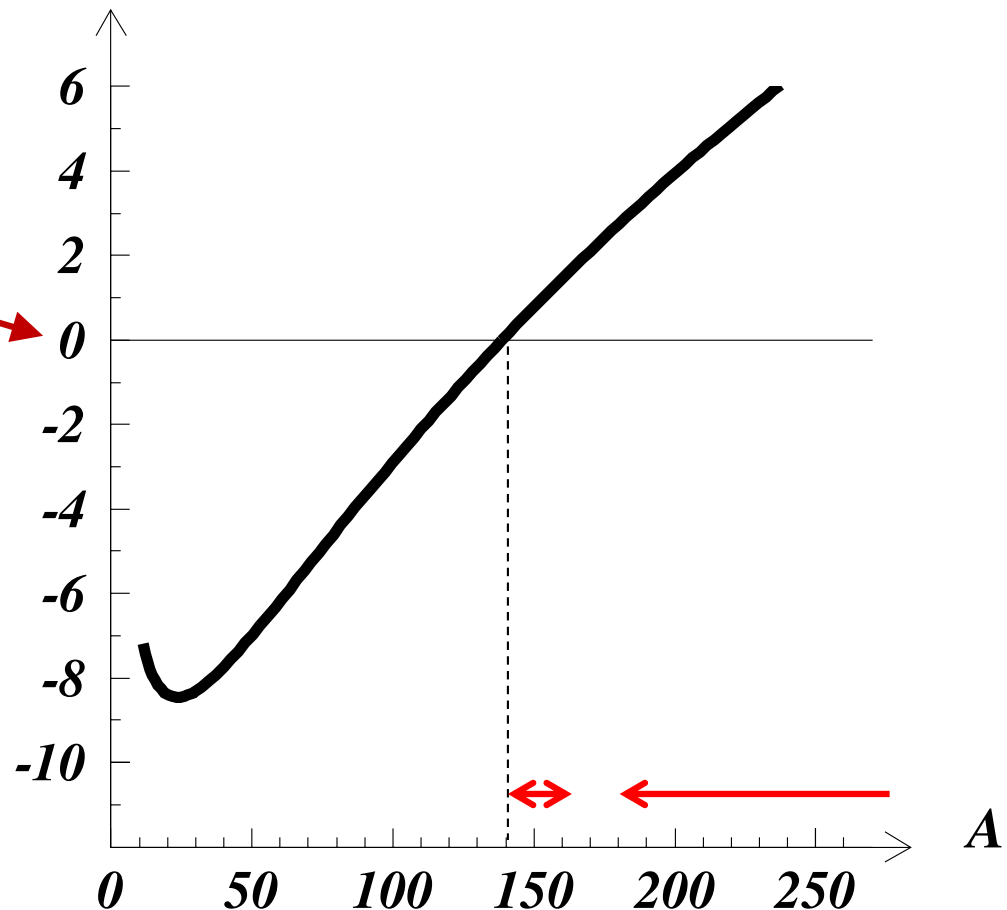
- énergie libérée:

$$Q_\alpha = M(Z, A) - M(Z-2, A-4) - M(2, 4)$$

pour $Z = Z_A$

- $Q_\alpha > 0 \Rightarrow A \geq 140$

Q_α [MeV]



- **Noyaux émetteurs α :**
 - **$144 < A < 160$ et $A > 180$**

Stabilité α (calcul)

- En posant $c=1$, et avec $\Delta Z=-2$, $\Delta A=-4$:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= M(Z, A) - M(Z - 2; A - 4) - M(2, 4) \\ &= -\left[M(Z + \Delta Z, A + \Delta A) - M(Z, A) \right] - M(2, 4) \\ &= -\left[\frac{\partial M}{\partial Z} \Big|_{A=\text{cte}} \Delta Z + \frac{\partial M}{\partial A} \Big|_{Z=\text{cte}} \Delta A \right] - M(2, 4) \end{aligned}$$

- On considère un noyau stable pour la désintégration β , donc

$$Z = Z_A \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial M}{\partial Z} \Big|_{A=\text{cte}} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q_\alpha = 4 \frac{\partial M}{\partial A} \Big|_{Z=\text{cte}} - M(2, 4)$$

- Avec la formule semi-empirique de la masse, on obtient

$$Q_\alpha = \underbrace{4m_n - M(2, 4)}_{29.9 \text{ MeV}} - 4a_v + \frac{8}{3}a_s A^{-1/3} - \frac{4}{3}a_c Z_A^2 A^{-4/3} + 4a_a \left[1 - \left(\frac{2Z_A}{A} \right)^2 \right]$$

$$\text{où } Z_A = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \frac{a_c}{4a_a} A^{2/3}} < \frac{A}{2}$$