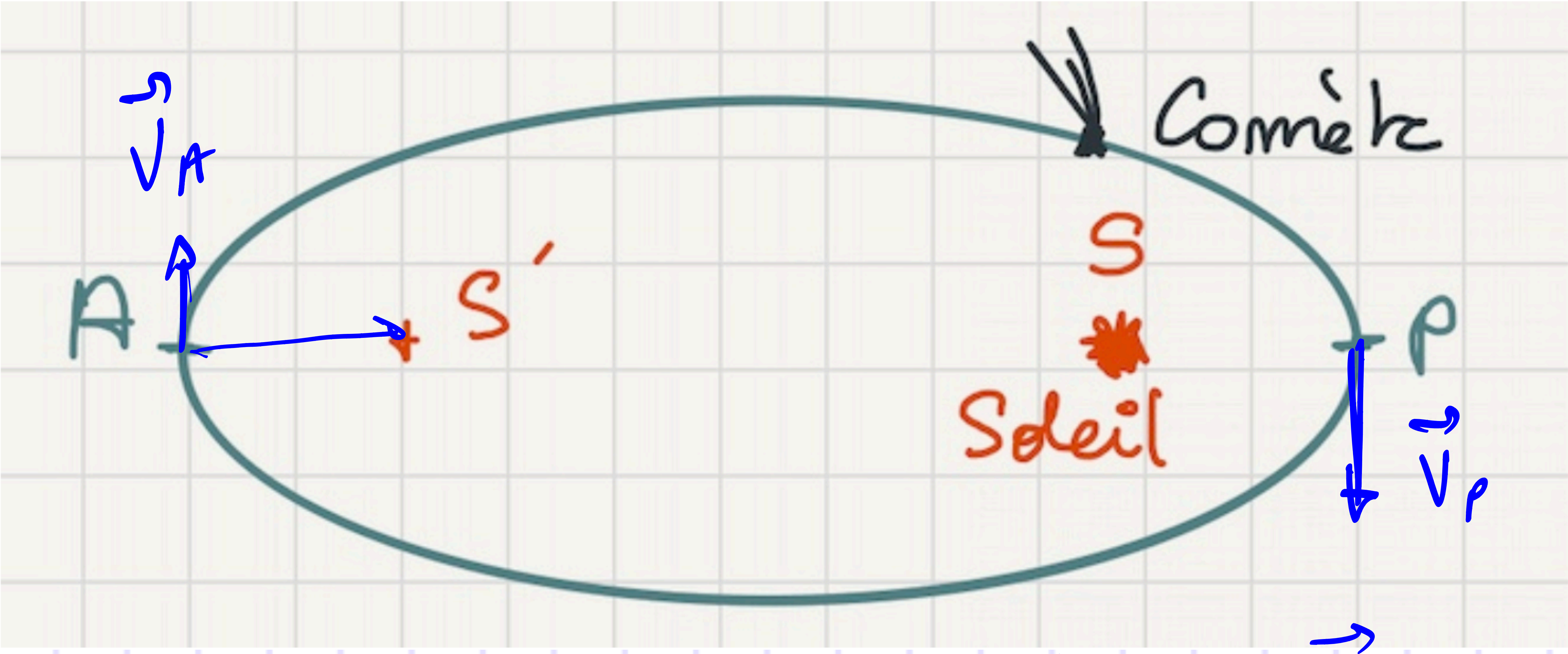
Mécanique générale, classe inversée.

2~~7~~ Novembre 202~~4~~

5 5

Comète



$$\sum \vec{\mathcal{M}}_S = \frac{d\vec{L}_S}{dt} \qquad \sum \vec{\mathcal{M}}_{S'} = \frac{d\vec{L}_{S'}}{dt}$$

$$\left|\vec{S'A} \wedge (m\vec{v}_A)\right| = S'A \cdot m v_A \quad \text{car } \vec{S'A} \perp \vec{v}_A$$

$$\wedge$$

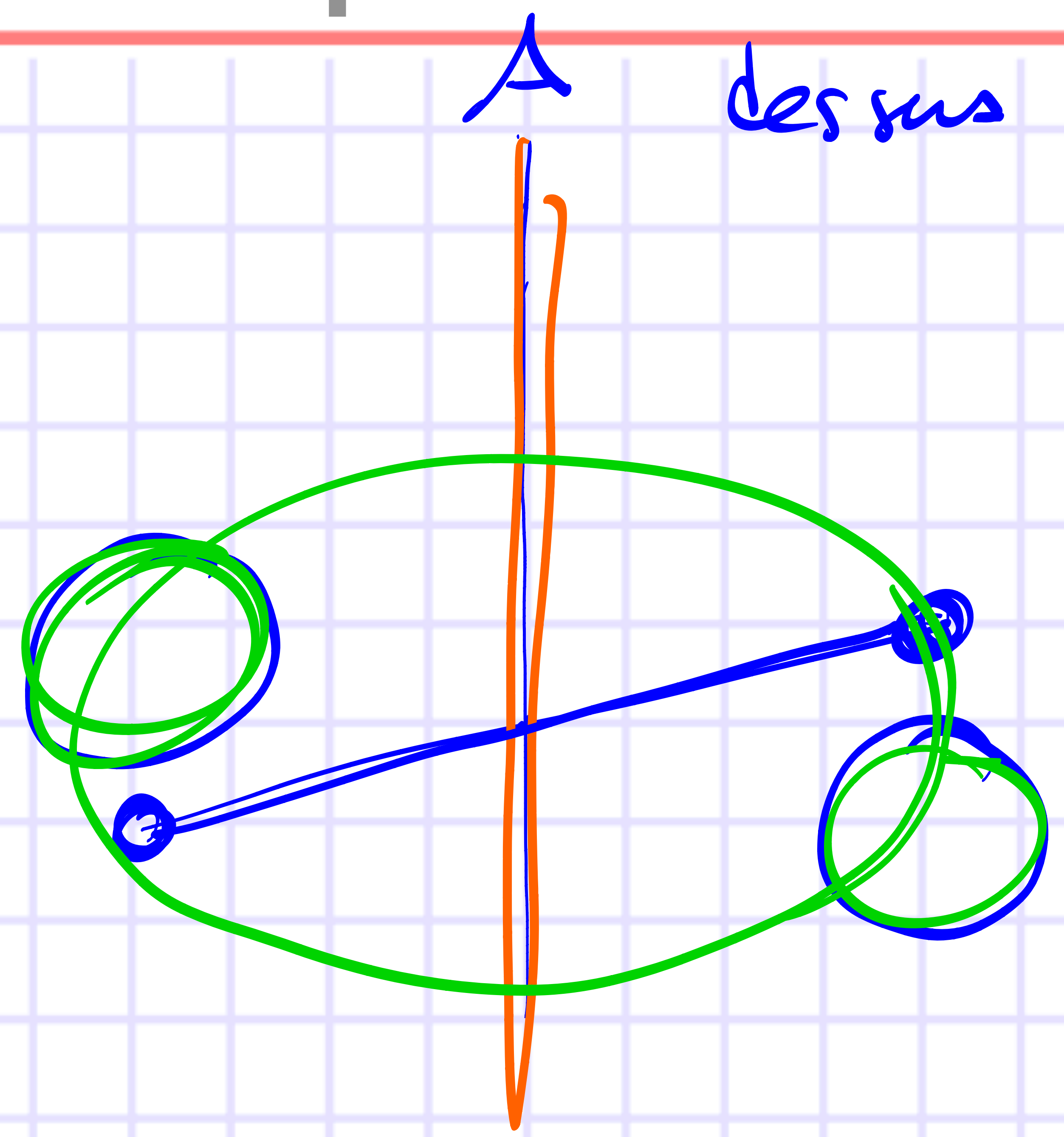
$$\left|\vec{S'P} \wedge (m\vec{v}_P)\right| = S'P \cdot m v_P$$

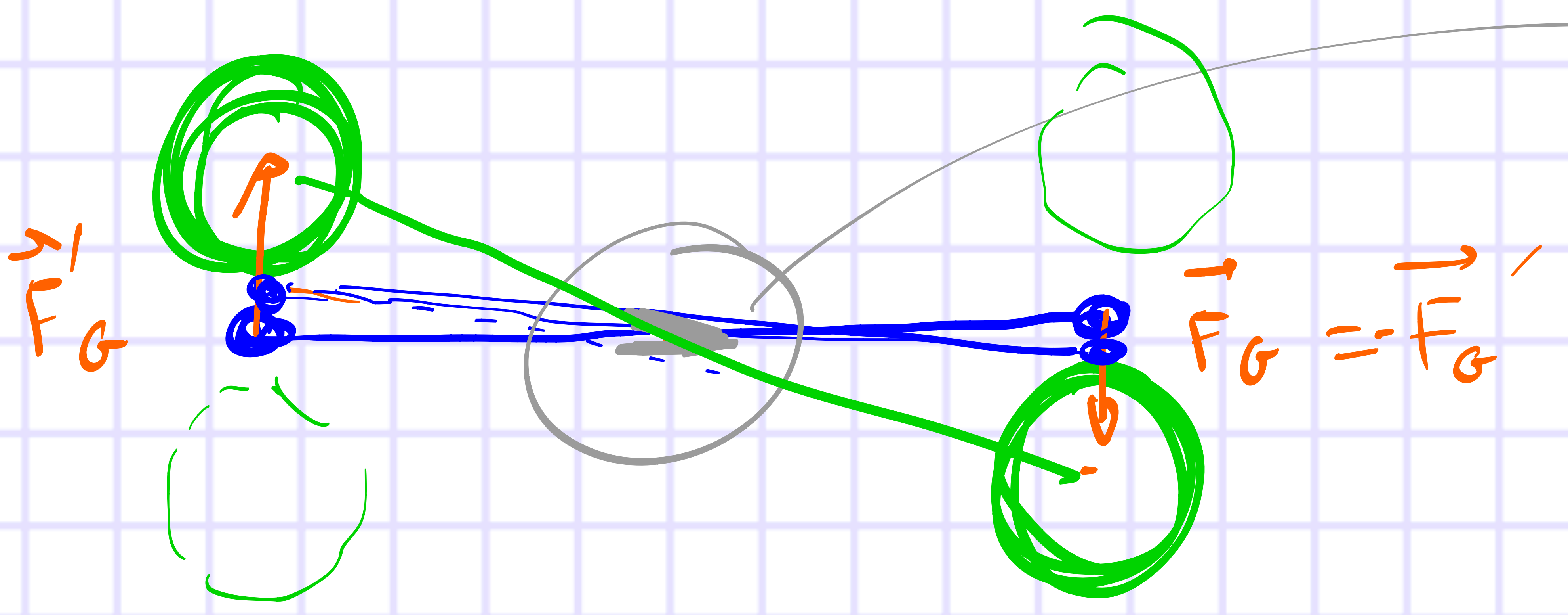
Une comète a une orbite elliptique autour du Soleil, situé en S, un des foyers de l'ellipse On considère son moment cinétique par rapport à l'autre foyer S', on compare la norme du moment cinétique $L_{S'}$ en A (Aphélie) et P (Périhélie):

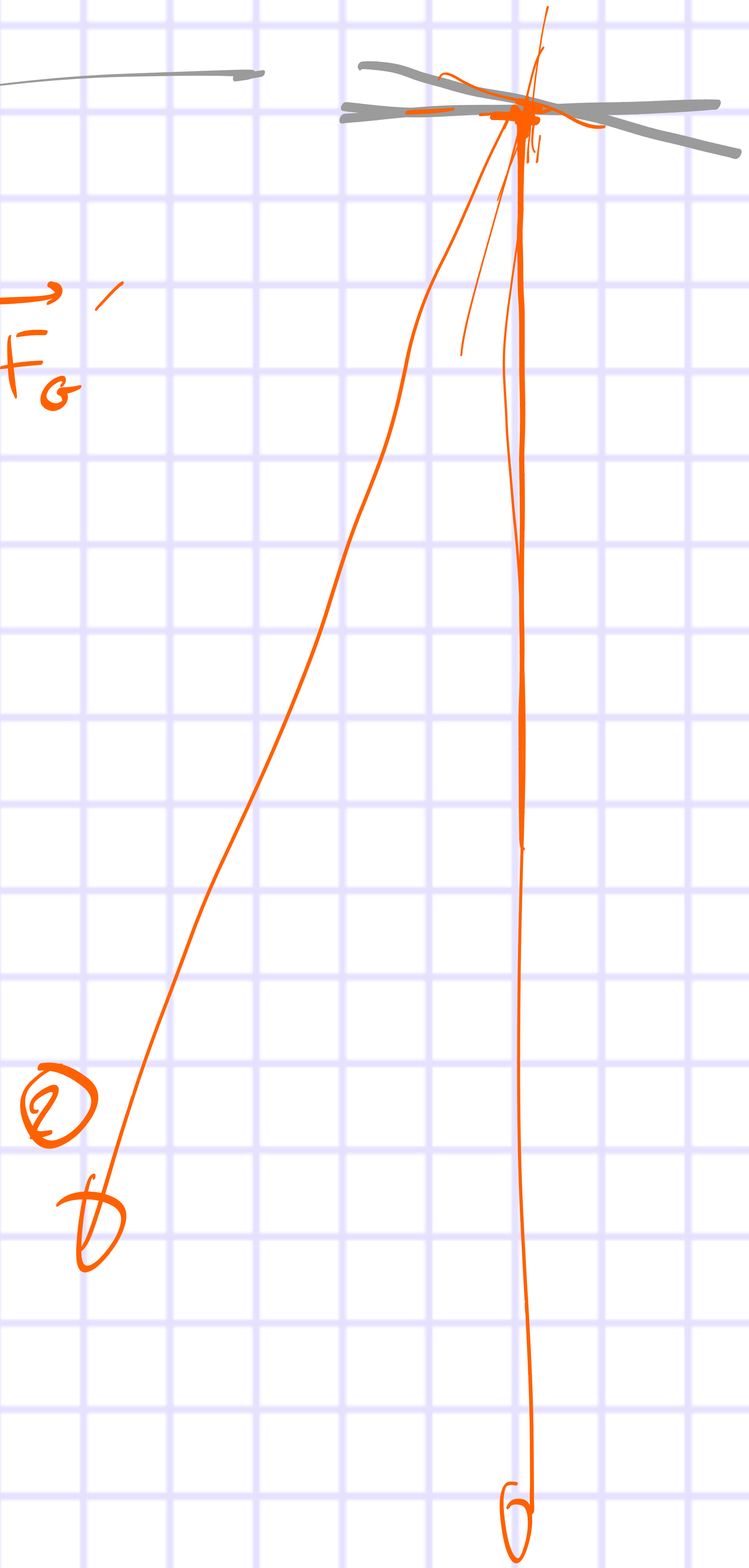
- C'est le même en A et P, car le moment cinétique d'un corps soumis à une force centrale est constant — 0%
- Il est plus grand en P — 0%
- Il est plus grand en A — 0%

Manips

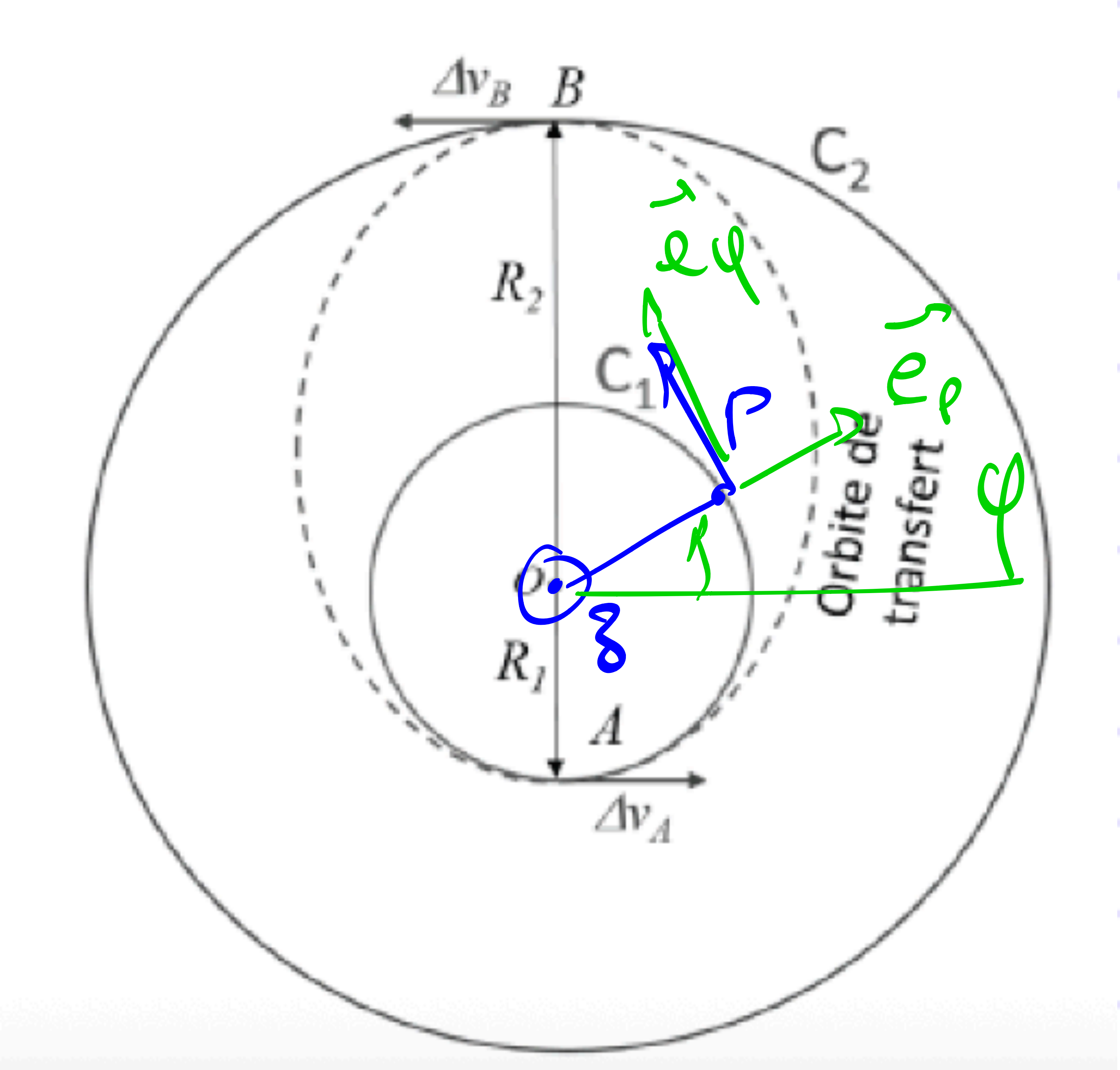
Cavendish







Exercice d'application gravitation



1 - sur l'orbite C_1 conservation de $\vec{L}_O$

$\vec{L}_O = \vec{cte} = \vec{OP} \wedge m\vec{V}_1$ $\quad \vec{OP} \perp \vec{V}_1$

$= R_1 m V_1 \vec{e}_z$

$L_O = R_1 m V_1 = cte \quad V_1 = \dfrac{L_O}{mR_1} = cte$

$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}_G = \dfrac{GMm}{R_1^2}(-\vec{e}_\rho) =$

$-\dfrac{GMm}{R_1^2}\vec{e}_\rho = \left(-\dfrac{V_1^2}{R_1}\vec{e}_\rho + \dfrac{dV_1}{dt}\vec{e}_\varphi\right) m$

sur $\vec{e}_\varphi \Rightarrow m\dfrac{dV_1}{dt} = 0 \Rightarrow V_1 = cte$ / sur $\vec{e}_\rho$ $-\dfrac{GM\cancel{m}}{R_1^{\cancel{2}}} = -\dfrac{V_1^2}{\cancel{R_1}}\cancel{m}$ $\quad V_1^2 = \dfrac{GM}{R_1}$

$\Rightarrow V_1 = cte$

2 -

$V_1 = \sqrt{\dfrac{GM}{R_1}}$

Exercice d'application gravitation

3 – E_1 = Emec sur C_1 $\qquad E_1 = E_c + E_p$

$$E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \left(-\frac{GMm}{R_1}\right) = \frac{1}{2} m \frac{GM}{R_1} - \frac{GMm}{R_1} = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{R_1}$$

4 – Gravitation force conservative $\qquad W_{12}^{grav} = E_{p1} - E_{p2}$

$$= -\frac{GMm}{R_1} - \left(-\frac{GMm}{R_2}\right)$$

$$W_{12}^{grav} = GMm\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

5 v_B en B en fonction de v_A en A

$\vec{OA} \perp \vec{v}_A \qquad \vec{OB} \perp \vec{v}_B$

$\vec{L}_O^T = cte$

$$\underbrace{OA}_{R_1}\,\cancel{m}\,v_A = \underbrace{OB}_{R_2}\,\cancel{m}\,v_B \qquad v_B = \frac{R_1}{R_2} v_A$$

Exercice d'application gravitation

6 - $E_T = E_c + E_p = \frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{GMm}{R_1}$ ①

$= (\quad)_B = \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{GMm}{R_2}$

$V_B = \frac{R_1}{R_2} V_A$

3 équations

3 inconnues

$V_A \quad V_B \quad E_T$

$E_T = \frac{1}{2} m \frac{R_1^2}{R_2^2} V_A^2 - \frac{GMm}{R_2}$ ②

$\frac{R_1^2}{R_2^2} \times ① - ②$

$\left(\frac{R_1^2}{R_2^2} E_T\right) - E_T = \cancel{\frac{1}{2} m V_A^2 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2} - \frac{1}{2} m V_A^2 \frac{R_1^2}{R_2^2}} - \frac{GMm}{R_1} \frac{R_1^2}{R_2^2} + \frac{GMm}{R_2}$

$E_T \left(\frac{R_1^2 - R_2^2}{R_2^2}\right) = -\frac{GMm}{R_2} \cdot \left(\frac{R_1 - R_2}{R_2}\right)$; $E_T = GMm \frac{R_1 - R_2}{R_1^2 - R_2^2} = -GMm \frac{\cancel{R_1 - R_2}}{\cancel{(R_1 - R_2)}(R_1 + R_2)}$

$\boxed{E_T = -\frac{GMm}{R_1 + R_2}}$

Exercice d'application gravitation

7 - v_A en fonction de E_T, E_1 et m

$$E_T = \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{GMm}{R_1} = ?$$

$$E_1 = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{R_1}$$

$$E_T = \frac{1}{2} m v_A^2 + 2 E_1$$

$$v_A^2 = \frac{2E_T - 4E_1}{m}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2E_T - 4E_1}{m}}$$

E_T A

$$E_T - E_1 = \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$-\frac{GM\cancel{m}}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2} \cancel{m} v_A^2 - \frac{GM\cancel{m}}{R_1} \Rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 = GM\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1 + R_2}\right)$$

$$v_A^2 = 2GM\left(\frac{R_2}{R_1(R_1 + R_2)}\right) = \frac{2GM}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1}{R_2}$$