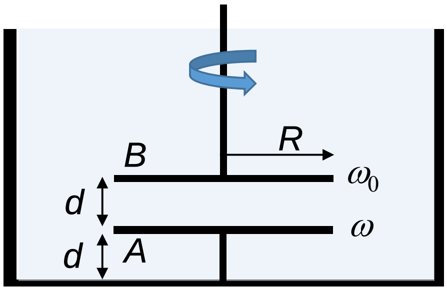
## Exercice 4.1

Une bille solide sphérique de volume $V_S$ est constituée d'un matériau de densité $\rho_S$. La bille tombe dans un liquide de densité $\rho_L$, avec $\rho_S > \rho_L$. Supposons que la force visqueuse soit proportionnelle au carré de la vitesse de la bille $v$, c'est-à-dire que $F_v = av^2$ avec $a > 0$. Déterminez la vitesse limite de la bille.

## Exercice 4.2

Deux disques $A$ et $B$ de rayon $R$, alignés, peuvent tourner autour d'un même axe vertical $z$ à l'intérieur d'un récipient rempli d'un fluide de viscosité $\eta$. Les distances entre $A$ et $B$ et entre $A$ et le fond du récipient sont égales à $d$. Le disque $B$ tourne à une vitesse angulaire constante $\omega_0\ \vec{e}_z$. Pour $t$ <0, le disque $A$ est maintenu bloqué. À $t$=0, le disque a une vitesse angulaire nulle (i.e., $\omega(t = 0) = 0$), mais il est maintenant laissé libre de tourner (en raison de la rotation du disque $B$ et de la présence du fluide entre les disques). Pour une distance $d << R$, on peut supposer que la variation de la vitesse dans la direction perpendiculaire aux disques est linéaire.




(a) Quel est le moment des forces visqueuses qui s'exercent sur $A$ à $t = 0$ ?
(b) Quelle est la somme des moments qui agissent sur les deux surfaces du disque $A$ lorsque sa vitesse est $\omega$?
(c) Quelle est l'équation qui décrit la dynamique de $A$? Le moment d'inertie de $A$ est $I_0$.
(d) Quelle est la valeur asymptotique $\omega_\infty$ de la vitesse angulaire de $A$ (i.e., $\omega(t = \infty)$) ?
(e) Quelle est la dépendance temporelle de $\omega$?

## Exercice 4.3

Un fluide de viscosité $\eta$ s'écoule le long d'une conduite rectiligne de section circulaire (rayon $R$). L'écoulement est supposé stationnaire et laminaire, avec profil de vitesse de Poiseuille.
(a) Calculer la puissance dissipée par le fluide sur un élément de conduite de longueur $L$.
(b) Retrouver ce résultat en effectuant un bilan d'énergie sur un élément de conduite de longueur $L$.

**Exercice 4.4**

Un fluide incompressible avec viscosité $\eta$ est en écoulement laminaire stationnaire unidirectionnel selon $x$ (i.e., $\vec{v} = v_x(z)\vec{e}_x$) entre deux plaques parallèles, horizontales, séparées d'une distance $d$, en présence d'un gradient de pression $\partial P/\partial x = A$, où $A$ est une constante (en Pa/m). Les plaques s'étendent à l'infini dans les directions $x$ et $y$. La plaque inférieure est immobile. La plaque supérieure se déplace à une vitesse constante $\vec{v}_{sup} = v_{sup}\vec{e}_x$. Supposer que la force de pesanteur est négligeable (i.e., $\vec{g} = 0$). La vitesse du fluide en contact avec les plaques est égale à la vitesse même des plaques (i.e., $v_x(z = 0) = 0, v_x(z = d) = v_{sup}$).
Déterminer (en fonction de $v_{sup}, A, d, \eta, z$):
(a) le profil des vitesses du fluide $v_x(z)$ (en m/s),
(b) la composante selon l'axe $x$ de la force par unité de surface $f_{sup,x}$ (en N/m$^2$) exercée par le fluide sur la plaque supérieure,
(c) la composante selon l'axe $x$ de la force par unité de surface $f_{inf,x}$ (en N/m$^2$) exercée par le fluide sur la plaque inférieure.