

## Exercices - Série 3

### 1. Sphères en contact - niveau 1

Deux sphères conductrices de rayon 0.1 cm et 0.15 cm portent les charges de  $10^{-7}$  C et  $2 \cdot 10^{-7}$  C respectivement. On les met en contact, puis on les sépare. Calculez la charge sur chaque sphère après la séparation.

### 2. Fil infini chargé - niveau 1

Un fil rectiligne infini de section négligeable a une densité de charge linéaire  $\lambda = -10^{-8}$  C/m.

- Calculez le champ électrostatique au point  $P$  à distance  $y_1 = 1$  cm du fil en utilisant le théorème de Gauss.
- Calculez la différence de potentiel entre  $P$  et un point à  $y_2 = 3$  cm du fil.

### 3. Atome d'hydrogène - niveau 2

On considère un modèle simple de l'atome d'hydrogène : le noyau est une charge  $+e$  distribuée uniformément dans une sphère de rayon  $r_p = 10^{-15}$  m, et l'électron est une charge  $-e$  distribuée uniformément dans le reste de l'atome, une sphère de rayon  $r_a = 10^{-10}$  m.

- Trouvez la densité de charge du noyau et du nuage électronique.
- Trouvez le champ électrique  $\vec{E}$  en tout point. Évaluez  $\vec{E}$  à la surface du noyau.
- Dans quelle direction bougerait une charge test  $+Q$  placée en  $r < r_p$ ? Et en  $r_p < r < r_a$ ?
- Trouvez le potentiel  $V$  en tout point. En particulier, que vaut  $V(r = 0)$  et  $V(r = r_p)$ ?

### 4. Piège électrostatique - niveau 2

On désire créer une configuration électrostatique dans laquelle une particule chargée serait piégée. Pour cela, on construit un carré de côtés  $2L$  formé par des fils chargés avec une densité de charge linéaire  $\lambda = 2 \cdot 10^{-10}$  C/m. Trouvez le potentiel électrique  $V$  au centre du carré. Quelles charges (positives ou négatives) peuvent être piégées avec cette configuration?

---

1. crédit : Dr. J. Loizu, Prof. A. Fasoli

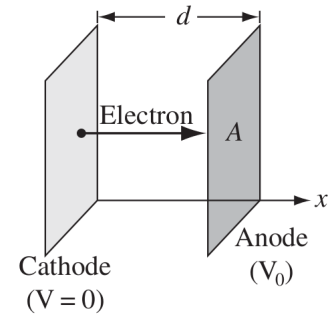
*Indication* : l'intégrale suivante peut être utile :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \ln|\sqrt{1+x^2} + x| \quad (1)$$

## 5. Diode à vide - niveau 2

Dans une diode à vide, des électrons sont émis par une cathode chauffée à haute température et maintenue à un potentiel nul. Ces électrons sont accélérés à travers le vide vers l'anode, maintenue à un potentiel  $V_0$  positif. À l'équilibre, le courant  $I$  traversant l'espace entre l'anode et la cathode devient constant.

On suppose que les plaques de surface  $A$  sont larges par rapport à la distance  $d$  entre elles ( $A \gg d^2$ ) ce qui permet de négliger les effets de bord. On considère alors que le potentiel  $V$ , la densité de charge  $\rho$  et la vitesse des électrons  $v$  ne dépendent que de la position  $x$ .



a) Si on suppose que les électrons sont émis à vitesse nulle par la cathode, quelle est leur vitesse en  $x$ , où le potentiel est  $V(x)$ ? Raisonner en utilisant la conservation de l'énergie.

b) En régime stationnaire, le courant  $I$  est indépendant de  $x$ . Quelle est alors la relation entre  $\rho(x)$  et  $v(x)$ ?

*Indication* : Le courant électrique  $I$  est défini comme la charge par unité de temps qui traverse une surface donnée. On peut l'écrire comme  $I = \frac{dq}{dt}$ .

c) Ecrire l'équation de Poisson pour la région entre les deux plaques. Utilisez les résultats précédents pour l'écrire comme une équation différentielle qui ne contient que  $V(x)$ .

d) En résolvant l'équation de Poisson, on trouve que  $V(x) = V_0 \left(\frac{x}{d}\right)^{\frac{4}{3}}$ . Montrer que le champ électrique s'annule sur la cathode.

*Cette annulation du champ électrique sur la cathode est due à un nuage d'électrons (appelée charge d'espace) qui se forme à proximité de la cathode.*

e) Question défi (bonus) : résoudre l'équation de Poisson et trouver le résultat indiqué au point d).

*Indication* :  $\frac{d}{dx} [f^a(x)] = a f^{a-1} \frac{df}{dx}$