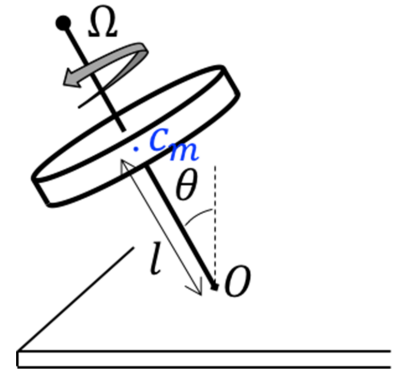


## Exercices

### Exercice 1 Réaction du sol sur une toupie

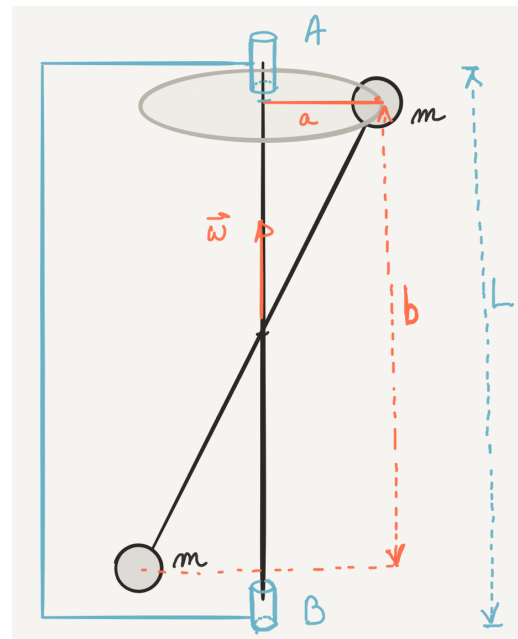
Une toupie de masse  $m$  tourne sur le sol, à une vitesse angulaire  $\Omega$  élevée. Son point de contact avec le sol  $O$  est fixe. L'axe de la toupie est animé d'un mouvement de précession, à la vitesse angulaire  $\omega_p = \frac{mgl}{I\Omega}$  ou  $l$  est la distance entre  $O$  et le centre de masse  $c_m$  de la toupie et  $I$  son moment d'inertie autour de son axe. La toupie tourne dans le sens indiqué sur le schéma (les points de la toupie situés vers vous vont de haut en bas / de droite à gauche).



1. Quelles sont les forces appliquées à la toupie ?
2. Tracez le moment cinétique de la toupie sur le schéma.
3. Montrez dans quel sens a lieu le mouvement de précession.
4. Appliquez Newton au centre de masse et déduisez-en les composantes de la force de réaction du sol.

### Exercice 2 Tiens bon la barre et tiens bon le vent

La barre verticale de la figure ci-dessous, maintenue à ses extrémités par des roulements à billes sans frottements, peut tourner librement autour de son axe. Deux masses égales, maintenues en place comme l'indique la figure, par des tiges rigides de masse négligeable, sont disposées symétriquement par rapport au centre de la barre.

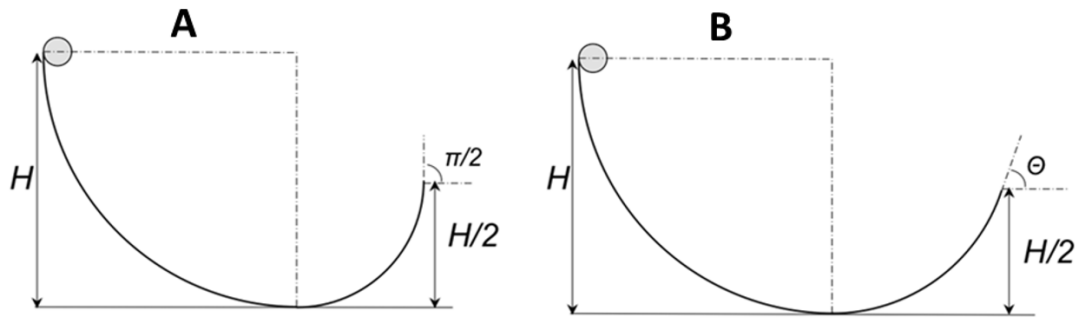


Trouver :

1. le moment cinétique du système par rapport au centre de gravité quand le système tourne avec une vitesse angulaire  $\omega$  ;
2. les forces qui s'exercent sur les roulements à billes.

### Exercice 3 Cylindre sur un tremplin

Un cylindre plein homogène de rayon  $r$  et de masse  $m$  est lâché du haut d'un tremplin avec une vitesse initiale nulle. Le haut du tremplin est à la hauteur  $H$  et le point d'éjection à la hauteur  $H/2$ . On considère les deux types de tremplin (A et B) schématisés ci-dessus, et les trois cas de figure suivants :



cas 1 : le cylindre glisse sans rouler le long du tremplin A et est éjecté verticalement.

cas 2 : le cylindre roule sans glisser le long du tremplin A et est éjecté verticalement.

cas 3 : le cylindre roule sans glisser le long du tremplin B et est éjecté en formant un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale.

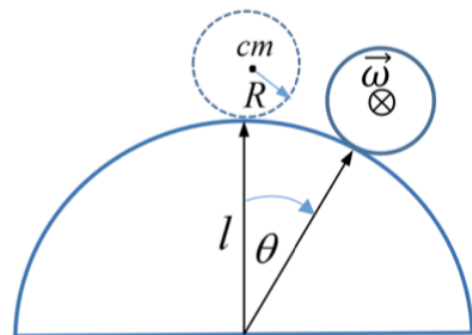
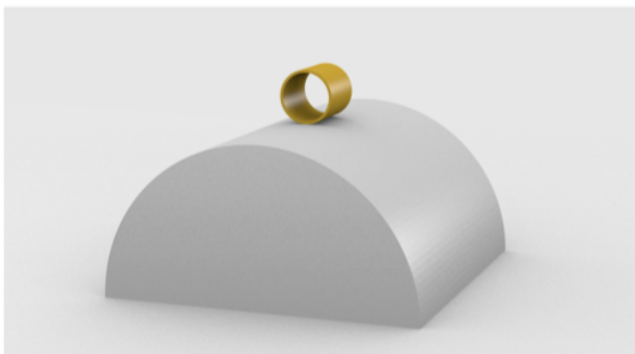
On note  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$  les hauteurs maximales atteintes par le cylindre après son éjection du tremplin pour ces trois cas respectivement.

1) Classez qualitativement (sans calcul) par valeur décroissante, ou égalité s'il y a lieu, les valeurs ( $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  et  $H$ ). Expliquez les raisons de ce classement.

2) Calculez quantitativement  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$  en fonction des données du problème.

**Exercice 4** *Cylindre creux qui roule puis décolle (examen 2018/2019)*

Un cylindre creux de masse  $m$  de longueur  $L$ , de rayon  $R$  et d'épaisseur négligeable repose sur un support dont la forme est un demi-cylindre de rayon  $l$ , comme indiqué sur le schéma ci-dessous. Les deux axes de symétrie des cylindres sont parallèles. Le cylindre creux est initialement immobile au sommet du support ( $\theta = 0$ ), puis il se met à rouler sans glisser le long du support. La position du cylindre creux est repérée par l'angle  $\theta$ , tel qu'indiqué sur la figure ci-dessous. On néglige les frottements de l'air. On note  $g$  l'accélération de la pesanteur.



- Démontrez que le moment d'inertie  $I_{cm}$  du cylindre creux pour une rotation autour de son axe de symétrie est  $I_{cm} = mR^2$ .
- Indiquez les forces qui s'exercent sur le cylindre creux. On prendra soin de préciser leur point d'application. Dessinez ces forces sur le schéma de droite, pour la position  $\theta > 0$ .
- Quel est le type de trajectoire du cylindre creux après avoir quitté le support ?

4. Calculez l'angle critique de décollage  $\theta_c$
5. Déterminez l'équation différentielle du mouvement du cylindre creux selon  $\theta$ , pour  $\theta < \theta_c$  (pendant qu'il roule sans glisser sur le support). Exprimez cette équation en fonction de  $R$ ,  $l$  et  $g$ .
6. Si le cylindre creux glissait sans frottement (pas de rotation), l'angle critique de décollage  $\theta_c$  serait-il plus grand ou plus petit ? Argumentez sans calcul.