Exercices

Exercice 1 *Dérivations*
Calculer les dérivées par rapport au temps (t) des fonctions suivantes :

1. $\cos(t)$
2. $\sin(t)$
3. $\tan(t) = \frac{\sin(t)}{\cos(t)}$
4. $\ln(t)$
5. $\sqrt{t} = t^{\frac{1}{2}}$
6. t^{α} $(\alpha \neq 0)$
7. $\sin(t)\cos(t)$
8. $t\cos(t)$
9. $t\cos(t)\sin(t)$
10. $\sin(t^2)$

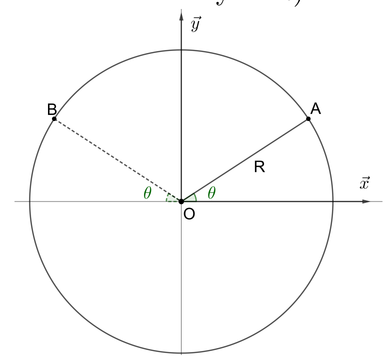
Exercice 2 *Direction les vecteurs !*
On considère les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ suivants (A et B sur un cercle de rayon R) :

a) Exprimer les composantes de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ en fonction de R et θ.

b) Représenter $\vec{u} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$.

c) Exprimer les composantes de $\vec{u}$ et $\vec{v}$

d) Refaire le dessin avec $\theta = \frac{3\pi}{4}$ et $\theta = -\frac{\pi}{3}$



Exercice 3 *Dérivations, on part à la dérive*
Soit $\theta(t) = \omega t$ une fonction du temps.
Calculer les dérivées par rapport au temps des fonctions :

1. $\cos(\theta)$
2. $\sin(\theta)$
3. $\tan(\theta)$
4. $e^{i\theta}$
5. $\sin(\theta)\cos(\theta)$

Exercice 4 *Les vecteurs, c'est la base*
Soient les vecteurs $\overrightarrow{u} \begin{vmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{vmatrix}$ et $\overrightarrow{v} \begin{vmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{vmatrix}$ en coordonnées cartésiennes.

a) Représenter $\vec{u}$ et $\vec{v}$ pour $\theta = \frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{4\pi}{3}$; π; $-\frac{3\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$

b) Calculer $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$

c) Montrer que $\vec{u} \perp \vec{v}$

Exercice 5 *Analyse dimensionnelle*

1. A l'aide de l'analyse dimensionnelle, vérifier l'exactitude de la formule suivante : Chemin x parcouru durant le temps t par un point matériel d'accélèration a, de vitesse initiale v_0 et de position initiale x_0 :

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

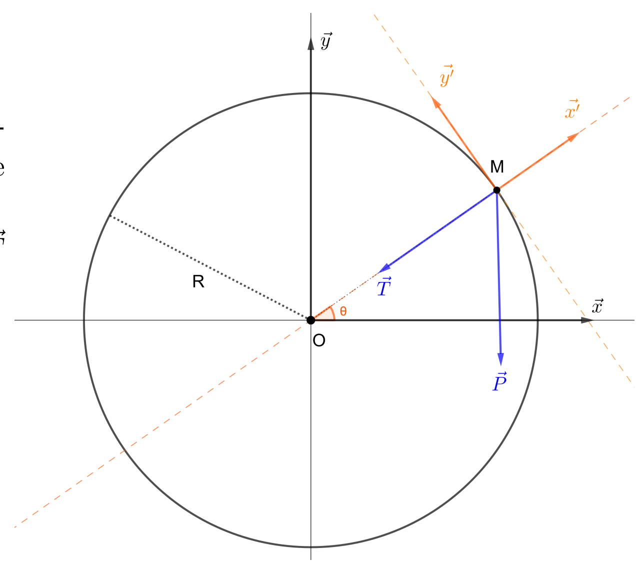
2. Quelle est la bonne formule pour la portée D d'un projectile lancé à la vitesse v_0 sous un angle α par rapport à l'horizontale, avec g accélèration de la pesanteur :
   (a) $D = \frac{g}{v_0} \sin 2\alpha$
   (b) $D = \frac{v_0}{g} \sin 2\alpha$
   (a) $D = \frac{g^2}{v_0} \sin 2\alpha$
   (b) $D = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

Exercice 6 *Dérivations, le retour*
Soit θ une fonction du temps $\theta(t)$ quelconque. On notera $\dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ la dérivée de θ par rapport au temps.
Calculer la dérivée par rapport au temps de $f(t)$ pour :
(Attention, on n'a pas explicité $\theta(t)$, il est ici implicite que θ est une fonction du temps t)

1. $\cos(\theta)$
2. $\sin(\theta)$
3. $\tan(\theta)$
4. $\ln(\theta)$
5. $e^{i\theta}$
6. $\sin(\theta)\cos(\theta)$
7. θ^α
8. $\theta\cos(\theta)\sin(\theta)$

Exercice 7 *Savoir se projeter*
Soit M sur un cercle de rayon R. Soient les vecteurs $\vec{T}$ pointant vers O et $\vec{P}$ parallèle à O_y avec $\|\vec{T}\|$=T et $\|\vec{P}\|$=P.

a) Donner les composantes des vecteurs $\overrightarrow{OM}$, $\vec{P}$ et $\vec{T}$ en fonction de R, T,P et θ.
b) Donner les composantes de $\vec{P}$ et $\vec{T}$ dans le repère (M, x',y')



Exercice 8 *Repère, distance et vitesse*
On veut étudier le mouvement d'un point P se déplaçant sur une table.

a) Combien de paramètres sont nécessaires pour repérer la position d'un point sur la table ?

b) Comment peut-on décrire le mouvement du point P ?

c) Soient deux points A et B situés sur la trajectoire du point P. Exprimez la distance entre A et B : celle-ci est-elle la distance parcourue par P ?

d) Quelle est la vitesse de P entre A et B ? Comment l'appelle-t-on ? Existe-t-il une relation entre cette vitesse et les vitesses de P en A et en B ?