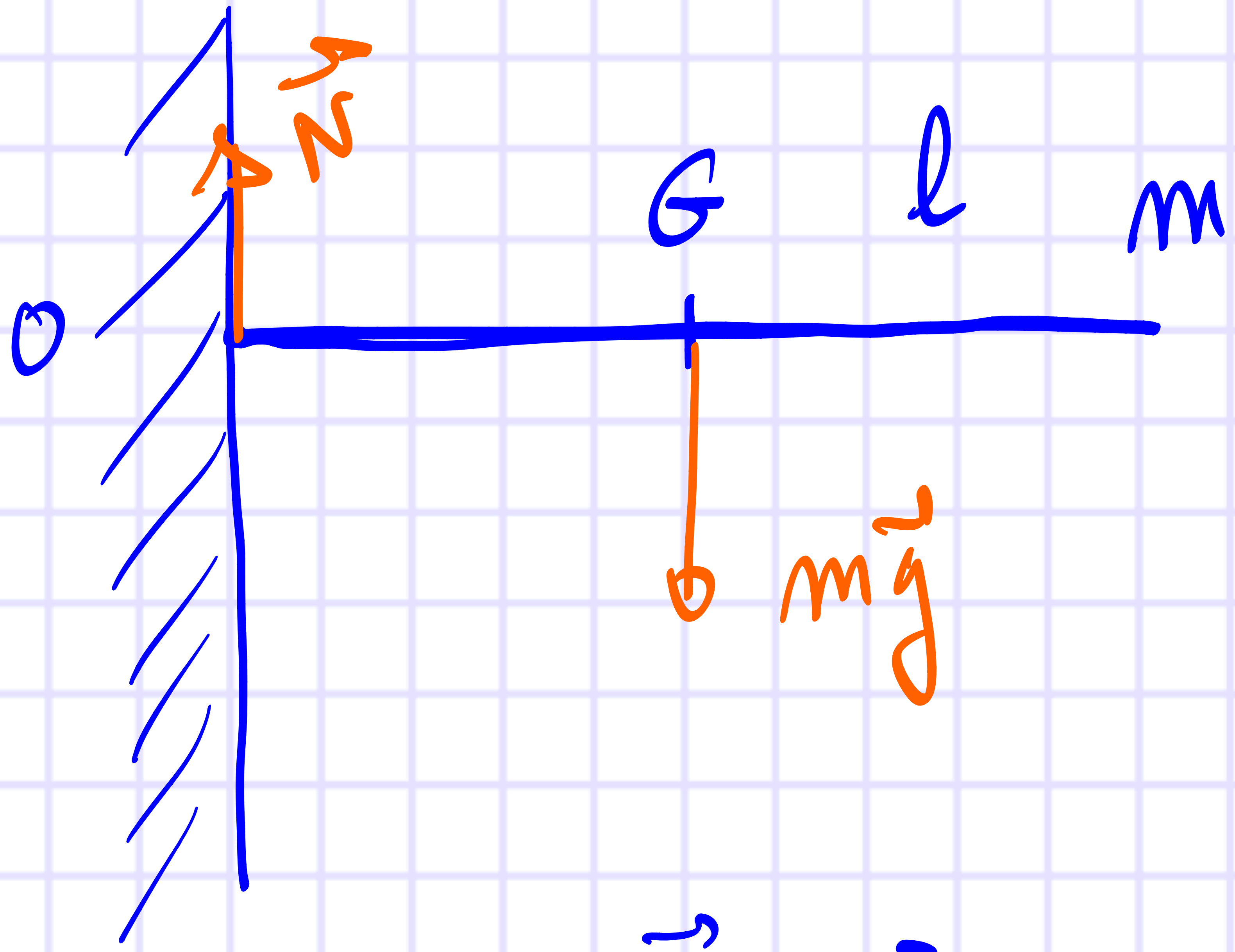
Mécanique générale, classe inversée.

9-10 Décembre 2025

Série 11 exercice 1



barre mince fixée en O par un seul point, masse m, longueur l

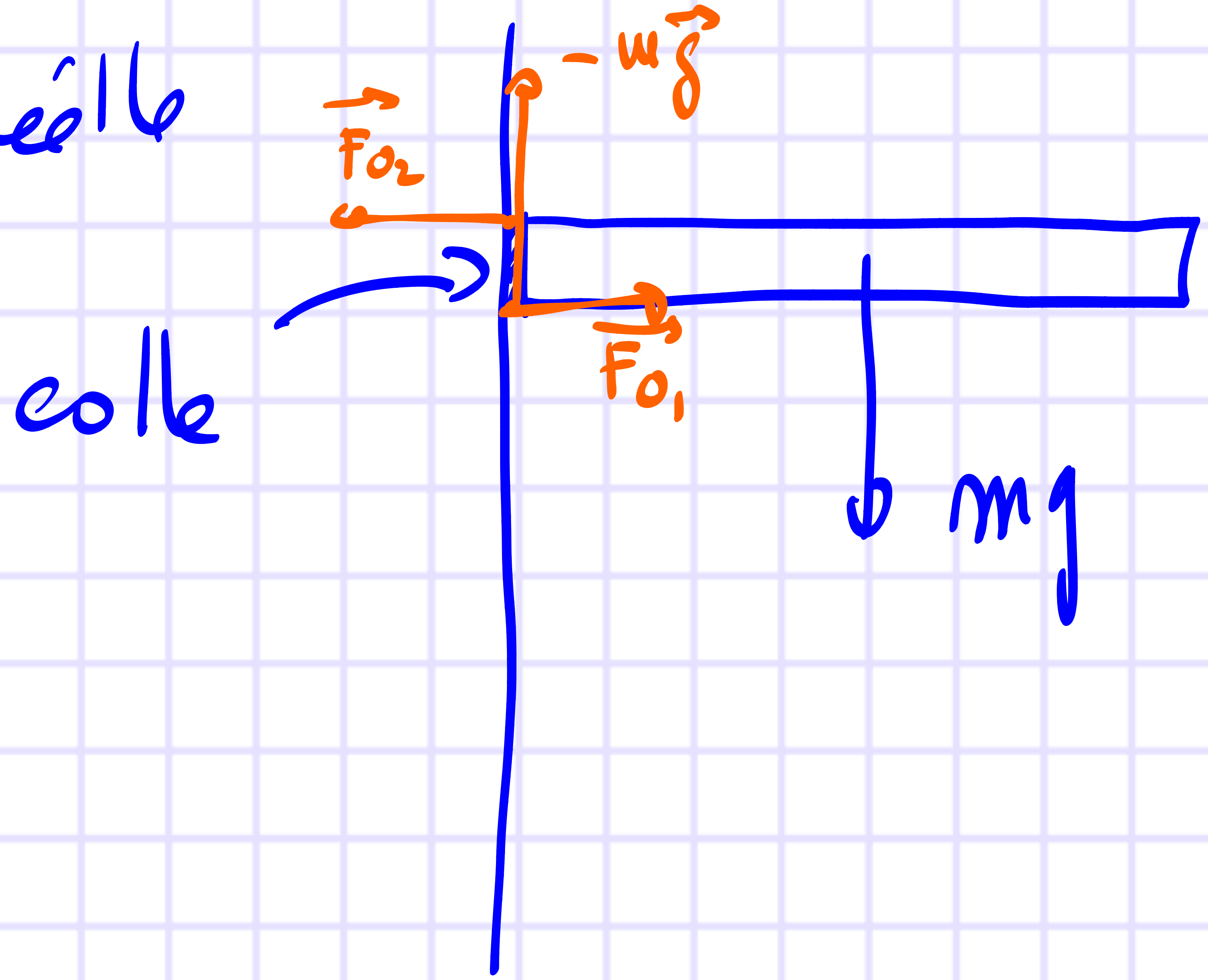
Réaction en O pour que le système tienne.

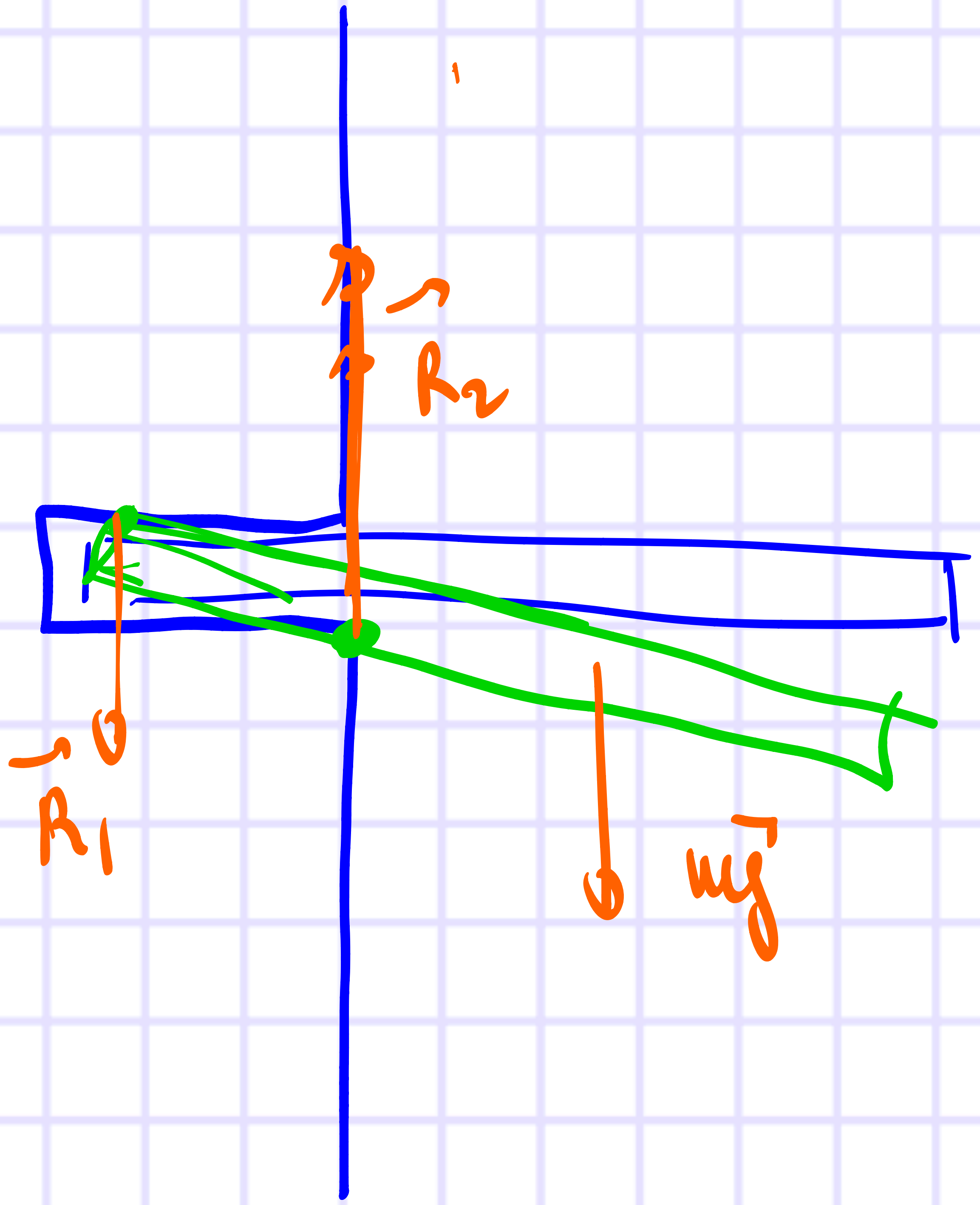
$$\sum \vec{F} = \vec{0} = m\vec{g} + \vec{N}. \qquad \vec{N} = -m\vec{g}$$

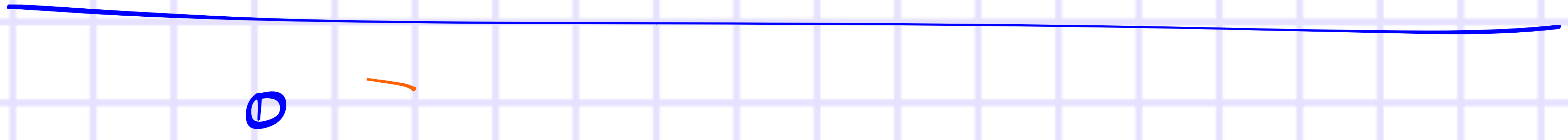
Oups $\sum \vec{\mathcal{M}}_O \neq \vec{0}$ $\qquad \sum \vec{\Omega}_G \neq \vec{0}$ $\qquad$ ça tourne

Série 11 exercice 1

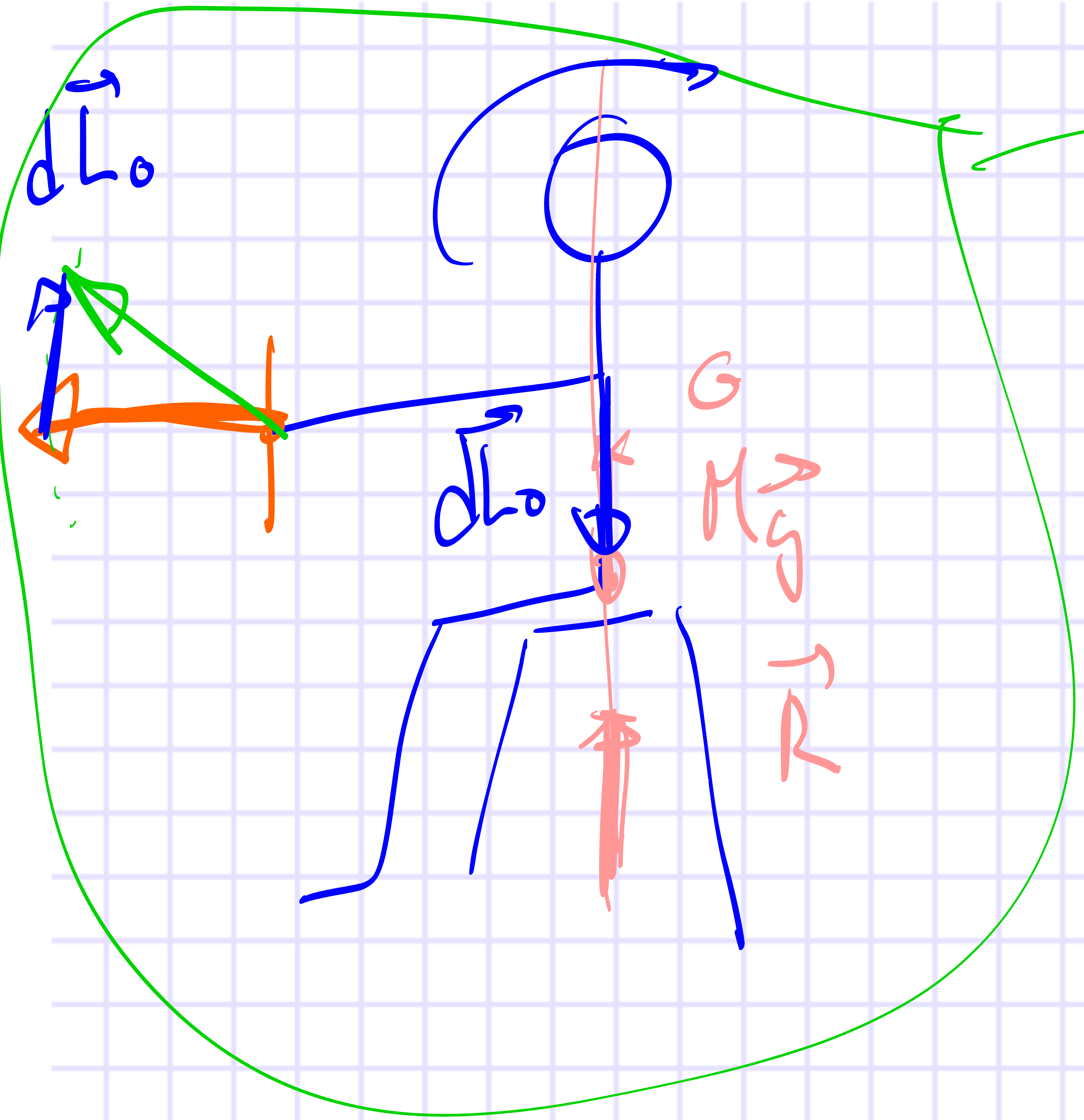
fixation réelle







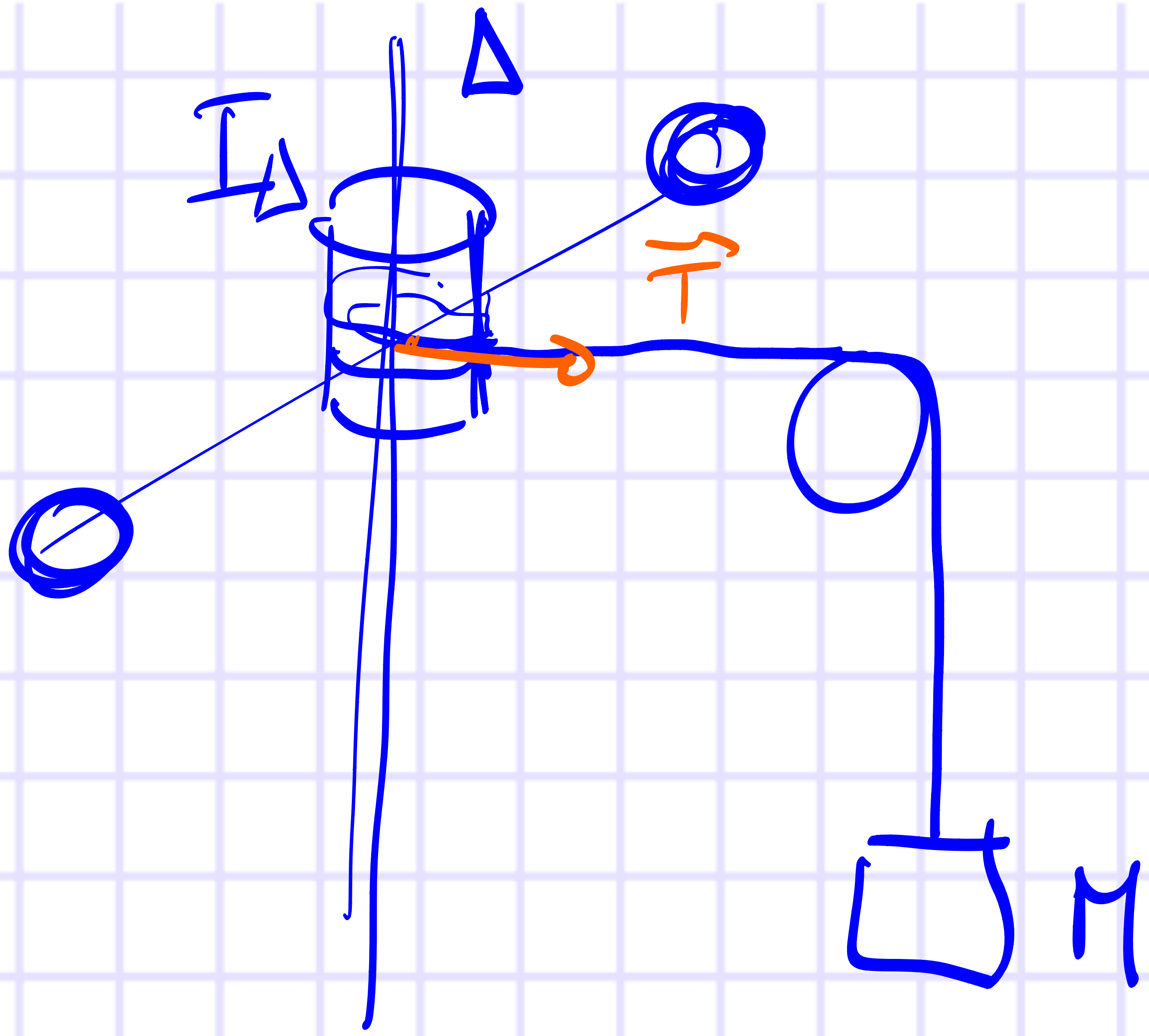
Manips

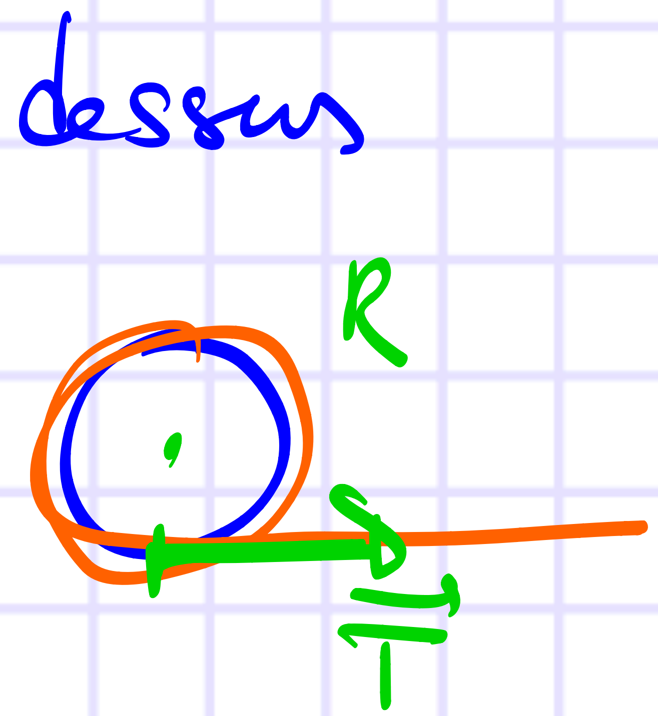


$$\underbrace{\sum \vec{\Omega}^{ext} = \vec{0}}_{d\vec{L}_0 = \vec{0}}$$

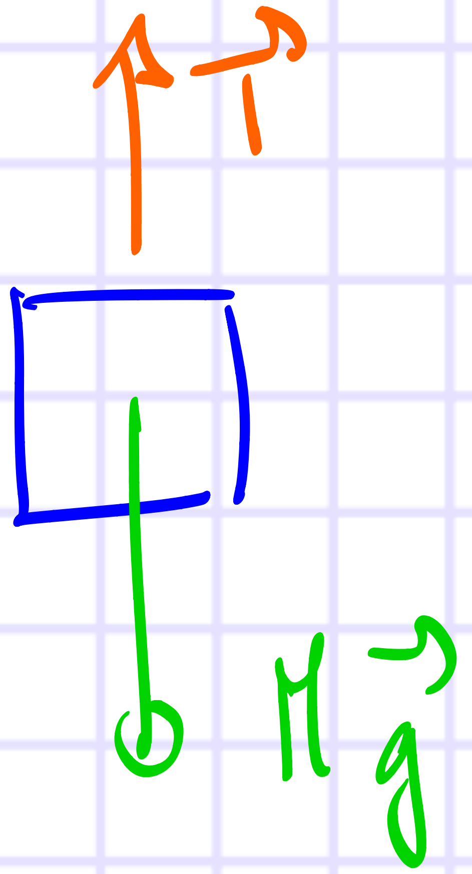
quizz

On considère l'expérience suivante: une ficelle est entourée autour de l'axe d'un objet qu'elle peut mettre en rotation grâce à une masse qui exerce une tension sur la ficelle. Lorsque le moment d'inertie de l'objet est plus grand, l'accélération angulaire est plus faible. Que peut-on dire du moment exercé par la ficelle sur l'axe ?



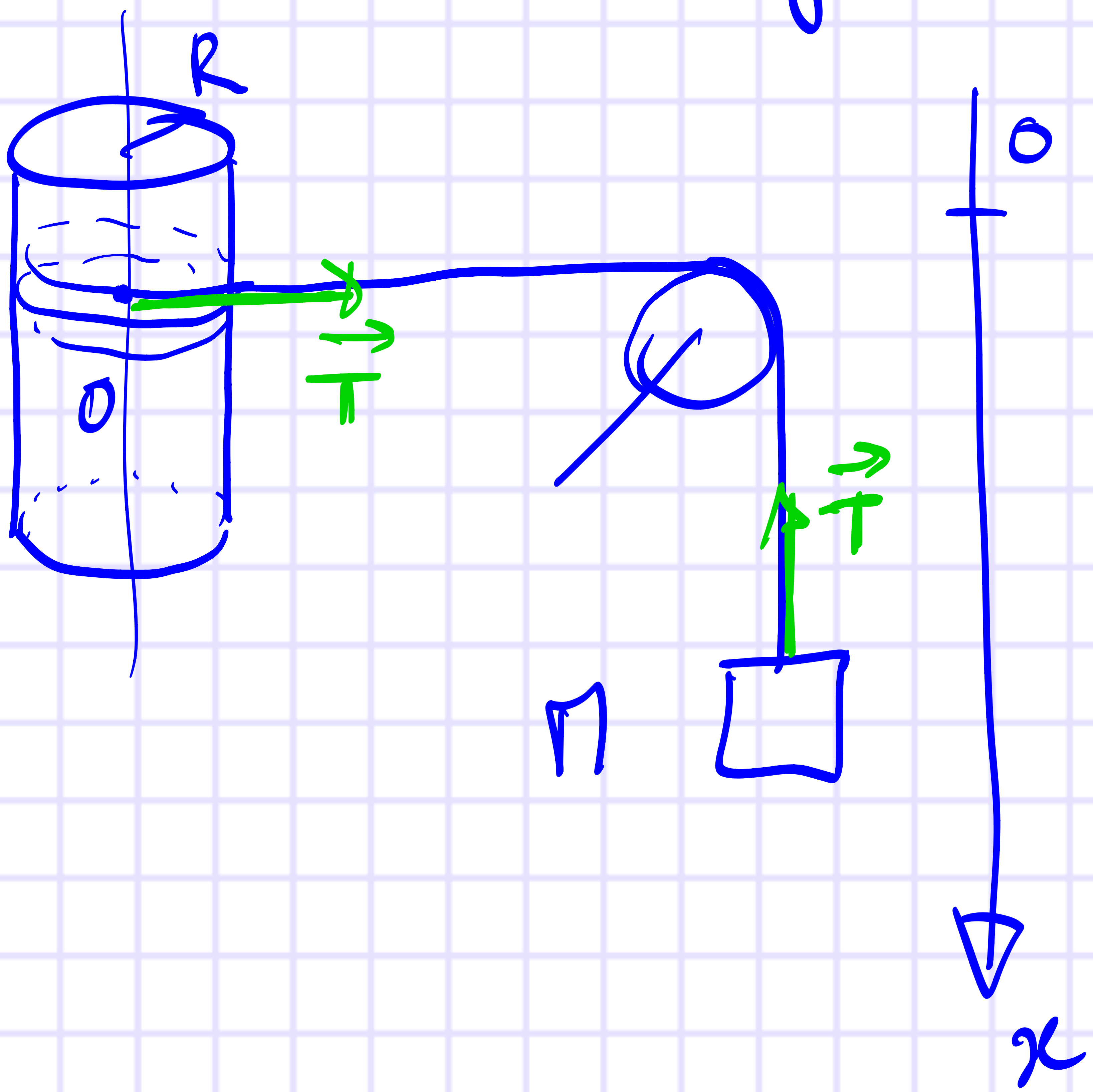


- Il est nul dans tous les cas 0%
- Il est identique dans les deux cas 0%
- Il est plus grand quand le moment d'inertie est plus faible (l'acceleration angulaire est plus grande) 0% → a de M aussi + grande
- ✗ Il est plus grand quand le moment d'inertie est plus grand (et que l'acceleration angulaire est plus faible) 0% → a de M est + faible



Manips

But : calculer l'accélération a de M et la tension T en fonction de M, la masse, I_0 moment d'inertie de l'objet en rotation et R rayon du cylindre sur lequel on entoure la ficelle



__1 moyen__ : $\begin{cases} \sum \vec{F} = M\vec{a} & \text{sur la masse} \\ \sum \vec{\mathcal{M}}_O = \dfrac{d\vec{L}_O}{dt} & \text{sur cylindre} \end{cases}$

T ?? lien entre α du cylindre
a de la masse

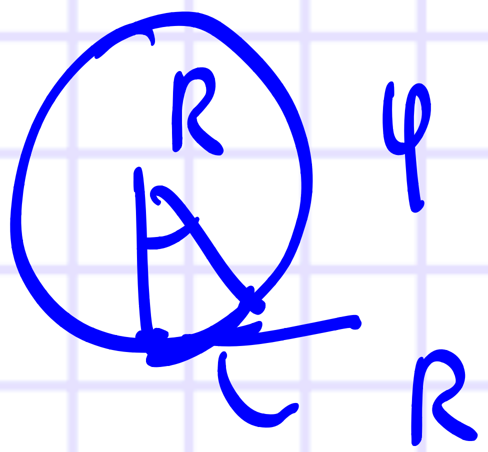
__2 moyen__ : énergie

← énergie potentielle $-Mgx$

Energie : E_{rot} dans le cylindre $\frac{1}{2} I_0 \omega^2$

E_{cin} dans M en translation $\frac{1}{2} M v^2$

$E_p = -Mgx$



$R\varphi = x$

$R\omega = v$

$R\alpha = a$

$$E_{mec} = E_{rot} + E_{cin} + E_p = \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + \frac{1}{2} M v^2 - Mgx = cte$$

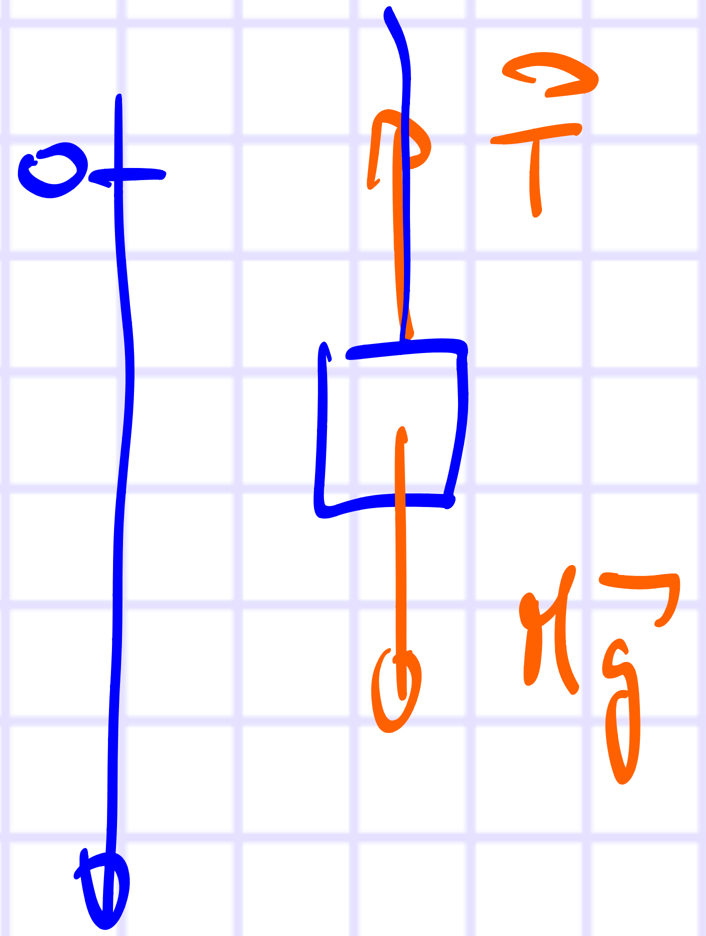
$$\frac{dE_m}{dt} = \cancel{\tfrac{1}{2}} I_0 \cancel{2} \omega \dot{\omega} + \cancel{\tfrac{1}{2}} M \cancel{2} v \dot{v} - Mgv = \cancel{cte} = 0$$

$$I_0 \cancel{\omega} \dot{\omega} + M R \cancel{\omega} R \dot{\omega} - MgR\cancel{\omega} = 0$$

$$(I_0 + MR^2)\dot{\omega} = MgR \qquad R\dot{\omega} = \frac{MgR^2}{I_0 + MR^2}$$

$$a = g \cdot \frac{MR^2}{I_0 + MR^2} = g \cdot \boxed{\frac{1}{1 + \frac{I_0}{MR^2}}}$$

2- Calculer Tension T → on s'intéresse à M



$$\sum \vec{F} = M\vec{a} \Rightarrow Mg - T = Mg \frac{1}{1+\frac{I_0}{MR^2}}$$

$$T = Mg - Mg \frac{1}{1+\frac{I_0}{MR^2}}$$

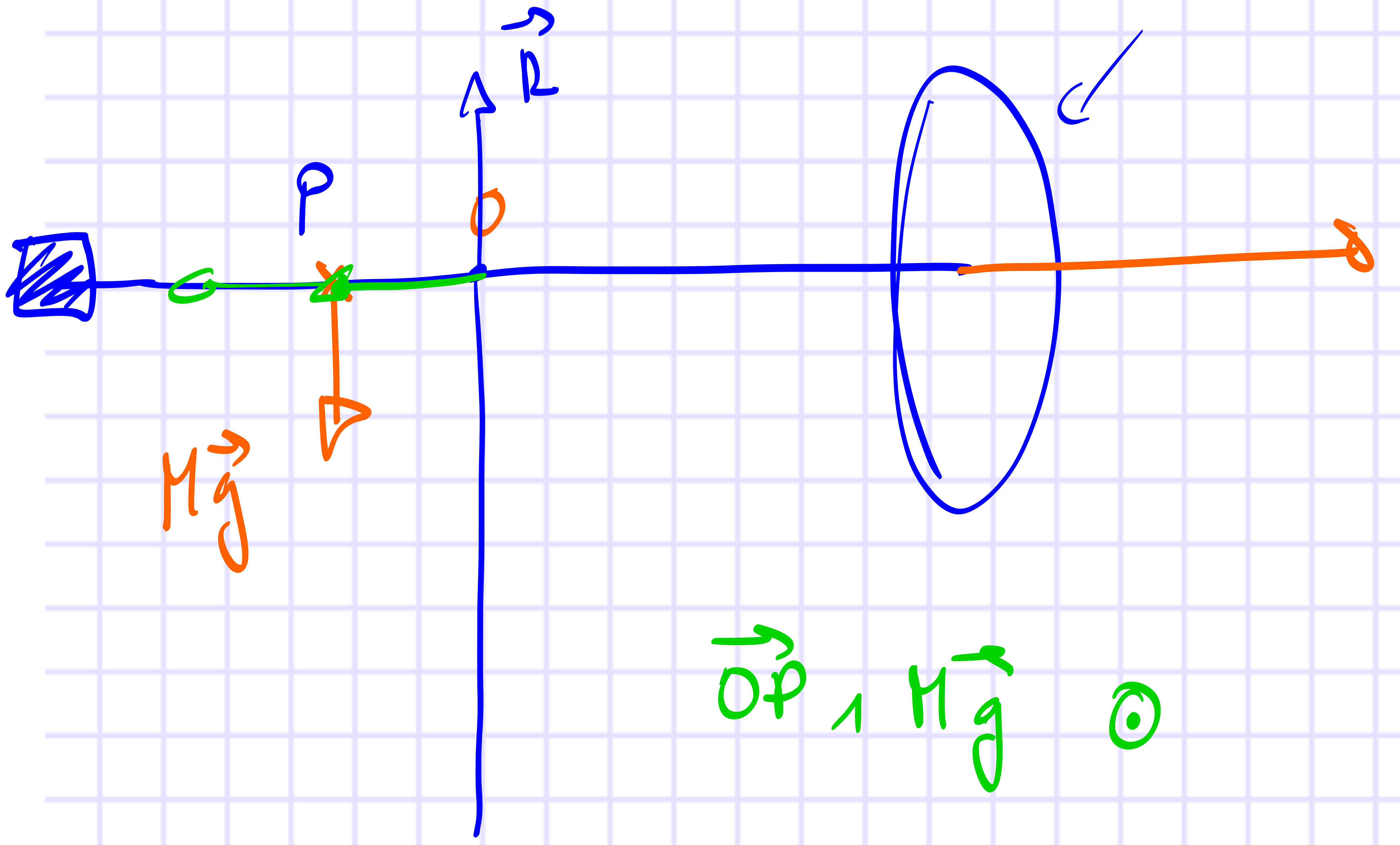
$$T = Mg \left[\frac{\cancel{1} + \frac{I_0}{MR^2} - \cancel{1}}{1+\frac{I_0}{MR^2}} \right] \qquad T = Mg \frac{1}{1+\frac{MR^2}{I_0}}$$

Si $I_0 \nearrow$ $\frac{MR^2}{I_0} \searrow$ donc $\frac{1}{1+\frac{MR^2}{I_0}} \nearrow$ donc $T \nearrow$

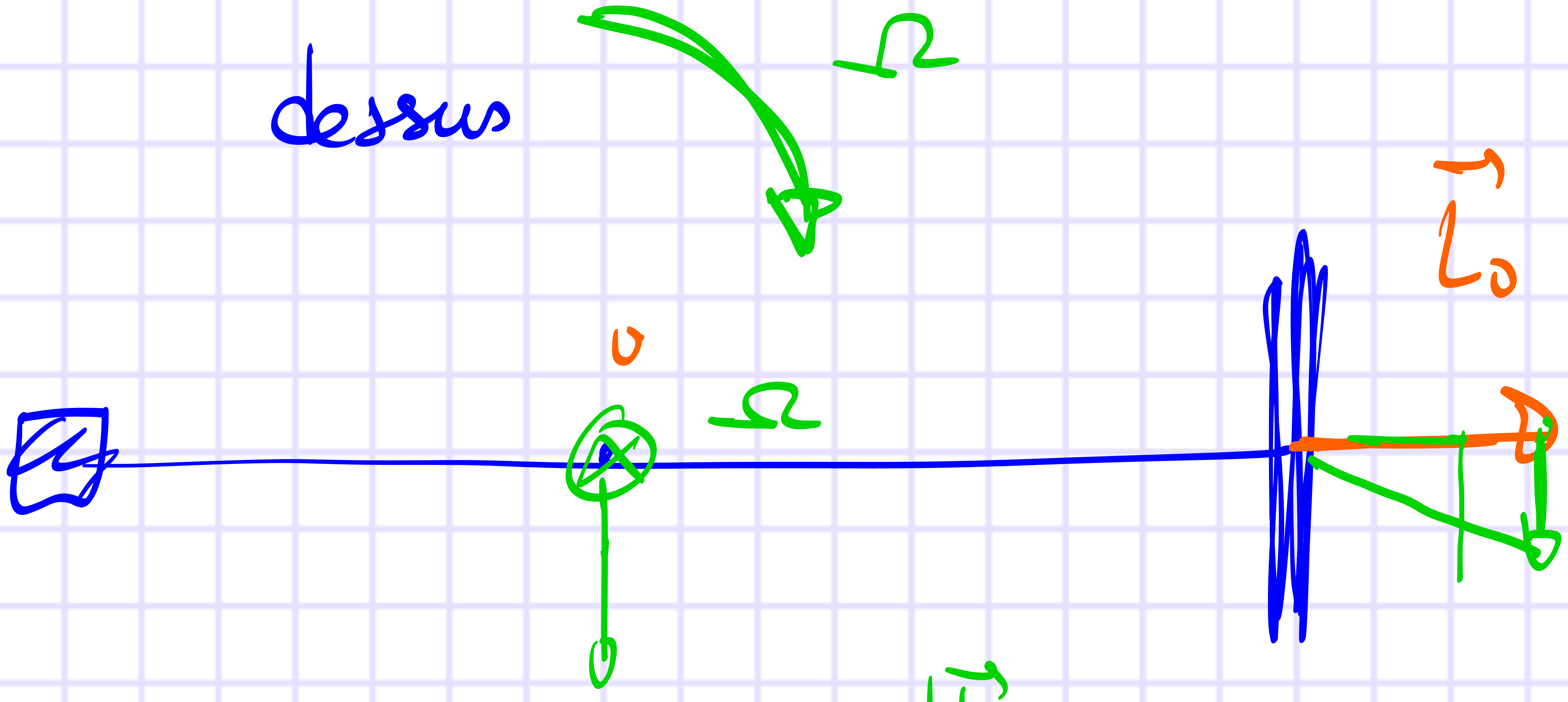
quizz

ω rotation du disque

$$\sum \vec{M}_O = \frac{d\vec{L}_O}{dt}$$



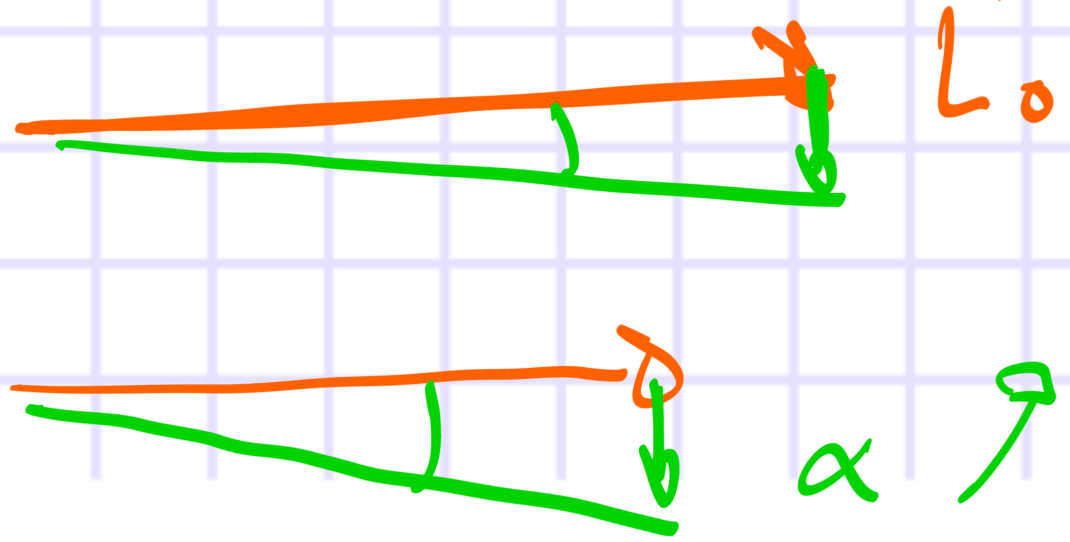
$\vec{OP} \wedge M\vec{g}$ ⊙



$\vec{OP} \wedge M\vec{g} = \frac{d\vec{L}_O}{dt}$

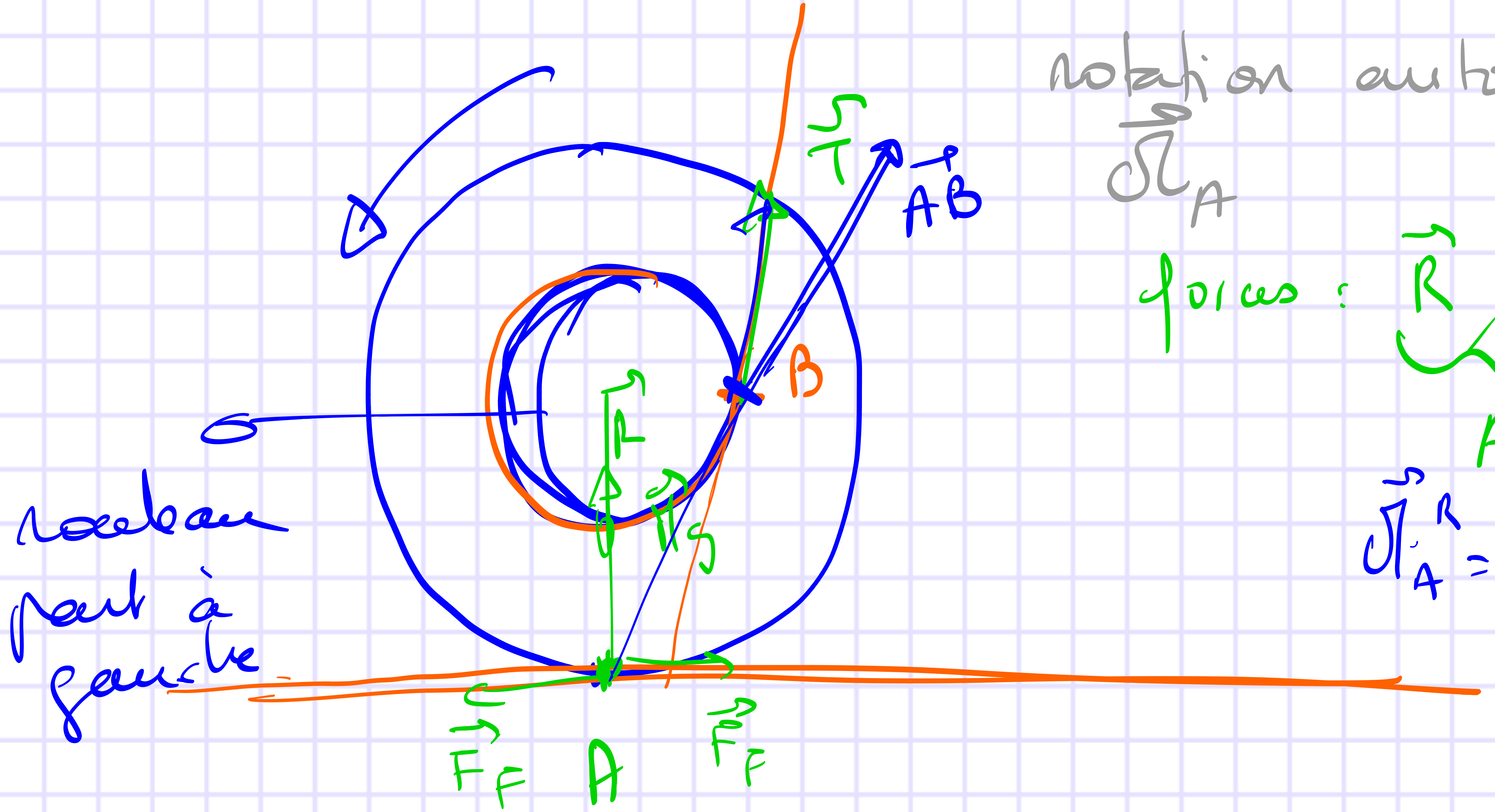
si $\omega \searrow$

$L_O \searrow$



$\alpha \nearrow$ $\quad \frac{d\alpha}{dt} \nearrow$ $\quad \Omega \nearrow$

quizz



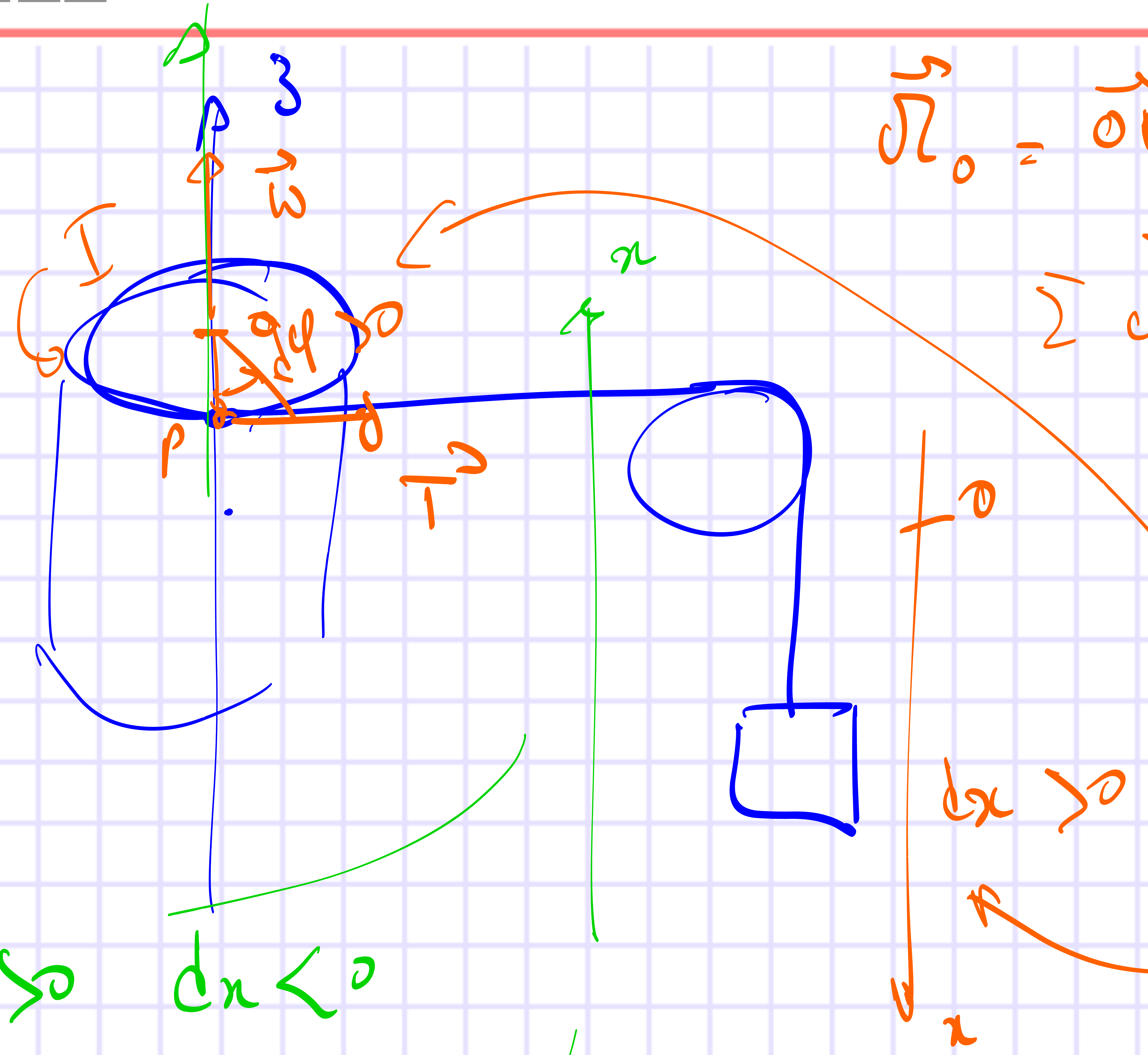
rotation autour de A

$\vec{\Omega}_A$

forces : $\underbrace{\vec{R}, \vec{F}_F}_{A}$, $\underbrace{\vec{\Pi}_S}_{G}$, $\underbrace{\vec{T}}_{B}$

$\vec{\Omega}_A^{R} = \vec{\Omega}_A^{F_F} = \vec{0}$ $\quad \vec{\Omega}_A^{\Pi_S} = \vec{0}$

$\vec{\Omega}_A^{T} = \vec{AB} \wedge \vec{T}$



$$\vec{\Omega}_o = \vec{OP} \wedge \vec{T} = R T \vec{e}_3$$

$$\sum \vec{\Omega}_o = \frac{d\vec{L}_o}{dt} \qquad \vec{L}_o = I_o \vec{\omega}$$

$$R\omega = v$$

$d\varphi > 0 \quad dx < 0$

$R\omega = -v$