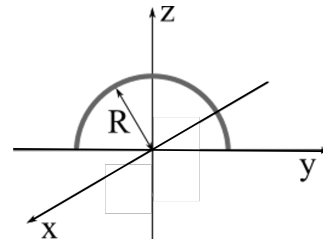


28 octobre 2025

Test mi-semestre

1 Exercice 1 (25 points)

Un fil en forme de demi-cercle de rayon $R = 10$ cm et chargé uniformément, de charge totale $Q = 2.5 \mu\text{C}$, est placé et maintenu fixe dans le plan (YZ) avec son centre en $(0,0,0)$ comme indiqué sur la figure ci-contre.



- Calculez la densité linéaire de charge du demi-cercle, et indiquez (en utilisant la symétrie du problème) la direction du champ électrique en $(0,0,0)$.
- On place à la position $(0,0,0)$ une boule diélectrique de charge $q = 0.5 \mu\text{C}$, masse $m = 100$ g, rayon r_s , et distribution volumique de charge :

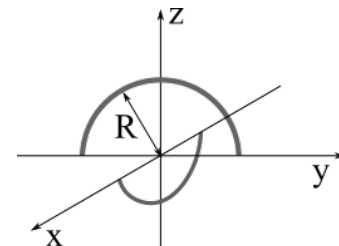
$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_s^2} \right)$$

avec

$$\rho_0 = 10^3 \text{ C/m}^3$$

Calculez r_s et vérifiez que $r_s \ll R$.

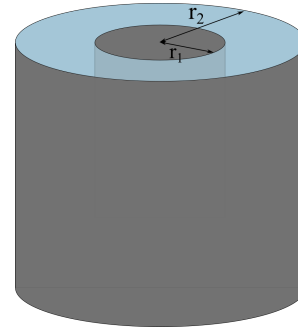
- Un autre fil en forme de demi-cercle de charge totale $2Q$ est placé et maintenu fixe en dessous, dans le plan (XZ) et avec son centre en $(0,0,0)$.



- Quel doit être le rayon R' du demi-cercle du bas, pour que la charge soit à l'équilibre à la position $(0,0,0)$, sans tenir en compte de la gravité ?
- Que se passerait-il si l'on plongeait tout le dispositif dans un liquide de constante diélectrique $\epsilon_r = 3$? Quel devrait être R' pour maintenir l'équilibre ?
 - On prend maintenant en compte la gravité. Quel doit-être la valeur du rayon du demi-cercle du bas pour que la charge reste en $(0,0,0)$?
 - En prenant en compte la gravité, que se passerait-il si l'on plongeait tout le dispositif dans un liquide de constante diélectrique $\epsilon_r = 3$? Calculez la valeur de R' pour maintenir l'équilibre.

2 Exercice 2 (25 points)

Un cylindre plein de rayon $r_1 = 1$ cm et constante diélectrique ϵ_0 est chargé uniformément avec densité de charge volumique ρ [C/m³] inconnue. Un cylindre conducteur creux de rayon $r_2 = 5$ cm est placé autour du premier cylindre et chargé avec une densité de charge surfacique $\sigma = 1$ $\mu\text{C}/\text{m}^2$. Entre les deux cylindres il y a de l'air. On considère les cylindres comme de longueur infinie.



- Trouvez une expression pour le champ électrique en tout point de l'espace en fonction de ρ et des autres constantes connues.
- Trouvez une expression pour $\Delta V = V(r = 0) - V(r_2)$, la différence de potentiel entre le centre du premier cylindre et la surface du deuxième cylindre.
- On mesure cette différence de potentiel ΔV et on trouve 30 V. Que vaut ρ ?
- De combien les champs électriques de la question (a) changeraient si on avait $\epsilon_r^s = 3$ pour $r < r_1$, et de l'eau distillée avec constante diélectrique $\epsilon_r^{eau} = 80$ pour $r_1 < r < r_2$?

3 Exercice 3 (25 points)

Un étudiant emménage dans un appartement, dont la cuisine ne dispose que d'une seule prise, qui délivre une tension de 220 V. L'étudiant dispose d'un lave-vaisselle, nécessitant une puissance d'au moins 1.5 kW pour fonctionner, et qui peut-être modélisé comme une résistance de 30 Ω . Il a de plus une bouilloire, de caractéristiques inconnues, qui peut également être modélisée comme une simple résistance. Avec une multiprise, il branche sur la prise de la cuisine les deux appareils en même temps, qui sont donc connectés en parallèle.

- Dessiner le schéma électrique correspondant à la situation. On considère la prise comme une simple force électromotrice. De quel courant a besoin le lave-vaisselle pour fonctionner ? Quel courant circule effectivement dans l'appareil en fonctionnement ?
- Avec les deux appareils en fonctionnement, le compteur électrique de l'appartement indique une puissance consommée de 2993 W. Quel est la résistance de la bouilloire ?
- L'étudiant achète une machine à laver qu'il installe dans la cuisine, et la connecte à sa multiprise (donc en parallèle aux autres deux appareils). Au cours des cycles d'un lavage, la puissance consommée par la machine à laver varie en fonction du temps comme $P(t) = 900 \left(1 - \cos\left(\frac{t}{100}\right)\right)$. Quelle est la résistance totale du circuit, et est-ce qu'elle est constante une fonction du temps ?
- Le réseau électrique de l'appartement est protégé par un disjoncteur qui coupe le courant, si le courant (fourni par une prise) totale dépasse 16 A. La machine à laver peut-elle fonctionner en même temps que les deux autres appareils ? Si oui, combien de temps ?
- Calculer l'énergie consommée par la machine à laver pendant les 30 premières minutes de fonctionnement, si les deux autres appareils sont éteints.