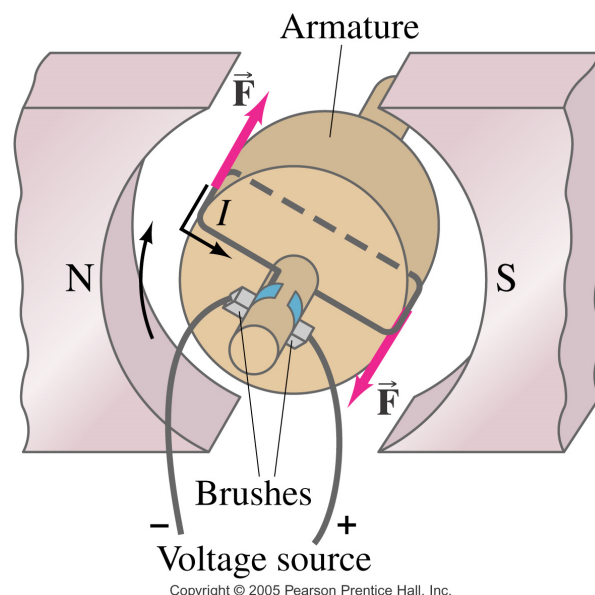


Comme le couple $\tau = NiAB \sin \phi$ (N est le nombre de tours dans la bobine, et ϕ l'angle entre la surface de la bobine et le champ magnétique) et le couple du ressort est $\tau_r = k\vartheta$, où ϑ est l'angle de torsion, on a un équilibre qui est déterminé par $\tau = \tau_r \Rightarrow NiAB \sin \phi = k\vartheta$, et si on mesure ϑ on a une mesure de i : $\vartheta = \frac{NiAB \sin \phi}{k}$ et $i = \vartheta \frac{k}{NiAB \sin \phi}$.

(2) Moteur électrique

On aimerait transformer l'énergie électrique en énergie mécanique. Le principe est le même du galvanomètre, mais sans ressort, donc la boucle est libre de tourner dans une direction. En effet on utilise une bobine (pas une seule spire), avec plusieurs tours, montée sur un cylindre, appelé 'rotor'. Dans la pratique, il y a même plusieurs bobines... mais le principe est le même.

L'idée est la suivante : la bobine tourne dans un sens, mais passée la position verticale, aurait la tendance à revenir en arrière, si le courant reste le même, car la direction du couple est inversée. Mais, si on construit des contacts tels que la direction du courant est inversée quand la bobine passe par la position d'équilibre (verticale), alors le sens de la rotation reste le même ! Les contacts ou 'brosses' ('brushes') agissent en commutateurs.



Note 7.16. *Pour maximiser la puissance, et la ‘contrôlabilité’, l’aimant est remplacé par des électro-aimants, et il y a un nombre assez élevé de bobines sur le rotor.*

Note 7.17. *Une alternative à l’idée des commutateurs est d’utiliser une source de courant alterné - Dans ce cas, l’inversion du signe du courant se fait naturellement à la fréquence du courant AC.*

Note 7.18. *Vous allez construire vous-mêmes un petit moteur électrique, basé sur l’action de la force générée par un champ magnétique sur un fil parcouru par un courant*

Question : où va l'énergie mécanique dissipée dans le freinage ?

→ dans l'énergie dissipée par la résistivité de la matière dans laquelle le courant induit circule.

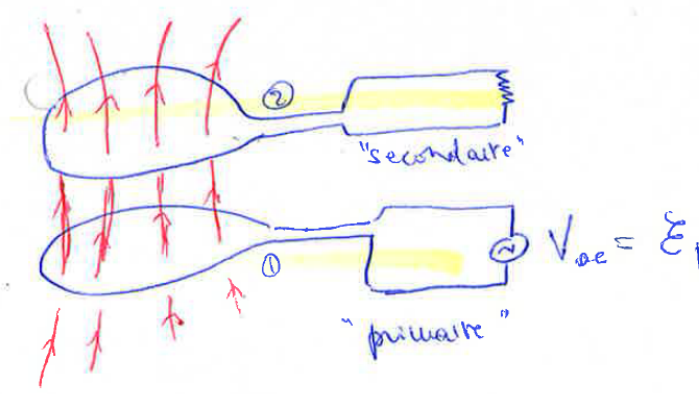
Parfois on veut minimiser cette dissipation, d'autres fois, selon les applications, on veut la maximiser.

Une situation dans laquelle on veut maximiser la dissipation de l'énergie associée au courant induit sous forme de chaleur, pour cuire la nourriture, est celle des plaques à induction.

8.4 Transformateurs et générateurs

Grace à l'induction, l'électricité peut être générée, transportée, transformée sans contact électrique direct, pour autant qu'il y ait une variation de flux. C'est pour ça que les réseaux électriques dans le monde sont en courant alternatif (AC).

Un exemple de comment l'“électricité” peut être manipulée est celui du transformateur



- En variant \mathcal{E}_p , on produit une variation du flux dans le circuit “secondaire” → induit \mathcal{E}_s
- \mathcal{E}_s aura la même fréquence de variation que \mathcal{E}_p [c'est pour ça que la fréquence des réseaux dans le monde est fixe, 50 Hz en Europe, 60 Hz aux US]

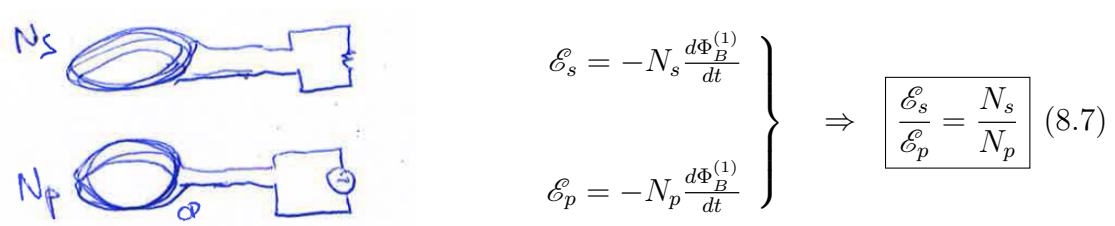
Note 8.4. Le circuit primaire voit aussi la variation du flux qu'il génère.

On peut assumer que le primaire et secondaire “encerclent” les mêmes lignes de champ : la variation du flux est la même si les circuits sont identiques :

$$\mathcal{E}_p(t) = \mathcal{E}_s(t) = -\frac{d\Phi_B^{(1)}}{dt} , \tag{8.6}$$

ou $\frac{d\Phi_B^{(1)}}{dt}$ est la variation du flux à travers la surface du circuit primaire (1).

Idee : on utilise un nombre de tours différent entre primaire et secondaire



On peut donc augmenter ou réduire l'emf, donc la tension électrique.

⇒ c'est comme ça qu'on "transforme" la tension sur les systèmes de distribution, en particulier, on transforme la source en haute tension pour minimiser les pertes résistives à longues distances.

Note 8.5. *Naturellement, on ne peut pas augmenter la tension au-delà de valeurs auxquelles on commence à avoir des "arcages" (donc des ionisations de l'air), qui donnent lieu aussi à des pertes et à d'autres problèmes.*

Note 8.6. *Si on néglige les pertes résistives dans les bobines qui forment les transformateurs, on peut considérer que la puissance est conservée :*

$$P_s = \mathcal{E}_s i_s = P_p = \mathcal{E}_p i_p$$

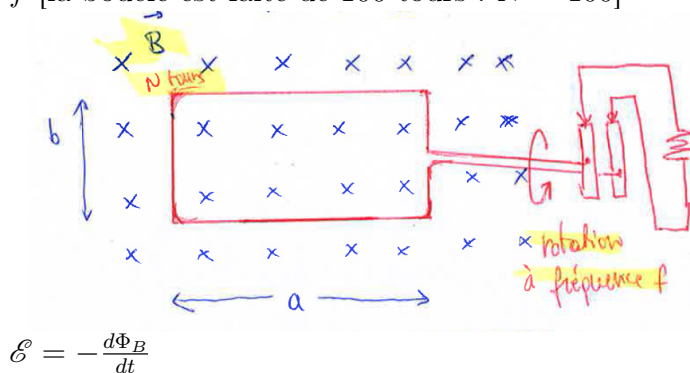
$$\Rightarrow \left[\frac{i_s}{i_p} = \frac{\mathcal{E}_p}{\mathcal{E}_s} = \frac{N_p}{N_s} \right] \quad (8.8)$$

on peut augmenter ou diminuer le courant.

Comment est-ce qu'on génère l'électricité (AC) ?

→ ceci est un joli exercice d'application de la loi de Faraday ... avec une énorme portée pratique!

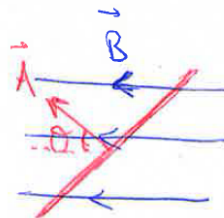
Considérons une boucle rectangulaire dans un champ \vec{B} uniforme, qui tourne à fréquence f [la boucle est faite de 100 tours : $N = 100$]



On aimerait :

- (a) calculer $\mathcal{E}(t)$
- (b) concevoir boucle pour produire $\mathcal{E}_0 = 220 \text{ V}$ avec $N = 100$, $B = 0.5 \text{ T}$, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(2\pi ft)$

$\Phi_B(t)$: vue de côté



$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \vartheta = NabB \cos \vartheta \quad ; \quad \text{note } \vartheta = \vartheta(t) \quad (8.9)$$

Mais $\frac{d\vartheta}{dt} \equiv$ fréquence angulaire de rotation = $2\pi f$ ($= \frac{2\pi}{\text{période}} = \omega$), donc (en assumant $f = \text{const.}$)

$$\frac{d\vartheta}{dt} = 2\pi f \quad ; \quad \vartheta(t) = 2\pi ft \quad [\text{on prend } \vartheta(t=0) = 0] \quad (8.10)$$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = -NabB \sin(\overbrace{2\pi ft}^{\vartheta(t)}) \overbrace{2\pi f}^{d\vartheta/dt} \quad (8.11)$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = Nab \sin(2\pi ft) 2\pi f = \mathcal{E}_0 \sin(2\pi ft) = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t) \quad (8.12)$$

avec $\mathcal{E}_0 = NabB2\pi f$

(b) Comme on veut $\mathcal{E}_0 = 220 \text{ V}$, et $f = 50 \text{ Hz}$, $B = 0.5 \text{ T}$, $N = 100$

$$\Rightarrow ab = \frac{220}{100 \times 0.5 \times 2\pi \times 50} \text{m}^2 = 0.014 \text{m}^2 = 140 \text{cm}^2$$

Ex. $a = 14 \text{ cm}$; $b = 10 \text{ cm}$

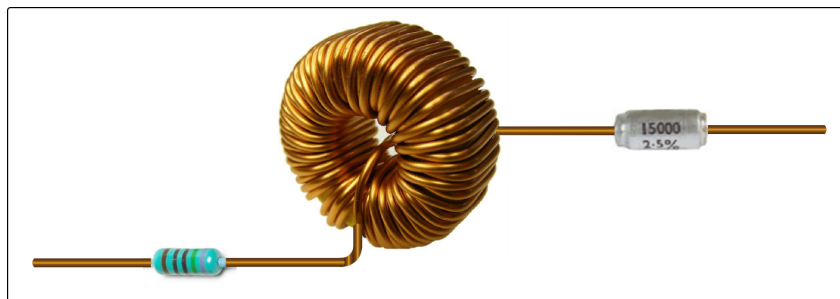
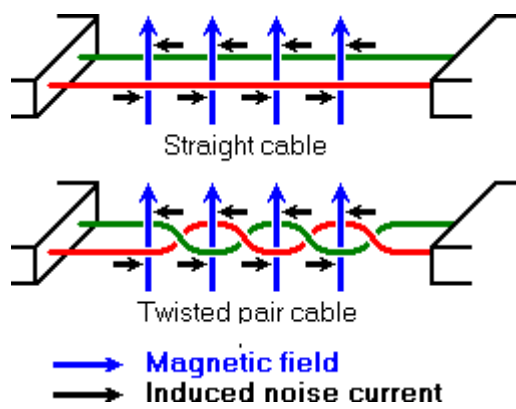
[grandeurs tout à fait raisonnables !]

Dans la pratique, la boucle est faite pour tourner par différentes méthodes, telles que l'eau qui tombe par gravité (hydro-électrique), ou des turbines actionnées par de la chaleur générée (hélas) par combustion, ou par réactions nucléaires.

... et on revient à la vision de Faraday ... "un jour vous y mettrez un impôt ..."

Chapitre 9

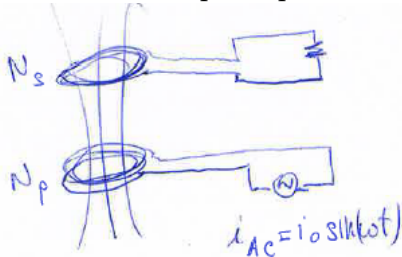
Inductance et circuits AC



9.1 Inductance mutuelle et ‘self’

Inductance mutuelle

Nous avons vu le principe du transformateur



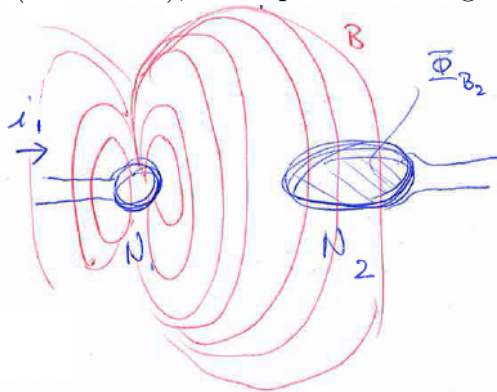
Nous avons considéré que les deux bobines ‘voient’ les mêmes lignes de champ, et ont la même surface (à part qu’elles peuvent avoir un nombre de tours différent)

Dans ce cas $\frac{\mathcal{E}_s}{\mathcal{E}_p} = \frac{N_s}{N_p}$ et, en négligeant les pertes $\frac{i_s}{i_p} = \frac{N_p}{N_s}$. Ceci est le cas d’un transformateur ‘idéal’.

En général, la situation n’est pas si simple, et pas tout le flux du primaire est ‘capturé’ par le secondaire.

Traisons le cas plus général.

L’objet ‘1’ (primaire) a un courant i_1 , qui produit un champ magnétique vu par l’objet ‘2’ (secondaire), ainsi qu’un flux magnétique.



Définition 3. Inductance mutuelle

$$M_{12} = \frac{\Phi_{B_2}}{i_1} = \frac{N_2 \Phi_{B_2}^{un\ tour}}{i_1} \quad (9.1)$$

ou, plus en général : $\frac{d\Phi_{B_2}}{di_1}$.

Note 9.1. Pas tout le flux ‘vu’ par la bobine ‘1’ est ‘vu’ par la bobine ‘2’.

Note 9.2. $M_{21} = M_{12} = M$: c’est une propriété (constante) de la géométrie du système et des matériaux.

Force électromotrice (emf)

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{B_2}}{dt} = -\frac{d}{dt}(Mi_1) = -M\frac{di_1}{dt}; \text{ et } \mathcal{E}_1 = -M\frac{di_2}{dt} \quad (9.2)$$

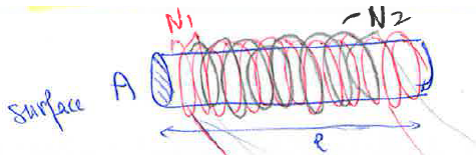
Donc M met en relation \mathcal{E}_2 et i_1 , les deux quantités d’intérêt.

Unités :

$$[M] = \frac{V}{A/s} = \frac{Vs}{A} = \frac{[\text{flux magnétique}]}{A} = \frac{Wb}{A} = \text{‘Henry’ } H$$

où Wb=‘Weber’, avec $1\text{ Wb} \equiv 1\text{ Vs}$.

Ex. de calcul de M : solénoïde avec deux enroulements



Dans ce cas on ne ‘perd’ pas de flux entre ‘1’ et ‘2’ : ce serait un excellent transformateur

$$M = \frac{\Phi_{B_2}}{i_1} = \frac{N_2 \Phi_{B_2}^{\text{un tour}}}{i_1} = \frac{N_2 A B_{i_1}}{i_1} \tag{9.3}$$

B_{i_1} est le champ généré par le courant i_1 : $B_{i_1} = \frac{\mu_0 N_1}{l} i_1$. Donc

$$M = \frac{N_2 A B_{i_1}}{i_1} = \frac{N_2 A}{l_1} \mu_0 \frac{N_1}{l} l_1 i_1 = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} A \tag{9.4}$$

$$\mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad ; \quad \mathcal{E}_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$

Note 9.3. *L’inductance mutuelle est utile pour ‘coupler’ deux circuits, faire passer un signal de l’un à l’autre sans contact, pour autant qu’il y ait une variation temporelle dans le courant.*

DEMO



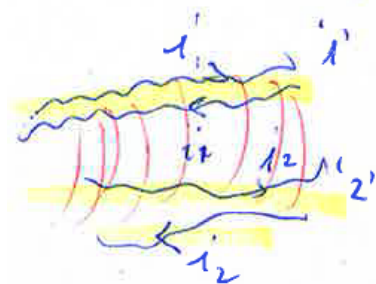
on induit un signal seulement à l’enclenchement ou au déclenchement (ou si un bouge les bobines ... ceci équivaut à changer M , ou si on a un signal, donc un courant, oscillant.)

A haute fréquence, $\frac{d}{dt}$ est grand, donc on peut transmettre les signaux de manière efficace.

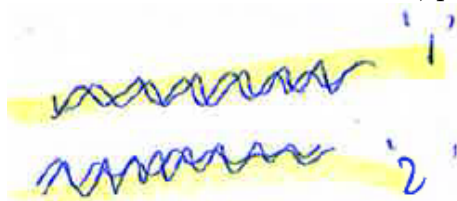
Note 9.4. *Dans d’autres cas, on veut minimiser l’inductance mutuelle. Par ex. quand on veut éviter de coupler des signaux.*

Ex. lignes téléphoniques analogiques

le signal dans la ligne ‘1’ serait couplé avec celui de la ligne ‘2’ : “cross-talk”. A éviter !



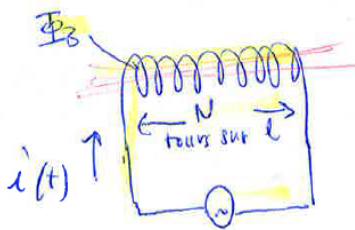
→ en réduisant M entre les câbles, par ex. en les ‘twistant’



les surfaces sont réduites, et en plus le peu de flux qui arrive à être capté se moyenne à 0 sur toutes les petites boucles qui ont différentes orientations.

Auto- ou ‘self’ -inductance

On considère un seul circuit. Un courant variable dans le circuit crée un flux variable dans des portions du même circuit : on a donc une ‘auto-induction’, et une auto-emf. Naturellement, combien de flux généré par le circuit est vu par le circuit même dépend de la géométrie.



Définition 4. L : auto- ou self inductance

$$L = \frac{\Phi_B}{i} = \frac{N\Phi_B^{un\ tour}}{i} \tag{9.5}$$

en général $L = \frac{d\Phi_B}{di}$ (on utilise la lettre ‘L’ à l’honneur de M. Lenz).

Comme M , L est utile car ça contient les propriétés géométriques (et des matériaux) du système, et met en relation flux et courant.

Pour un solénoïde :

$$L = \frac{N\Phi^{un\ tour}}{i} = \frac{NBA}{i} = \frac{N}{l} \underbrace{\left(\mu_0 \frac{Nl}{l} \right)}_B A = \mu_0 \frac{N^2}{l} A \tag{9.6}$$

Note 9.5. $[L] = [M] = \text{Henry } H$

Note 9.6. Si le solénoïde a un noyau magnétique

$$L = \mu_0 \underbrace{K_m}_{\substack{\text{ce facteur} \\ \text{peut être } \gg 1}} \frac{N^2}{l} A$$

avec $K_m = \text{perméabilité magnétique}$.

Note aussi analogie avec la capacité :

$$C = \epsilon_0 \underbrace{K}_{\text{constante diélectrique}} \frac{A}{d}$$

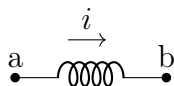
emf (ou tension) à travers un élément avec une self L (‘inducteur’) :

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(iL) = -L\frac{di}{dt} \tag{9.7}$$

Note 9.7. La loi de Lenz impose toujours le signe ‘-’ : L produit une sorte d’inertie qui s’oppose à toute variation de i .

Autrement dit, L cause un délai entre courant et tension, que ce soit pour des variations irrégulières (enclenchement/déclenchement) ou pour des variations périodiques (circuits AC).

Note 9.8. Comme L est souvent sous forme d’un solénoïde, son symbole est $\bullet \text{---} \underbrace{\text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}}_L \text{---} \bullet$



Rappel

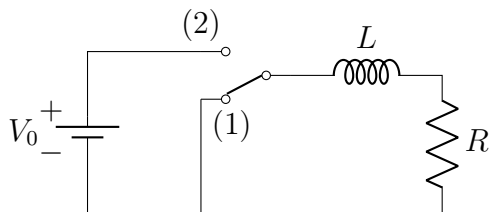
$$V_L :$$

$$V_L \equiv -\mathcal{E}_{ind} = V_a - V_b = +L \frac{di}{dt} > 0 \tag{9.8}$$

L ‘essaye’ de réduire i quand i augmente. C’est pour ça qu’on appelle \mathcal{E}_{ind} ‘back emf’. Si i diminue, $L \frac{di}{dt} < 0$, et $V_L < 0$.

Note 9.9. Dans la pratique, une résistance R est toujours associée à L (il est difficile d’avoir un fil en forme solénoïdale sans aucune résistance).

9.2 Circuits RL



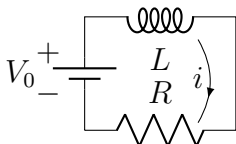
on cherche

$$i(t) = ?$$

$$V_L(t) = ?$$

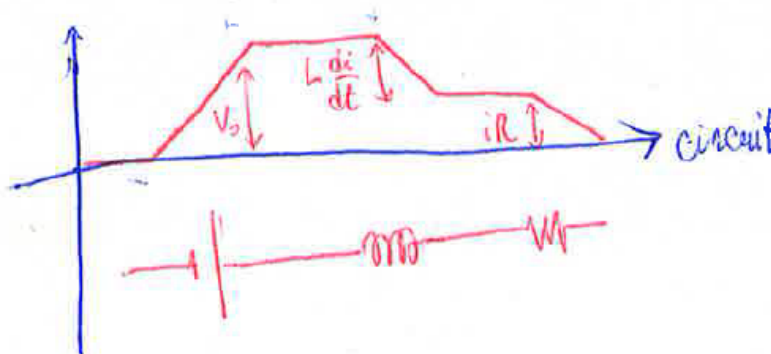
A $t = 0$, $i(t = 0) = 0$

(a) On passe l’interrupteur de la position (1) à la position (2) : on connecte la batterie.



Kirchhoff :

$$V_0 + \mathcal{E}_{ind} = iR \quad ; \quad \mathcal{E}_{ind} = -L \frac{di}{dt} \tag{9.9}$$



$$V_0 = L \frac{di}{dt} + iR \tag{9.10}$$

Question : qu'est-ce qu'il se passe si la constante de temps τ devient comparable avec la période de la fonction carrée de la tension ?

→ le courant devient plus 'lisse', et de même pour V_L . Si on augmente la fréquence de la forme d'onde d'entrée (V_0), le circuit n'arrive plus à 'répondre' : les variations rapides de V_0 seront coupées : filtrage passe-bas.

9.3 Énergie magnétique

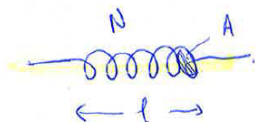
Note 9.12. Cet effet de filtrage est similaire à celui qu'on a déjà vu pour un circuit RC. Dans le cas de C, on a vu qu'il s'agit d'un 'stockage' de charge, et surtout d'énergie dans la forme d'énergie du champ électrique.

C'est justement ce 'stockage' d'énergie qui produit un effet de filtrage (passe-bas).

Est-ce que quelque chose de similaire se passe pour L ?

	\boxed{C}		\boxed{L}	
stocke		q/champ \vec{E}		courant/champ \vec{B}
énergie		$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$?
densité d'énergie		$\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$?

← essayons de trouver ces éléments, en partant du cas paradigme : solénoïde



$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$

Puissance dans L :

$$P_L = \frac{dU_L}{dt} = |\mathcal{E}i| = L \frac{di}{dt} i = \frac{1}{2} L \frac{d}{dt} (i^2) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) \tag{9.15}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_L = \frac{1}{2} Li^2} \tag{9.16}$$

Dans notre solénoïde :

$$U_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \overbrace{\left(\mu_0 \frac{N^2}{l} A \right)}^L i^2 \tag{9.17}$$

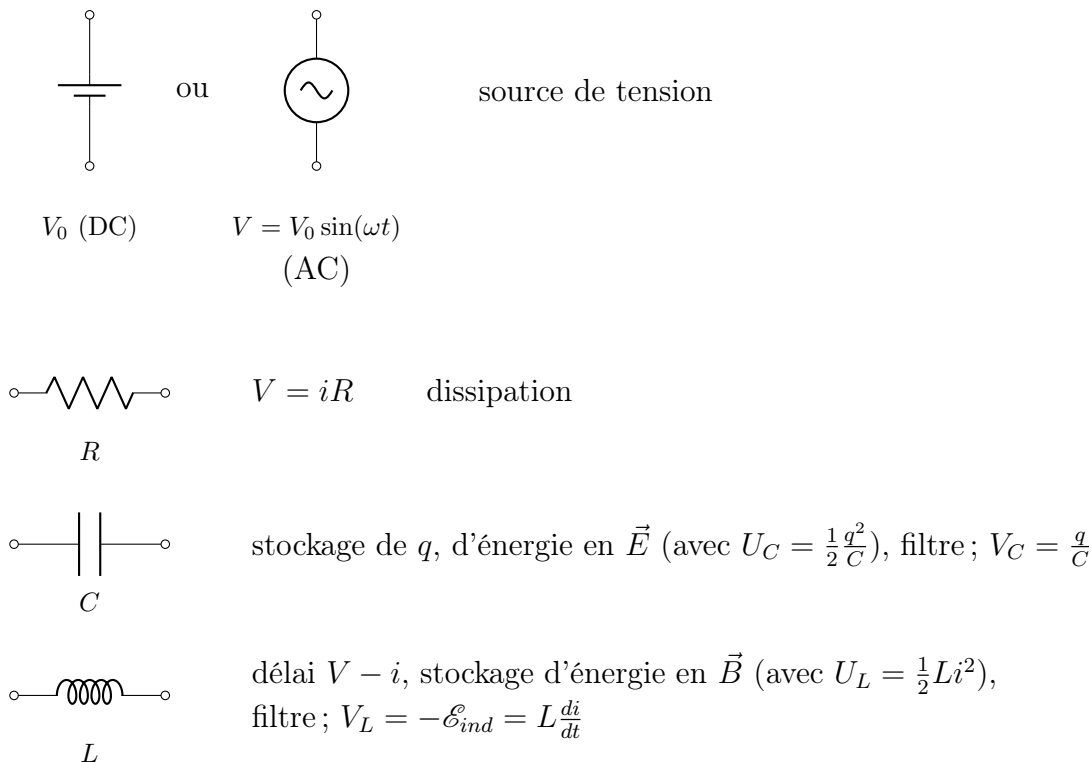
mais $B = \mu_0 \frac{N}{l} i$, donc $i = \frac{Bl}{\mu_0 N}$

$$\Rightarrow U_L = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} A \underbrace{\left(\frac{B^2 l^2}{\mu_0^2 N^2} \right)}_{i^2} = \frac{1}{2} Al \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} (\text{volume}) B^2$$

Densité d'énergie

$$\boxed{\frac{dU_L}{d(\text{volume})} = \frac{1}{2\mu_0} B^2} \quad (9.18)$$

Résumé des composants des circuits que nous avons vus jusque là



Note 9.13. C : $V_C = \frac{Q}{C} = \frac{\int idt}{C}$: la tension à travers C est l'intégrale du courant \rightarrow intégrateur.

L : $V_L = -L \frac{di}{dt}$: la tension à travers L est la dérivée du courant \rightarrow différentiateur

Ces deux propriétés sont très utiles pour les circuits électroniques.

9.4 Circuits AC et impédance complexe

Circuits à courant alternatif (AC)

Représentation complexe

$$V(t) = V_0 e^{i\omega t} = V_0 \cos \omega t + iV_0 \sin \omega t \quad (9.19)$$

On peut considérer la tension "vraie", ou "**physique**", comme la partie imaginaire de la tension complexe (on pourrait aussi choisir la partie réelle, selon notre choix de convention pour la phase).