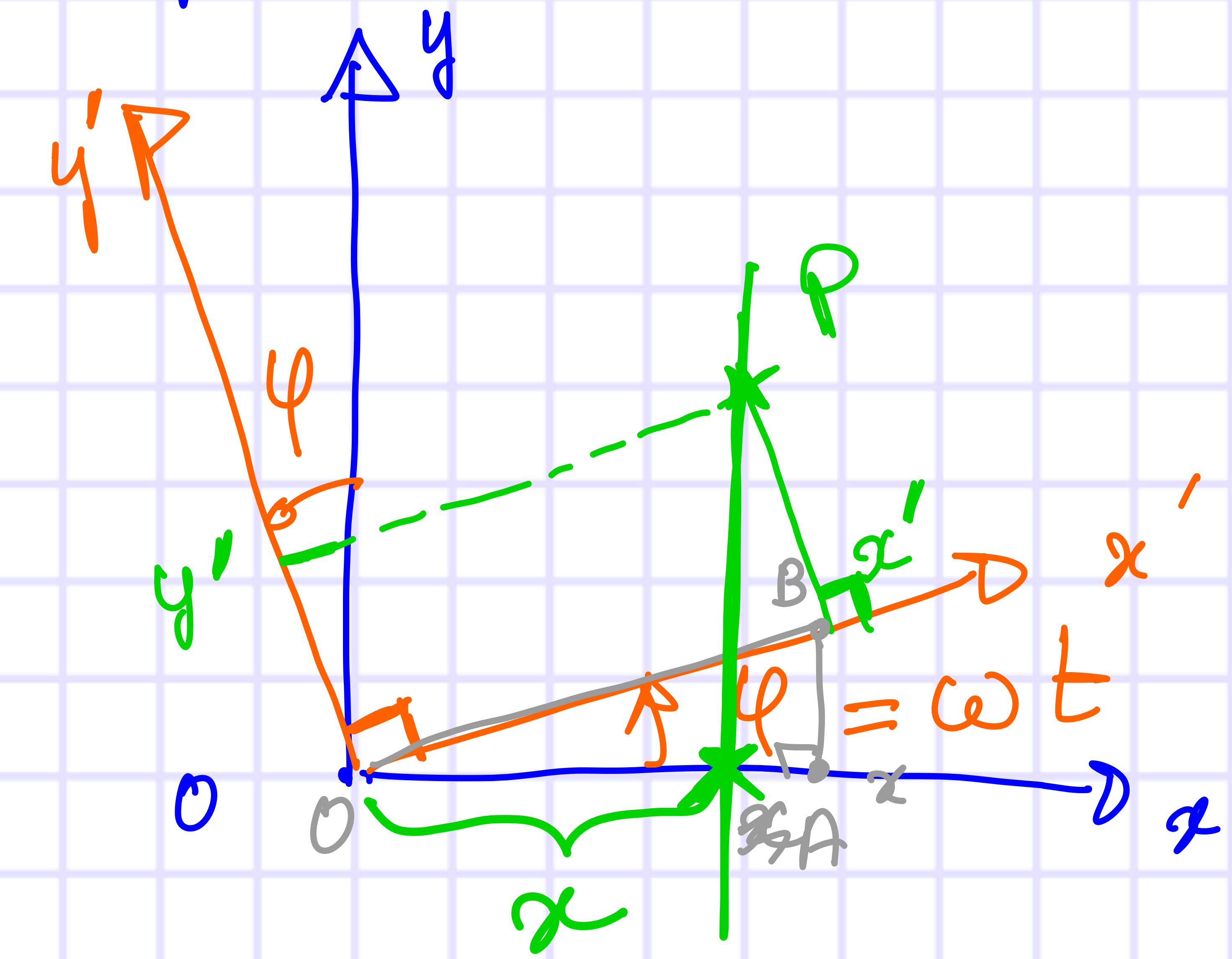
Mécanique générale, classe inversée.

Semaine 23-26/09 2024

On considère un référentiel $\mathcal{R}'$ (O, x', y', z') en rotation uniforme dans $\mathcal{R}$ (O, x, y, z). Les origines des référentiels sont confondues et la rotation se fait selon l'axe (Oz) confondu avec (Oz') à la vitesse angulaire ω. Un point P se déplace dans $\mathcal{R}'$

1– P a comme coordonnées $(x', y', 0)$ dans $\mathcal{R}'$ Exprimer ses coordonnées dans $\mathcal{R}$ en fonction de x', y' et ω.

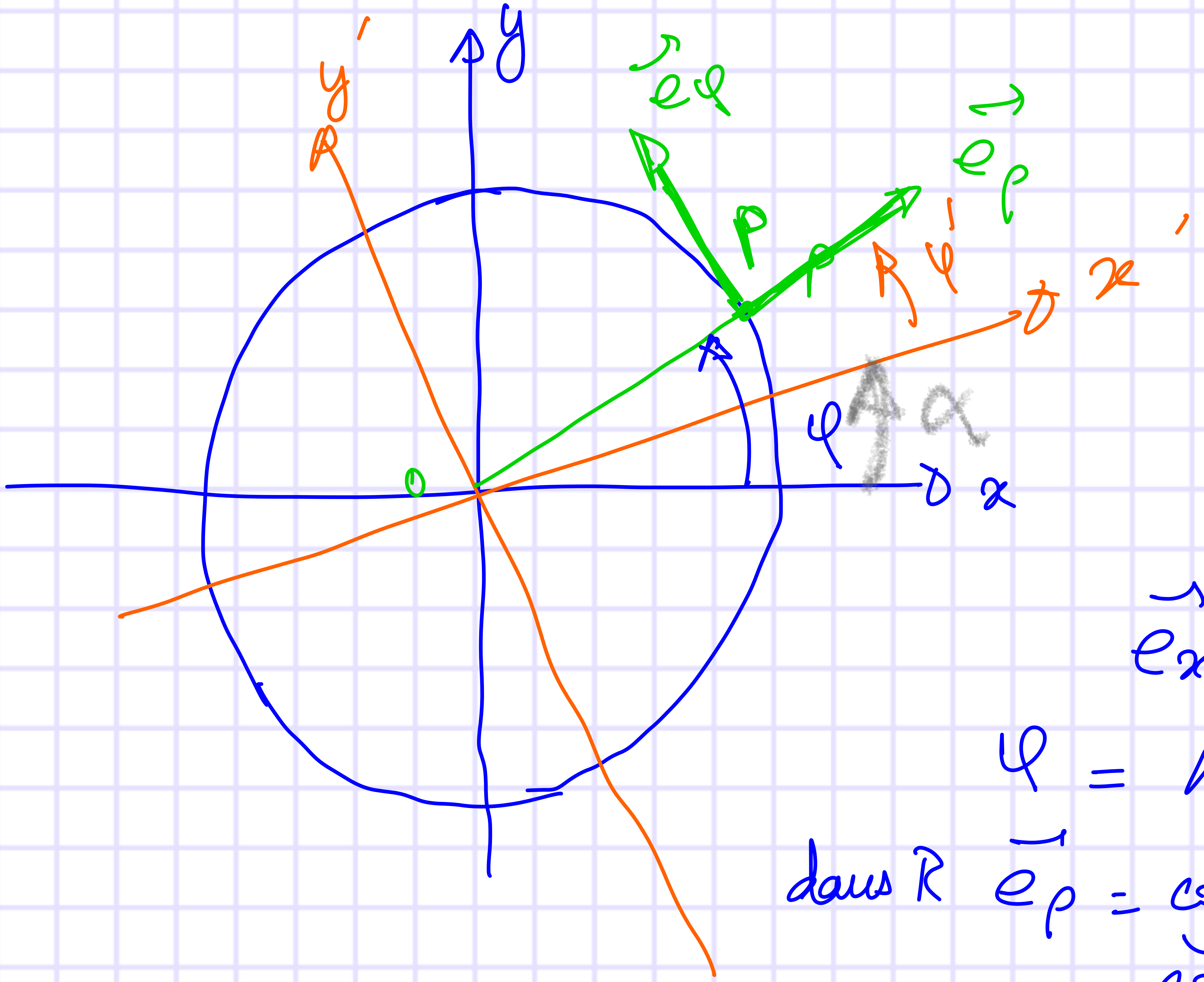
Etape 1 : faire un dessin dans le "bon plan"



OAB : rectangle

$$\cos\varphi = \frac{OA}{OB} = \frac{x}{x'} \Rightarrow x = x'\cos\varphi = x'\cos\omega t$$

FAUX



$$\vec{e}_\rho = \vec{e}_{\rho'}$$

dans R' $\vec{e}_\rho = \cos\varphi' \, \vec{e}_{x'} + \sin\varphi' \, \vec{e}_{y'}$

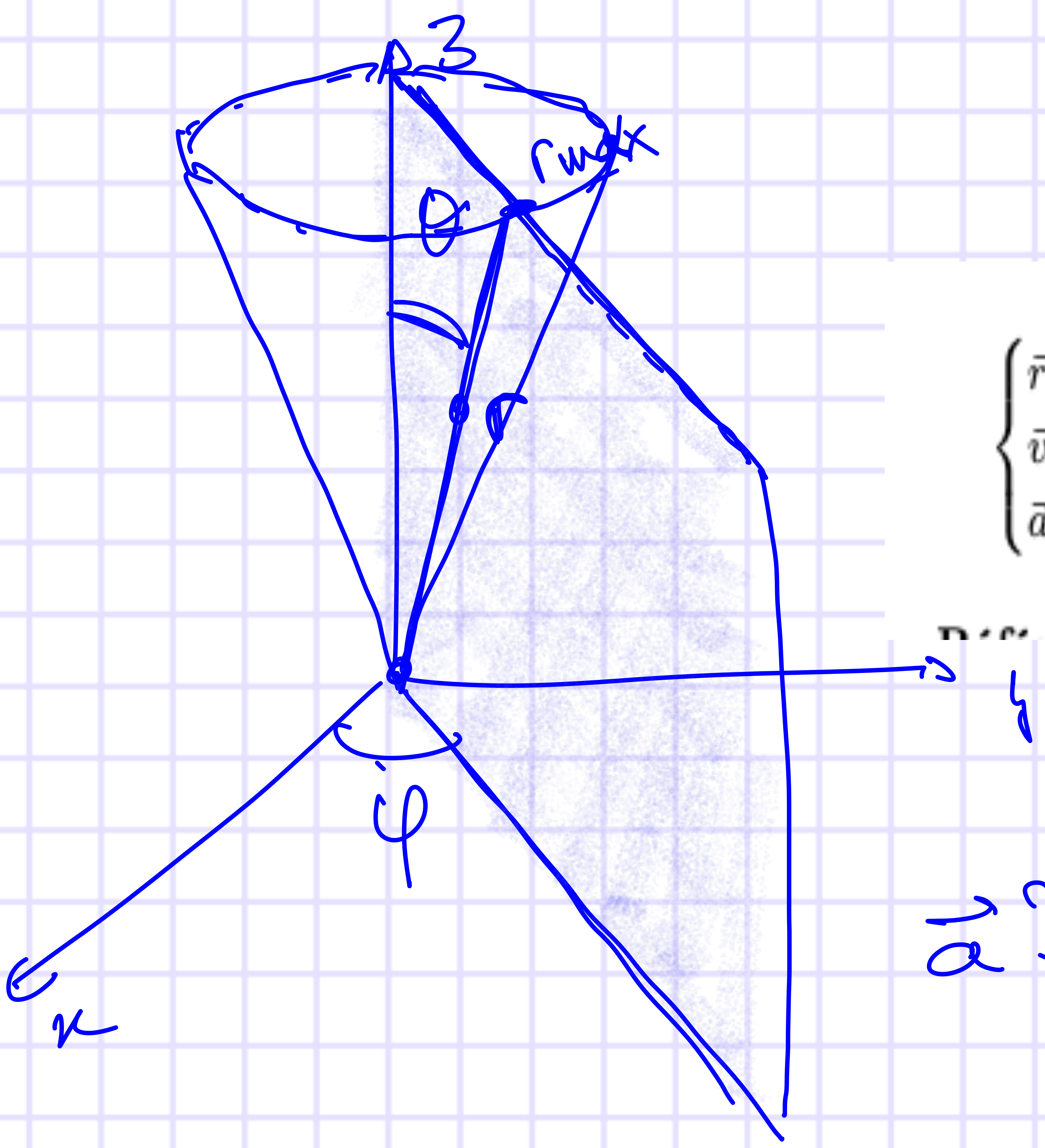
dans R $\vec{e}_\rho = \cos\varphi \, \vec{e}_x + \sin\varphi \, \vec{e}_y$

$$\varphi \neq \varphi' \quad \cos\varphi \neq \cos\varphi'$$

$$\vec{e}_{x'} = \cos\alpha \, \vec{e}_x + \sin\alpha \, \vec{e}_y$$

$$\varphi = \alpha + \varphi'$$

dans R $\vec{e}_\rho = \underbrace{\cos(\alpha+\varphi')}_{\cos(\alpha)\cos\varphi' - \sin\alpha \sin\varphi'} \vec{e}_x + \underbrace{\sin(\alpha+\varphi')}_{\sin\alpha\cos\varphi' + \cos\alpha \sin\varphi'} \vec{e}_y$



θ : fixe $\quad \varphi : 0 \to 2\pi \quad \dot\theta = 0 \quad \ddot\theta = 0$

$r : 0 \to r_{max}$

$$\begin{cases} \vec{r}(t) = r\,\vec{e}_r \\ \vec{v}(t) = \dot{r}\,\vec{e}_r + \cancel{r\dot\theta\,\vec{e}_\theta} + r\dot\varphi\sin\theta\,\vec{e}_\varphi \\ \vec{a}(t) = a_r\,\vec{e}_r + a_\theta\,\vec{e}_\theta + a_\varphi\,\vec{e}_\varphi \end{cases}$$

$$a_r = \ddot{r} - \cancel{r\dot\theta^2} - r\dot\varphi^2\sin^2\theta$$
$$a_\theta = \cancel{r\ddot\theta} + \cancel{2\dot{r}\dot\theta} - r\dot\varphi^2\cos\theta\sin\theta$$
$$a_\varphi = r\ddot\varphi\sin\theta + \cancel{2r\dot\varphi\dot\theta\cos\theta} + 2\dot{r}\dot\varphi\sin\theta$$

$$\vec{v}(t) = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot\varphi\sin\theta\,\vec{e}_\varphi$$

$\vec{a}$?

$$\vec{a}(t) = (\ddot{r} - r\dot\varphi^2\sin^2\theta)\,\vec{e}_r + (-r\dot\varphi^2\cos\theta\sin\theta)\,\vec{e}_\theta + (r\ddot\varphi\sin\theta + 2\dot{r}\dot\varphi\sin\theta)\,\vec{e}_\varphi$$