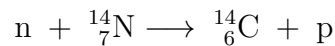


## Série 4

### 1 Datation au carbone 14

Le noyau  $^{14}_6\text{C}$  est instable, avec un temps de demi-vie de 5730 ans. (C'est le temps nécessaire pour que la moitié d'un échantillon de carbone 14 se désintègre). Cet isotope est continuellement créé dans l'atmosphère terrestre grâce à la réaction nucléaire



induite par les neutrons lents produits dans les interactions des rayons cosmiques sur les noyaux de l'atmosphère. Il s'établit ainsi un équilibre avec une concentration de  $^{14}_6\text{C}$  approximativement constante (il y a des variations récentes essentiellement dues à la combustion massive d'hydrocarbures et aux essais nucléaires atmosphériques). Cette concentration est proche de  $1.3 \cdot 10^{-12}$  fois la concentration de  $^{12}_6\text{C}$ , l'isotope du carbone le plus abondant. Par l'échange de composés carboniques (par exemple l'absorption de  $\text{CO}_2$  par les végétaux), ce rapport  $^{14}_6\text{C}/^{12}_6\text{C}$  se retrouve aussi à l'intérieur des organismes vivants. L'échange s'interrompt avec la mort de l'organisme.

- Quel est le temps de vie moyen du carbone 14 ?
- Quel est le mode de désintégration du carbone 14 ? Ses produits de désintégration sont-ils stables ?
- Quelle est l'activité naturelle d'un gramme de carbone ?  
Donnée : nombre d'Avogadro  $\mathcal{N}_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .
- Une relique trouvée dans une tombe égyptienne contient du carbone ayant une activité de 0.13 Bq par gramme. De quand date-t-elle ?

## 2 Couplage spin-orbite

L'hamiltonien du nucléon indépendant avec couplage spin-orbite s'écrit

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(r) + \xi(r) (\vec{r} \wedge \vec{p}) \cdot \vec{s},$$

où  $m$ ,  $\vec{r}$ ,  $\vec{p}$  et  $\vec{s}$  sont la masse, la position, la quantité de mouvement et le spin  $s = \frac{1}{2}$  du nucléon, et où  $V$  et  $\xi$  sont des fonctions de  $|\vec{r}|$ .

- Donner un argument simple qui démontre que cet hamiltonien respecte la conservation de la parité. Imaginer un terme (arbitraire) qui, ajouté à cet hamiltonien, conduirait au non-respect de la conservation de la parité.
- L'ajout du terme de couplage spin-orbite  $\xi(r)\vec{\ell} \cdot \vec{s}$  à l'hamiltonien du nucléon indépendant sépare chaque niveau d'énergie  $E_{n\ell}$  (avec  $\ell \geq 1$ ) en deux niveaux  $E_{n\ell j}$ , où  $n$  est le nombre quantique radial,  $\ell$  le moment cinétique orbital, et  $j$  le moment cinétique total du nucléon. À  $n$  et  $\ell$  fixés, dénombrer les états sur tous ces niveaux et montrer que le nombre d'états possibles pour le nucléon n'est pas modifié par le terme de couplage spin-orbite.

## 3 Énergie de séparation du dernier neutron

Les énergies de séparation du neutron le moins lié du  ${}^{53}_{26}\text{Fe}$  et du  ${}^{61}_{26}\text{Fe}$  valent approximativement 11 MeV et 5.5 MeV respectivement. Écrire les configurations de ces noyaux dans leurs états fondamentaux. D'où provient la différence entre ces énergies de séparation ? Que peut-on en déduire concernant le potentiel du modèle en couches ?

## 4 Désintégrations successives

Un pur échantillon de noyaux radioactifs  $X$  se désintègre avec un temps de vie moyen  $\tau_X$  en noyaux  $Y$ . Ces derniers sont eux-mêmes instables avec un temps de vie moyen  $\tau_Y$ .

Comment la population des noyaux  $Y$  de l'échantillon varie-t-elle en fonction du temps ? A quel moment est-elle maximale ?

Etudier les cas limites  $\tau_Y \gg \tau_X$ ,  $\tau_Y = \tau_X$ ,  $\tau_Y \ll \tau_X$ . Dans ce dernier cas, montrer que le rapport  $N_Y/N_X$  est approximativement constant pour des temps  $t$  tels que  $\tau_Y \ll t \ll \tau_X$ .

Application numérique facultative :

### 4.1 Abondance naturelle et équilibre séculaire

Le tableau ci-dessous donne la liste des isotopes radioactifs naturels avec  $A = 4n + 2$ , où  $n$  est un entier positif. Dessiner la chaîne de désintégration et estimer les abondances relatives de ces isotopes.

Isotope	Temps de demi-vie <sup>†</sup>	Mode principal de désintégration	Autre mode de désintégration et fraction correspondante
<sup>238</sup> <sub>92</sub> U	$4.468 \cdot 10^9$ a	$\alpha$	
<sup>234</sup> <sub>90</sub> Th	24.10 j	$\beta^-$	72% en Pa*, 28 % en Pa
<sup>234</sup> <sub>91</sub> Pa*	1.159 m	$\beta^-$	$\gamma$ $1.6 \cdot 10^{-3}$
<sup>234</sup> <sub>91</sub> Pa	6.70 h	$\beta^-$	
<sup>234</sup> <sub>92</sub> U	$2.455 \cdot 10^5$ a	$\alpha$	
<sup>230</sup> <sub>90</sub> Th	$7.54 \cdot 10^4$ a	$\alpha$	
<sup>226</sup> <sub>88</sub> Ra	$1.6 \cdot 10^3$ a	$\alpha$	
<sup>222</sup> <sub>86</sub> Rn	3.8235 j	$\alpha$	
<sup>218</sup> <sub>84</sub> Po	3.098 m	$\alpha$	$\beta^-$ $1.8 \cdot 10^{-4}$
<sup>218</sup> <sub>85</sub> At	1.55 s	$\alpha$	
<sup>214</sup> <sub>82</sub> Pb	27.06 m	$\beta^-$	
<sup>214</sup> <sub>83</sub> Bi	19.9 m	$\beta^-$	$\alpha$ $2.1 \cdot 10^{-4}$
<sup>214</sup> <sub>84</sub> Po	163.6 $\mu$ s	$\alpha$	
<sup>210</sup> <sub>81</sub> Tl	1.30 m	$\beta^-$	
<sup>210</sup> <sub>82</sub> Pb	22.20 a	$\beta^-$	$\alpha$ $1.7 \cdot 10^{-8}$
<sup>210</sup> <sub>83</sub> Bi	5.012 j	$\beta^-$	$\alpha$ $1.3 \cdot 10^{-6}$
<sup>210</sup> <sub>84</sub> Po	138.376 j	$\alpha$	
<sup>206</sup> <sub>80</sub> Hg	8.32 m	$\beta^-$	
<sup>210</sup> <sub>81</sub> Tl	4.202 j	$\beta^-$	
<sup>206</sup> <sub>82</sub> Pb	Stable		

<sup>†</sup> a=année, j=jour, h=heure, m=minute, s=seconde

Source : <http://www.nndc.bnl.gov/chart/>