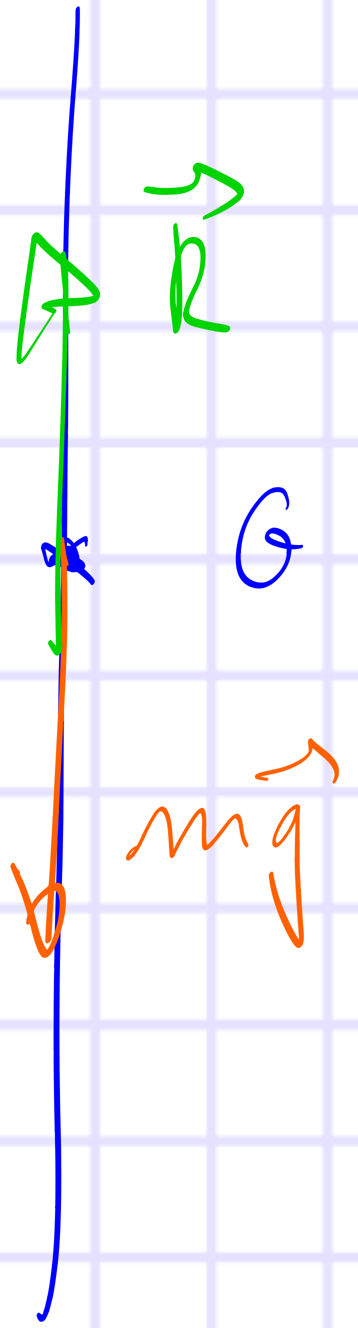
Mécanique générale, classe inversée.

2-3 Décembre 2025

Tabouret

Votre prof tourne sur son tabouret, bras écartés. Quand elle ramène les bras près du corps, la vitesse de rotation augmente. Que peut-on dire de son moment cinétique ?

- Il augmente puisqu'elle va plus vite — 0%
- Il diminue, puisque les bras sont plus près du corps — 0%
- X Il reste constant — 0%



$\sum \vec{\Gamma}^{ext} = \vec{0}$

$\vec{L}_O$

$L_O = cte$

$L_O = I\omega$

Tabouret

Votre prof tourne sur son tabouret, bras écartés. Quand elle ramène les bras près du corps, la vitesse de rotation augmente. Que peut-on dire de son moment d'inertie?

I ↘

- Il augmente puisqu'elle va plus vite — 0% 21
- Il diminue, puisque les bras sont plus près du corps — 0% 71%
- Il reste constant — 0%

Tabouret

Votre prof tourne sur son tabouret, bras écartés. Quand elle ramène les bras près du corps, la vitesse de rotation augmente. Que peut-on dire de son energie de rotation?

Elle augmente	45%
Elle diminue	5%
Elle reste constante	48%

88 votes • Final results

E_{rot} ?

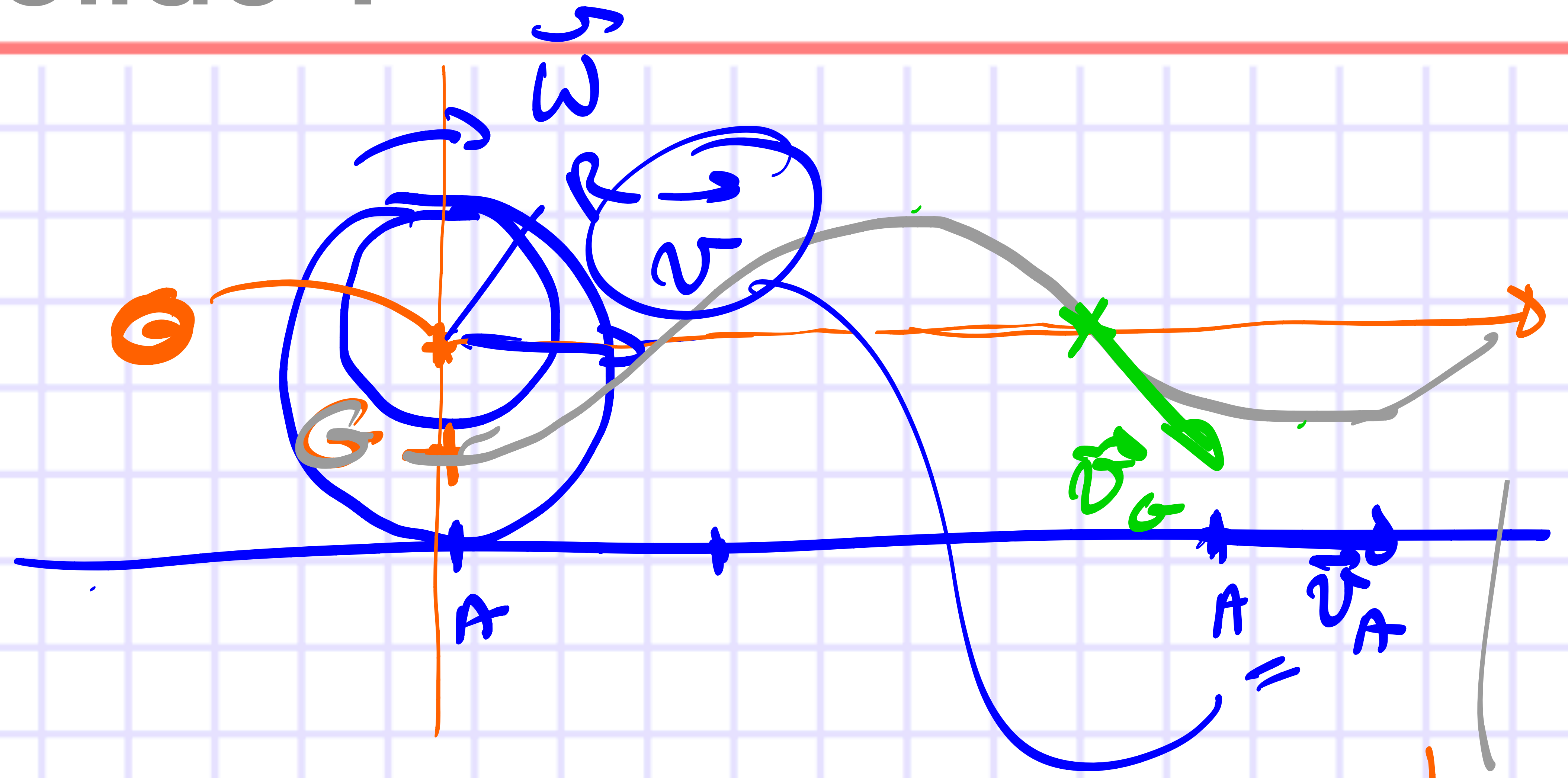
$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$

$I \searrow \quad \omega \nearrow$ donc $\omega^2 \nearrow$

$I\omega = cte = L_0$

$E_{rot} = \frac{1}{2} \underbrace{I\omega}_{L_0} \omega = \underbrace{\frac{1}{2} L_0}_{cte} \underbrace{\omega}_{\nearrow}$

Solide 1



ligne de déplacement de O

$v_O = R\,\omega$

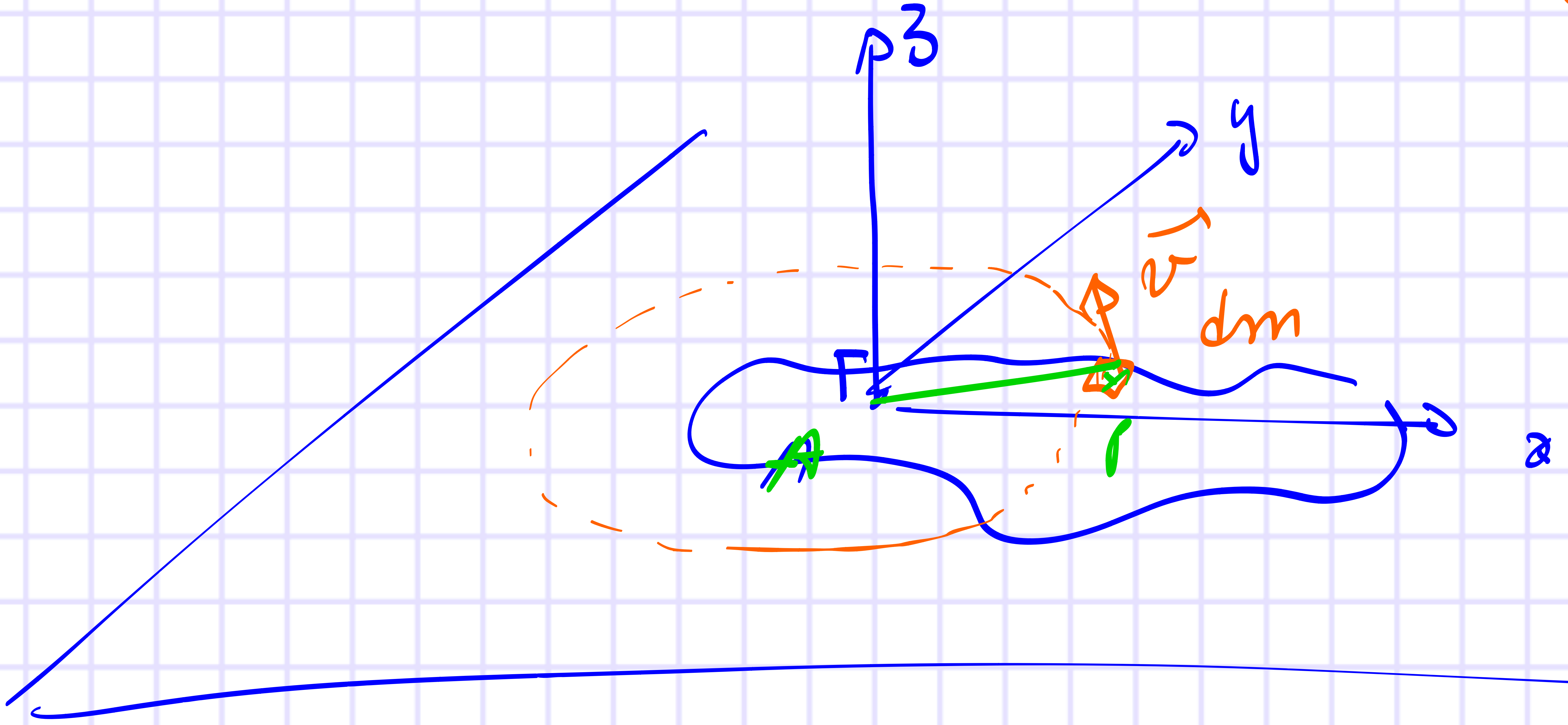
ligne de déplacement de G

$\cancel{\vec{v}_A \,//\, \vec{v}_G}$

$\cancel{\sum \vec{\Omega}_A = \dfrac{d\vec{L}_A}{dt}}$

Solide 1

barre + disque dans le plan $(A, \vec{x}, \vec{y})$ reste dans ce plan lors du mouvement



dm → vitesse $\vec{v}$ ∈ plan

$\overrightarrow{AP}$ ∈ plan

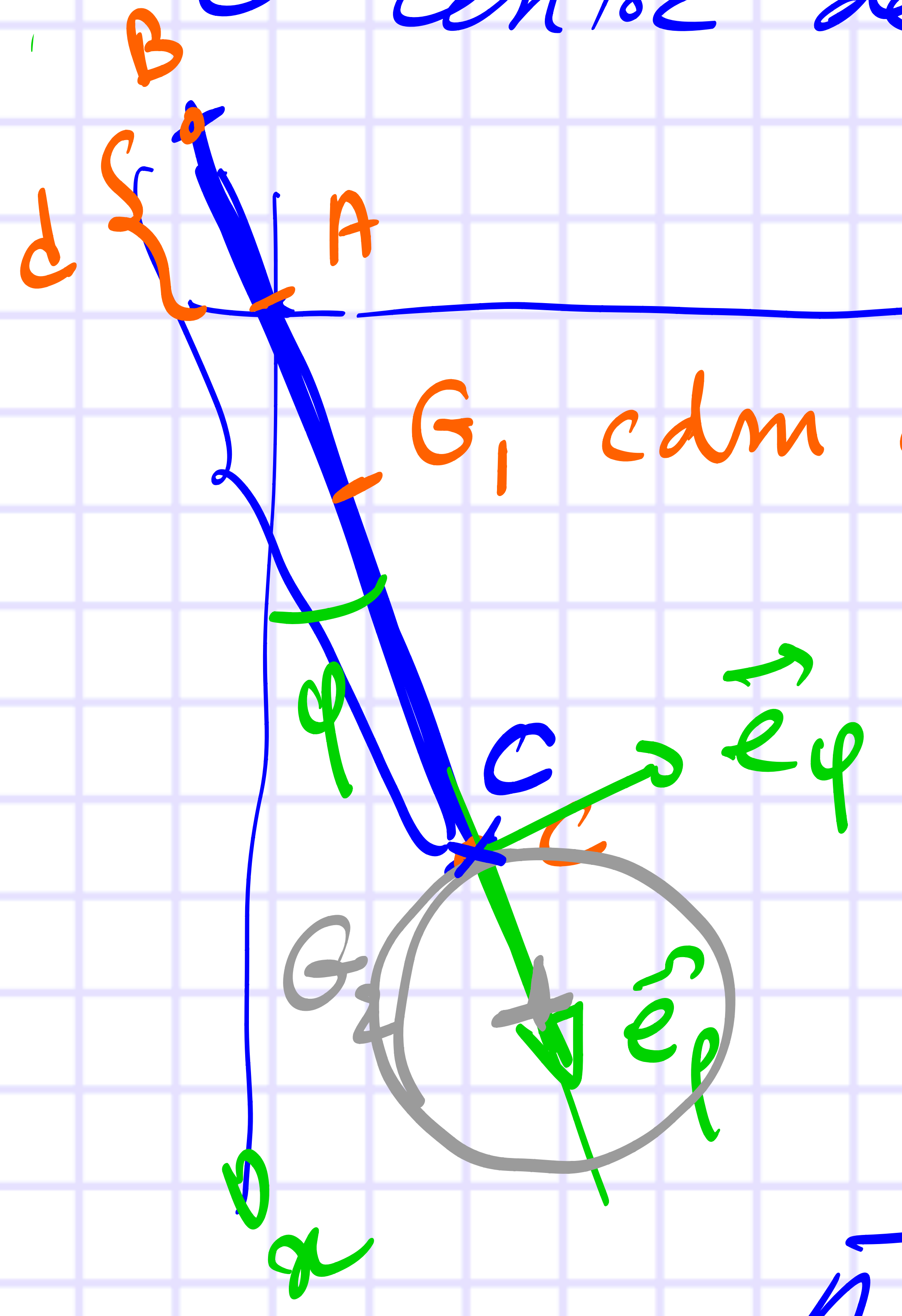
$\overrightarrow{AP} \wedge (dm\,\vec{v}) = d\vec{L}_A \perp$ plan

$d\vec{L}_A \,/\!/\, (Az)$

$\leftarrow (A, x, y)$

$\vec{\omega}$ aussi $/\!/ \; (Az) \Rightarrow d\vec{L}_A \,/\!/\, \vec{\omega}$!

$\vec{L}_A \,/\!/\, \vec{\omega} \Rightarrow$ (Az est principal d'inertie) $\quad \vec{L}_A = I_A \vec{\omega}$



G centre de masse du solide entier $\vec{AG}$

$$\vec{AG_1} = \vec{BG_1} + \vec{AB}$$
$$= \frac{\ell}{2}\vec{e}_\rho + -d\vec{e}_\rho = \left(\frac{\ell}{2} - d\right)\vec{e}_\rho$$

$\vec{AG_2}$ G_2 : cdm du disque

$$\vec{AG_2} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CG_2}$$
$$= -d\vec{e}_\rho + \ell\vec{e}_\rho + R\vec{e}_\rho = (\ell + R - d)\vec{e}_\rho$$

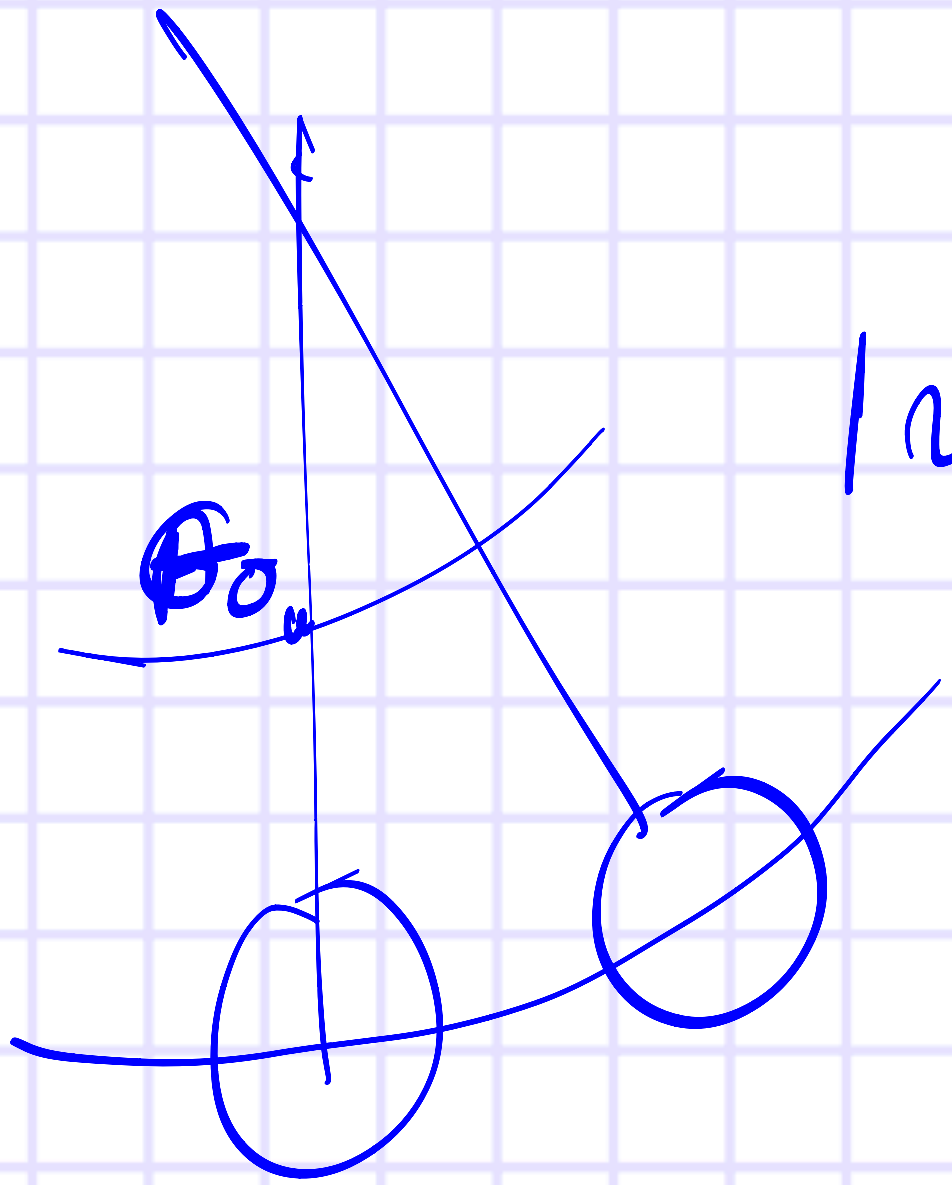
$$\vec{AG} = \frac{m\vec{AG_1} + M\vec{AG_2}}{m+M}$$

$$\vec{AG} = \frac{m\left(\frac{\ell}{2} - d\right)\vec{e}_\rho + M(\ell + R - d)\vec{e}_\rho}{m+M} \Bigg\} \Rightarrow \boxed{d_{AG} = \frac{m\left(\frac{\ell}{2} - d\right) + M(\ell + R - d)}{m+M}}$$

$$\Sigma \vec{F} = (m+\Pi)\,\vec{a}_G = \vec{N} + (m+\Pi)\,\vec{g}$$

$$T$$

$$\Rightarrow \vec{N} = (m+\Pi)\,\vec{a}_G - (m+\Pi)\,\vec{g}$$



$|v_G|$ max en G_0 $\rightarrow$ $a_\tau = 0$ $\Rightarrow$ a_n vertical

Solide 1

$$I_A^{tot} = I_A^{barre} + I_A^{disque}$$

$$I_A^{barre} = \underbrace{I_{G_1}^{barre} + m\, d_{AG_1}^2}_{\text{Steiner}}$$

$$= \frac{1}{12} m \ell^2 + m\, d_{AG_1}^2$$

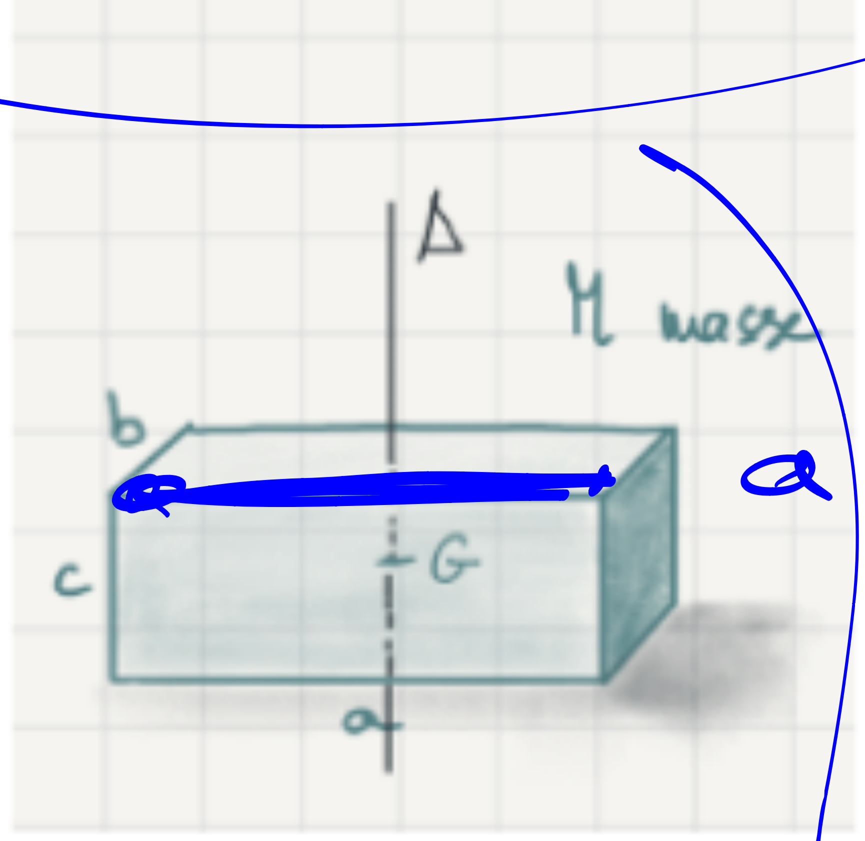
$$I_A^{barre} = \frac{1}{12} m \ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2} - d\right)^2$$

$$I_A^{disque} = I_{G_2}^{disque} + M\left(d_{AG_2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} M R^2 + M\left(\ell - d + R\right)^2$$

$$\boxed{I_A = \frac{1}{12} m \ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2} - d\right)^2 + \frac{1}{2} M R^2 + M\left(\ell - d + R\right)^2}$$

parallélépipède homogène
$I_\Delta = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$

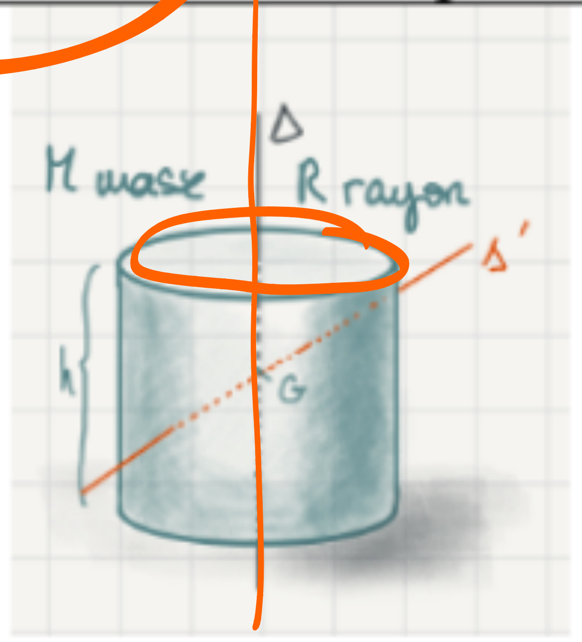


$a = \ell$

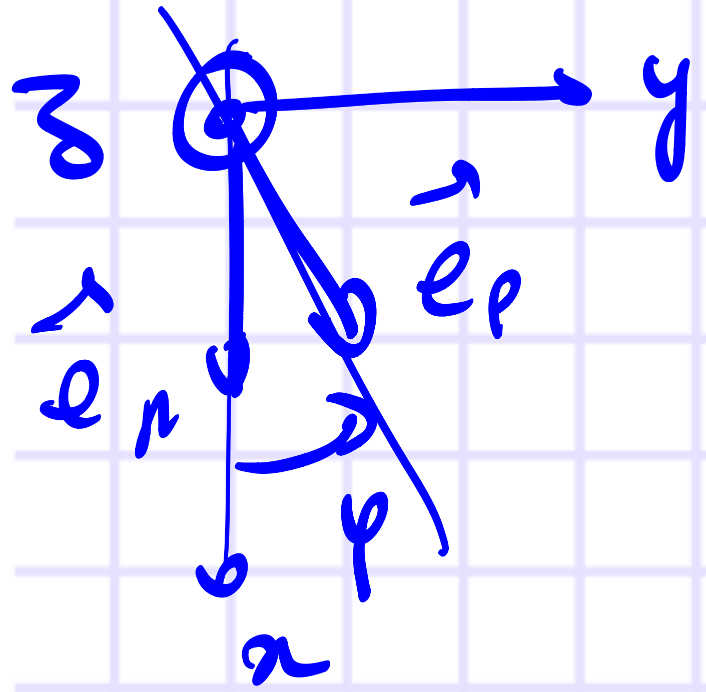
barre : $b = c = 0$

$\to I_G \frac{1}{12} M \ell^2$

cylindre homogène	
$I_\Delta = \frac{1}{2} M R^2$	$I_{\Delta'} = \frac{1}{4} M\left(R^2 + \frac{h^2}{3}\right)$



$$\sum \vec{\mathcal{M}}_A = \frac{d\vec{L}_A}{dt} = \underbrace{\cancel{\vec{AA} \wedge \vec{N}}}_{\vec{0}} + \vec{AG} \wedge (m+M)\vec{g} = d_{AG}\,\vec{e}_\rho \wedge (m+M) g\,\vec{e}_x$$



$$\vec{e}_\rho \wedge \vec{e}_x = -\sin\varphi\,\vec{e}_z$$

Autre méthode : exprimer $\vec{e}_\rho = \cos\varphi\,\vec{e}_x + \sin\varphi\,\vec{e}_y$

$$\vec{e}_\rho \wedge \vec{e}_x = \Big(\cos\varphi\,\underbrace{\cancel{\vec{e}_x \wedge \vec{e}_x}}_{\vec{0}} + \sin\varphi\,\vec{e}_y \wedge \vec{e}_x\Big) = +\sin\varphi\,(-\vec{e}_z) = -\sin\varphi\,\vec{e}_z$$

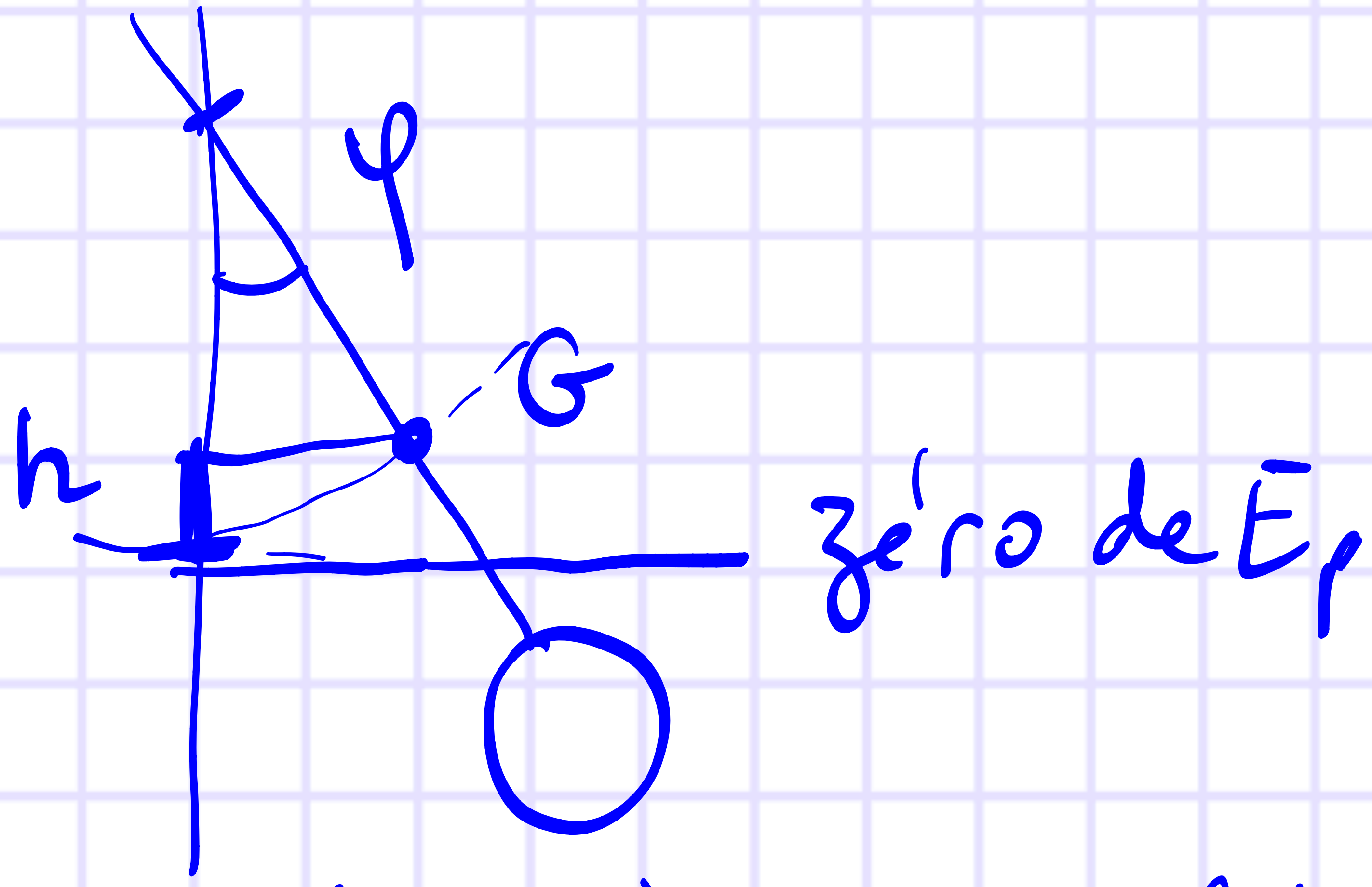
$$\sum \vec{\mathcal{M}}_A = -d_{AG}(m+M) g \sin\varphi\,\vec{e}_z$$

$\frac{d\vec{L}_A}{dt}$? $\quad \vec{L}_A = I_A \vec{\omega} = I_A \dot{\varphi}\,\vec{e}_z \rightarrow \frac{d\vec{L}_A}{dt} = I_A \ddot{\varphi}\,\vec{e}_z$

$$\Rightarrow -d_{AG}(m+M) g \sin\varphi\,\vec{e}_z = I_A \ddot{\varphi}\,\vec{e}_z$$

Solide 1

Avec l'énergie ?



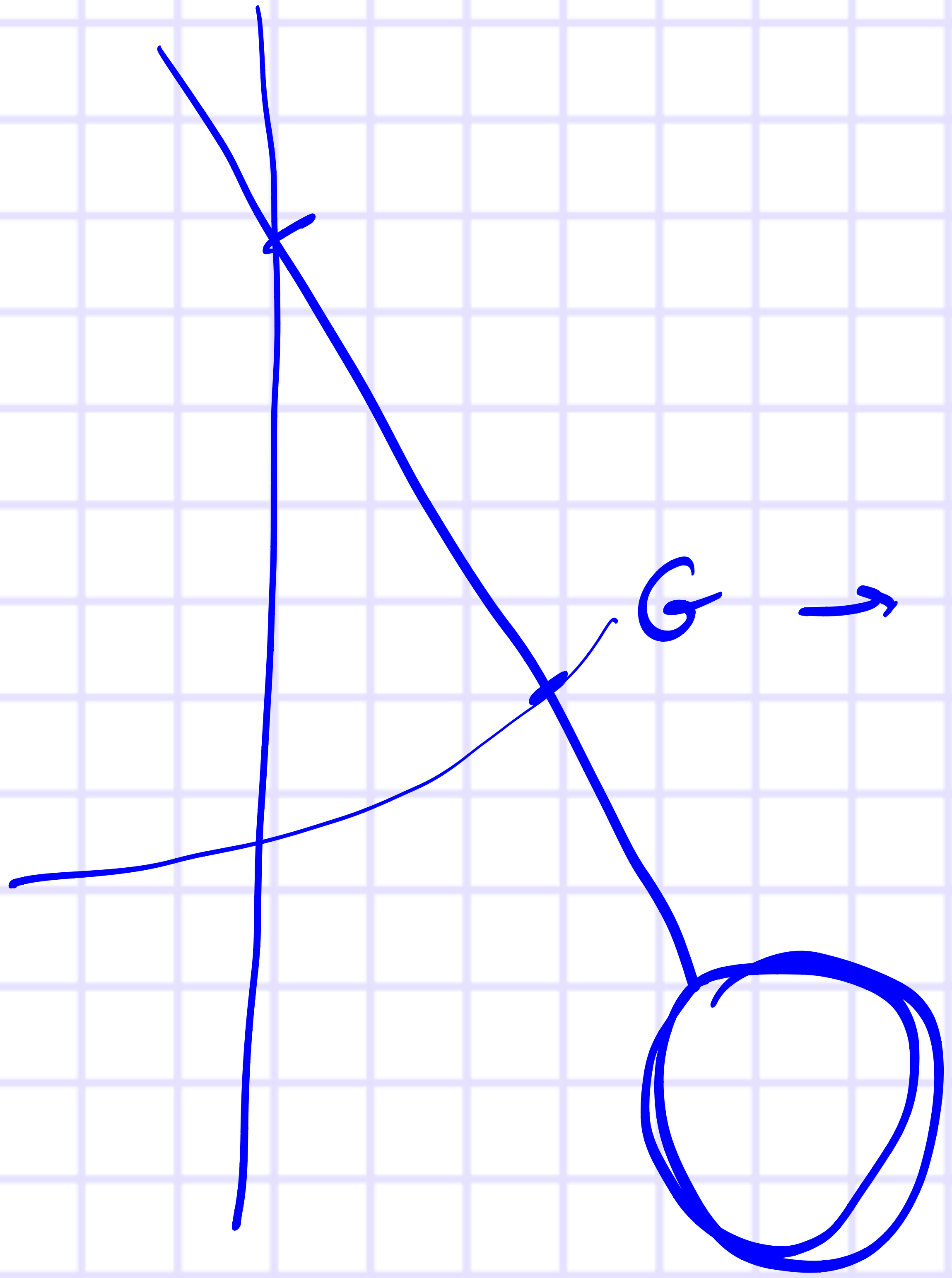
$$E_{mec} = E_{pot} + E_{rot} = cte$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{pot} = (m+M)\, g\, h = (m+M)\, g\, d_{AG} (1 - \cos\varphi) \\ E_{rot} = \frac{1}{2} I_A \omega^2 = \frac{1}{2} I_A \dot{\varphi}^2 \end{array} \right.$$

$$(m+M)\, g\, d_{AG} (1 - \cos\varphi) + \frac{1}{2} I_A \dot{\varphi}^2 = E_m = cte\ (t) \quad \frac{d}{dt}$$

$$(m+M)\, g\, d_{AG} \left(\cancel{\dot{\varphi}} \sin\varphi(t)\right) + \cancel{\frac{1}{2}} I_A \cancel{2} \cancel{\dot{\varphi}} \ddot{\varphi} = 0$$

$$I_A \ddot{\varphi} + (m+M)\, g\, d_{AG} \sin\varphi = 0$$



$$v_G = d_{AG}\,\dot{\varphi} \Rightarrow E_{c,trans} = \frac{1}{2}(m+M)\left(d_{AG}\,\dot{\varphi}\right)^2$$

$$E_{mec} = E_{c,trans} + E_{rot\,G} + E_p$$

$$E_{rot,G} = \frac{1}{2} I_G\,\omega^2$$

$$I_A = I_G + (m+M)d_{AG}^2 \Rightarrow I_G = I_A - (m+M)\,d_{AG}^2$$

$$E_{mec} = E_p + \cancel{\frac{1}{2}(m+M)\,d_{AG}^2\,\dot{\varphi}^2} + \frac{1}{2}\left(I_A - \cancel{(m+M)\,d_{AG}^2}\right)\dot{\varphi}^2$$