
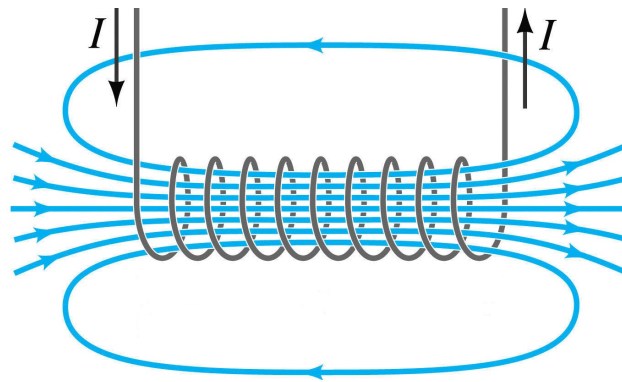


7.6 Applications de la loi d'Ampère

Ex. 2. Solénoïde  cas très utilisé dans les applications pratiques.

Avant d'appliquer la loi d'Ampère pour calculer \vec{B} , faisons-nous une idée de la forme de \vec{B} .

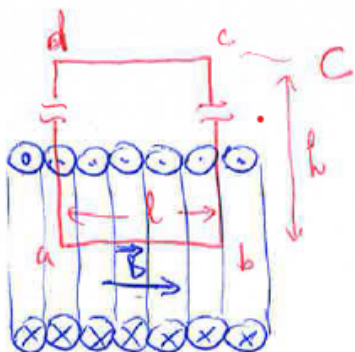
Lignes de champ, solénoïdes



Note 7.11.

- Les lignes de champ sont uniformes et parallèles à l'axe dans la région centrale
- Faible à l'extérieur
- Le champ semble concentré dans un volume défini (d'où l'utilité pratique) ... un peu comme le condensateur pour le champ électrique ...

Calcul de \vec{B} :



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{\text{entouré}} \quad (7.50)$$

Section du solénoïde.

Sur le parcours C :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \underbrace{\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=Bl \text{ car } \approx \text{const pour sol. infinie}} + \underbrace{\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=0 (\vec{B} \perp d\vec{l})} + \underbrace{\int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=0 \text{ car } B \approx 0 \text{ si } h \text{ est assez grand}} + \underbrace{\int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{=0 (\vec{B} \perp d\vec{l})} \quad (7.51)$$

donc

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = Bl \underset{\text{Ampère}}{=} \mu_0 i \times nl, \quad \text{avec } n = \frac{\# \text{ tours}}{\text{unité de longueur}} \quad (7.52)$$

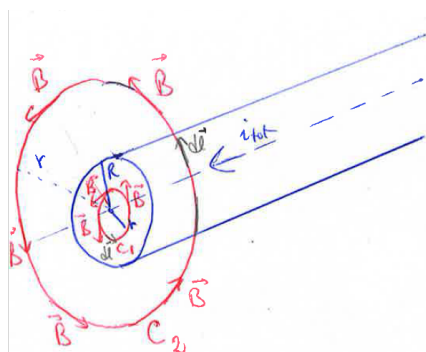
$$\Rightarrow B l = \mu_0 i n l \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 i n = \mu_0 i \frac{N_{tot}}{L_{tot}}} \quad (7.53)$$

Note 7.12. Nous avons supposé que \vec{B} est dirigé selon l'axe du solénoïde, et $B \rightarrow 0$ à l'extérieur. Cette approximation est de plus en plus valable au fur et à mesure que la longueur du solénoïde augmente, comparée à son diamètre.

Note 7.13. La partie du parcours ab n'est pas forcément le long de l'axe : B a la même valeur partout, à l'intérieur.

On peut aussi appliquer la loi d'Ampère dans des cas qui sont caractérisés par une distribution continue de courant (pas juste un fil infiniment fin).

Ex. 3 Conducteur cylindrique (câble) avec courant distribué uniformément sur sa section



$$B(r) = ?$$

Point crucial : choisir le parcours C .

Densité de courant $J = \frac{i}{\text{surface}} = J_0 = \text{const.}$

$$J_0 = \frac{i_{tot}}{\pi R^2}$$

(1) $r < R$ (à l'intérieur du câble)

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{\text{entouré}} \Rightarrow B(r) 2\pi r = \mu_0 \overbrace{J_0 \times \text{surface}(r)}^{i_{\text{entouré}}} = \mu_0 J_0 \pi r^2 = \mu_0 i_{tot} \frac{r^2}{R^2} \quad (7.54)$$

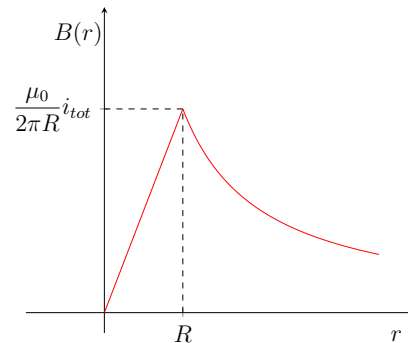
$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 i_{tot}}{2\pi r} \frac{r^2}{R^2} = \frac{\mu_0 i_{tot}}{2\pi R^2} r \quad (7.55)$$

(2) $r \geq R$

$$\oint_{C_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r) 2\pi r = \mu_0 i_{\text{entouré}} = \mu_0 i_{tot} \quad (7.56)$$

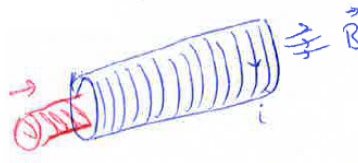
$$\Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 i_{tot}}{2\pi r} \quad (7.57)$$

Graphiquement



7.7 Dipôles magnétiques et moment magnétique

Nous avons vu qu'un élément "de base" simple pour les circuits est le solénoïde, source de champ \vec{B} localisé dans un volume.

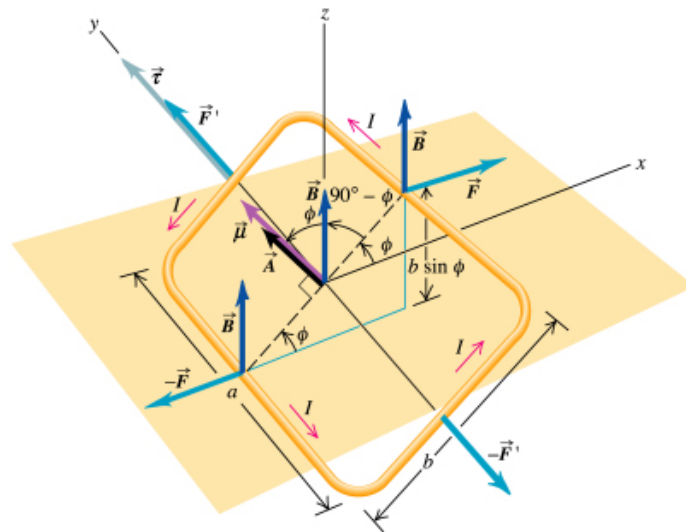


Si on insère un matériau dans le volume où le champ \vec{B} est présent, on peut voir une augmentation de la valeur de \vec{B} : pourquoi ?

Avant de discuter des effets du champ magnétique dans la matière, et de comment $|\vec{B}|$ peut être augmenté (ou diminué), nous devons nous rappeler des effets de \vec{B} sur un circuit fermé, et introduire le concept de dipôle magnétique.

Force et couple sur un dipôle magnétique

Nous avons étudié la force exercée par un champ magnétique sur un fil parcouru par un courant, mais en effet le cas le plus commun est que le courant passe dans un circuit fermé. Prenons une géométrie simple, avec champ magnétique uniforme, et un circuit de forme rectangulaire.
fil infiniment fin.



La force totale sur le circuit fermé est nulle, car \vec{F} et $-\vec{F}$, \vec{F}' et $-\vec{F}'$ s'équilibrent (rappel : B est uniforme).

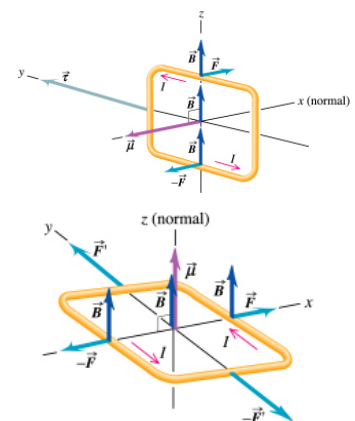
Mais le couple, ou moment de force, n'est pas nul en général! Il l'est pour \vec{F}' et $-\vec{F}'$, car ces deux forces agissent le long du même axe (l'axe y).

Mais il n'est pas nul pour \vec{F} et $-\vec{F}$, car elles agissent le long des axes différents!

Comme le bras de la force de chaque côté est $\frac{b}{2} \sin \phi$, le moment de force totale, ou couple, est la somme des deux (les deux forces "font tourner" dans le même sens) :

$$\tau = 2F \left(\frac{b}{2} \sin \phi \right) = Fb \sin \phi = iBab \sin \phi \tag{7.58}$$

Le couple est max. pour $\phi = \frac{\pi}{2}$
 ($\tau = iBab$)



Le couple est min. pour $\phi = 0$
 ($\tau = 0$)

Note 7.14. $ab = A$, surface du circuit

Définition 1. $\boxed{\mu = iA}$ "moment de dipôle magnétique" ou "moment magnétique".
 Donc $\tau = \mu B \sin \phi$.

Le fait qu'il y ait "sin ϕ " suggère le résultat d'un produit vectoriel. En effet μ peut être défini comme un vecteur :

$$\vec{\mu} = i\vec{A}, \quad \text{avec } \vec{A} = A\hat{n}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



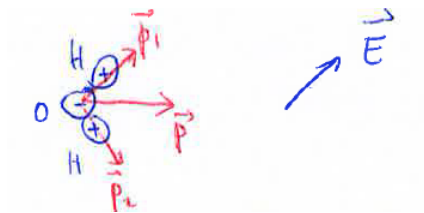
(direction/sens donné par la règle de la main droite)

Note 7.15. Analogie avec champ électrique/dipôle électrique $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

Le couple impose une rotation qui tend à aligner $\vec{\mu}$ avec \vec{B}

Analogie 1 :

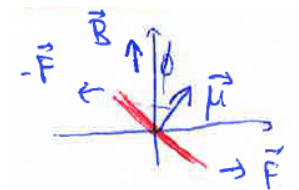
champ \vec{E} uniforme



$$\vec{F} = 0 \quad ; \quad \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E};$$

énergie potentielle $E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

champ \vec{B} uniforme

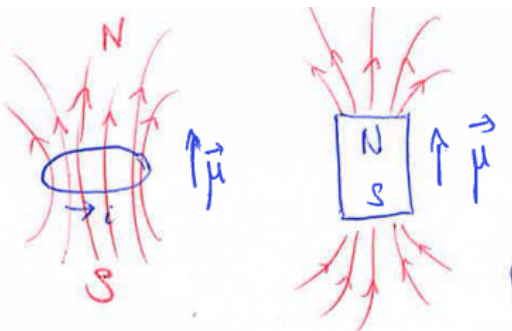


$$\vec{F} = 0 \quad ; \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B};$$

$$\Rightarrow E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Analogie 2 :

Équivalence entre boucle de courant et petit aimant



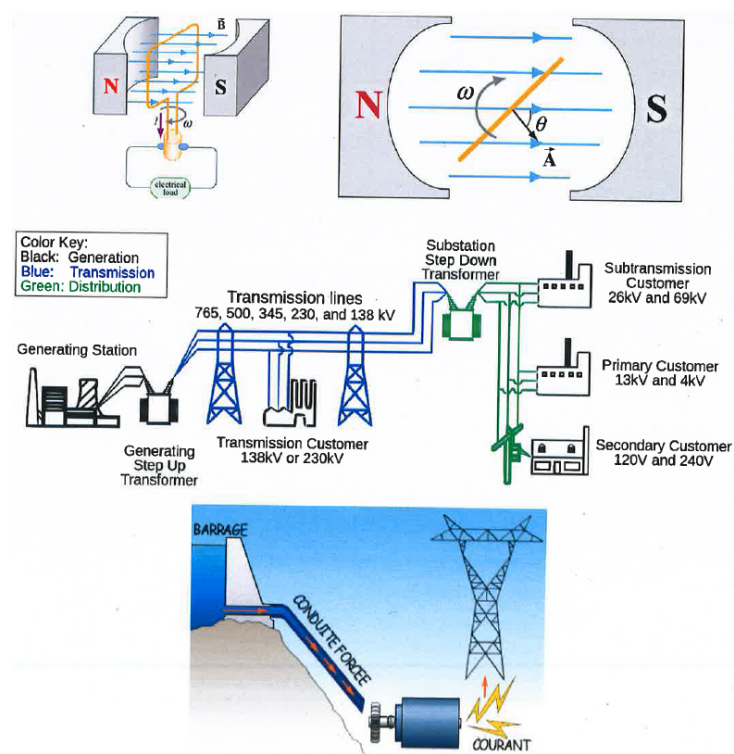
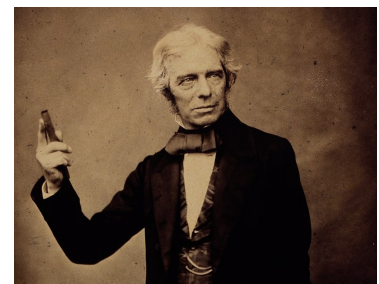
pourra-t-on décrire le petit aimant aussi en termes de $\vec{\mu}$? Oui! Les deux créent le même type de champ et se comportent de la même façon dans un champ magnétique externe ...

Regardons deux applications macroscopiques de ce couple.

- (1) Galvanomètre (mesure de courant électrique)

Chapitre 8

Induction électromagnétique et loi de Faraday

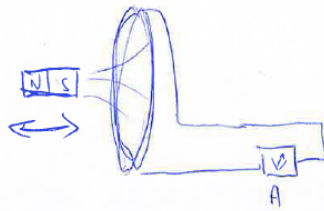


8.1 Découverte de l'induction magnétique

Si les courants électriques (générés par \vec{E} , V) donnent lieu à des champs magnétiques ($\vec{E} \Rightarrow \vec{B}$), est-ce que \vec{B} peut donner lieu à des courants ? ($\vec{B} \stackrel{?}{\Rightarrow} \vec{E}$) ?

Les gens ont cherché cette relation dans les deux sens pendant ~ 10 ans, sans succès. Helmholtz, par ex., avait entouré sa ville d'un très long fil électrique pour voir si le champ magnétique de la terre y générerait un courant... mais sans succès.

L'erreur était de ne considérer que des boucles fixes et des champs magnétiques constants. C'est Faraday qu'en 1831 réalise que "quelque chose" doit varier dans le temps.



Si on bouge l'aimant, on observe un courant !

i_{ind} : courant "induit"

Note 8.1.

- plus vite on bouge, plus de courant est induit
- le signe du courant change selon la direction du mouvement
- le signe change si on inverse l'aimant
- si on change l'orientation de la bobine, i_{ind} change

Histoire ou légende de Faraday

Il a montré ce nouvel effet devant de grands politiciens anglais (à la Royal Society). Les gens n'étaient pas impressionnés, et demandaient quelle était l'utilité de l'effet. Faraday répondit : "c'est juste un bébé qui vient de naître ... quelle est l'utilité d'un bébé ?" Puis rajouta : "... mais un jour vous allez mettre des impôts dessus."

En effet, il s'agissait d'un pas fondamental vers l'application de l'électricité pour notre vie de tous les jours.

8.2 Lois de Faraday et de Lenz

Pour créer un courant, on doit avoir une force électromotrice

$$\mathcal{E}_{ind} = \oint_{\text{boucle}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{\text{Travail}_{\text{boucle}}}{\text{charge}}$$

comme on a "induit" \mathcal{E} , on a aussi "induit" \vec{E} .



Maintenant, on peut essayer de bouger le circuit dans un champ magnétique, dans le champ magnétique terrestre, ou dans le champ d'un aimant permanent.

On peut aussi augmenter le nombre de spires (tours), et voir que l'effet augmente ... mais aussi l'effort "mécanique" qu'on doit faire.

Cette dernière observation nous rend attentifs au fait que la source d'énergie est dans le travail qu'on doit faire pour déplacer le fil.

Résumé des observations :

- "quelque chose" doit varier dans le temps : $|\vec{B}|$, ou la surface du circuit "vue" par \vec{B}
- ε est proportionnel à $\begin{cases} \text{vitesse de la variation de } |\vec{B}| \\ \text{" " " de la surface "vue" par } \vec{B} \end{cases}$

Qu'elle est la quantité physique qui mesure $|\vec{B}|$ et la surface "vue" par \vec{B} ? \Rightarrow le flux magnétique à travers la surface S : $\Phi_B^S = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$

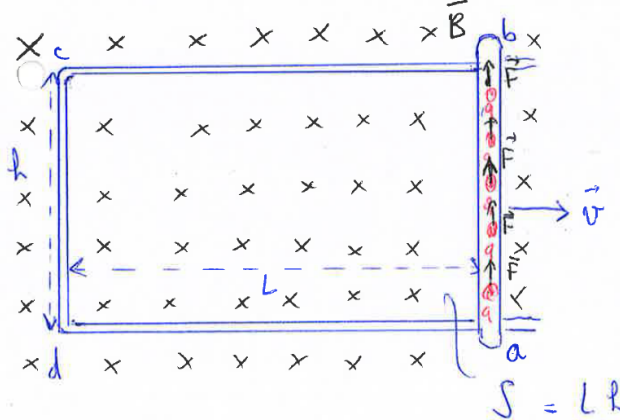
Donc

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B^S}{dt} \right| \quad \text{loi de Faraday} \quad (8.1)$$

S : surface contenue dans le circuit.

Note 8.2. $\Phi_B^S = 0$ pour toute surface fermée, mais la surface contenue dans un circuit (fermé) n'est pas elle-même fermée !

Interprétation de la loi de Faraday pour un circuit en mouvement



le circuit est fermé par une tige conductrice qui bouge horizontalement

$$|\vec{v}| = \frac{dL}{dt} = \text{const.} \quad (8.2)$$

Les charges sur la tige ressentent une force $|\vec{F}| = |q\vec{v} \times \vec{B}| = q \frac{dL}{dt} B$. Sur les autres parties du circuit il n'y a pas de force, car il n'y a pas de mouvement.

Travail par unité de charge le long du circuit (c'est la force électromotrice)

$$\mathcal{E} = \frac{\text{travail}}{\text{charge}} = \frac{1}{q} \oint_{abcd} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{q} \int_a^b q \frac{dL}{dt} B = \frac{dL}{dt} Bh \quad (8.3)$$

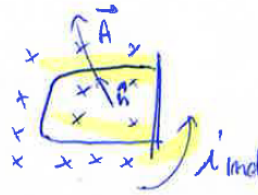
Sur les parties du circuit autres que ab il n'y a pas de force, car rien ne bouge.

Mais B et h sont constants :

$$\frac{dL}{dt} Bh = \frac{d}{dt} (B \overbrace{Lh}^{\text{surface } S}) = \frac{d}{dt} (BS) = \frac{d}{dt} |\Phi_B^S| \Rightarrow |\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B^S}{dt} \right| \quad (8.4)$$

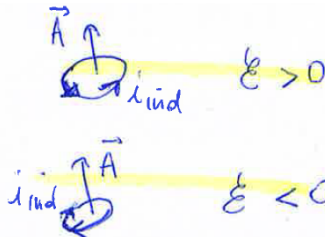
Signes ?

- signe pour $\vec{A} = A\hat{n}$



- signe pour Φ_B^S et $\frac{d}{dt}(\Phi_B^S)$ [les deux peuvent être différents!]

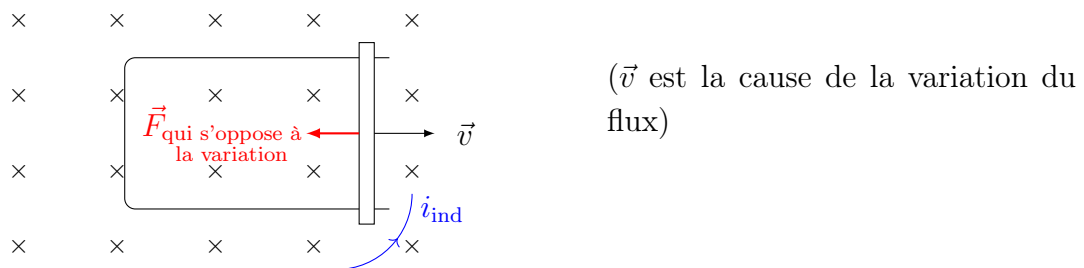
- règle de la main droite



Trois ans après la loi de Faraday, Lenz a établi la règle pour déterminer le signe :

“le signe de i_{ind} est tel que le système s’oppose à la variation (du flux) qui l’a généré”

Ex. circuit avec tige qui bouge



$\vec{F}_{ind} = i_{ind}d\vec{l} \times \vec{B}$ est vers la gauche !

Donc, justement, \vec{F}_{ind} tend à “freiner” la tige qui coulisse vers la droite, cause primaire de la variation du flux qui induit un courant.

Note 8.3. La loi de Lenz s’écrit

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B^S}{dt} \tag{8.5}$$

et elle correspond à une loi de conservation (de l’énergie)

Si le signe était opposé, toute variation du flux serait amplifiée [“positive feedback”]. On pourrait générer de l’énergie électrique sans investir de l’énergie mécanique.

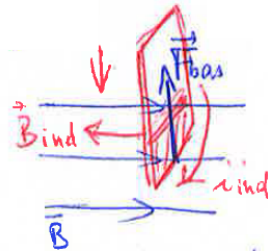
La loi de Lenz décrit une sorte d’inertie ou “frottement” efficace pour tout mouvement qui tend à changer la valeur du flux magnétique.

8.3 Courants de Foucault

Freinage dans un champ magnétique.

Considérons un circuit métallique qui tombe à travers une région qui a un champ magnétique (par exemple créée par un gros aimant permanent)

(a) le circuit rentre dans la zone avec $\vec{B} \neq 0$

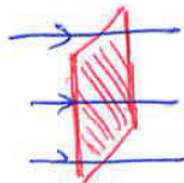


Φ_B est en train d'augmenter
 $\frac{d\Phi_B}{dt} > 0 \Rightarrow \varepsilon$ donne i_{ind} t.q. ça tend à opposer l'augmentation de Φ_B

La force sur les deux côtés s'annule.

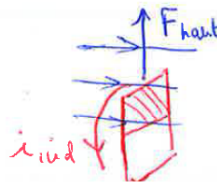
Sur le côté bas, immergé dans \vec{B} , est $\vec{F}_{bas} = i_{ind} d\vec{l} \times \vec{B}$, vers le haut.

(b) le circuit est exactement dans la zone avec $\vec{B} \neq 0$



En ce moment exact il n'y a pas de variation de Φ_B : pas de ε , i_{ind} , pas de freinage.

(c) le circuit sort de la zone avec $\vec{B} \neq 0$



Là, Φ_B est en train de diminuer.
 $\frac{d\Phi_B}{dt} < 0 \Rightarrow \varepsilon$ donne i_{ind} t.q. ça oppose cette diminution

La direction de i_{ind} est donc inversée, et la force sur le côté haut (immergé dans \vec{B}) est vers le haut. Naturellement, comme dans le cas (a), celle sur les deux côtés s'annule.

Qu'est qu'il se passe si on utilise une plaque sans "circuits fermés" ?



→ il ne peut pas y avoir du courant induit, donc il n'y a pas de force de freinage! et une plaque "pleine"? Même une plaque pleine est freinée, car il n'y a pas de parcours spécifique pour le courant, mais le courant peut quand même circuler sur la surface.



ce sont les "courants de Foucault", ou "eddy currents". Ces courants suivent, comme tous les courants induits, la règle de Lenz, donc s'opposent à la variation du flux. → freinage

Question : où va l'énergie mécanique dissipée dans le freinage ?

→ dans l'énergie dissipée par la résistivité de la matière dans laquelle le courant induit circule.

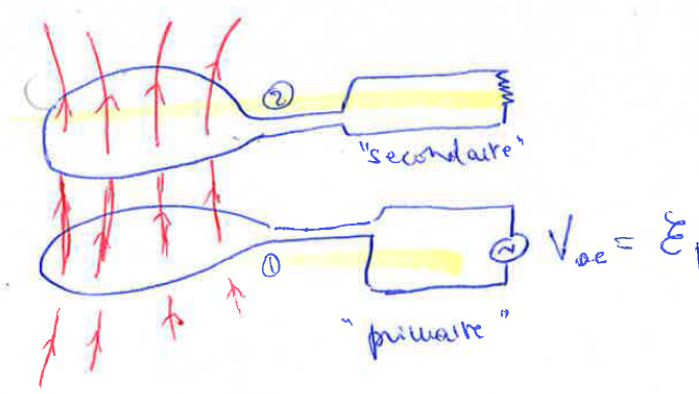
Parfois on veut minimiser cette dissipation, d'autres fois, selon les applications, on veut la maximiser.

Une situation dans laquelle on veut maximiser la dissipation de l'énergie associée au courant induit sous forme de chaleur, pour cuire la nourriture, est celle des plaques à induction.

8.4 Transformateurs et générateurs

Grace à l'induction, l'électricité peut être générée, transportée, transformée sans contact électrique direct, pour autant qu'il y ait une variation de flux. C'est pour ça que les réseaux électriques dans le monde sont en courant alternatif (AC).

Un exemple de comment l'“électricité” peut être manipulée est celui du transformateur



- En variant \mathcal{E}_p , on produit une variation du flux dans le circuit “secondaire” → induit \mathcal{E}_s
- \mathcal{E}_s aura la même fréquence de variation que \mathcal{E}_p [c'est pour ça que la fréquence des réseaux dans le monde est fixe, 50 Hz en Europe, 60 Hz aux US]

Note 8.4. Le circuit primaire voit aussi la variation du flux qu'il génère.

On peut assumer que le primaire et secondaire “encerclent” les mêmes lignes de champ : la variation du flux est la même si les circuits sont identiques :

$$\mathcal{E}_p(t) = \mathcal{E}_s(t) = -\frac{d\Phi_B^{(1)}}{dt} , \tag{8.6}$$

ou $\frac{d\Phi_B^{(1)}}{dt}$ est la variation du flux à travers la surface du circuit primaire (1).

Idee : on utilise un nombre de tours différent entre primaire et secondaire

